

# Лабораторная работа №2.

## Задача о погоне

ГОЛОЩАПОВА ИРИНА БОРИСОВНА. НФИБД-01-20

---

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

18 ФЕВРАЛЯ, 2023, МОСКВА, РОССИЯ

---

# Цели и задачи работы

# Цель работы:

---

Разобраться в алгоритме построения математической модели на примере задачи о погоне.

Также необходимо провести теоретические рассуждение и вывести дифференциальные уравнения, с помощью которых мы сможем определить точку пересечения лодки и катера.

---

# Задачи:

- 
1. Изучить условие задачи о погоне
  2. Провести рассуждения и вывести дифференциальные уравнения
  3. Построить траекторию движение катера и лодки для двух случаев
  4. Определить по графику точку пересечения катера и лодки

---

# **Ход работы лабораторной работы**

# Условие задачи:

---

## Вариант 7:

На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров.

Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 6,4 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении.

Известно, что скорость катера в 2,4 раза больше скорости браконьерской лодки.

---

# Теоретический материал



---

Принимаем за  $t=0$ ,  $X=0$  - место нахождения лодки браконьеров в момент, когда их обнаруживают катера береговой охраны. После вводим полярные координаты.

Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как  $x/v$  или  $(x+k)/v$  (для второго случая  $(x-k)/v$ ). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы.

Тогда неизвестное расстояние можно найти из следующего уравнения:  $x/v = (x+k)/v$  - в первом случае,  $x/v = (x-k)/v$  во втором случае.

---

Отсюда находим два значения  $x_1$  и  $x_2$ , задачу будем решать для двух случаев :

$$x_1 = k/(n+1) \text{ , при } \theta = 0$$

$$x_2 = k/(n-1) \text{ , при } \theta = -\pi$$

---

Находим тангенциальную скорость для нашей задачи.

Вектора образуют прямоугольный треугольник, откуда по теореме Пифагора можно найти тангенциальную скорость.

Поскольку, радиальная скорость равна  $v$ , то тангенциальную скорость находим из уравнения  $v_t = \sqrt{n^2 v^2 - v^2}$ . Следовательно,  $v_t = v / \sqrt{n^2 - 1}$ .

---

# Теоретические расчеты:

$$① \quad \frac{x}{v} = \frac{k-x}{2,4v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{6,4-x}{2,4v}$$

$$x = \frac{6,4-x}{2,4}$$

$$2,4x = 6,4 - x$$

$$3,4x = 6,4$$

$$x_1 = 1,88$$

$$② \quad \frac{x}{v} = \frac{x+k}{2,4v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{6,4+x}{2,4v}$$

$$2,4x = 6,4 + x$$

$$1,4x = 6,4$$

$$x_2 = 4,57$$

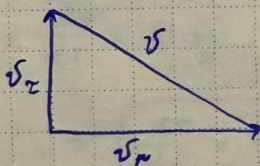
Теперь скорость катера расклад. на:

$v_r$  - радиальная

$v_\tau$  - тангенциальная

$$v_r = \frac{dr}{dt} = v$$

$$v_\tau = r \cdot \frac{d\theta}{dt} - \text{угловая скорость}$$



$$v^2 = v_r^2 + v_\tau^2$$

$$(2,4v)^2 = (v_r)^2$$

$$5,76v^2 = v^2 + v_\tau^2$$

$$v_\tau^2 = 4,76v^2$$

$$v_\tau = \sqrt{4,76}v$$

$$\Rightarrow r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{4,76}v$$

Переходим к реш.-ю системы из 2-х ДУ:

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{4,76}v \end{cases} \quad \text{с макс. угл.: } \begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} dt = \frac{dr}{v} \\ dt = \frac{r d\theta}{\sqrt{4,76}v} \end{cases} \Rightarrow \frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{4,76}} \quad dr = \frac{r d\theta}{\sqrt{4,76}} \quad \boxed{\frac{dr}{r} = \frac{d\theta}{\sqrt{4,76}}}$$



$$\int \frac{dr}{r} = \int \frac{1}{\sqrt{4,76}} d\theta$$

$$\ln r = \frac{\theta}{\sqrt{4,76}} + C$$

$$r = C \cdot e^{\frac{\theta}{\sqrt{4,76}}}$$

Подставим нач. значения:

$$1) \quad x_1 = 1,88$$

$$r = 1,88 \cdot e^{\frac{\theta}{\sqrt{4,76}}}$$

$$r(\theta) = r(0) = r_0$$

$$2) \quad x_2 = 4,57$$

$$r = 4,57 \cdot e^{\frac{\theta}{\sqrt{4,76}}}$$

$$r(\theta) = r(-\pi) = r_0 =$$

$$= C \cdot e^{\frac{-\pi}{\sqrt{4,76}}}$$

$$C = \frac{r_0}{e^{\frac{-\pi}{\sqrt{4,76}}}} = \frac{4,57}{e^{\frac{-\pi}{\sqrt{4,76}}}}$$

$$r = \frac{4,57}{e^{\frac{-\pi}{\sqrt{4,76}}}} \cdot e^{\frac{\theta}{\sqrt{4,76}}}$$

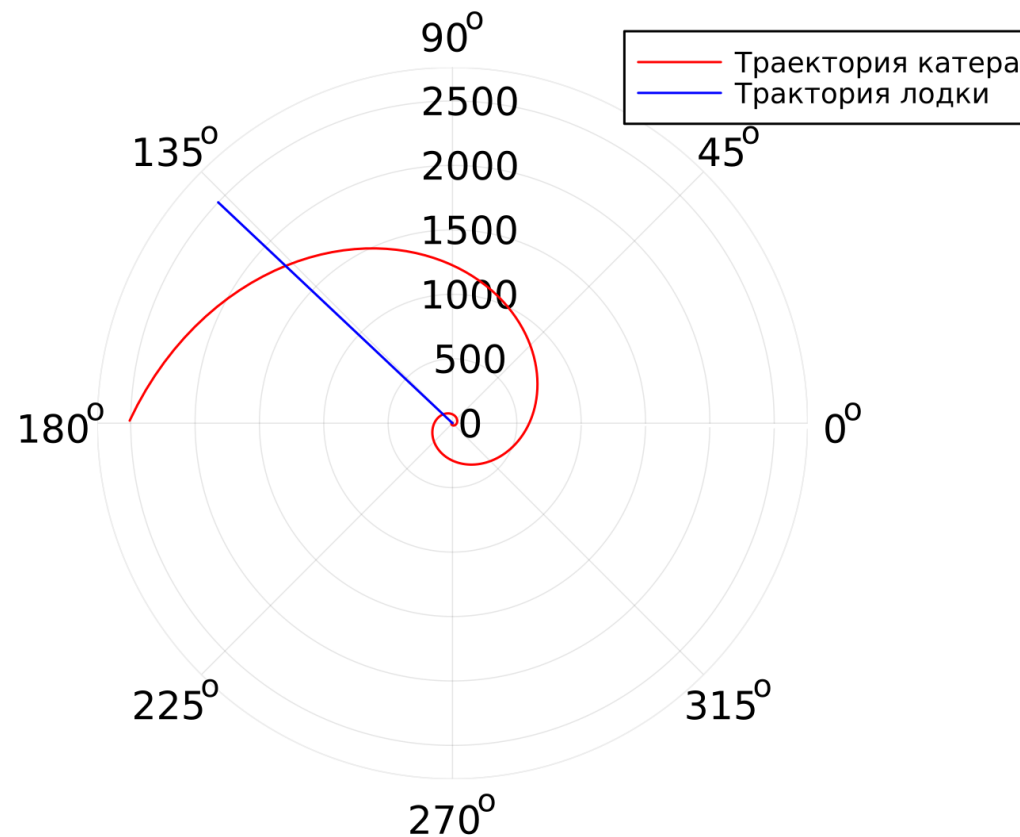
---

# Результаты работы программы

Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров.

Случай 1:  $x = 1.88$

### Задача о погоне

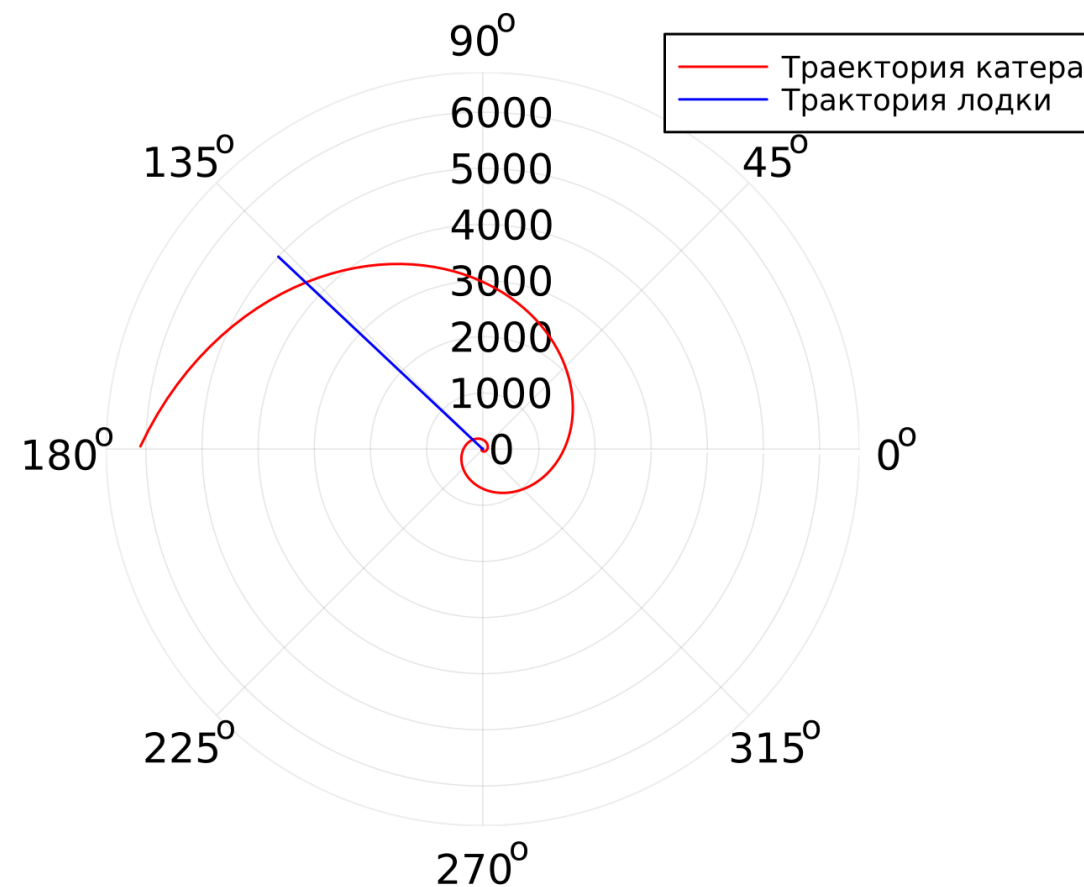




Точка пересечения красного и зеленого графиков является точкой пересечения катера береговой охраны и лодки браконьеров.

Случай 2:  $x = 4.57$

### Задача о погоне



---

# Выводы

---

В ходе лабораторной работы нам удалось рассмотреть задачу о погоне, составить и решить дифференциальные уравнения. Смоделировать ситуацию и сделать вывод о том, что в первом случае погоня завершится раньше.