

Лабораторная работа №4

Модель гармонических колебаний

Голощапова Ирина Борисовна

25 февраля 2023

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

- Голощапова Ирина Борисовна
- студентка уч. группы НФИбд-01-20
- Российский университет дружбы народов
- 1032201666@pfur.ru
- <https://github.com/ibgoloshchapowa>

Вводная часть

Модель гармонического осциллятора очень важна в физике, потому что любая масса, подверженная силе в устойчивом равновесии, действует как гармонический осциллятор для малых колебаний. Генераторы гармонических колебаний широко распространены в природе и используются во многих искусственных устройствах, таких как часы и радиосхемы. Именно поэтому важно изучить данную модуль, научиться строить фазовые портреты и находить решение уравнения.

- Модель гармонических колебаний
- Язык программирования Julia
- OpenModelica

1. Разобраться в понятии гармонического осциллятора
2. Ознакомиться с уравнением свободных колебаний гармонического осциллятора
3. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:
 - Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
 - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
 - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Условие задачи. Вариант 7

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

$$x'' + 7x = 0$$

2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

$$x'' + 2x' + 6x = 0$$

3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

$$x'' + 5x + x = \cos(3t)$$

Выполнение работы

**Случай 1: Колебания
гармонического осциллятора
без затуханий и без действий
внешней силы**

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

1. Листинг программы в OpenModelica для случая №1

```
1 //case1: x''+ 7x = 0
2 model lab4_1
3 //x'' + g*x' + w^2*x = f(t)
4 //w - частота
5 //g - затухание
6 parameter Real w = sqrt(7.00);
7 parameter Real g = 0;
8
9 parameter Real x0 = -1;
10 parameter Real y0 = -1;
11
12 Real x(start=x0);
13 Real y(start=y0);
14
15 // f(t)
16 function f
17 input Real t ;
18 output Real res;
19 algorithm
20 res := 0;
21 end f;
22
23 equation
24 der(x) = y;
25 der(y) = -w*w*x - g*y + f(time);
26 end lab4_1;
27
```

Рис. 1: Листинг программы. Случай 1. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

2. Решение для случая №1 в OpenModelica

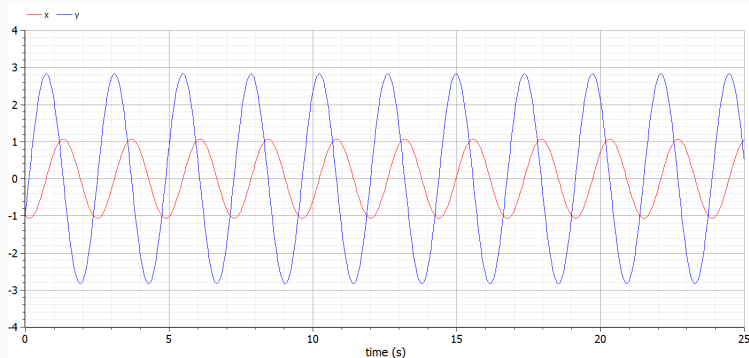


Рис. 2: Решение. Случай 1. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

3. Фазовый портрет для случая №1 в OpenModelica

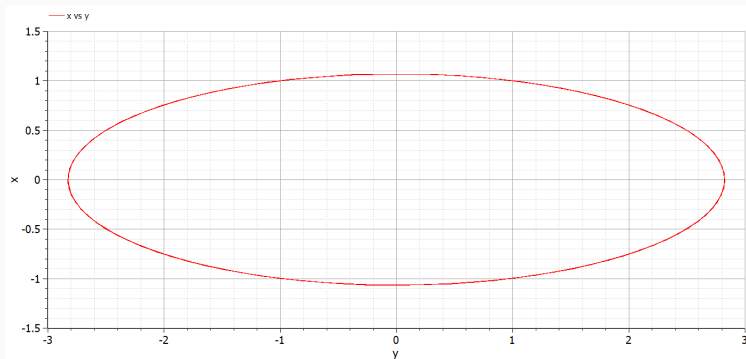


Рис. 3: Фазовый портрет. Случай 1. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

4. Листинг программы на Julia для случая №1

```
1  #case 1
2  #  $x'' + 7x = 0$ 
3  using DifferentialEquations
4
5  function lorenz!(du, u, p, t)
6      a = p
7      du[1] = u[2]
8      du[2] = -a*u[1]
9  end
10
11  const x = -1
12  const y = 1
13  u0 = [x, y]
14
15  p = (7)
16  tspan = (0.0, 25.0)
17  prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
18  sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
19
20  using Plots; gr()
21
22  #решение системы уравнений
23  plot(sol)
24  savefig("lab4_julia_1.png")
25
26  # фазовый портрет
27  # plot(sol, vars=(2,1))
28  # savefig("lab4_julia_1_phase.png")
```

Рис. 4: Листинг программы. Случай 1. Julia

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

5. Решение для случая №1 на Julia

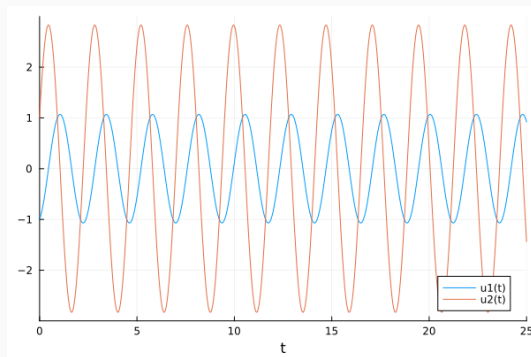


Рис. 5: Решение. Случай 1. Julia

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

6. Фазовый портрет для случая №1 на Julia

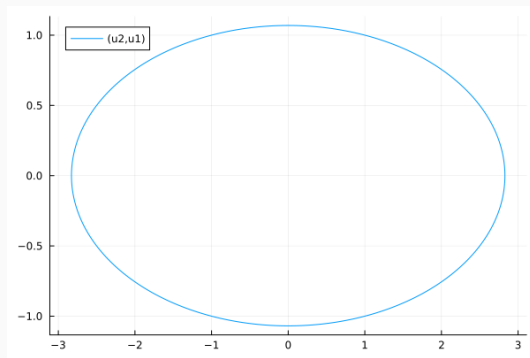


Рис. 6: Фазовый портрет. Случай 1. Julia

**Случай 2: Колебания
гармонического осциллятора с
затуханием и без действий
внешней силы**

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

7. Листинг программы в OpenModelica для случая №2

```
1 //case2:  $x'' + 2x' + 6x = 0$ 
2 model lab4_2
3
4 parameter Real w = sqrt(6.00);
5 parameter Real g = 2;
6
7 parameter Real x0 = -1;
8 parameter Real y0 = -1;
9
10 Real x(start=x0);
11 Real y(start=y0);
12
13 // f(t)
14 function f
15 input Real t ;
16 output Real res;
17 algorithm
18 res := 0;
19 end f;
20
21 equation
22 der(x) = y;
23 der(y) = -w*w*x - g*y + f(time);
24
25 end lab4_2;
26
```

Рис. 7: Листинг программы. Случай 2. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

8. Решение для случая №2 в OpenModelica

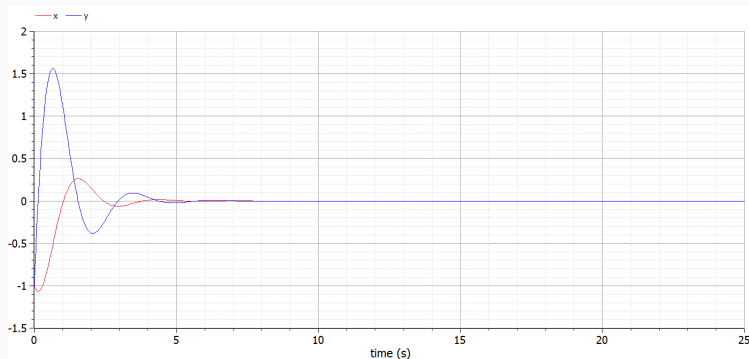


Рис. 8: Решение. Случай 2. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

9. Фазовый портрет для случая №2 в OpenModelica

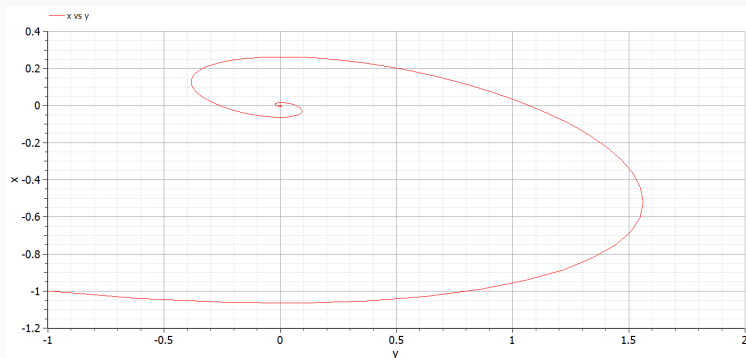


Рис. 9: Фазовый портрет. Случай 2. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

10. Листинг программы на Julia для случая №2

```
1  #case 2
2  #  $x'' + 2x' + 6x = 0$ 
3  using DifferentialEquations
4
5  function lorenz!(du, u, p, t)
6      a, b = p
7      du[1] = u[2]
8      du[2] = -a*du[1] - b*u[1]
9  end
10
11  const x = -1
12  const y = 1
13  u0 = [x, y]
14
15  p = (sqrt(2), 6)
16  tspan = (0.0, 25.0)
17  prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
18  sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
19
20  using Plots; gr()
21
22  #решение системы уравнений
23  plot(sol)
24  savefig(["lab4_julia_2.png"])
25
26  #фазовый портрет
27  #plot(sol, vars=(2,1))
28  #savefig("lab4_julia_2_ph.png")
```

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

11. Решение для случая №2 в Julia

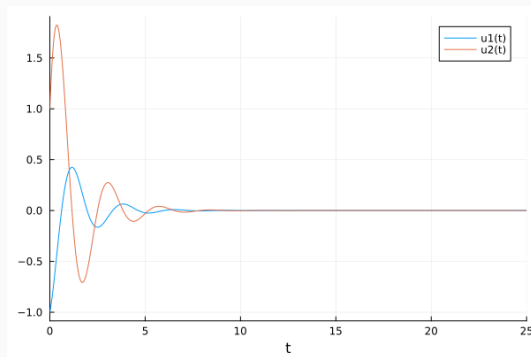


Рис. 11: Решение. Случай 2. Julia

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

12. Фазовый портрет для случая №2 в Julia

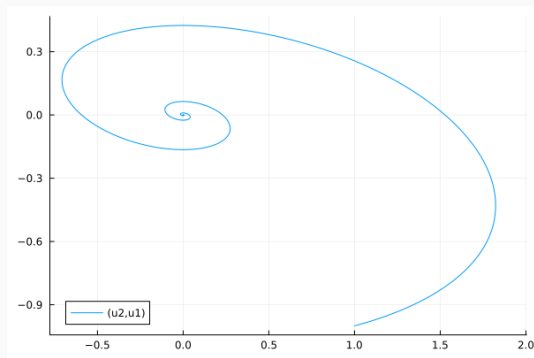


Рис. 12: Фазовый портрет. Случай 2. Julia

**Случай 3: Колебания
гармонического осциллятора с
затуханием и под действием
внешней силы**

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

13. Листинг программы в OpenModelica для случая №3

```
1 //case3:  $x'' + 5x' + x = \cos(3t)$ 
2 model lab4_3
3
4 parameter Real w = sqrt(1.00);
5 parameter Real g = 5;
6
7 parameter Real x0 = -1;
8 parameter Real y0 = -1;
9
10 Real x(start=x0);
11 Real y(start=y0);
12
13 // f(t)
14 function f
15 input Real t ;
16 output Real res;
17 algorithm
18 res := cos(3*t); // 3 случай
19 end f;
20
21 equation
22 der(x) = y;
23 der(y) = -w*w*x - g*y - f(time);
24
25 end lab4_3;
26
```

Рис. 13: Листинг программы. Случай 3. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

14. Решение для случая №3 в OpenModelica

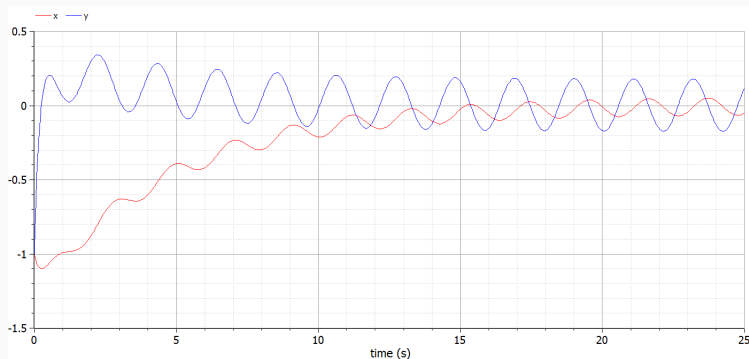


Рис. 14: Решение. Случай 3. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

15. Фазовый портрет для случая №3 в OpenModelica

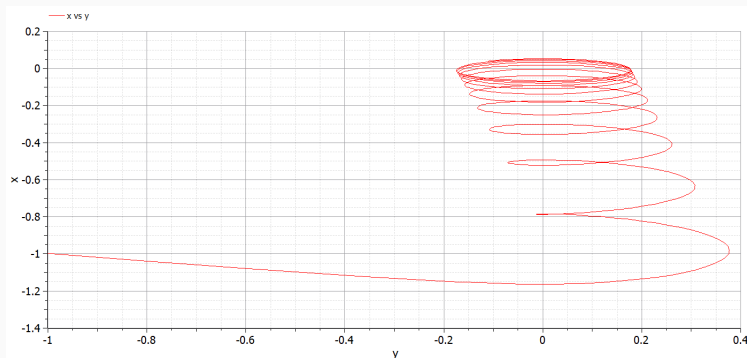


Рис. 15: Фазовый портрет. Случай 3. OpenModelica

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

16. Листинг программы на Julia для случая №3

```
1  #case 3
2  #  $x'' + 5x' + x = \cos(3t)$ 
3  using DifferentialEquations
4
5  function lorenz!(du, u, p, t)
6      a, b = p
7      du[1] = u[2]
8      du[2] = -a*u[1] - b*u[1] + cos(3*t)
9  end
10
11  const x = -1
12  const y = 1
13  u0 = [x, y]
14
15  p = (sqrt(5), 1)
16  tspan = (0.0, 25.0)
17  prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
18  sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
19
20  using Plots; gr()
21
22  #решение системы уравнений
23  plot(sol)
24  savefig("lab4_julia_3.png")
25
26  #фазовый портрет
27  # plot(sol, vars=(2,1))
28  # savefig("lab4_julia_3_phase.png")
```

Рис. 16: Листинг программы. Случай 3. Julia

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

17. Решение для случая №3 на Julia

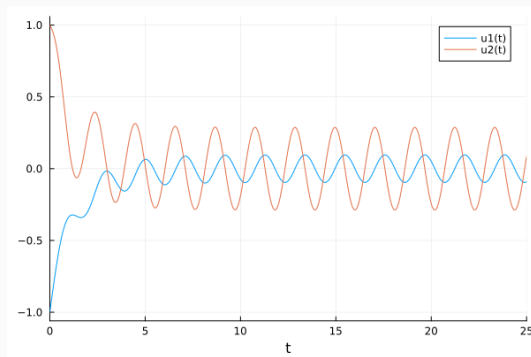


Рис. 17: Решение. Случай 3. Julia

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

18. Фазовый портрет для случая №3 на Julia

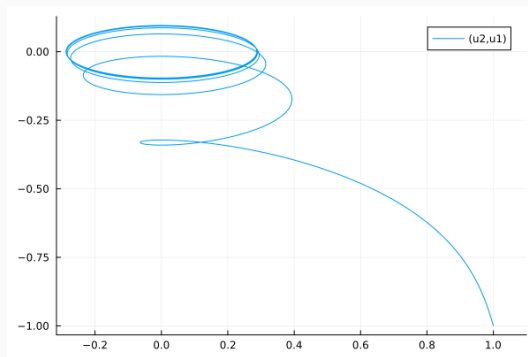


Рис. 18: Фазовый портрет. Случай 3. Julia

Результаты

1. Разобралась в понятии гармонического осциллятора
2. Ознакомилась с уравнением свободных колебаний гармонического осциллятора
3. Построила фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:
 - Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
 - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
 - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

В ходе лабораторной работы нам удалось построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решить уравнение гармонического осциллятора для следующих случаев:

- колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
- Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
- Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

Также нам удалось реализовать решение данной задачи на двух языках программирования: OpenModelica и Julia.