

Отчёт по лабораторной работе №2

Задача о погоне

Голощапова Ирина Борисовна

Содержание

1	Цель работы.....	3
2	Библиография	3
3	Задачи лабораторной работы.....	3
4	Выполнение лабораторной работы.....	4
5	Выводы	12

Цель работы

Разобраться в алгоритме построения математической модели на примере задачи о погоне. Также необходимо провести теоритические рассуждение и вывести дифференциальные уравнения, с помощью которых мы сможем определить точку пересечения лодки и катера.

Библиография

1. [Git - система контроля версий](#)
2. [Дифференциальные уравнения](#)
3. [Язык программирования - Julia](#)
4. [Установка Julia](#)
5. [Создание Plot в Julia](#)

Задачи лабораторной работы

1. Изучить условие задачи о погоне
2. Провести рассуждения и вывести дифференциальные уравнения
3. Построить траекторию движение катера и лодки для двух случаев
4. Определить по графику точку пересечения катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

1. Определила номер своего варианта по формуле: $((\text{ст_билет}) \bmod 70) + 1 = (1032201666 \bmod 70) + 1 = 7$
2. Учитывая, что лодка обнаруживается на расстоянии 6.4 км от катера, а скорость катера в 2.4 раза больше скорости браконьерской лодки (вариант 7), проводим следующие вычисления и получаем начальные значения:

$$\textcircled{1} \quad \frac{x}{v} = \frac{k-x}{2,4v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{6,4-x}{2,4v}$$

$$x = \frac{6,4-x}{2,4}$$

$$2,4x = 6,4 - x$$

$$3,4x = 6,4$$

$$x_1 = 1,88$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{x}{v} = \frac{x+k}{2,4v}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{6,4+x}{2,4v}$$

$$2,4x = 6,4 + x$$

$$1,4x = 6,4$$

$$x_2 = 4,57$$

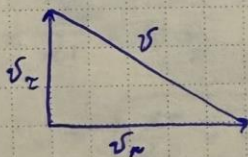
Теперь скорость катра расклад. на:

v_r - радиальная

v_τ - тангенциальная

$$v_r = \frac{dr}{dt} = v$$

$$v_\tau = r \cdot \frac{d\theta}{dt} - \text{угловая скорость}$$



$$v_k^2 = v_r^2 + v_\tau^2$$

$$\parallel \quad \parallel$$

$$(2,4v_c)^2 \quad (v_c)^2$$

$$5,76v^2 = v^2 + v_\tau^2$$

$$v_\tau^2 = 4,76v^2$$

$$v_\tau = \sqrt{4,76}v$$

$$\Rightarrow r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{4,76}v$$

Переходим к полярной системе из 2-х ДУ!

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ r \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{4,76}v \end{cases}$$

с нач. усь: $\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$ или $\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$

$$\begin{cases} dt = \frac{dr}{v} \\ dt = \frac{r d\theta}{\sqrt{4,76}v} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{dr}{d\theta} = \frac{r}{\sqrt{4,76}}$$

$$dr = \frac{r d\theta}{\sqrt{4,76}}$$

$$\boxed{\frac{dr}{r} = \frac{d\theta}{\sqrt{4,76}}}$$

Вывод ДУ_1

Рис.1 "Вывод ДУ_1"

$$\int \frac{dr}{r} = \int \frac{1}{\sqrt{4,76}} d\theta$$

$$\ln r = \frac{\theta}{\sqrt{4,76}} + C$$

$$r = C \cdot e^{\frac{\theta}{\sqrt{4,76}}}$$

Подставим нач. значения:

$$1) \quad x_1 = 1,88$$

$$r = 1,88 \cdot e^{\frac{\theta}{\sqrt{4,76}}}$$

$$r(\theta) = r(0) = r_0$$

$$2) \quad x_2 = 4,57$$

$$r = 4,57 \cdot e^{\frac{\theta}{\sqrt{4,76}}}$$

$$r(\theta) = r(-\bar{r}) = r_0 =$$

$$= C \cdot e^{\frac{-\bar{r}}{\sqrt{4,76}}}$$

$$C = \frac{r_0}{e^{\frac{-\bar{r}}{\sqrt{4,76}}}} = \frac{4,57}{e^{\frac{-\bar{r}}{\sqrt{4,76}}}}$$

$$r = \frac{4,57}{e^{\frac{-\bar{r}}{\sqrt{4,76}}}} \cdot e^{\frac{\theta}{\sqrt{4,76}}}$$

Вывод ДУ_2

Рис.2 "Вывод ДУ_2"

3. Переходим к написанию кода на языке программирования Julia для двух случаев.
4. Случай первый: начальное значение: 1.88 сохраняем изображение: lab2_1.png

```

1  using Plots
2  using DifferentialEquations
3  include("RK.jl")
4
5  function F(u, p, t)
6      return u/sqrt(4.76)
7  end
8
9  #Начальные значения
10 const u_0 = 1.88
11 const u_1 = 4.57
12
13 #Интервал
14 const T = (0, 5*3.14)
15
16 #Задача
17 prob = ODEProblem(F, u_0, T)
18
19 #Решение задачи
20 sol = solve(
21     prob,
22     dtmax = 0.05
23 )

```

Code_1

Рис.3 "Code_1"

```

24  @show sol.t
25  @show sol.u
26
27  plt = plot(
28      proj = :polar,
29      aspect_ratio=:equal,
30      dpi=300,
31      legend=true
32  )
33
34  #Траектория катера
35  plot!(
36      plt,
37      sol.t,
38      sol.u,
39      xlabel="fi",
40      ylabel="r(t)",
41      label="Траектория катера",
42      color=:red,
43      title="Задача о погоне"
44  )

```

Code_2

Рис.4 "Code_2"

```

46  #Траектория лодки
47  ∨ plot!(
48      plt,
49      [1, 1]*19/25*3.14,
50      [0, 2500],
51      label="Траектория лодки",
52      color=:blue,
53  )
54
55  savefig(plt, "lab2_1.png")

```

Code_3

Рис.4 "Code_3"

Получаем следующий график:

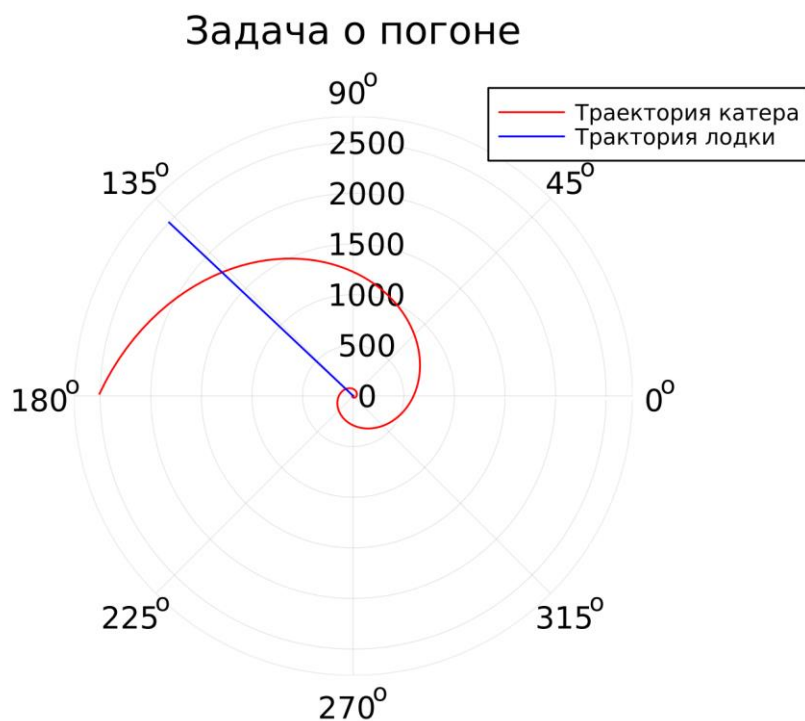


График для первого случая

Рис.4 "График для первого случая"

5. Случай второй: начальное значение: 4.57 сохраняем изображение: lab2_2.png

```

1  using Plots
2  using DifferentialEquations
3  include("RK.jl")
4
5  function F(u, p, t)
6      return u/sqrt(4.76)
7  end
8
9  #Начальные значения
10 const u_0 = 1.88
11 const u_1 = 4.57
12
13 #Интервал
14 const T = (0, 5*3.14)
15
16 #Задача
17 prob = ODEProblem(F, u_1, T)
18
19 #Решение задачи
20 sol = solve(
21     prob,
22     dtmax = 0.05
23 )
24 @show sol.t

```

Code_1.1

Рис.3 "Code_1.1"

```

25  @show sol.u
26
27  plt = plot(
28      proj = :polar,
29      aspect_ratio=:equal,
30      dpi=300,
31      legend=true
32  )
33
34  #Траектория катера
35  plot!(
36      plt,
37      sol.t,
38      sol.u,
39      xlabel="fi",
40      ylabel="r(t)",
41      label="Траектория катера",
42      color=:red,
43      title="Задача о погоне"
44  )
45

```

Code_2.1

Рис.4 "Code_2.1"

```

46  #Траектория лодки
47  plot!(
48      plt,
49      [1, 1]*19/25*3.14,
50      [0, 5000],
51      label="Траектория лодки",
52      color=:blue,
53  )
54
55  savefig(plt, "lab2_2.png")

```

Code_3.1

Рис.4 "Code_3.1"

Получаем следующий график:

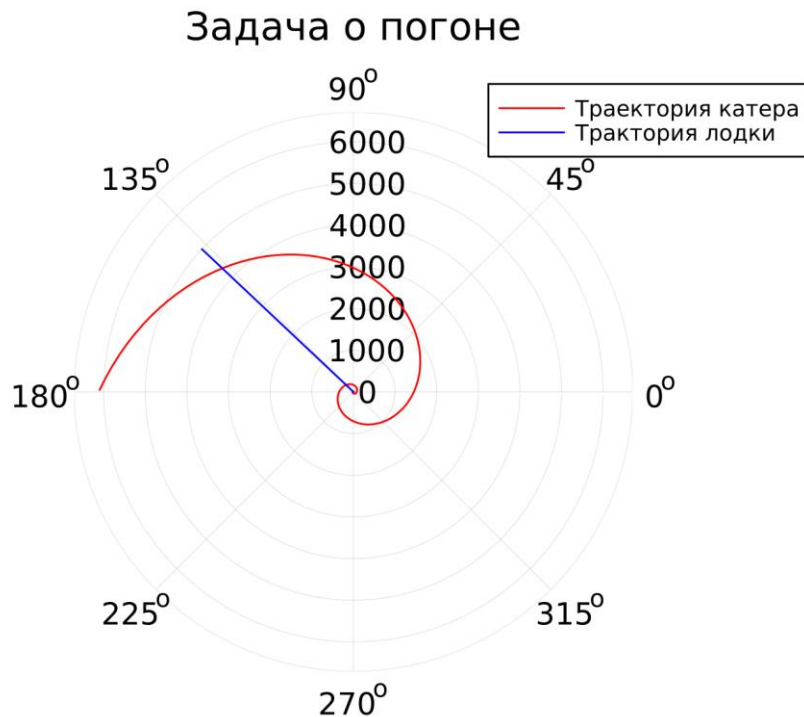


График для первого случая

Рис.4 "График для первого случая"

6. Исходя из полученных графиков, мы видим, что в первом случае катер быстрее догонит лодку с браконьерами (при начальном значении 1.88). Точка пересечения красного и синего графиков и есть ответ.

5 Выводы

В ходе лабораторной работы нам удалось рассмотреть задачу о погоне, составить и решить дифференциальные уравнения. Смоделировать ситуацию и сделать вывод о том, что в первом случае погоня завершиться раньше.