Отчёт по лабораторной работе №6

Задача об эпидемии

Голощапова Ирина Борисовна

Содержание

[1 Цели и задачи лабораторной работы 1](#_Toc129905252)

[1.1 Цель работы 1](#_Toc129905253)

[1.2 Задачи работы 1](#_Toc129905254)

[2 Теоретическая справка 2](#_Toc129905255)

[2.1 Задача об эпидемии 2](#_Toc129905256)

[3 Условие задачи (вариант №7) 2](#_Toc129905257)

[4 Выполнение лабораторной работы 3](#_Toc129905258)

[4.1 Реализация в OpenModelica. Случай 1 3](#_Toc129905259)

[4.2 Реализация на Julia. Случай 1 4](#_Toc129905260)

[4.3 Реализация в OpenModelica. Случай 2 5](#_Toc129905261)

[4.4 Реализация на Julia. Случай 2 6](#_Toc129905262)

[5 Выводы 8](#_Toc129905263)

[6 Библиография 8](#_Toc129905264)

# 1 Цели и задачи лабораторной работы

## 1.1 Цель работы

Рассмотреть простейшую модель эпидемии.

## 1.2 Задачи работы

* Согласно своему варианту задать начальные условия и коеффициенты пропорциональности.
* Построить графики изменения числа особей трех групп:
  1. восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи:
  2. инфицированные особи, которые также являются распространителями инфекции:
  3. здоровые особи с иммунитетом к болезни:
* Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:
  1. если
  2. если

# 2 Теоретическая справка

## 2.1 Задача об эпидемии

Рассмотрим простейшую модель эпидемии. Предположим, что некая популяция, состоящая из особей, (считаем, что популяция изолирована) подразделяется на три группы. Первая группа - это восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи, обозначим их через . Вторая группа – это число инфицированных особей, которые также при этом являются распространителями инфекции, обозначим их . А третья группа обозначающаяся через – это здоровые особи с иммунитетом к болезни.

До того, как число заболевших не превышает критического значения , считаем, что все больные изолированы и не заражают здоровых. Когда , тогда инфицирование способны заражать восприимчивых к болезни особей.

Таким образом, скорость изменения числа меняется по следующему закону:

Поскольку каждая восприимчивая к болезни особь, которая, в конце концов, заболевает, сама становится инфекционной, то скорость изменения числа инфекционных особей представляет разность за единицу времени между заразившимися и теми, кто уже болеет и лечится, т.е.:

А скорость изменения выздоравливающих особей (при этом приобретающие иммунитет к болезни):

Постоянные пропорциональности , - это коэффициенты заболеваемости и выздоровления соответственно.

Для того, чтобы решения соответствующих уравнений определялось однозначно, необходимо задать начальные условия .Считаем, что на начало эпидемии в момент времени нет особей с иммунитетом к болезни , а число инфицированных и восприимчивых к болезни особей и соответственно. Для анализа картины протекания эпидемии необходимо рассмотреть два случая: и .

# 3 Условие задачи (вариант №7)

На одном острове вспыхнула эпидемия. Известно, что из всех проживающих на острове () в момент начала эпидемии () число заболевших людей (являющихся распространителями инфекции) , А число здоровых людей с иммунитетом к болезни . Таким образом, число людей восприимчивых к болезни, но пока здоровых, в начальный момент времени . Постройте графики изменения числа особей в каждой из трех групп. Рассмотрите, как будет протекать эпидемия в случае:

1. если
2. если

# 4 Выполнение лабораторной работы

## 4.1 Реализация в OpenModelica. Случай 1

Для начала реализуем решение данной задачи в OpenModelica:

Листинг программы для первого случая, когда

//case 1: I<=I\*  
 model lab6  
  
 parameter Real a = 0.01;  
 parameter Real b = 0.02;  
 parameter Real N = 13000;  
 parameter Real I0 = 113;  
 parameter Real R0 = 13;  
 parameter Real S0 = N - I0 - R0;  
  
 Real S(start=S0);  
 Real I(start=I0);  
 Real R(start=R0);  
  
 equation  
 der(S) = 0;  
 der(I) = -b\*I;  
 der(R) = b\*I;  
  
 annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 200, Interval = 20));  
  
 end lab6;

В результате получим следующие графики (рис. [1](#fig:01)):

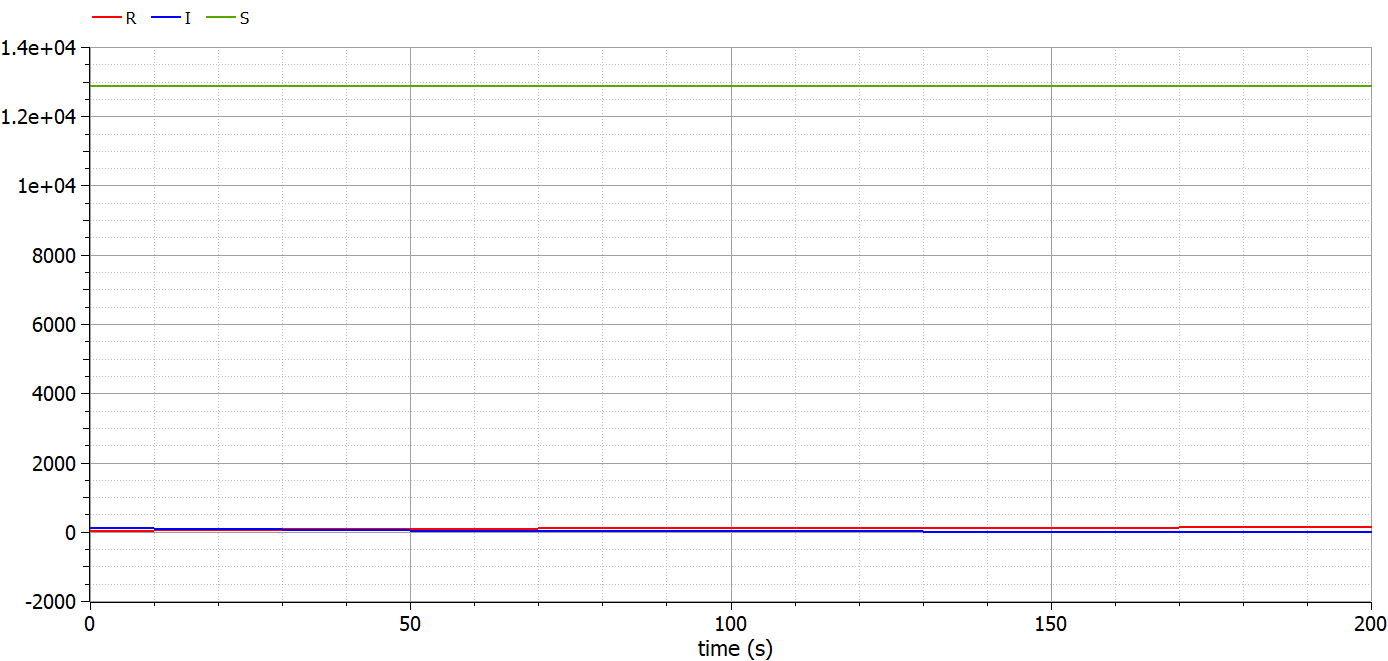


Figure 1: Графики на OpenModelica. Случай 1

Так как значение сильно отличается от и , плохо виден характер изменения значений, поэтому попробуем вывести только функции и (рис. [2](#fig:02)):

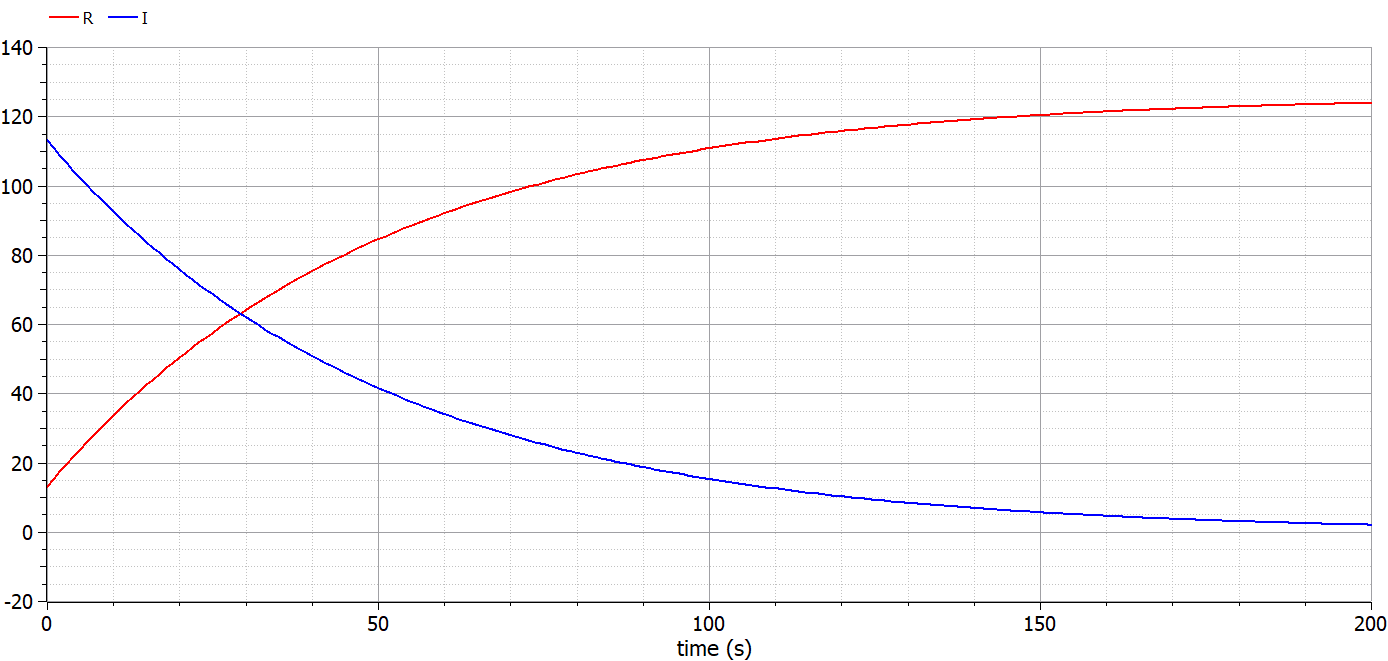


Figure 2: Графики на OpenModelica. Случай 1\_2

## 4.2 Реализация на Julia. Случай 1

Листинг программы:

using DifferentialEquations  
  
 function lorenz!(du, u, p, t)  
 a, b = p  
 du[1] = 0  
 du[2] = -b\*u[1]  
 du[3] = b\*u[1]  
  
 end  
  
 const N = 13000  
 const I0 = 113  
 const R0 = 13  
 const S0 = N - I0 - R0  
  
 u0 = [I0, R0, S0]  
  
 p = (0.01, 0.02)  
 tspan = (0.0, 200.0)  
  
 prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)  
 sol = solve(prob, dtmax=20)  
  
 using Plots; gr()  
 plot(sol)  
 savefig("julia\_1.png")

В результате получим следующие графики, на которых виден характер поведения функций (рис. [3](#fig:03)):

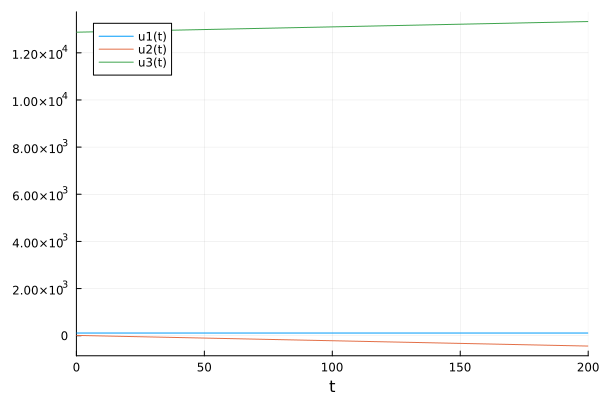


Figure 3: Графики на Julia. Случай 1

## 4.3 Реализация в OpenModelica. Случай 2

Рассмотрим случай №2, когда

Листинг программы для второго случая:

//case 2: I>I\*  
 model lab6\_2  
  
 parameter Real a = 0.01;  
 parameter Real b = 0.02;  
 parameter Real N = 13000;  
 parameter Real I0 = 113;  
 parameter Real R0 = 13;  
  
 parameter Real S0 = N - I0 - R0;  
  
 Real S(start=S0);  
 Real I(start=I0);  
 Real R(start=R0);  
  
 equation  
 der(S) = -a\*S;  
 der(I) = a\*S - b\*I;  
 der(R) = b\*I;  
  
 annotation(experiment(StartTime = 0, StopTime = 200, Interval = 1));  
  
 end lab6\_2;

Получим следующее решение (рис. [4](#fig:04))

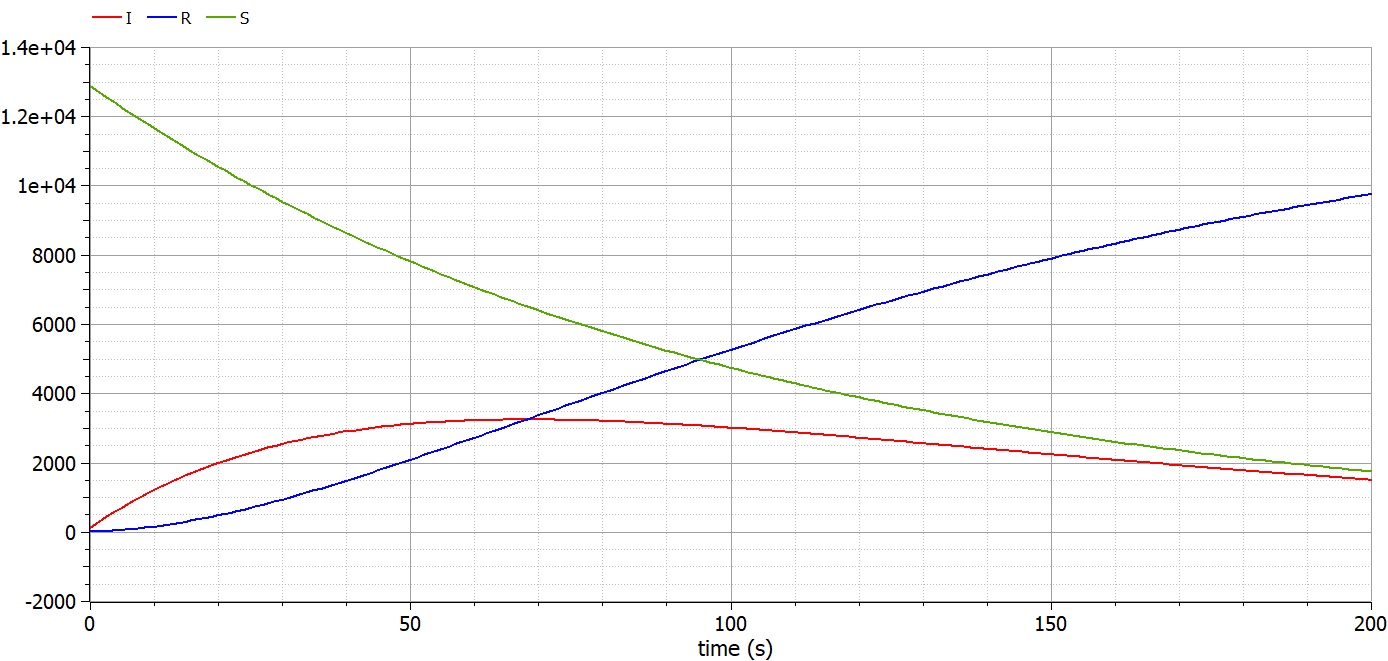


Figure 4: Графики на OpenModelica. Случай 2

## 4.4 Реализация на Julia. Случай 2

Листинг программы:

using DifferentialEquations  
  
 function lorenz!(du, u, p, t)  
 a, b = p  
 du[1] = -a\*u[3]  
 du[2] = a\*u[3] - b\*u[1]  
 du[3] = b\*u[1]  
  
 end  
  
 const N = 13000  
 const I0 = 113  
 const R0 = 13  
 const S0 = N - I0 - R0  
  
 u0 = [I0, R0, S0]  
  
 p = (0.01, 0.02)  
 tspan = (0.0, 200.0)  
  
 prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)  
 sol = solve(prob, dtmax=1)  
  
 using Plots; gr()  
 plot(sol)  
 savefig("julia\_2.png")

В результате получим следующие графики, на которых виден характер поведения функций (рис. [5](#fig:05)):

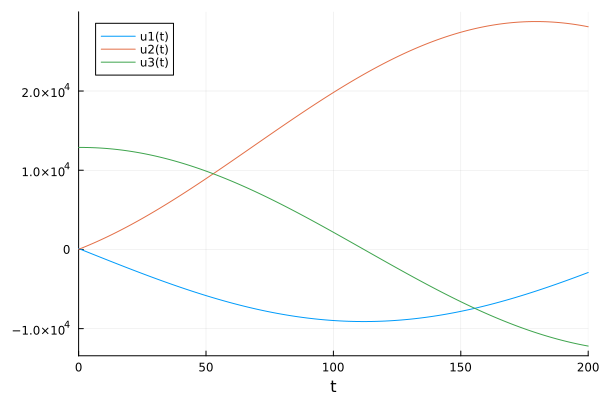


Figure 5: Графики на Julia. Случай 2

# 5 Выводы

В ходе лабораторной работы нам удалось

* Построить графики изменения числа особей трех групп:
  1. восприимчивые к болезни, но пока здоровые особи:
  2. инфицированные особи, которые также являются распространителями инфекции:
  3. здоровые особи с иммунитетом к болезни:
* Рассмотреть, как будет протекать эпидемия в случае:
  1. если
  2. если

# 6 Библиография

1. [Git - система контроля версий](https://github.com/)
2. [Дифференциальные уравнения](https://ru.wikipedia.org/wiki/Дифференциальное_уравнение)
3. [Язык программирования - Julia](https://julialang.org/)
4. [Решение ДУ на языке программирование Julia](https://nextjournal.com/sosiris-de/ode-diffeq)
5. [Работа с OpenModelica](https://openmodelica.org/download/download-linux/)