Universität Augsburg
Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie
Prof. Marc Nieper-Wißkirchen
Ingo Blechschmidt

Wintersemester 2013/2014

Übungsblatt 14 zur Algebra II

Abgabe bis 4. Februar 2014, 17:00 Uhr

Aufgabe 1. (??) *Allgemeines zu reiner Inseparabilität*

Sei L ein Körpererweiterung von K.

a) Zeige, dass die Menge der über K rein inseparablen Elemente in L eine Zwischenerweiterung von L über K ist.

b) Sei L sowohl separabel als auch rein inseparabel über K. Zeige, dass $L = K$.

c) Sei ein über K separables Element $x \in L$ und ein über K rein inseparables Element $y \in L$ gegeben. Zeige: $K(x, y) = K(x + y)$.

Aufgabe 2. (??) *Norm und Diskriminante*

Sei L eine endliche Körpererweiterung von K.

a) Seien die x_i die galoissch Konjugierten eines Elements $x \in L$ in einem algebraisch abgeschlossenen Oberkörper $\Omega \subseteq K$. Zeige:

$$N_{L/K}(x) = \left(\prod_{i=1}^{[L:K]_\mathrm{s}} x_i \right)^{[L:K]_\mathrm{i}}.$$

b) Sei E ein über K endlicher Zwischenkörper. Zeige:

$$\mathrm{disc}_{L/K} = N_{E/K}(\mathrm{disc}_{L/E}) \cdot (\mathrm{disc}_{E/K})^{[L:E]}.$$

Aufgabe 3. (??) *Erster Gehversuch mit transzendenten Erweiterungen*

Sei $L = \mathbb{Q}(X)$ und $E = \mathbb{Q}(X^3 - 2, X^6 - X^2 - 1)$.

a) Finde ein primitives Element von E über $\mathbb{Q}$.

b) Zeige, dass L eine endliche Erweiterung von E ist. Was ist der Grad?

Eine weitere Aufgabe wird noch folgen.