

Übungsblatt 14 zur Kommutativen Algebra

Aufgabe 1. (0) *Rationale Binomialkoeffizienten*

Für rationale Zahlen x und natürliche Zahlen k setzen wir $\binom{x}{k} := x(x-1)\cdots(x-k+1)/k! \in \mathbb{Q}$. Solche Binomialkoeffizienten kommen in Taylor-Entwicklungen vieler wichtiger Funktionen vor.

- Zeige: Genau dann kommt im gekürzten Nenner einer rationalen Zahl a/b nicht der Primfaktor p vor, wenn es eine p -adische Ganzzahl u mit $bu = a$ gibt.
- Verwende die Dichtheit von \mathbb{Z} in \mathbb{Z}_p und die Stetigkeit von Polynomen über \mathbb{Z}_p , um zu folgern: Im gekürzten Nenner eines rationalen Binomialkoeffizienten $\binom{x}{k}$ können nur solche Primfaktoren vorkommen, die auch im gekürzten Nenner von x vorkommen.

