Universität Augsburg
Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie
Prof. Marc Nieper-Wißkirchen

Sommersemester 2013
Ingo Blechschmidt
Robert Gelb

# Übungsblatt 1 zur Algebra I

Abgabe am ??.4.2013

**Aufgabe 1.** *Lösungskriterium*

Sei eine normierte Polynomgleichung mit ganzzahligen Koeffizienten der Form

$$X^n + a_{n-1}X^{n-1} + \cdots + a_1X + a_0 = 0$$

gegeben. Zeige, dass jede ganzzahlige Lösung ein Teiler von $a_0$ sein muss.

**Aufgabe 2.** *Polynomgleichungen ungeraden Grads*

Zeige, dass jede normierte Polynomgleichung ungeraden Grads mit rationalen Koeffizienten in den reellen Zahlen eine Lösung besitzt.

**Aufgabe 3.** *Beispiele für Polynomgleichungen*

Finde eine normierte Polynomgleichung. . .

a) vierten Grads mit rationalen Koeffizienten, welche in den reellen Zahlen keine Lösung besitzt.

b) fünften Grads mit rationalen Koeffizienten, welche als einzige Lösung die Zahl 1 besitzt.

c) mit ganzzahligen Koeffizienten, die $\sqrt[7]{3 + \sqrt[3]{4}}$ als eine Lösung besitzt.

d) mit ganzzahligen Koeffizienten, die $\cos 15°$ als eine Lösung besitzt.

**Aufgabe 4.** *Calabis Dreieck*

Neben dem gleichseitigen Dreieck gibt es nur ein Dreieck, das folgende erstaunliche Eigenschaft hat: Das größte einbeschreibbare Quadrat lässt sich auf drei verschiedene Arten einbeschreiben. Dieses zweite Dreieck hat Eugenio Calabi (1923–, italienisch-amerikanischer Mathematiker) gefunden und ist gleichschenklig.

Zeige, dass das Längenverhältnis der längsten zu einer der kürzeren Seiten die Gleichung

$$2X^3 - 2X^2 - 3X + 2 = 0$$

erfüllt.