Universität Augsburg
Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie
Prof. Marc Nieper-Wißkirchen
Ingo Blechschmidt

Sommersemester 2014

Übungsblatt 7 zur Homologischen Algebra I

– Motto –

Aufgabe 1. *Funktorialität der langen exakten Sequenz*

Sei ein kommutatives Diagramm von Komplexen und Komplexmorphismen gegeben, dessen Zeilen exakte Sequenzen sind:

$$\begin{tikzcd}
0 \arrow[r] & A^\bullet \arrow[r] \arrow[d, "f^\bullet"'] & B^\bullet \arrow[r] \arrow[d, "g^\bullet"'] & C^\bullet \arrow[r] \arrow[d, "h^\bullet"'] & 0 \\
0 \arrow[r] & \widetilde{A}^\bullet \arrow[r] & \widetilde{B}^\bullet \arrow[r] & \widetilde{C}^\bullet \arrow[r] & 0
\end{tikzcd}$$

Bekanntlich induzieren die beiden kurzen exakten Sequenzen dann lange exakte Sequenzen in Kohomologie. Zeige, dass diese folgendes Diagramm kommutieren lassen:

$$\begin{tikzcd}
\cdots \arrow[r] & H^n(A^\bullet) \arrow[r] \arrow[d, "H^n(f^\bullet)"'] & H^n(B^\bullet) \arrow[r] \arrow[d, "H^n(g^\bullet)"'] & H^n(C^\bullet) \arrow[r] \arrow[d, "H^n(h^\bullet)"'] & H^{n+1}(A^\bullet) \arrow[r] \arrow[d, "H^{n+1}(h^\bullet)"'] & \cdots \\
\cdots \arrow[r] & H^n(\widetilde{A}^\bullet) \arrow[r] & H^n(\widetilde{B}^\bullet) \arrow[r] & H^n(\widetilde{C}^\bullet) \arrow[r] & H^{n+1}(\widetilde{A}^\bullet) \arrow[r] & \cdots
\end{tikzcd}$$

Wenn du schon weißt, was ein Funktor ist, dann erkläre den Titel der Aufgabe!

Aufgabe 2. *Degenerierte Ketten*

Sei C eine simpliziale abelsche Gruppe und $\widetilde{C}$ der zugehörige Komplex abelscher Gruppen mit Differential $d = \sum_i (-1)^n C(\partial^i)$.