Universität Augsburg
Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie
Prof. Marc Nieper-Wißkirchen
Ingo Blechschmidt

Sommersemester 2014

Übungsblatt 8 zur Homologischen Algebra I

Aufgabe 1. *Prisma-Triangulierung*

…Bestätige Formel (I.21) in Gelfand–Manin …

…Inwieweit spielt sich alles nur auf dem Standardprisma ab? …

Aufgabe 2. *Viele Homotopiebegriffe*

In der Vorlesung wurde bewiesen, dass zueinander homotope stetige Abbildungen zueinander homotope Morphismen zwischen den zugehörigen singulären Kettenkomplexen induzieren. In dieser Aufgabe möchten wir verstehen, dass dieses Resultat tatsächlich über zwei kleinere und unabhängig voneinander nützliche Beobachtungen faktorisiert.

a) Seien $f, g : X \to Y$ zueinander homotope stetige Abbildungen zwischen topologischen Räumen. Diese induzieren bekanntlich simpliziale Abbildungen $Sf, Sg : SX \to SY$ zwischen den zugehörigen singulären simplizialen Mengen. Zeige, dass diese im Sinn von Aufgabe 4 von Blatt 4 zueinander homotop (sogar einfach homotop) sind.

   Zur Erinnerung: $(SX)_n = \mathrm{Hom}_{\mathrm{Top}}(\Delta_n, X)$. *Tipp:* Dieses Ergebnis ist recht formaler Natur. Du wirst keine Triangulierungen von Prismen benötigen.

b) Seien $\varphi, \psi : X \to Y$ zueinander homotope simpliziale Abbildungen zwischen simplizialen Mengen. Zeige, dass für beliebige Koeffizientengruppen A die induzierten Kettenkomplexmorphismen $C_\bullet(X, A) \to C_\bullet(Y, A)$ zueinander kettenhomotop sind.

   Tipp: Das hat etwas mit Triangulierungen von Prismen zu tun.

Aufgabe 3. …

…Hochschild- und Koszul-Kohomologie …