Die wundersame Welt der unendlich großen Zahlen

Glaube in der Mathematik?

Die Lange Nacht der Wissenschaft
16. Juli 2022

Ingo Blechschmidt
Lehrstuhl für Algebra und Zahlentheorie
Universität Augsburg

Fragen sind willkommen

Fragen sind während des gesamten Vortrags willkommen.
Bitte keinesfalls bis zum Ende aufsparen.
Vielen Dank dafür! ♡

Teil 0

Große Zahlen

300 000 Augsburger*innen

Teil 0

Große Zahlen

300 000 Augsburger*innen

$$\mathbf{10^{19}} = \underbrace{\mathbf{10\,000\,000\,000\,000\,000\,000}}_{\textbf{19 Nullen}} \text{ Sandkörner auf der Erde}$$

Teil 0

Große Zahlen

300 000 Augsburger*innen

$$10^{19} = \underbrace{10\,000\,000\,000\,000\,000\,000}_{\text{19 Nullen}} \text{ Sandkörner auf der Erde}$$

$$10^{80} = \underbrace{1000\ldots000}_{\text{80 Nullen}} \text{ Elementarteilchen im Universum}$$


6 000 Sterne


$52! = 80\,658\,175\,170\,943\,878\,571\,660\,636\,856\,403\,766\,975\,289\,505\,440\,883\,277\,824\,000\,000\,000\,000$ Sekunden

Teil I

Ordinalzahlen

messen Anordnung

Teil II

Kardinalzahlen

messen Anzahl

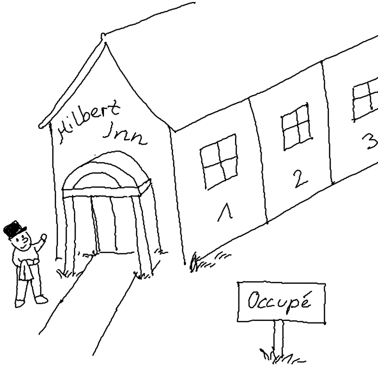
David Hilbert
* 1862
† 1943

Emmy Noether
* 1882
† 1935

Teil II

Kardinalzahlen

messen Anzahl

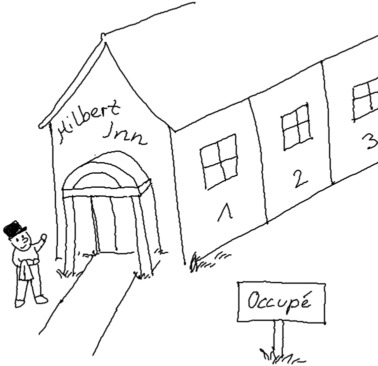


Teil II

Kardinalzahlen

messen Anzahl

Es gibt $\aleph_0$ viele natürliche Zahlen: 1, 2, 3, …



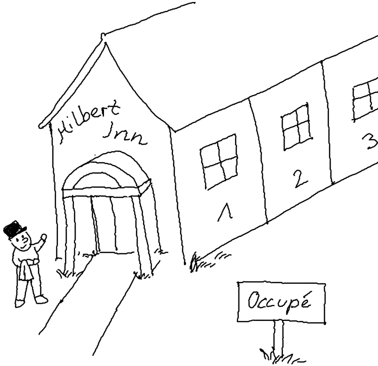
Teil II

Kardinalzahlen

messen Anzahl

Es gibt $\aleph_0$ viele natürliche Zahlen: 1, 2, 3, …

$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$



Teil II

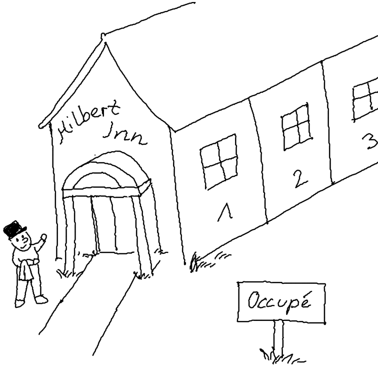
Kardinalzahlen

messen Anzahl

Es gibt $\aleph_0$ viele natürliche Zahlen: 1, 2, 3, …

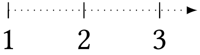
$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$

$$\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$$



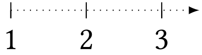
Größen wichtiger Mengen

- Es gibt $\aleph_0$ viele **natürliche Zahlen**.

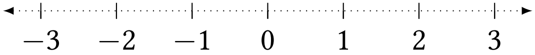


Größen wichtiger Mengen

- Es gibt $\aleph_0$ viele **natürliche Zahlen**.

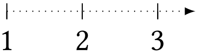


- Es gibt auch nur $\aleph_0$ viele **ganze Zahlen**.

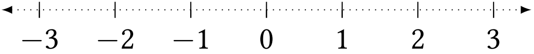


Größen wichtiger Mengen

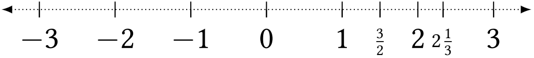
- Es gibt $\aleph_0$ viele **natürliche Zahlen**.



- Es gibt auch nur $\aleph_0$ viele **ganze Zahlen**.

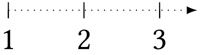


- Ebenso gibt es nur $\aleph_0$ viele **rationale Zahlen**.

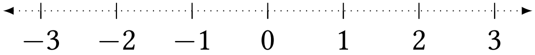


Größen wichtiger Mengen

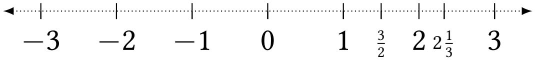
- Es gibt $\aleph_0$ viele **natürliche Zahlen**.



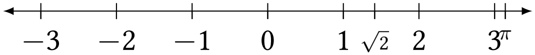
- Es gibt auch nur $\aleph_0$ viele **ganze Zahlen**.



- Ebenso gibt es nur $\aleph_0$ viele **rationale Zahlen**.

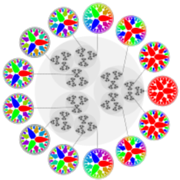


- Aber es gibt **mehr** reelle Zahlen: $\mathfrak{c}$ viele.

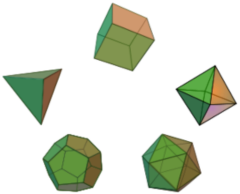


Teil III

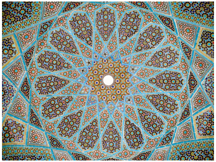
Erkenntnistheorie



„Es gibt unendlich viele Primzahlen."

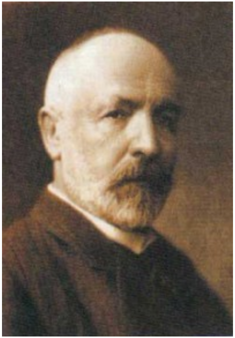


„Es gibt nur fünf platonische Körper."



„Der goldene Schnitt ist eine irrationale Zahl."

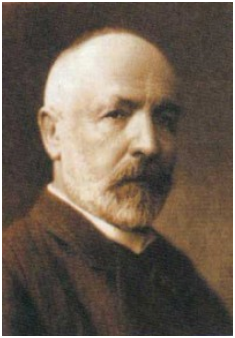
Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (* 1845, † 1918)

Gibt es eine Zwischenstufe zwischen $\aleph_0$ und $\mathfrak{c}$?

Die Kontinuumshypothese



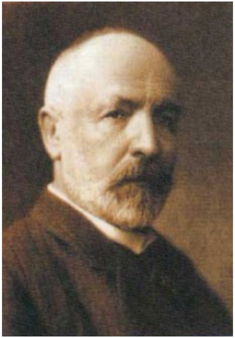
Georg Cantor (* 1845, † 1918)

Kurt Gödel (* 1906, † 1978)

Gibt es eine Zwischenstufe zwischen $\aleph_0$ und $\mathfrak{c}$?

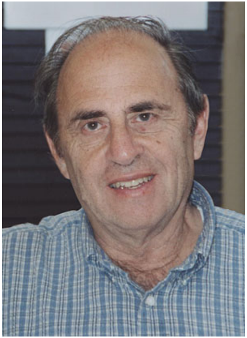
Es gibt keinen Beweis, dass es eine Zwischenstufe gibt.

Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (* 1845, † 1918)

Kurt Gödel (* 1906, † 1978)



Paul Cohen (* 1934, † 2007)

Gibt es eine Zwischenstufe zwischen $\aleph_0$ und $\mathfrak{c}$?

Es gibt keinen Beweis, dass es eine Zwischenstufe gibt.

Es gibt keinen Beweis, dass es keine Zwischenstufe gibt.

Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung. $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl. $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar ist.

Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung. $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl. $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar ist.