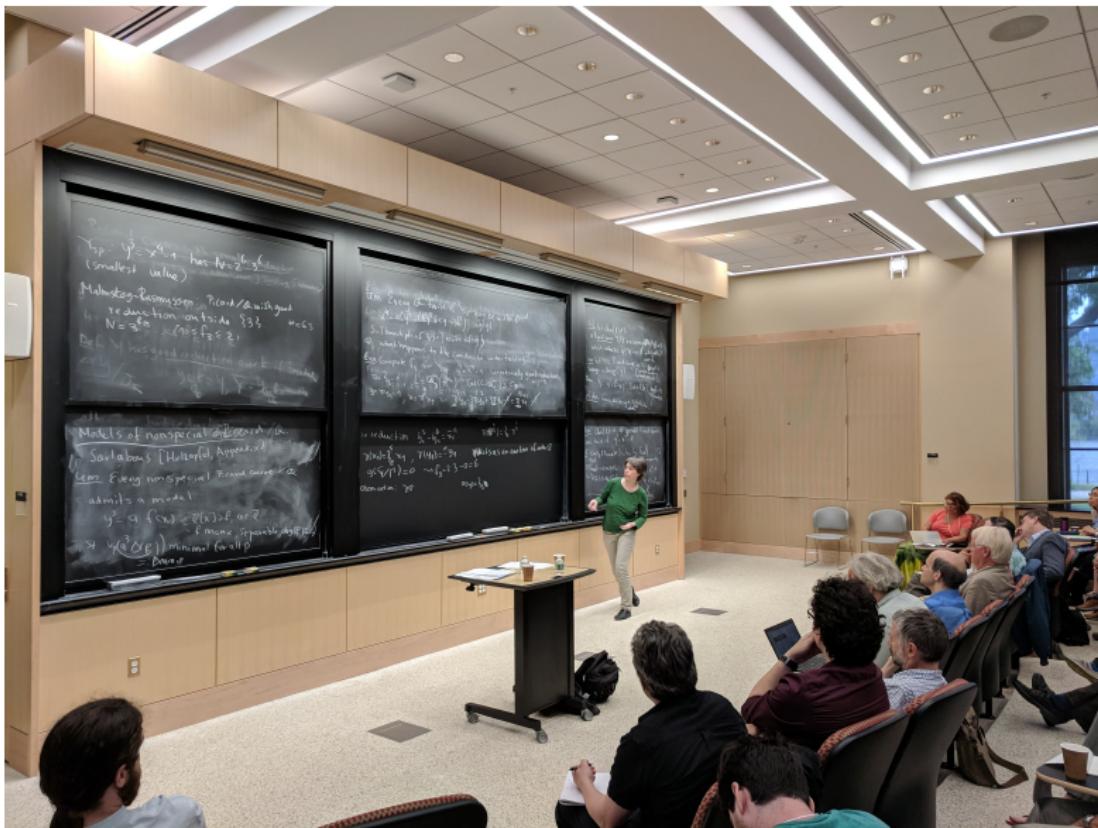


# Die wundersame Welt der unendlich großen Zahlen

Gymnasium Königsbrunn  
Abend der Mathematik  
2. Juli 2019



Ingo Blechschmidt  
Università di Verona



Fragen sind während des gesamten Vortrags willkommen.  
Bitte keinesfalls bis zum Ende aufsparen.  
Vielen Dank dafür! ♡

# Teil I

## Ordinalzahlen messen Anordnung



# Teil I

## Ordinalzahlen messen Anordnung



# Was nun?

- Wozu sind unendlich große Zahlen gut?  
Herkulas Kampf gegen die Hydra
- Eine andere Geschmacksrichtung von Unendlichkeit und unkennbare Antworten
- Ein transfinites Spiel, das ihr verlieren werdet

# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl



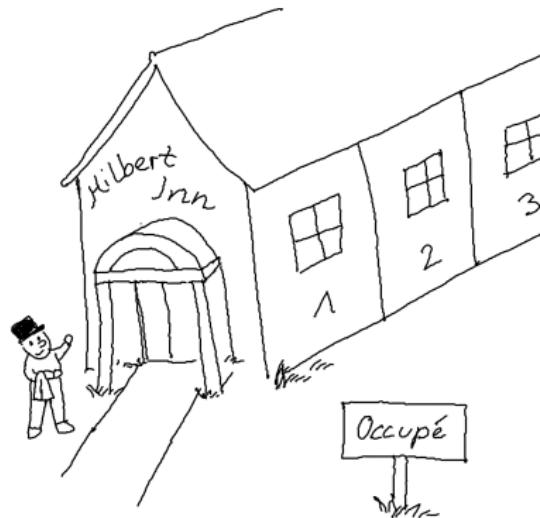
David Hilbert  
\* 1862  
† 1943



Emmy Noether  
\* 1882  
† 1935

# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl

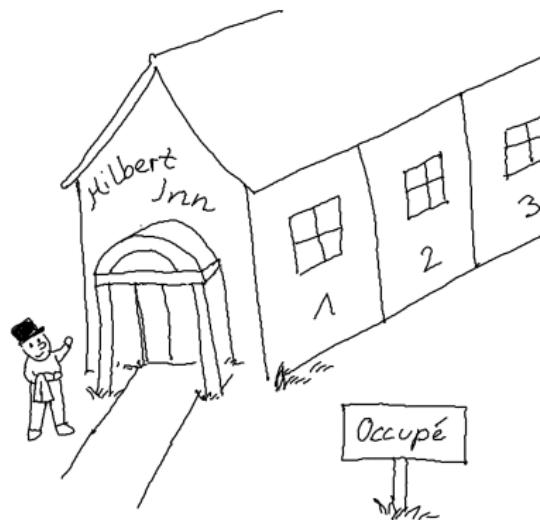


# Teil II

## Kardinalzahlen

messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche  
Zahlen: 1, 2, 3, ...

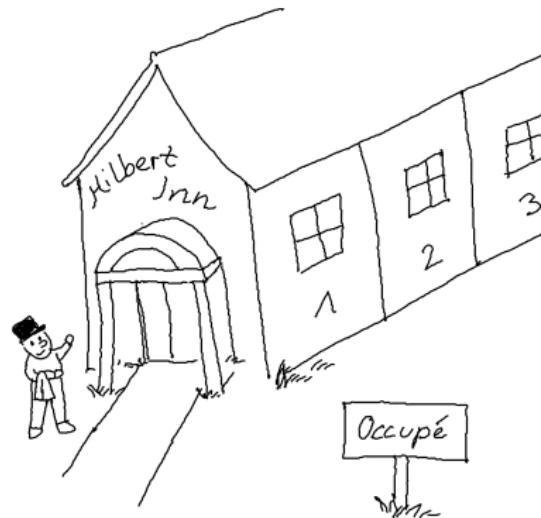


# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche Zahlen: 1, 2, 3, ...

$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$



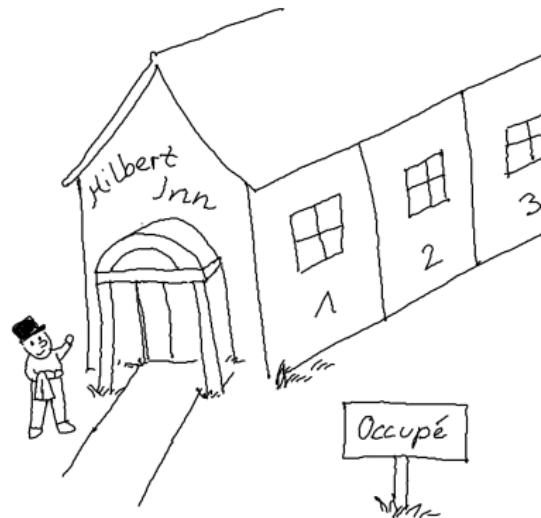
# Teil II

## Kardinalzahlen messen Anzahl

Es gibt  $\aleph_0$  viele natürliche Zahlen: 1, 2, 3, ...

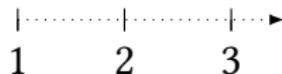
$$\aleph_0 + 1 = \aleph_0$$

$$\aleph_0 \cdot \aleph_0 = \aleph_0$$



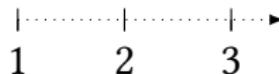
# Größen wichtiger Mengen

- Es gibt  $\aleph_0$  viele **natürliche Zahlen**.

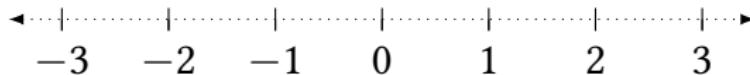


# Größen wichtiger Mengen

- Es gibt  $\aleph_0$  viele **natürliche Zahlen**.

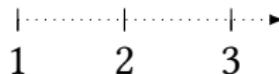


- Es gibt auch nur  $\aleph_0$  viele **ganze Zahlen**.

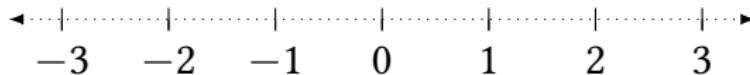


# Größen wichtiger Mengen

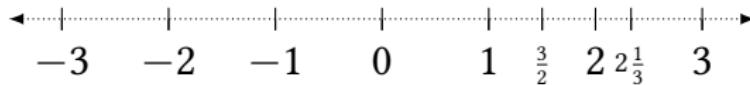
- Es gibt  $\aleph_0$  viele **natürliche Zahlen**.



- Es gibt auch nur  $\aleph_0$  viele **ganze Zahlen**.

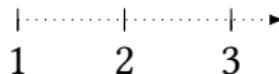


- Ebenso gibt es nur  $\aleph_0$  viele **rationale Zahlen**.

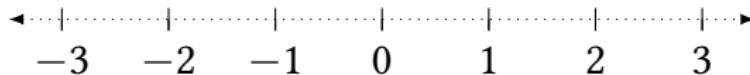


# Größen wichtiger Mengen

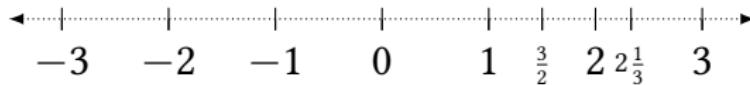
- Es gibt  $\aleph_0$  viele **natürliche Zahlen**.



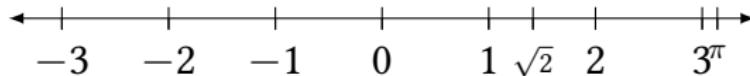
- Es gibt auch nur  $\aleph_0$  viele **ganze Zahlen**.



- Ebenso gibt es nur  $\aleph_0$  viele **rationale Zahlen**.

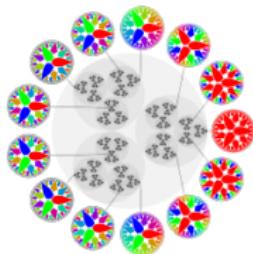


- Aber es gibt **mehr** reelle Zahlen:  $\mathfrak{c}$  viele.

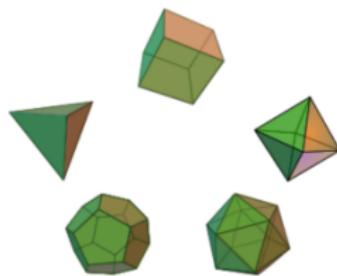


# Teil III

## Erkenntnistheorie



„Es gibt unendlich  
viele Primzahlen.“

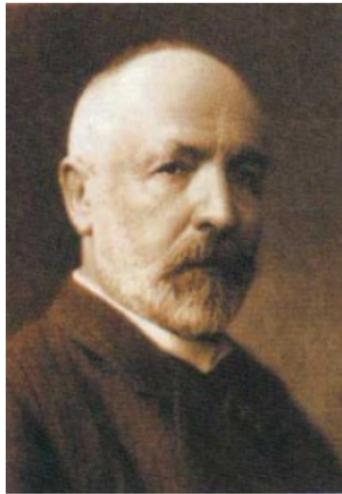


„Es gibt nur fünf  
platonische Körper.“



„Der goldene Schnitt ist  
die irrationalste Zahl.“

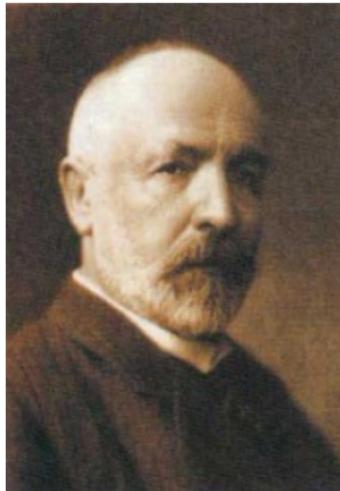
# Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)

Gibt es eine  
Zwischenstufe  
zwischen  $\aleph_0$  und  $\mathfrak{c}$ ?

# Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)

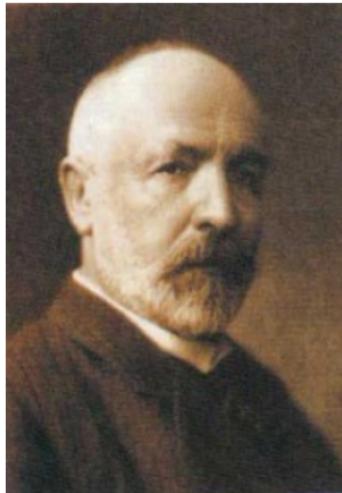


Kurt Gödel (\* 1906, † 1978)

Gibt es eine  
Zwischenstufe  
zwischen  $\aleph_0$  und  $\mathfrak{c}$ ?

Es gibt keinen  
Beweis, dass es eine  
Zwischenstufe gibt.

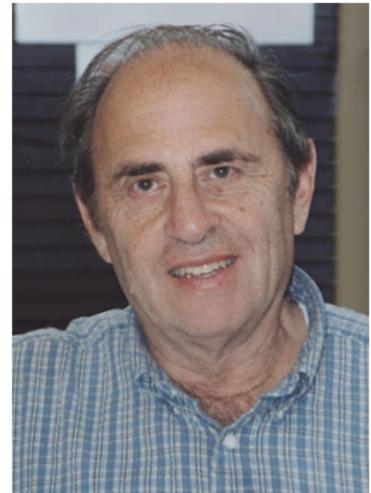
# Die Kontinuumshypothese



Georg Cantor (\* 1845, † 1918)



Kurt Gödel (\* 1906, † 1978)



Paul Cohen (\* 1934, † 2007)

Gibt es eine  
Zwischenstufe  
zwischen  $\aleph_0$  und  $\mathfrak{c}$ ?

Es gibt keinen  
Beweis, dass es eine  
Zwischenstufe gibt.

Es gibt keinen  
Beweis, dass es keine  
Zwischenstufe gibt.

# Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung.  $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl.  $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar ist.

# Abschluss

- Ordinalzahlen messen Anordnung.  $\omega + 1 > \omega$
- Kardinalzahlen messen Anzahl.  $\aleph_0 + 1 = \aleph_0$
- Es gibt mathematische Fragen, deren Antwort bewiesenermaßen dauerhaft unkennbar ist.

**Mathecamp vom 17. bis 25. August in Violau**

