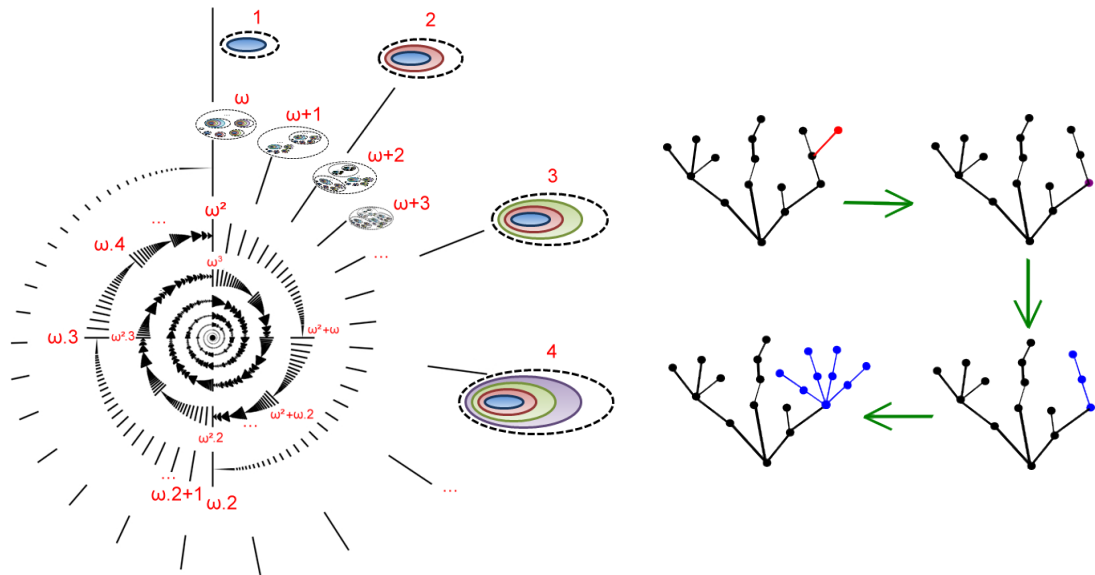


Übungsblatt 0 zu Modellkategorien



Aufgabe 1. Einbettungen in die rationalen Zahlen

Sei α eine abzählbare Ordinalzahl, d. h. sei die Menge $M := \{\beta \mid \beta < \alpha\}$ abzählbar. Bette M monoton in die rationalen Zahlen ein! Wie sieht das konkret bei $\alpha = \omega$, $\alpha = \omega \cdot 2$ und $\alpha = \omega^2$ aus?

Aufgabe 2. Herkules vs. Hydra

Immer, wenn Herkules einen Kopf der Hydra abtrennt, passiert folgendes: Der Teil der Hydra ab dem jeweiligen Mutterkopf vervielfältigt sich eine gewisse endliche Anzahl von Malen (siehe Skizze). Es wächst nur dann nichts nach, wenn der abgetrennte Kopf direkt an der Wurzel lebte. Kannst du Herkules helfen, diesen ungleichen Kampf zu bestehen?

Aufgabe 3. Freiheit aller Vektorräume

Sei V ein Vektorraum. Nach dem Wohlordnungssatz steht V in Bijektion zu der Menge aller Vorgänger einer gewissen Ordinalzahl α . Zeige, dass die Menge derjenigen Vektoren, die nicht im Spann ihrer Vorgänger liegen, eine Basis von V ist.

