Guide zu Übungsblatt 13

Bei **Aufgabe 2** kann man, ohne an Gehalt zu verlieren, auch einfach mit simplizialen abelschen Gruppen und Kettenkomplexen von abelschen Gruppen statt simplizialen R-Moduln und Kettenkomplexen von R-Moduln arbeiten. Was ist eigentlich ein simplizialer R-Modul oder eine simpliziale abelsche Gruppe? Das ist nichts anderes als eine gewöhnliche simpliziale Menge X, deren Simplexmengen X_n aber alle die Struktur eines R-Moduls bzw. einer simplizialen Menge tragen und sodass die Abbildungen $X(\varphi) : X_m \to X_n$ für $\varphi : [n] \to [m]$ alle R-linear bzw. Gruppenhomomorphismen sind.

Explizit ist der Unterkomplex $DX_\bullet$ durch

$$(DX)_n = \sum_{i=0}^{n-1} \operatorname{im}(X(\sigma^i) : X_{n-1} \to X_n)$$

gegeben. Dabei ist $\sigma^i : [n] \to [n-1]$ diejenige eindeutig bestimmte monotone Surjektion, die den Wert i zweimal annimmt. In der Angabe kommt auch ∂^i vor; das ist die eindeutig bestimmte Injektion ∂^i, die i nicht im Bild hat.

Für **Teilaufgabe b) von Aufgabe 2** musst du das so genau aber gar nicht wissen. Ich verspreche dir, dass $N(\Delta[n])$ (isomorph zu) einem Komplex ist, der in Grad n einfach durch den freien R-Modul auf der Menge der nichtdegenerierten Simplizes von $\Delta[n]$ gegeben ist. Das ist also der ganz gewöhnliche Komplex, wie man ihn in einer Vorlesung über algebraische Topologie zur Berechnung der simplizialen Homologie von $\Delta[n]$ verwendet.

In **Aufgabe 3** sollen die Ringe R und S kommutativ sein.

In **Aufgabe 4** soll der Wert der Linksableitung des Funktors

$$\mathrm{Ch}_{\geq 0}(k[x,y]) \longrightarrow \mathrm{Ch}_{\geq 0}(k[x,y]),\ V_\bullet \longmapsto k[x,y]/(f) \otimes_{k[x,y]} V_\bullet$$

auf dem Objekt $k[x,y]/(g)$ (aufgefasst als in Grad 0 konzentrierter Komplex) bestimmt werden. Quelle und Ziel seien mit der projektiven Modellstruktur versehen.