Guide zu Übungsblatt 4

Hier eine Präzisierung bzw. ein Tipp zu **Aufgabe 1**. In der Rückrichtung hat man eine Rechts-Kan-Erweiterung $(F,\, \varepsilon : FG \Rightarrow \mathrm{Id}_{\mathcal{M}})$ gegeben und muss daraus eine Adjunktion $F \dashv G$ basteln. Das dafür nötige ε hat man ja bereits gegeben. Wie konstruiert man η? Wie weist man die Dreiecksidentitäten nach?

Bei der Hinrichtung hat man eine Adjunktion $(F \dashv G, \eta, \varepsilon)$ gegeben und muss aus F eine Rechts-Kan-Erweiterung von $\mathrm{Id}_{\mathcal{M}}$ längs G machen. Außerdem muss man zeigen, dass G diese Erweiterung bewahrt. Man kann sogar zeigen, dass *jeder* Funktor H, der bei $\mathcal{M}$ startet, diese Erweiterung bewahrt – das ist genauso schwer und spart sogar noch Schreibaufwand, da man im Spezialfall $H = \mathrm{Id}_{\mathcal{M}}$ das Resultat mitbeweist, dass F selbst eine Rechts-Kan-Erweiterung ist.

Zur Erinnerung: Man sagt genau dann, dass ein Funktor $H : \mathcal{A} \to \mathcal{B}$ eine Rechts-Kan-Erweiterung $(R,\, \varepsilon : RK \Rightarrow T)$ von $T : \mathcal{M} \to \mathcal{A}$ längs $K : \mathcal{M} \to \mathcal{C}$ erhält, wenn $(HR,\, H\varepsilon : HRK \Rightarrow T)$ eine Rechts-Kan-Erweiterung von HT längs K ist.

Das Tensorprodukt von Funktoren in **Aufgabe 2** ist wie folgt definiert. Sei $G : \mathcal{C}^{\mathrm{op}} \to \mathrm{Set}$ und $F : \mathcal{C} \to \mathrm{Set}$. Dann ist $G \otimes F$ ein Objekt von Set, und zwar das Koende

$$G \otimes F := \int^{c} G(c) \times F(c).$$