Guide zu Übungsblatt 11

In **Aufgabe 1** heißen zwei Diagramme $X \leftarrow A \rightarrow Y$ und $X' \leftarrow A' \rightarrow Y'$ genau dann zueinander schwach äquivalent, wenn es ein kommutatives Diagramm der Form

$$\begin{tikzcd} X & A \arrow[l] \arrow[r] \arrow[d] & Y \arrow[d] \\ X' \arrow[from=u] & A' \arrow[l] \arrow[r] & Y' \end{tikzcd}$$

gibt, in dem die vertikalen Morphismen schwache Äquivalenzen sind.

Verwende bei **Aufgabe 1a)** als Definition von „schwache Äquivalenz" einfach „Homotopieäquivalenz". (Oder „schwache Homotopieäquivalenz", der Unterschied spielt für diese Teilaufgabe keine Rolle.) Ein Tipp: Denke an die beiden Hälften eines Überraschungseis!

Stresst euch bei **Aufgabe 1a)** nicht zu sehr mit den mehreren Schichten von Definitionen! Die nichtdegenerierten Simplizes von $\Delta[1]$ sind zum Beispiel (in kurzer praktischer Notation) $[0]$, $[1]$ und $[0,1]$. Die Ordnung ist so, dass $[0]$ und $[1]$ unvergleichbar sind und dass beide kleiner als $[0,1]$ sind. Die nichtdegenerierten Simplizes von $\Delta[2]$ sind

$$[0], \quad [1], \quad [2], \quad [0,1], \quad [0,2], \quad [1,2], \quad [0,1,2].$$

Die Behauptung bei **Aufgabe 2c)** ist präzise ausformuliert folgende. Ist irgendein Morphismus $\Lambda^i[n] \to \mathrm{Ex}(X)$ gegeben, so existiert ein Morphismus $\Delta[n] \to \mathrm{Ex}^2(X)$, sodass das Diagramm

$$\begin{tikzcd} \Lambda^i[n] \arrow[r] \arrow[d, hook] & \mathrm{Ex}(X) \arrow[d, "j_{\mathrm{Ex}(X)}"] \\ \Delta[n] \arrow[r, dashed] & \mathrm{Ex}^2(X) \end{tikzcd}$$

kommutiert. Mit „$\mathrm{Ex}^2(X)$" ist $\mathrm{Ex}(\mathrm{Ex}(X))$ gemeint.

Verwende bei **Aufgabe 3** folgendes Lemma (ohne Beweis): Eine Kan-Faserung ist genau dann trivial, wenn sie eine schwache Äquivalenz ist. Wir wissen auch schon, dass anodyne Erweiterungen schwache Äquivalenzen sind. Es ist also nur noch die Rückrichtung zu zeigen.