

Übungsblatt 6 zu Modellkategorien

Aufgabe 1. Morphismen zwischen fasernden Approximationen

Seien X und X' Objekte einer Modellkategorie. Wähle fasernde Approximationen $r : X \rightarrow RX$ und $r' : X' \rightarrow RX'$. Seien f und g Morphismen $X \rightarrow X'$. Zeige: Wenn $r' \circ f$ und $r' \circ g$ zueinander rechtshomotop sind, so sind auch die induzierten Morphismen $Rf, Rg : RX \rightarrow RX'$ zueinander rechtshomotop.

Aufgabe 2. Ein Kriterium für Identifizierung rechtshomotoper Morphismen

Sei \mathcal{M} eine Modellkategorie und \mathcal{C} eine beliebige Kategorie. Sei $F : \mathcal{M}_c \rightarrow \mathcal{C}$ ein Funktor, der auf der vollen Unterkategorie der kofasernden Objekte definiert ist und azyklische Kofaserungen auf Isomorphismen schickt. Zeige, dass F rechtshomotope Morphismen identifiziert.

Aufgabe 3. Eigenschaften von Scheiben- und Koscheibenkategorien

Sei M eine Modellkategorie. Sei A ein Objekt von M . Zeige:

- a) Ist M links-eigentlich, so auch M/A .
- b) Ist M kofasernd erzeugt, so auch M/A .
- c) Ist M kompakt erzeugt, so auch M/A .

