

Guide zu Übungsblatt 12

Bei **Aufgabe 3** kommen *punktierte Mengen* vor. Eine punktierte Menge ist nichts anderes als eine gewöhnliche Menge, bei der ein Element als „Basispunkt“ besonders ausgezeichnet ist. Die Homotopiegruppen $\pi_n(X, x)$ werden konventionsgemäß durch die Festlegung der konstanten Abbildung $\Delta[n]/\partial\Delta[n] \rightarrow X$ mit Wert x als Basispunkt zu punktierten Mengen. Eine Sequenz $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$ punktierter Mengen heißt genau dann exakt, wenn $\text{im } f = \ker g$; dabei ist $\ker g := \{b \in B \mid g(b) = (\text{Basispunkt von } C)\}$.

Außerdem kommt bei Aufgabe 3 die *Faser* von p über x vor. Diese ist über das folgende Pullbackdiagramm definiert:

$$\begin{array}{ccc} F & \longrightarrow & E \\ \downarrow & & \downarrow \\ 1 & \longrightarrow & X \end{array}$$

Dabei ist 1 die terminale simpliziale Menge, also $\Delta[0]$, und $1 \rightarrow X$ ist die Abbildung, die den einzigen Punkt von 1 auf x schickt.

Bei Aufgabe 5 ist ein ähnliches Pullbackdiagramm relevant, um $p^{-1}[A]$ zu definieren:

$$\begin{array}{ccc} p^{-1}[A] & \longrightarrow & E \\ \downarrow & & \downarrow \\ A & \longrightarrow & X \end{array}$$