Übungsblatt 4 zu Modellkategorien

Aufgabe 1. Adjunktionen als Kan-Erweiterungen

Sei $G: \mathcal{M} \to \mathcal{C}$ ein Funktor (oder ein Morphismus in einer beliebigen 2-Kategorie). Zeige, dass G genau dann einen Linksadjungierten besitzt, wenn eine Rechts-Kan-Erweiterung von $\mathrm{Id}_{\mathcal{M}}$ längs G existiert und G diese bewahrt.

Aufgabe 2. Hom als Delta-Distribution

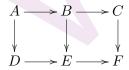
Sei $F: \mathcal{C}^{op} \to \text{Set}$ eine Prägarbe und $c \in \mathcal{C}$. Zeige: $\text{Hom}_{\mathcal{C}}(\underline{\ \ }, c) \otimes F = F(c)$.

Aufgabe 3. Retrakte in Modulkategorien

Sei $i:U\hookrightarrow M$ die Inklusion eines Untermoduls. Zeige: Genau dann ist U ein direkter Summand von M, wenn i ein Linksinverses besitzt.

Aufgabe 4. Komposition von Pushout-Quadraten

Zeige: Sind das linke und rechte Quadrat jeweils Pushout-Diagramme, so ist auch das Gesamtrechteck ein Pushout-Diagramm.



Fehlt noch: Beweise aus der Vorlesung ...





That cat won't mess with me anymore.