

Theorem (Kirchberger', 8.2).

Seien P und Q nichtleere, kompakte Teilmengen von E^n .

Dann sind P und Q genau dann durch eine Sphäre streng trennbar, wenn für jede Menge $T \subset E^n$ mit höchstens $n + 3$ Punkten die Mengen $P \cap T$ und $Q \cap T$ durch eine Sphäre streng trennbar sind.

Theorem (9.5).

Seien P und Q nichtleere, kompakte Teilmengen von E^n .

Angenommen, für $1 \leq k \leq n$ kann jede Teilmenge von Q mit höchstens k Punkten streng von P mit einer Hyperebene getrennt werden. Dann gibt es zu jedem k -Zylinder $Z_1 = (\text{conv}P) + F_1$ einen $(k-1)$ -Zylinder $Z_2 = (\text{conv}P) + F_2$ mit $Z_2 \subset Z_1$ und $Z_2 \cap Q = \emptyset$.

Lemma (9.4).

Sei $S = S_1(0)$ die Einheitssphäre um den Nullpunkt im E^n und $F = \{A_i \mid i \in I\}$ eine Familie von kompakten, stark konvexen Teilmengen von S . Angenommen, je n (oder weniger) Elemente von F haben einen Punkt gemeinsam. Dann gibt es ein Paar von antipodalen Punkten $\{p, -p\}$, sodass $\{p, -p\} \cap A_i \neq \emptyset$ für alle $i \in I$.

Theorem (10.2).

Seien P und Q nichtleere, kompakte Teilmengen von E^n ($n \geq 2$).

Dann sind für eine Basis β von E^n äquivalent:

- (a) Es gibt eine β -Box B , sodass $P \subset B$ und $Q \cap B = \emptyset$.
- (b) Für jede Teilmenge $S \subset P \cup Q$ mit maximal $n+1$ Punkten gibt es eine β -Box B_S , sodass $(P \cap S) \subset B_S$ und $(Q \cap S) \cap B_S = \emptyset$.
- (c) Für jede Teilmenge $T \subset P$ mit maximal n Punkten ist die minimale β -Box B_T , die T enthält, disjunkt von Q , also $B_T \cap Q = \emptyset$.