## PHYSIKALISCHES GRUNDPRAKTKUM II

# E-Block

Markus Fenske <iblue@zedat.fu-berlin.de></iblue@zedat.fu-berlin.de>					Versuchstage: 17. Dezember 20							
Tutor: Andreas Maier								14.	Ja	ınua	r 2	015,
								21.	Ja	ınua	r 2	015,
								28.	Ja	nua	r 2	015
Inhaltsverzeichnis												
1	Ohn	nscher									3	
	1.1	Kirchh	offsche Regeln									3
		1.1.1	Knotenregel						•			3
		1.1.2	Maschenregel									4
	1.2	Ohmsc	he Widerstände									6
		1.2.1	Reihenschaltung									6
		1.2.2	Parallelschaltung									7
	1.3	Nicht-0	Ohmsche Widerstände									8
	1.4	Messge	räte						•			9
		1.4.1	Amperemeter						•			9
		1.4.2	Voltmeter						•			9
	1.5	Strom	und Spannungsquelle						•			10
	1.6	Strom-	und Spannungsrichtige Messung						•			10
		1.6.1	Stromrichtige Messung						٠			11
		1.6.2	Spannungsrichtige Messung						•			12
	1.7	Potent	iometer						•			13
	1.8	Spanni	ıngsteiler						•			13
		1.8.1	Belasteter Spannungsteiler						•			14
	1.9	Stromt	eiler						•			16
	1.10	Wheat	stonesche Brückenschaltung						•			16
	1.11	Aufgab	oen						•			17
2	Wed	hselstr	omwiderstände									18
	2.1	Spule i	ınd Induktivität									18

7	Mes	ssprotokolle und im Praktikum angefertigte Plots	52						
6	Plot	ts	45						
	5.4	Transistor	43						
	5.3	Diode	42						
	5.2	Lade-/Entladekurve des Kondensators	40						
	5.1	Aufgaben	40						
5	Auswertung								
	4.2	Aufgaben	39						
		4.1.3 Verstärkerschaltung	38						
		4.1.2 Kennlinienfeld	36						
		4.1.1 Aufbau	36						
	4.1	Theoretische Grundlagen	36						
4	Transistor								
		3.2.2 Graetzschaltung	34						
		3.2.1 Einfacher Gleichrichter	34						
	3.2	Elektrotechnische Betrachtungen	33						
		3.1.4 Shockley-Gleichung	32						
		3.1.3 Betrieb in Durchlassrichtung	32						
		3.1.2 Betrieb in Sperrrichtung	32						
		3.1.1 Aufbau	30						
	3.1	Halbleiterdiode	30						
3	Dio	de	30						
	2.8	Aufgaben	29						
		2.7.3 Bandpass	28						
		2.7.2 Tiefpass	27						
		2.7.1 Hochpass	26						
	2.7	Filter	25						
	2.6	Impedanz	25						
	2.5	Wechselstromkreise	23						
	2.4	Auf- und Entladekurve des Kondensators	21						
	2.3	Kondensator	20						
	2.2	Kirchhoffsche Regeln	18						

#### 1 Ohmscher Widerstand

Ziel des Versuches ist die Untersuchung von (ohmschen und nicht-ohmschen) Widerständen und daraus aufgebauten Schaltungen. Dabei behandeln wir die Widerstandskennlinie, Strom- und Spannungsteiler (belastet und unbelastet), Innenwiderstände von Messgeräten und darauf aufbauend die strom- und spannungsrichtige Messung.

#### 1.1 Kirchhoffsche Regeln

In der elektrischen Schaltungstechnik verwendet man die Kirchhoffschen Regeln, um den Zusammenhang zwischen mehreren elektrischen Strömen bzw. mehreren elektrischen Spannungen zu beschreiben. Sie bestehen aus zwei grundlegenden Sätzen, die im Folgenden beschrieben werden sollen.

#### 1.1.1 Knotenregel

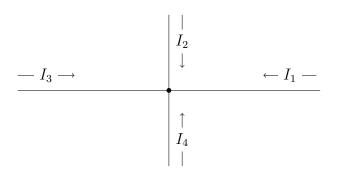


Abbildung 1: Knotenregel

Betrachten wir einen beliebigen Knoten innerhalb einer elektrischen Schaltung, also einen Punkt in dem mehrere Leitungen elektrisch verbunden sind, so ist klar, dass in diesem Punkt keine Ladung gespeichert werden kann. Aufgrund der Ladungserhaltung muss also zufließende Ladung wieder abfließen. Den Fluss von Ladungen definiert man als elektrischen Strom

$$I := \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \tag{1}$$

Soll der Zufluss von Ladungen also dem Abfluss von Ladungen entsprechend, muss die Summe aller Ströme  $I_1, I_2, \ldots, I_n$  in den Knoten hinein und aus dem Knoten herraus verschwinden.

$$\sum_{n=1}^{k} I_n = 0 \tag{2}$$

Diese Erkenntnis bezeichnet man als Knotensatz oder auch 1. Kirchhoffsches Gesetz.

Es gilt natürlich nur für Knoten, die elektrisch neutral bleiben. Wird zum Beispiel ein Kondensator benutzt, so werden die Ladungen auf der Kondensatorplatte gespeichert. Betrachtet man also nur eine Kondensatorplatte, so muss zusätzlich der Verschiebungsstrom berücksichtigt werden. Da wir in diesem Versuch nicht mit Kondensatoren oder Spulen arbeiten, sondern nur statische Fälle betrachten, kann dies unberücksichtigt bleiben.

#### 1.1.2 Maschenregel

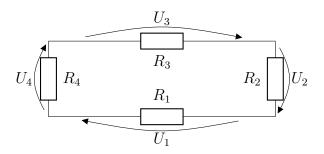


Abbildung 2: Maschenregel

Die 3. Maxwellsche Gleichung stellt den Zusammengang her zwischen der Änderung des magnetischen Flusses durch eine Fläche A und der elektrischen Zirkulation auf dem Rand  $\partial A$  dieser Fläche. Sie lautet in Integralschreibweise

$$\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\iint_{A} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{A}$$
(3)

Bei Betrachtungen elektrischer Schaltkreise mit zeitlich konstanten Strömen existieren keine zeitlich variablen Magnetfelder, also folgt:

$$\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \tag{4}$$

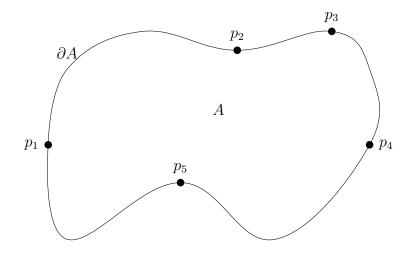


Abbildung 3: Aufteilung des Ringintegrals in Teilstücke

Das Ringintegral lässt sich aufteilen in n Pfade zwischen jeweils zwei Punkten. Dabei seien  $p_i$  Punkte auf der Randkurve  $\partial A$  und  $[p_i, p_{i+1}]$  ein Pfad zwischen zwei Punkten, dann gilt

$$\partial A = [p_1, p_2] \cup [p_2, p_3] \cup \dots \cup [p_{n-1}, p_n] \cup [p_n, p_1]$$
(5)

Damit wird das Integral zu

$$\int_{p_1}^{p_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{p_2}^{p_3} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \dots + \int_{p_{n-1}}^{p_n} \vec{E} \cdot d\vec{s} + \int_{p_n}^{p_1} \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$$
 (6)

Die elektrische Spannung zwischen zwei Punkten A und B ist definiert durch

$$U_{AB} = \int_{A}^{B} \vec{E} \cdot d\vec{s} \tag{7}$$

Somit

$$\underbrace{U_{p_1p_2}}_{=:U_1} + \underbrace{U_{p_2p_3}}_{=:U_2} + \dots + \underbrace{U_{p_{n-1}p_n}}_{=:U_{n-1}} + \underbrace{U_{p_np_1}}_{=:U_n} = 0 \tag{8}$$

Das bedeutet die Summe der Spannungen innerhalb einer Masche verschwindet.

$$\sum_{n=1}^{k} U_n = 0 \tag{9}$$

Diese Regel ist bekannt als 2. Kirchhoffsches Gesetz oder als Maschenregel.

Sie gilt nur für zeitlich konstante Magnetfelder. Werden Spulen oder Kondensatoren eingesetzt, kann nur der statische Fall betrachtet werden. Es gibt jedoch Korrekturen für Wechselströme (komplexe Wechselstromrechnung). Diese sind jedoch für diesen Versuch nicht relevant und werden daher nicht betrachtet.

#### 1.2 Ohmsche Widerstände

Der elektrische Widerstand R ist in der Elektrotechnik ein Maß dafür, welche Spannung U notwendig ist, um einen bestimmten Strom I durch einen Leiter fließen zu lassen. Er ist definiert durch das  $Ohmsche\ Gesetz$ 

$$R = \frac{U}{I} \tag{10}$$

Wenn R unabhängig von Strom und Spannung ist (also R = const.), spricht man von einem *ohmschen Widerstand*.

Im Folgenden wollen wir einfache Schaltungen aus mehreren ohmschen Widerständen betrachten, um deren effektiven Gesamtwiderstand zu berechnen.

#### 1.2.1 Reihenschaltung

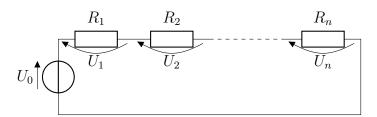


Abbildung 4: Reihenschaltung von Widerständen

Wenn n Widerstände  $R_1, \ldots, R_n$  in Reihe geschaltet sind (siehe Abbildung), fällt über jedem eine bestimmte Spannung  $U_i$  ab.

Gemäß der Maschenregel folgt sofort, dass die Summe der abfallenden Spannungen gleich der Summe der von der Spannungsquelle erzeugten Spannung sein muss.

$$\sum_{i=1}^{n} U_i = U_0 \tag{11}$$

Wenn wir das Ohmsche Gesetz für jeden Widerstand einsetzen, erhalten wir sofort

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = U_0 \tag{12}$$

Aus der Knotenregel wird klar, dass alle Ströme durch die Widerstände gleich sein müssen, also  $I_i =: I_0$ . Wir können diesen Term vor die Summe ziehen.

$$I_0 \sum_{i=1}^{n} R_i = U_0 \tag{13}$$

Durch Umstellen ergibt sich

$$\frac{U_0}{I_0} = \sum_{i=1}^{n} R_i \tag{14}$$

Die linke Seite hat die Dimension eines Widerstandes (ohmsches Gesetz), also schreiben wir dafür  $R_{\rm ges}=\frac{U_0}{I_0}$  und erhalten

$$R_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^{n} R_i \tag{15}$$

In einer Reihenschaltung ergibt sich also der effektive Gesamtwiderstand durch Addition der einzelnen Widerstände.

#### 1.2.2 Parallelschaltung

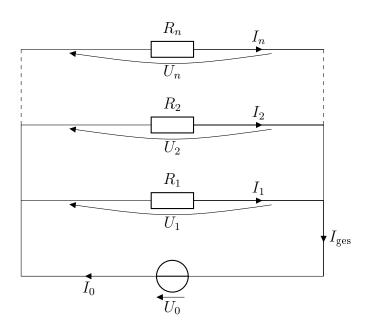


Abbildung 5: Parallelschaltung

Wenn n Widerstände  $R_1, R_2, \ldots, R_n$  parallel geschaltet werden (siehe Abbildung), teilen sich die Ströme aufgrund der Knotenregel auf. Fließt durch die Spannungsquelle der Strom  $I_0$ , gilt folglich

$$I_0 = \sum_{i=1}^n I_i \tag{16}$$

Durch Einsetzen des umgestellten ohmschen Gesetzes  $I=\frac{U}{R}$  erhält man

$$I_0 = \sum_{i=1}^n \frac{U_i}{R_i} \tag{17}$$

In dieser Schaltung kann man jeden Kreis von Stromquelle und Widerstand mit der Maschenregel betrachten, also sind alle Spannungen an den Widerständen gleich.

$$U_i = U_0 \quad \text{für alle} \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{18}$$

Somit erhält man

$$I_0 = U_0 \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \tag{19}$$

Durch Umstellen

$$\frac{I_0}{U_0} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \tag{20}$$

Anhand des Ohmschen Gesetzes sieht man, dass die linke Seite dem inversen Widerstand entspricht. Der Gesamtwiderstand ist also

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} \tag{21}$$

#### 1.3 Nicht-Ohmsche Widerstände

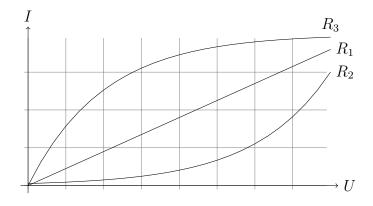


Abbildung 6: Kennlinien von Widerständen

Wenn R = const. spricht man von einem Ohmschen Widerstand. Allerdings muss dies nicht zwangsläufig der Fall sein. Widerstände können eine Abhängigkeit von Strom und Spannung zeigen, so dass die Kennlinie nichtlinear wird. In der obigen Abbildung ist nur  $R_1$  ein Ohmscher Widerstand. Die anderen beiden zeigen ein nichtlineares Verhalten und sind somit keine Ohmschen Widerstände. Jeder in der Technik benutze Widerstand zeigt ein gewisses nichtlineares Verhalten, z.B. durch Erwärmung. Der Ohmsche Widerstand ist ein Idealbild, das in erster Näherung gilt.

#### 1.4 Messgeräte

Um Ströme und Spannungen zu Messen, benutzt man Messgeräte. Das Messgerät für die Strommessung nennt man Amperemeter, das Gerät für die Spannungsmessung Voltmeter.

#### 1.4.1 Amperemeter

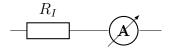


Abbildung 7: Ersatzschaltbild für das Amperemeter

Um den Strom an einer bestimmten Stelle zu messen, wird ein Amperemeter in Reihe geschaltet. Es zeigt den Stromfluss durch sich selbst an. Um den Schaltkreis durch die Messung nicht zu beeinträchtigen hat das ideale Amperemeter dabei den Widerstand R = 0. Dies ist technisch nicht möglich, so dass auch ein gutes Amperemeter über einen Innenwiderstand verfügt.

Im Schaltbild stellt man das reale Amperemeterdurch ein ideales Amperemeter und einen Innenwiderstand  $R_I$  dar (sog. Ersatzschaltbild, siehe Abbildung).

#### 1.4.2 Voltmeter

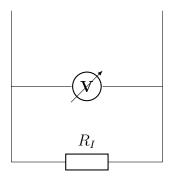


Abbildung 8: Ersatzschaltbild für das Voltmeter

Um die Spannung an einer Stelle zu messen, wird ein Voltmeter parallel geschaltet. Es zeigt die Potentialdifferenz an zwei Stellen an. Um die Messung nicht zu beinträchtigen hat das ideale Amperemeter dabei einen unendlich großen Innenwiderstand  $R_I \to \infty$ . Technisch ist dies leider nicht möglich, so dass auch das Voltmeter durch ein Ersatzschaltbild dargestellt wird. Es besteht aus einem idealen Voltmeter und einem Innenwiderstand  $R_I$  (siehe oben).

#### 1.5 Strom und Spannungsquelle

In der Elektrotechnik unterscheidet man zwischen Strom- und Spannungsquellen. Die ideale Spannungsquelle erhält unabhängig vom Stromverbrauch eine feste Spannung aufrecht, während die ideale Stromquelle unabhängig von der Spannung einen konstanten Strom liefert.

Da wir im Versuch nur mit Spannungsquellen arbeiten, ignorieren wir die Stromquellen im Folgenden. Damit die ideale Spannungsquelle auch bei hohen Strömen die Spannung aufrecht erhalten kann, verfügt sie über einen verschwindend geringen Innenwiderstand. In der Praxis ist dieser jedoch vorhanden, was bei hohen Strömen zu einem Spannungseinbruch führt. Im Fall stabilisierter Netzgeräte bei geringen Strömen ist dieser Effekt jedoch völlig vernachlässigbar, so dass wir nicht weiter darauf eingehen wollen, da er experimentell nicht relevant ist.

#### 1.6 Strom- und Spannungsrichtige Messung

Wird eine Spannung und gleichzeitig ein Strom gemessen, führen die nichtidealen Messgeräte zu einer Verfälschung der Messung. Nur eine der beiden Größen können korrekt gemessen werden. Dies führt zu zwei möglichen Schaltungsarten.

#### 1.6.1 Stromrichtige Messung

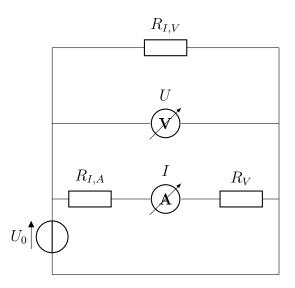


Abbildung 9: Stromrichtige Messung an einem ohmschen Verbraucher  $R_V$ 

In der Abbildung soll der Strom und die Spannung des Verbrauchers  $R_V$  gemessen werden. Bei der stromrichtigen Messung wird dazu das Voltmeter parallel zu Amperemeter und Verbraucher geschaltet. Das Amperemeter führt durch seinen Innenwiderstand zu einem Spannungsabfall, der vom Voltmeter mitgemessen wird. Der Strom durch den Verbraucher wird nicht beeinflusst. Man nennt dies daher die Stromrichtige Messung oder auch Spannungsfehlerschaltung.

Gemäß der Maschenregel gilt für die Spannung am Voltmeter

$$U_V = U_0 (22)$$

Gemäß der Knotenregel fließen durch den Innenwiderstand  $R_{I,A}$  des Amperemeters, durch das Amperemeter I und den Verbraucher  $R_V$  der selbe Strom den wir  $I_A$  nennen wollen. Gemäß Maschenregel und Ohmschen Gesetz gilt dann

$$U_0 = I_A R_{I,A} + I_A R_V (23)$$

Der gemessene Strom ist dann also

$$I_A = \frac{U_0}{R_{I,A} + R_V} \tag{24}$$

#### 1.6.2 Spannungsrichtige Messung

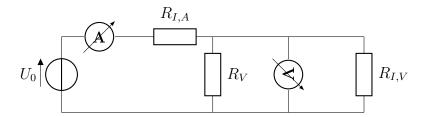


Abbildung 10: Spannungsrichtige Messung an einem Verbraucher  $R_V$ 

In der obigen Abbildung soll ebenfalls wieder der Strom und die Spannung am Verbraucher  $R_V$  gemessen werden. Diesmal wird eine Spannungsrichtige Messung benutzt. Dabei wird das Voltmeter direkt parallel zum Verbraucher geschaltet, so dass die tatsächliche Spannung durch den Verbraucher ermittelt wird. Das Amperemeter misst jedoch nicht nur den Strom durch den Verbraucher auch den Strom durch das Voltmeter.

Da der Innenwiderstand moderner Digitalvoltmeter in der Größenordnung von 10 M $\Omega$  liegt, führt die Spannungsrichtige Messung bei Verbrauchern mit kleinerem Widerstand zu keiner signifikanten Verfälschung, so dass diese Art der Messung zu bevorzugen ist.

Der Strom durch das Amperemeter entspricht dem Gesamtstrom durch die Schaltung, denn das Amperemeter ist in Reihe mit der Spannungsquelle geschaltet. Es ergibt sich nach den obigen Regeln für Parallel- und Reihenschaltung ein Gesamtwiderstand der Schaltung von

$$R = R_{I_A} + \frac{1}{\frac{1}{R_V} + \frac{1}{R_{I,V}}} \tag{25}$$

Nach Ohmschem Gesetz ist dann der gemessene Strom

$$I_A = \frac{U_0}{R_{I_A} + \frac{1}{\frac{1}{R_V} + \frac{1}{R_{I,V}}}} \tag{26}$$

Nach Maschenregel ist die gemessene Spannung die Spannung der Spannungsquelle minus der Spannung die am ersten Widerstand abfällt

$$U_V = U_0 - I_A R_{I,A} (27)$$

#### 1.7 Potentiometer

Ein Potentiometer ist ein einstellbarer Widerstand. Technisch betrachtet besteht es aus einem Widerstandsdraht bei dem ein in seiner Position veränderlicher Schleifkontakt eine Abzapfung in der Mitte bereit stellt. Des Schaltzeichen lehnt sich an diesen Aufbau an.



Abbildung 11: Schaltzeichen für das Potentiometer

Wird nur eine Seite und die Anzapfung angeschlossen, benutzt man aus stilistischen Gründen oft das Schaltzeichen für den variablen Widerstand.



Abbildung 12: Schaltzeichen für den variablen Widerstand

#### 1.8 Spannungsteiler

Mithilfe des Potentiometers kann ein Spannungsteiler aufgebaut werden. Technische Anwendungen kann man sich viele ausdenken, beispielsweise zum Dimmen von Lampen<sup>1</sup> oder zum Einstellen einer Lautstärke<sup>2</sup>.

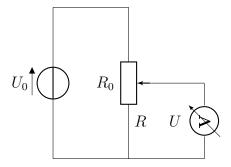


Abbildung 13: Spannungsteiler

Es sei eine Potentiometer des Gesamtwiderstands  $R_0$  mit einem Voltmeter an der Abzweigung versehen. Der Widerstand an der Abzweigung sei R (siehe Abbildung).

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Tatsächlich wird das nicht mehr gemacht. Man benutzt eine Phasenanschnittsteuerung mit Thyristorstellern, was übrigens auch das lästige Summen älterer Dimmer erklärt.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Wobei dann allerdings die Spannung benutzt wird, um den Basisstrom des Verstärkertransistors zu regulieren, nicht die Ausgangsspannung direkt.

Nach Maschenregel gilt

$$U_0 = IR_0 (28)$$

Dabei kann der Wiederstand  $R_0$  aufgeteilt werden in den oberen Teil  $R_0 - R$  und den unteren Teil R, so dass wir zwei Teilspannungen erhalten. Die untere davon ist die gemessene Teilspannung.

$$U_0 = I(R_0 - R) + \underbrace{IR}_{=U} \tag{29}$$

Somit

$$U = IR (30)$$

Das Spannungsverhältnis ist somit

$$\frac{U}{U_0} = \frac{R}{R_0} \tag{31}$$

#### 1.8.1 Belasteter Spannungsteiler

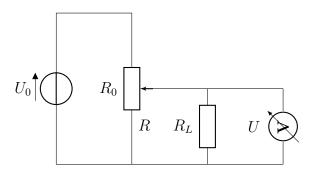


Abbildung 14: Belasteter Spannungsteiler

Beim belasteten Spannungsteiler wird zusätzlich noch ein Lastwiderstand  $R_L$  eingebracht (siehe Abbildung). Dies würde bei einem real genutzten Spannungsteiler einem ohmschen Verbraucher entsprechen.

Zur Herleitung der Formel nutzen wir den obigen Ansatz. Allerdings ist zum unteren Widerstand R nun ein Widerstand  $R_L$  parallel geschaltet, so dass der Term zu ersetzen ist

$$R \to \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_L}} \tag{32}$$

Auch in  $R_0$  ist der Term zu ersetzen

$$R_0 = (R_0 - R) + R \to \underbrace{(R_0 - R)}_{\text{Oberer Widerstand}} + \underbrace{\frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_L}}_{\text{Unterer Widerstand}}}$$
(33)

Damit ergibt sich das Spannungsverhältnis

$$\frac{U}{U_0} = \frac{\frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_L}}}{R_0 - R + \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{R_L}}}$$
(34)

$$=\frac{\frac{RR_L}{R+R_L}}{R_0 - R + \frac{RR_L}{R+R_L}}$$
(35)

$$= \frac{RR_L}{(R_0 - R)(R + R_L) + RR_L} \tag{36}$$

$$=\frac{R}{\left(\frac{R}{R_L}+1\right)(R_0-R)+R}\tag{37}$$

$$= \frac{R}{\left(\frac{R}{R_L} + 1\right)(R_0 - R) + R}$$

$$= \frac{R}{\left(\frac{R}{R_L} + 1\right)(R_0 - R) + R}$$

$$= \frac{R}{R_0 \underbrace{-R + R}_{=0} + \frac{RR_0}{R_L} - \frac{R^2}{R_L}}$$
(38)

$$=\frac{R}{R_0 + \frac{RR_0}{R_L} - \frac{R^2}{R_L}}\tag{39}$$

$$=\frac{\frac{R}{R_0}}{1+\frac{R}{R_L}-\frac{R^2}{R_L R_0}}\tag{40}$$

$$=\frac{\frac{R}{R_0}}{1+\frac{R}{R_L}\left(1-\frac{R}{R_0}\right)}\tag{41}$$

$$= \frac{\frac{R}{R_0}}{1 + \frac{R}{R_0} \left(1 - \frac{R}{R_0}\right) \frac{R_0}{R_L}} \tag{42}$$

Wenn das Potentiometer eine lineare Skala  $s_0$  hat und der Einstellwert s sei, dann gilt

$$\frac{R}{R_0} = \frac{s}{s_0} \tag{43}$$

Durch Einsetzen erhalten wir

$$\frac{U}{U_0} = \frac{\frac{s}{s_0}}{1 + \frac{s}{s_0} \left(1 - \frac{s}{s_0}\right) \frac{R_0}{R_L}} \tag{44}$$

Im limes  $R_L \to \infty$  erscheint wieder die Gleichung für das unbelastete Potentiometer

$$\lim_{R_L \to \infty} \frac{U}{U_0} = \frac{R}{R_0} = \frac{s}{s_0} \tag{45}$$

#### 1.9 Stromteiler

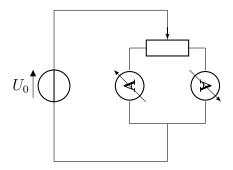


Abbildung 15: Stromteiler

Analog zum Spannungsteiler bei dem die "internen Widerstände" des Potentiometers in Reihe geschaltet werden, kann man diese auch parallel schalten um einen Stromteiler aufzubauen. Da wir dies im Experiment nicht nutzen, gehen wir nicht weiter darauf ein.

#### 1.10 Wheatstonesche Brückenschaltung

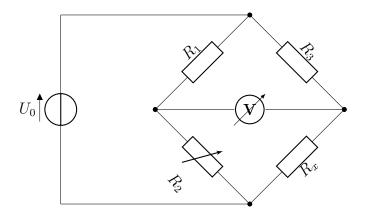


Abbildung 16: Wheatstonesche Brückenschaltung

Die Wheatstonesche Brückenschaltung (siehe oben) dient zur genauen Bestimmung eines unbekannten Widerstandes  $R_x$ . Dazu wird einstellbare Widerstand R so eingestellt, dass das Voltmeter keine Potentialdifferenz mehr anzeigt.

Der Strom durch die Widerstände seien jeweils so benannt, wie der Widerstand selber  $(R_1 \to I_1, R_2 \to I_2, R_3 \to I_3, R_x \to I_x)$ . Der Widerstand des (nicht-idealen) Voltmeters sei  $R_V$ , der Strom  $I_V$ . Unter Benutzung der Knotenregel im linken und rechten Knoten gilt

$$I_3 - I_x + I_V = 0 (46)$$

$$I_1 - I_2 - I_V = 0 (47)$$

Unter Nutzung der Maschenregel für die obere und untere Masche

$$I_3 R_3 - I_V R_V - I_1 R_1 = 0 (48)$$

$$I_x R_x - I_2 R_2 + I_V R_V = 0 (49)$$

Wenn es keine Potentialdifferenz im Voltmeter mehr gibt, fließt auch kein Strom  $I_V$  mehr. Damit vereinfachen sich die obigen Gleichungen zu

$$I_3 R_3 = I_1 R_1 \tag{50}$$

$$I_x R_x = I_2 R_2 \tag{51}$$

Aus den Knotengleichungen folgt ebenfalls mit  $I_V = 0$ :

$$I_3 = I_x \tag{52}$$

$$I_1 = I_2 \tag{53}$$

Somit

$$I_3 R_3 = I_1 R_1 (54)$$

$$I_3 R_x = I_1 R_2 \tag{55}$$

Durch teilen der beiden Gleichungen durcheinander erhält man dann

$$\frac{R_x}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} \tag{56}$$

Sind alle Widerstände bekannt, kann man  $R_x$  also einfach ausrechnen.

#### 1.11 Aufgaben

- 1. Aufnahme der Spannungskurve an einem belasteten und unbelasteten Spannungsteiler
- 2. Aufnahme der Widerstandskennlinie eines ohmschen Widerstandes, einer Glühbirne und eines Graphitstabs
- 3. Messung eines Widerstands mithilfe der Wheatstoneschen Brückenschaltung

#### 2 Wechselstromwiderstände

Ziel des Versuches ist die Untersuchung von Spulen, Kondensatoren und Ohmschen Widerständen in Wechselstromkreisen. Wir betrachten den Auf- und Entladevorgang eines Kondensators und aus Spule und Kondensator aufgebaute Hoch-, Tief- und Bandpässe.

#### 2.1 Spule und Induktivität

Eine Spule besteht aus Draht, der auf einen Kern aufgewickelt wird. Der Kern kann dabei aus magnetischen Materialien bestehen (muss aber nicht). Fließt ein Strom durch den Draht, entsteht ein Magnetfeld. Das sich ändernde Magnetfeld induziert widerrum eine Spannung in der Spule. Diese Eigenschaft nennt man Selbstinduktivität. Die Proportionalitätskonstante L gibt die Größe der Indukvität an.

$$U = L \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \tag{57}$$

#### 2.2 Kirchhoffsche Regeln

#### Die zweite Kirchhoffsche Regel gilt hier nicht.

Eine weiterverbreitete Fehlannahme, die auch in vielen Lehrbüchern reproduziert wird, ist die Behauptung, die Kirchhoffschen Regeln hätten in Stromkreisen mit Spulen Gültigkeit. Da wir es jedoch in diesen Stromkreisen mit zeitlich variablen Magnetischen Feldern zu tun haben, gilt nach 3. Maxwellschem Gesetz

$$\oint_{\partial A} \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\iint_{A} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{A}$$
(58)

Die Herleitung der Maschenregel beruht darauf, dass der rechte Term verschwindet. Das tut er aber nicht mehr. Die Maschenregel muss daher angepasst werden. Dies soll anhand eines Beispiels geschehen und dann verallgemeinert werden. Wir betrachten wieder das Ringintegral an einem konkreten Stromkreis

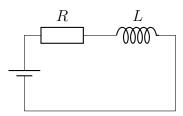


Abbildung 17: Beispielschaltung

Wir werten nun das Ringintegral schrittweise im Uhrzeigersinn aus.

Die Spannungsquelle liefert das bereits bekannte Potential  $U_0$ . Dies fließt gegen den Uhrzeigersinn (von Plus nach Minus), ist daher negativ zu berücksichtigen.

Über dem Widerstand fällt nach Ohmschem Gesetz eine Potentialdifferenz proportional zum durchfließenden Strom I ab.

$$U_R = IR (59)$$

Die Spule bestehe aus einem Draht mit vernachlässigbarem Widerstand. In der Spule existiert also kein elektrisches Feld. Das Integral verschwindet dort.

$$U_L = 0 (60)$$

Die linke Seite ist somit

$$-U_0 + IR \tag{61}$$

Werten wir nun den rechten Teil der 3. Maxwell-Gleichung aus. Bekannt ist, dass sich das Flächenintegral schreiben lässt als Zeitableitung des magnetischen Flusses durch die Fläche (also durch den gesammten Schaltkreis):

$$\iint_{A} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} = \frac{d\Phi_{B}}{dt}$$
 (62)

Die Fläche hat nun eine Form, die sich grafisch nur schwer darstellen lässt. Sie ist begrenzt durch den gesamten Draht, folgt also insbesondere auch der Spule in einer Form, die am ehesten an eine Wendeltreppe erinnert.

Zur Vereinfachung teilen wir die Flächen auf in den Teil innerhalb und außerhalb der Spule. Nehmen wir an, die Spule liege in einer Ebene mit dem Schaltkreis, so laufen die magnetischen Feldlinien gerade parallel zur Fläche außerhalb der Spule, so dass das Integral an dieser Stelle verschwindet. Wenn die Windungen der Spule unendlich nah zusammenrücken, lässt sich die "Wendeltreppe" betrachten als mehrere übereinanderliegende Kreisflächen senkrecht zur Spulenachse. Der magnetische Fluss an dieser Stelle ist gerade proportional zum Strom I. Die Proportionalitätskonstante L nennen wir Induktivität.

$$\Phi_B = LI \tag{63}$$

Somit ist

$$\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \tag{64}$$

Zusammensetzen der einzelnen Teile liefert

$$U_0 - IR = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} \tag{65}$$

Dies widerspricht der Maschenregel, denn in dieser würde der rechte Teil verschwinden.

Führt man diese Betrachtung für mehrere Spulen durch, sieht man schnell ein, dass für jede Spule ein Zusatzterm der Form  $U = -L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$  eingefügt werden muss. Dies führt bei vielen Autoren zu der Idee, dass die Kirchhoffsche Regel hier doch gilt. Die Ergebnisse sind dann korrekt, weil sie die Fehlannahmen "Die Kirchhoffsche Regel gilt für Spulen" und "In der Spule existiert eine Spannungsquelle" gegeneinander aufheben. Es führt aber schnell zu Widersprüchen, sobald man einzelne Spulenwindungen betrachtet.<sup>3</sup>

#### 2.3 Kondensator

Ein Kondensator ist ein elektronisches Bauteil das elektrische Ladung speichern kann. In der einfachsten Bauform besteht es aus zwei Platten, die durch einen gewissen Abstand getrennt sind, so dass sich beim Anlegen einer Spannung ein elektrisches Feld zwischen den Platten ausbildet.

Durch das Einfügen eines Dielektrikums und beispielsweise das Ausbilden der Kondensatorplatten als Folien und anschließendes Aufrollen führen zum kleineren Bauformen. Eine Vielzahl an Materialien und Dielektrika ergeben Kondensatoren ganz unterschiedlicher Eigenschaften, auf deren technische Details nicht weiter eingegangen werden soll.

Die Ladung Q die sich auf den Platten aufbaut ist proportional zur angelegten Spannung U. Die für jeden Kondensator unterschiedliche Proportionalitätskonstante C bezeichnet man als Kapazität. Je größer die Kapazität ist, desto mehr Ladung kann der Kondensator bei einer bestimmten Spannung speichern.

$$Q = CU (66)$$

 $<sup>^3</sup>$ Für mehr Details lohnt sich das Ansehen des Videos "Kirchhoff's rule is for the birds" von Prof. Walter Lewin <a href="http://youtu.be/gJSEgANEkOo">http://youtu.be/gJSEgANEkOo</a>



Abbildung 18: Schaltzeichen des Kondensators

Das Schaltzeichen des Kondensators ist oben abgedruckt. Es zeigt stilisiert die beiden Platten des Kondensators.

#### 2.4 Auf- und Entladekurve des Kondensators

Zuerst einmal müssen wir untersuchen, ob die Kirchhoffschen Regeln noch gelten, da wir diese nur für statische Fälle verifiziert haben. Da sich hier Spannungen und Ströme ändern, müssen wir sie erneut begründen.

Die Knotenregel gilt hier, sofern wir nicht einzelne Platten des Kondensators getrennt betrachten, denn sonst gilt die Ladungserhaltung im Knoten nicht mehr (denn es wird Ladung im Kondensator gespeichert). Also betrachten wir nur den Kondensator als ganzes.

Wenn wir annehmen, dass in erster Näherung keine zeitlich variablen Magnetfelder durch die Oberfläche des von der betrachteten Masche umspannten Stromkreises fließen, gilt auch die Maschenregel.
Dies ist hier allerdings nicht der Fall. Der sich zeitlich ändernde Strom erzeugt ein zeitlich variables
Magnetfeld. Nehmen wir allerdings kleine Ströme und eine geringe Induktivität (siehe hinten) des
Stromkreises an, gilt die Maschenregel in guter Näherung.

Angenommen der Kondensator mit der Kapazität C sei in Reihe mit einem ohmschen Widerstand R an eine Spannungsquelle U angeschlossen.

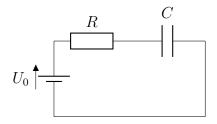


Abbildung 19: Beispielschaltung

Dann gilt hier gemäß der Maschenregel (mit obiger Begründung)

$$U_0 = U_R + U_C \tag{67}$$

Die Spannung am Kondensator ergibt sich aus der Kapazitätsgleichung (66) als  $U_C = \frac{Q}{C}$ . Die Spannung am Widerstand aus dem Ohmschen Gesetz als  $U_R = IR$ . Damit folgt

$$U_0 = RI + \frac{Q}{C} \tag{68}$$

Da der Strom die zeitliche Änderung der Ladung ist  $(I = \frac{dQ}{dt})$  ergibt sich damit für die Ladung am Kondensator inhomogene Differentialgleichung 1. Ordnung in der Zeit.

$$U_0 = R \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} + \frac{Q}{C} \tag{69}$$

Diese Lösen wir durch Separation der Variablen. Wer gehen von einer zeitunabhängigen Spannung  $U_0$  aus und erhalten

$$\int dt \frac{1}{R} = \int dQ \frac{1}{U_0 - \frac{Q}{C}} \tag{70}$$

Mit der Substitution  $f=U_0-\frac{Q}{C}$  und damit  $\mathrm{d}Q=-C\,\mathrm{d}f$  im linken Integral:

$$\int dt \frac{1}{R} = -C \int df \frac{1}{f} \tag{71}$$

Integration und gleichzeitiges additives Zusammenfassen der Integrationskonstanten zu k:

$$\frac{t}{R} = -C \ln(f) + k$$

$$\Leftrightarrow \frac{t}{R} = -C \ln\left(U_0 - \frac{Q}{C}\right) + k$$

$$\Leftrightarrow -\frac{t}{RC} = \ln\left(U_0 - \frac{Q}{C}\right) - \frac{k}{C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{k}{C} - \frac{t}{RC} = \ln\left(U_0 - \frac{Q}{C}\right)$$

$$\Leftrightarrow \exp\left(\frac{k}{C}\right) \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) = U_0 - \frac{Q}{C}$$

$$\Leftrightarrow \frac{Q}{C} = U_0 - k' \exp\left(-\frac{t}{RC}\right)$$

Da $\frac{Q}{C}$ die Spannung am Kondensator ist, erhalten wir

$$U_C(t) = U_0 - k' \exp\left(-\frac{t}{RC}\right) \tag{72}$$

Um die Integrationskonstante zu bestimmen, beginnen wir mit einem vollständig entladenen Kondensator ( $U_C(0) = 0$ ). Durch Einsetzen erhalten wir direkt

$$0 = U_0 - k' \quad \Rightarrow \quad k' = U_0 \tag{73}$$

Dann ist die Gleichung für die Aufladekurve in ihrer bekannten Form

$$U_C(t) = U_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{RC}} \right) \tag{74}$$

Für die Entladekurve gehen wir einfach von  $U_0 = 0$  aus, während am Kondensator eine Anfangsspannung  $U_C(0) = U_C > 0$  anliegt. Dann erhalten wir

$$U_C = 0 - k' \quad \Rightarrow k' = U_C \tag{75}$$

Und somit die Entladekurve

$$U_C(t) = U_C e^{-\frac{t}{RC}} \tag{76}$$

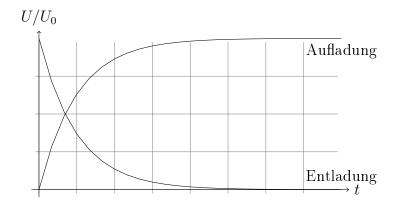


Abbildung 20: Auf- und Entladekurve des Kondensators

Man kann die Zeitkonstante  $\tau = \frac{1}{RC}$  definieren. Sie gibt an, wie schnell eine bestimmte Aufladespannung erreicht wird, bzw. wie schnell die Entladung erfolgt. Je größer Kapazität und Widerstand sind, desto langsamer erfolgen Auf- und Entladung.

#### 2.5 Wechselstromkreise

Widerständen, Spulen und Kondensatoren im Schaltkreis lassen sich Terme zuordnen, die das Verhältnis zwischen abfallender Spannung und fließendem Strom angeben. Für den Widerstand gilt das Ohmsche Gesetz  $(R = \frac{U}{I})$ . Die Gleichung für den Kondensator gilt über die Zeitableitung von (66)

und mit  $I := \frac{dQ}{dt}$ . Die Gleichung für die Spule erhält man durch die Identifizierung der rechten Seite von (65) mit einer Spannung. Die Terme sind negativ, weil wir jeweils Spannungsabfälle an den Bauteilen betrachten, wie weiter unten ausgeführt wird.

Widerstand: 
$$U_R = -RI_R$$
 (77)

Kondensator: 
$$I_C = -C \frac{dU_C}{dt}$$
 (78)  
Spule:  $U_L = -L \frac{dI_L}{dt}$  (79)

Spule: 
$$U_L = -L \frac{\mathrm{d}I_L}{\mathrm{d}t}$$
 (79)

Im Folgenden wollen wir nun cosinusförmige Wechselspannungen betrachten. Dabei wird die Spannung zeitabhängig in der Form

$$U(t) = U_0 \cos \omega t \tag{80}$$

Aufgrund der Homogenität der Zeit betrachten wir keine Phasenverschiebung der Spannung. Man sieht jetzt, dass sich durch obige Gleichungen je nach Wahl des Bauteiles Phasenverschiebungen zwischen Strom und Spannung ergeben. Am Widerstand tritt keine Phasenverschiebung auf. Beim Kondensator erhält man durch Bildung der Zeitableitung

$$I_C = U_0 C \omega \sin(\omega t) = U_0 C \omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$
(81)

Der Stromfluss am Kondensator ist also um eine Phase  $\phi = 90^{\circ}$  verschoben. Die Größe des Stroms hängt dabei nicht nur von der Kapazität C und der Spannung  $U_0$  ab, sondern auch von der (Kreis-)Frequenz  $\omega$  des Wechselstroms.

Bei der Spule muss integriert werden:

$$U_0 \int dt \cos(\omega t) = -LI_L \tag{82}$$

$$U_0 \frac{1}{\omega} \sin(\omega t) = -LI_L \tag{83}$$

$$I_L = -\frac{U_0}{\omega L} \sin(\omega t) \tag{84}$$

$$I_L = \frac{U_0}{\omega L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \tag{85}$$

Hier hängt der Stromfluss vom Inversen der Frequenz  $\omega$  ab, auf die Induktivität geht invers ein. Die Phasenverschiebung beträgt  $\phi = -90^{\circ}$ .

#### 2.6 Impedanz

Man kann nun wieder den Widerstand als Verhältnis von Spannung und Strom betrachten, allerdings hat dieser nun zwei Komponenten, nämlich die Größe und die Phasenverschiebung. Um beide zu erfassen, ordnet man dem Widerstand eine komplexe Zahl zu und nennt ihn nun Impedanz.

$$Z := \frac{U}{I} \tag{86}$$

Aus den obigen Herleitungen ergeben sich die folgenden Impedanzen:

Widerstand: 
$$Z_R = R$$
 (87)

Kondensator: 
$$Z_C = -\frac{i}{\omega C}$$
 (88)

Spule: 
$$Z_L = i\omega L$$
 (89)

Grenzwertbetrachtungen des Betrages |Z| mit  $\omega \to 0$  liefern das Verhalten im Falle von Gleichstrom, nämlich einen unendlich großen Widerstand des Kondensators bzw. eine leitende Spule.

Analog zu Widerstandsnetzwerken kann nun mit den Impedanzen gerechnet werden, um Gesamtipedanzen zu erhalten. In der Reihenschaltung werden die Impedanzen addiert, in der Parallelschaltung ergibt sich das Inverse der Gesamtimpedanz als das Inverse ihrer Summen:

Reihenschaltung: 
$$Z = \sum_{n} Z_n$$
 (90)

Reihenschaltung: 
$$Z = \sum_{n} Z_{n}$$
 (90)  
Parallelschaltung:  $\frac{1}{Z} = \sum_{n} \frac{1}{Z_{n}}$  (91)

Die Phasenverschiebung ergibt sich durch Umrechnen der komplexen Zahl in ihre Polardarstellung.

#### 2.7 Filter

Die Frequenzabhängigkeit der Impedanz kann man sich zunutze machen, um bestimmte Frequenzen auszufiltern. Der einfachste Anwendungsfall ist die Glättung der Eingangsspannung eines elektronischen Geräts. Durch die Parallelschaltung eines Kondensators zur Eingangsspannung werden hohe Frequenzen kurzgeschlossen, durch die Reihenschaltung einer Spule in die Eingangsspannung Wechselströme verringert (sog. Drossel).

Analog kann man Kondensatoren in Reihe schalten, um niedrige Frequenzen zu blockieren, bzw. Spulen parallel, um niedrige Frequenzen kurzzuschließen.

In Kombination mit Widerständen lassen sich so verschiedene Filter aufbauen, die wir im folgenden vorstellen und berechnen wollen.

#### 2.7.1 Hochpass

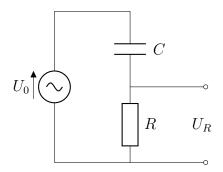


Abbildung 21: Schaltung des Hochpasses

Der Widerstand R simuliert einen Verbraucher. In Reihe dazu ist ein Kondensator C angeschlossen. Der Kreis wird von einem Frequenzgenerator mit einstellbarer Frequenz mit Spannung versorgt. Die Gesamtimpedanz der Reihenschaltung aus Kondensator und Widerstand ist

$$Z = R - \frac{i}{\omega C} \tag{92}$$

Um die Ausgangsspannung abhängig von der Frequenz zu erhalten, benutzen wir die Spannungsteilerformel. Da uns die Phasenverschiebung vorerst nicht interessiert, nutzen wir die Beträge.

$$\frac{U_R}{U_0} = \frac{R}{|Z|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \tag{93}$$

Zu erwarten ist also folgender Kurvenverlauf

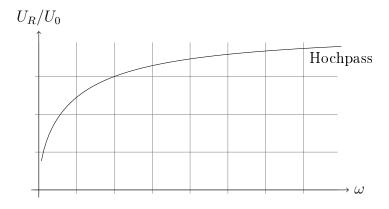


Abbildung 22: Frequenzgang des Hochpasses

#### 2.7.2 Tiefpass

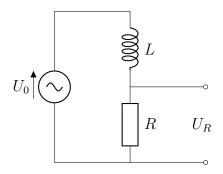


Abbildung 23: Schaltung des Tiefpasses

Durch Ersetzen des Kondensators durch eine Spule lässt sich ein Tiefpass aufbauen. Die Rechnung ist völlig analog und liefert

$$\frac{U_R}{U_0} = \frac{R}{|Z|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \tag{94}$$

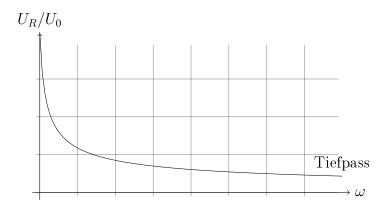


Abbildung 24: Frequenzgang des Tiefpasses

#### 2.7.3 Bandpass

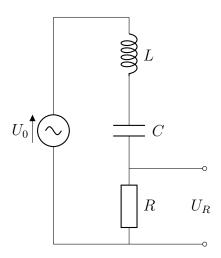


Abbildung 25: Schaltung des Bandpasses

Setzt man nun einen Kondensator und eine Spule ein, erhält man (Rechnung ebenfalls analog) einen Bandpass.

$$\frac{U_R}{U_0} = \frac{R}{|Z|} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$
(95)

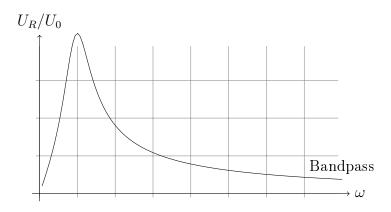


Abbildung 26: Frequenzgang des Bandpasses

Man sieht hier, dass der Bandpass eine Maximalfrequenz aufweist, die besonders gut durchgelassen wird. Diese nennt man die Resonanzfrequenz. Man könnte sie durch Ableiten und Nullsetzen der Gleichung erhalten. Da die Auswertung des Bandpasses sowieso nicht Teil der Aufgabenstellung ist, belassen wir es dabei.

### 2.8 Aufgaben

- 1. Messung der Auf- und Entladekurve des Kondensators
- $2.\ {\rm Messung}$  des Frequenzganges eines Hoch-, Tief- und Bandpasses.

#### 3 Diode

Ziel des Versuches ist die Aufnahme der Strom/Spannungs-Kennlinie einer Halbleiterdiode und der Aufbau einer Gleichrichterschaltung (Gratzschaltung).

#### 3.1 Halbleiterdiode

Die Diode ist ein Bauelement, das einen Stromfluss nur in eine Richtung (die Durchlassrichtung) zulässt. Wir die Diode in Sperrrichtung betrieben, findet kein Stromfluss statt.

#### 3.1.1 Aufbau

Halbleiterkristalle können dotiert werden. Dazu werden in den Halbleiterkristall Fremdatome eingebracht die zu Störstellen im Kristall führen und somit seine Eigenschaften ändern. Man unterscheidet dabei zwischen negativer und positiver Dotierung (n- und p-Dotierung).

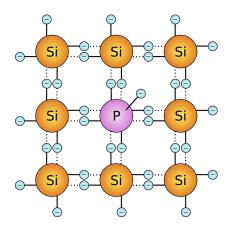


Abbildung 27: n-Dotierung: Einbringen eines Fremdatoms zur Erzeugung eines Elektronenüberschusses

Als Beispiel der n-Dotierung wird in einen Silizium-Kristall (der über 4 Valenzelektronen verfügt) ein Phosphor-Atom eingebaut (das über 5 Valenzelektronen verfügt). Somit befindet sich im Kristall ein Elektronenüberschuss (siehe Abbildung 3.1.1).

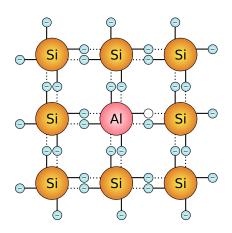


Abbildung 28: p-Dotierung: Einbringen eines Fremdatoms zur Erzeugung einer Fehlstelle

Bei der p-Dotierung wird hingegen ein Aluminium-Atom (das über 3 Valenzelektronen) verfügt in den Kristall eingefügt. Es entsteht eine Fehlstelle im Kristall (sog. Loch) (siehe Abbildung 3.1.1).

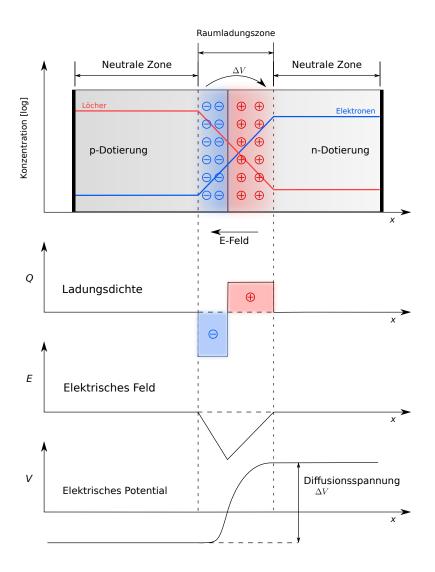


Abbildung 29: p-n-Übergang

Eine Diode besteht nun aus einem p-n-Übergang. Das bedeutet, die beiden dotierten Kristalle werden

in direkten Kontakt miteinander gebracht. Dabei rekombinieren die Elektronen mit den Löchern. Es entsteht ein elektrisches Potential, das eine Sperrschicht bildet (siehe Abbildung 3.1.1).

#### 3.1.2 Betrieb in Sperrrichtung

Wird an die Diode eine Spannung angelegt (Minus am n-Kristall, Plus am p-Kristall), kommen die Elektronen vom Minuspol und Rekombinieren mit den Löchern. Dabei wird die Raumladungszone verbreitert und damit das zu überwindende Potential höher. Es kann kein Strom fließen.

Wird irgendwann das Potential so groß, dass die Rekombinationszone gesättigt wird und ist das Potential hoch genug, kommt es dennoch zum Durchtunneln einzelner Elektronen (sog. Durchbruch). Diesen werden wir aber nicht messen.

#### 3.1.3 Betrieb in Durchlassrichtung

Wird die Spannung anders herrum angelegt (Minus am p-Kristall, Plus am n-Kristall) führt das dazu, dass die Elektronen die positive Ladung auf der n-Seite kompensieren. Die Elektronen auf der p-Seite werden vom anliegenden Potential zum Abfließen bewegt, somit verkleinert sich die Raumladungszone. Ist die angelegte Spannung hoch genug (Durchlassspannung), ist die Raumladungszone so klein, dass einzelne Elektronen durchtunneln können. Es beginnt ein Strom zu fließen. Je hoher das Potential wird, desto kleiner wird die Raumladungszone und desto mehr Elektronen fließen.

#### 3.1.4 Shockley-Gleichung

Der Zusammenhang zwischen Strom- und Spannung an einer Diode wird durch die Schockley-Gleichung angegeben. Diese lässt sich nur durch statistische Betrachtungen an Halbleiterkristallen herleiten, weswegen ich auf die Herleitung nicht genauer eingehen werde. Sie lautet:

$$I_D = I_S \left( e^{U_D} n U_T - 1 \right) \tag{96}$$

Dabei gibt  $I_D$  den Stromfluss durch die Diode bei einer angelegten Spannung  $U_D$  an. n ist der materialabhängige Emissionskoeffizient  $(n \in [1,2])$ .  $U_T$  ist die Temperaturspannung  $U_T = k_B T/q$  (mit  $k_B$ : Boltzmann-Konstante, T: Temperatur, q: Elementarladung). Sie beträgt bei Raumtemperatur etwa 25  $\lceil mV \rceil$ .

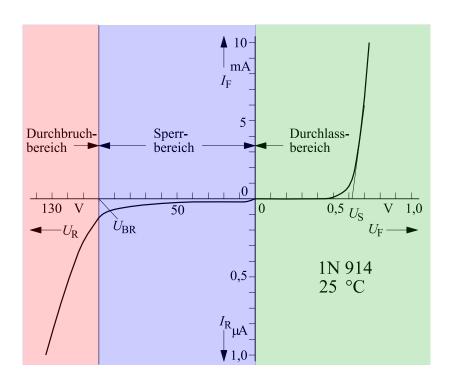


Abbildung 30: Kennlinie einer Diode

Der Verlauf in Sperrrichtung folgt hingegen anderen Zusammenhängen, auf die wir nicht weiter eingehen wollen, da wir diese nicht messen. Der Verlauf der gesamten Kennlinie wird in Abbildung 4.1.2 wiedergegeben.

#### 3.2 Elektrotechnische Betrachtungen



Abbildung 31: Schaltzeichen der Diode

Das Schaltzeichen für die Diode ist in Abbilung 31 aufgeführt. Der Pfeil zeigt dabei die Durchlassrichtung an, dabei gilt technische Stromrichtung (also Stromfluss von Plus nach Minus).

#### 3.2.1 Einfacher Gleichrichter

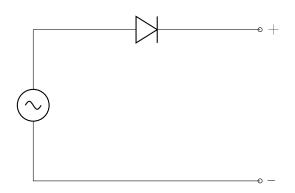


Abbildung 32: Einfacher Gleichrichter

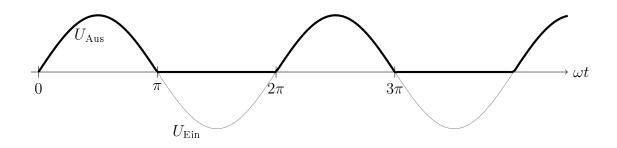


Abbildung 33: Ein- und Ausgangsspannung des einfachen Gleichrichters

Mithilfe der Diode lassen sich Wechselströme gleichrichten. Der naive Ansatz ist dabei, eine einzelne Diode in Reihe zu einem Gleichstromverbraucher zu schalten. Die Diode sperrt dann die negativen Halbwellen und lässt die positiven durch. Dabei kann man jedoch nur jede zweite Halbwelle nutzen.

#### 3.2.2 Graetzschaltung

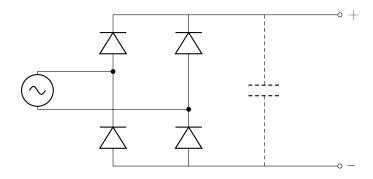


Abbildung 34: Graetzschaltung mit optionalem Glättungskondensator

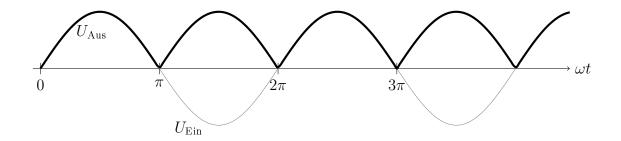


Abbildung 35: Ein- und Ausgangsspannung einer Graetzschaltung

Besser zur Gleichrichtung geeignet ist die Graetzschaltung. Dabei werden vier Dioden genutzt (siehe Schaltung), um beide Halbwellen auszunutzen. Wir nehmen dabei eine in erster Näherung lineare Kennlinie der Dioden an, um die Betrachtung nicht zu komplex zu machen.

Wird noch ein Kondensator parallel zum Ausgang geschaltet, kann die Spannung geglättet werden. Je nach Kennlinie der Dioden, angeschlossenem Verbraucher usw. gibt es eine phasenverschobene Restwelligkeit. Die genaue Betrachtung ist kompliziert und übersteigt die Aufgabenstellung. Da die intuitive Betrachtung von nichtlinearen Wechselstromschaltkreisen zu falschen Ergebnissen führt, sparen wir uns irgendwelche Mutmaßungen über das genaue Aussehen der Ausgangsspannung in diesem Fall.

#### 4 Transistor

Ziel des Versuches ist die Aufnahme des Kennlinienfeldes eines npn-Bipolartransistors Außerdem soll eine Verstärkerstufe mit Parallel-Gegenkopplung aufgebaut und die Verstärkung mit den theoretischen Erwartungen verglichen werden.

#### 4.1 Theoretische Grundlagen

Der Transistor ist ein elektronisches Bauelement bei dem der Stromfluss auf einer Strecke (Kollektor-Emitter) durch den Stromfluss auf der anderen Strecke (Basis-Emmitter) gesteuert werden kann. Der Name leitet sich von transfer resistor ab, also einem steuerbaren Widerstand.

#### 4.1.1 Aufbau

Anlog zur Diode handelt es sich um einen Aufbau aus dotierten Halbleitern (Erklärung siehe dort). Im Unterschied zur Diode werden beim hier verwendeten Transistor eine n-dotierte Schicht an eine p-dotierte Schicht und dann wieder an eine n-dotierte Schicht gebracht. Es entstehen also zwei Rekombinationszonen. Die n-dotierten Seiten heißen Kollektor und Emitter, die p-Schicht in der Mitte Basis.

Wird der Transistor nun mit Kollektor und Emitter angeschlossen, leitet er in keine Richtung, denn die Schaltung entspricht prinzipiell zwei gegeneinander verschalteten Dioden. Die eine Sperrschicht wird zwar (bei genügend großer Spannung) abgebaut, die andere jedoch vergrößert.

Betrachtet man den Betrieb in vorgesehener Richtung (Pluspol am Kollektor, Minuspol am Emitter) ist nun also die Sperrschicht zwischen Basis und Emitter abgebaut, die Sperrschicht zwischen Kollektor und Basis allerdings vergrößert.

Wir nun jedoch eine geringe Spannung zwischen Basis und Emitter angelegt, beginnen Elektronen vom Emitter zur Basis zu fließen. Da die Sperrschicht zwischen Basis und Kollektor jedoch klein ist und das Potential zwischen Basis und Kollektor wesentlich größer ist, driften die meisten Elektronen direkt zum Kollektor. Es fließt nun also ein Strom zwischen Kollektor und Emitter, der Transistor leitet.

#### 4.1.2 Kennlinienfeld

Die grundlegenden quantitativen Eigenschaften eines Transistors lassen sich im Kennlinienfeld zusammenfassen. Es setzt die Ströme und Spannungen am Transistor in Relation. Am Transistor lassen
sich drei Spannungen messen. Die Spannung zwischen Kollektor und Emitter  $(U_{CE})$ , die Spannung
zwischen Basis und Emitter  $(U_{BE})$  und die Spannung zwischen Kollektor und Basis  $(U_{CB})$ . Da das

elektrische Feld konservativ ist, gilt

$$U_{CE} = U_{CB} + U_{BE} \tag{97}$$

Außerdem lassen sich die Ströme an Basis, Emitter und Kollektor messen. Aufgrund der Ladungserhaltung gilt dann

$$I_C + I_B + I_E = 0 (98)$$

Somit bleiben vier freie Parameter, die durch das Kennlinienfeld jeweils in Relation gesetzt werden, um das Verhalten des Transistors zu beschreiben.

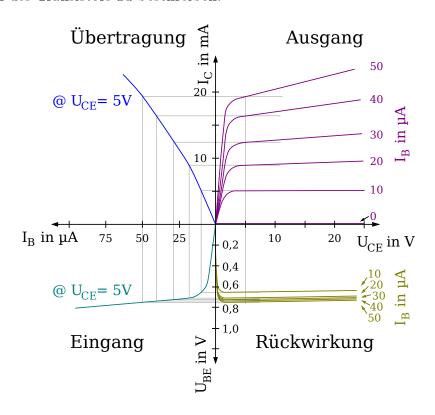


Abbildung 36: Kennlinienfeld eines Transistors

Im ersten Quadranten lässt sich der Ausgangswiderstand ablesen. Er gibt das Verhältnis Emitter-Kollektor-Spannung  $U_{CE}$  und dem Kollektorstrom  $I_C$  an.

Im zweiten Quadranten wird das Stromsteuer-, Übertragungs- oder auch Stromverstärkungskennlinienfeld dargestellt. Es setzt Basis- und Kollektorstrom in Relation und bestimmt damit den Verstärkungsfaktor.

Im dritten Quadranten lässt sich der Eingangswiderstand ablesen. Er gibt das Verhältnis zwischen Basis-Emitter-Spannung  $U_{BE}$  und Basisstrom  $I_B$  an.

Im vierten Quadranten ist die Spannungsrückwirkung aufgetragen, sie gibt das Verhältnis der beiden obigen Spannungen an.

Oft wird ins Kennlinienfeld auch die Leistungshyperbel aufgetragen. Der Ausgangswiderstand des Transistors führt nämlich zu einer Verlustleistung und damit zur Erwärmung des Transistors. Um eine Überhitzung zu vermeiden, darf die Leistung eine Grenze P = UI nicht überschreiten. Trägt man I in Abhängigkeit von U bei konstanten P auf, ergibt sich somit eine Hyperbel.

$$U(I) = \frac{P}{I} \tag{99}$$

Der Aufbau zur Aufnahme des Kennlinienfeldes ist in der folgenden Abbildung dargestellt. Es kann der Basisstrom und die Emitter-Kollektor-Spannung variiert werden, um die jeweiligen Parameter aufzunehmen.

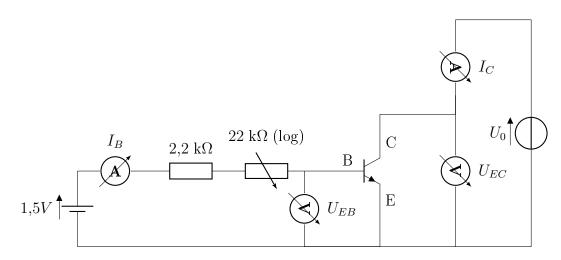


Abbildung 37: Aufbau zur Messung des Kennlinienfeldes

#### 4.1.3 Verstärkerschaltung

Möchte man eine Wechselspannung verstärken, müssen einige Maßnahmen zur Signalanpassung getroffen werden. Da der Transistor nur positive Basis-Emitter-Ströme verstärkt, muss das Potential des Signals angehoben werden. Wird der erreichte Punkt im Kennlinienfeld dargestellt, spricht man von Arbeitspunkt.

Um nur Wechselspannungen zu verstärken, wird das Signal jeweils durch einen Koppelkondensator an Ein- und Ausgang gefiltert.

Da Halbleiter stark temperaturabhängig sind, möchte man den Arbeitspunkt stabilisieren um ein gleichmäßiges Verhalten bei unterschiedlichen Temperaturen zu erreichen. Dazu nutzt man die Gegenkopplung. Dabei wird ein Teil des Ausgangsstroms über einen Widerstand zurückgeführt um den

Arbeitspunkt entsprechend zu verschieben. Ist der Emitterstrom bei höherer Temperatur größer, senkt dies den Arbeitspunkt auf einen geringeren Wert (siehe Schaltung).

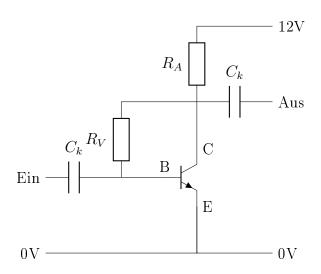


Abbildung 38: Verstärkerschaltung mit Gegenkopplung

### 4.2 Aufgaben

- 1. Aufnahme und Konstruktion des statischen Kennlinienfeldes eines npn-Transistors bei einer Versorgungsspannung von 12V. Bestimmung der Stromverstärkung für den statischen Fall.
- 2. Aufbau einer Verstärkerschaltung mit Parallelgegenkopplung und Verstärkung einer Eingangswechselspannung.

#### 5 Auswertung

### 5.1 Aufgaben

#### 1. Lade-/Entladekurve Kondensator

- a) Bestimmung der Zeitkonstanten und Kapazität des Kondensators und Vergleich mit den berechneten Werten
- b) Diskussion des Einflusses der Frequenz der Rechteckspannung auf die Lade-/Entladekurven

#### 2. Diode

- a) Bestimmung der Schwellenspannung sowie des (differentiellen) Wiederstandes im Durchlassbereich
- b) Zusatzaufgabe: Bestimmung des Idealitätsfaktors n bei einer Temperatur von  $20\,^{\circ}C$ .

#### 3. Transistor

- a) Bestimmung des differentiellen Ausgangswiderstandes im Durchlassbereich für Basisströme von 30, 60, 90 und 120  $\mu A$
- b) Bestimmen des Gleichstromverstärkungsfaktors
- c) Bestimmung des Arbeits- und Vorwiderstands aus dem aufgenommenen Kannlinienfeld für einer Verstärkerschaltung bei  $U_{\rm CE}=6{\rm V}$ .

#### 5.2 Lade-/Entladekurve des Kondensators

Umstellen und Logarithmieren der Auf- und Entladekurve führt zu den linearisierten Messgleichungen

$$\ln \frac{U_C}{U_0} = -\frac{t}{RC} \qquad \text{(Entladekurve)}$$
(100)

und

$$\ln\left(1 - \frac{U_C}{U_0}\right) = -\frac{t}{RC} \qquad \text{(Aufladekurve)} \tag{101}$$

eine entsprechende logarithmische Auftragung und linearer Fit (siehe Plot) liefert direkt die Zeitkonstanten (Aufladung und Entladung)

$$\tau = 1.65 \pm 0.11 \text{ ms}$$
 (102)

und

$$\tau = 1,722 \pm 0,065 \text{ ms} \tag{103}$$

Die beiden Werte sind verträglich. Das Endergebnis der Zeitkonstante ergibt sich als Mittelung (a+b)/2 und dem Fehler (per Gauß)  $\Delta = \sqrt{\Delta a^2 + \Delta b^2}/2$ .

$$\tau = 1.69 \pm 0.07 \,\mathrm{ms}$$
 (104)

Der theoretische Wert der Zeitkonstante ist  $\tau = 18.0 \pm 0.9 \,\mathrm{k}\Omega \cdot 0.1 \,\mu\mathrm{F} = 1.8 \pm 0.9 \,\mathrm{ms}$ . Der Widerstand wurde nicht gemessen, eine Minimalabschätzung des Fehlers ergibt sich aus ergibt sich aus der bei Kohleschichtwiderständen üblichen Fertigungstoleranz von 5 %. Der Fehler des Kondensators ist unbekannt, wird daher aufgrund der Minimalabschätzung vernachlässigt.

Der experimentell ermittelte Wert der Zeitkonstante ist mit dem theoretischen Wert identisch.

Zur Bestimmung der Frequenz des Kondensators wird einfach durch den Widerstand geteilt. Es gilt

$$C = \frac{\tau}{R} \tag{105}$$

mit dem Fehler

$$\Delta C = \sqrt{\left(\frac{\partial C}{\partial R}\Delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial \tau}\Delta \tau\right)^2} = \sqrt{\frac{\tau^2 \Delta R^2}{R^4} + \frac{\Delta \tau^2}{R^2}}$$
(106)

Somit ist die Kapazität (als Endergebnis):

$$C = 0.094 \pm 0.007 \,\mu\text{F} \tag{107}$$

Der Wert ist mit dem angegebenen Wert von  $C=0.01~\mu\mathrm{F}$  identisch. Er zeigt außerdem, dass die Toleranzabschätzung von 5 % korrekt war.

Die Frequenz der Rechteckspannung hat einen Einfluss auf die Lade/Entladekurve. Bei der verwendeten Frequenz von 50 Hz scheinen noch keine Auswirkungen aufzutreten, wie die Übereinstimmung der experimentellen Resultate mit den theoretischen Werten zeigen, jedoch kommen folgende Möglichkeiten in Frage.

Abschwächung der End/Anfangsspannung: Ist die Periode geringer, wird der Kondensator nicht lange genug geladen um sich der Endspannung anzunähern. Man kann dann Spannung beim Phasenwechsel nicht mehr als näherungsweise  $U_0$  betrachten. Dies würde zu einem systematischen Fehler führen, sofern man nicht Endspannung und  $U_0$  am Oszilloskop vergleicht. Da beiden Spannungen gleichzeitig

betrachtet werden müssen, nimmt dann jedoch die Spannung am Kondensator einen geringeren Platz auf dem Oszilloskop ein, was die Ablesegenauigkeit verringert.

Hochfrequenzeffekte: Bei höheren Frequenzen treten möglicherweise Hochfrequenzeffekte auf. Zu berüchsichtigen wäre die Induktivität der Verbindungskabel, die Repolarisationszeit des Dielektrikums des Kondensators und eventuelle Phasenverschiebungen (lässt sich theoretisch eventuell durch Entwicklung des Rechtecksignals in eine Fourierreihe und dann Behandlung der einzelnen Frequenzen im Rahmen der komplexen Wechselstromrechnung), sowie Reflektionen an Kabeln etc. Da diese Themen den Umfang des Grundpraktikums übersteigen, werde ich darauf nicht weiter eingehen.

#### 5.3 Diode

Die Schwellenspannung ergibt sich durch Verlängerung des scheinbar geradlinigen Teils der Kennlinie. Da die Kennlinie der Shockley-Gleichung entspricht, existiert die Schwellspannung mathematisch überhaupt nicht. Die Steigung geht gegen 1 (ersichtlich durch Grenzwertbildung der Ableitung der Shockley-Gleichung). Da die Gleichung selber *U*-Werte von unendlich erreicht, ergibt die senkrechte Projektion auf die x-Achse auch einen unendlichen Wert. Der differentielle Widerstand wird ebenfalls unendlich. Um dennoch eine Schwellenspannung und einen entsprechenden Fehler zu berechnen, führe ich eine lineare Regression auf den letzten 5 Messwerten durch (siehe Plot). Dazu nutze ich die Werte der spannungrichtigen Messung.

Durch Ablesen der Projektion auf die x-Achse ergibt sich eine Schwellenspannung von

$$U_S = 0.72 \pm 0.03 \text{V} \tag{108}$$

Eine andere Definition der Schwellenspannung ist die Spannung, bei der der Strom 1 mA erreicht. Auch dies lässt sich ablesen und führt auf eine Schwellenspannung von

$$U_S = 0.60 \pm 0.01 \text{V} \tag{109}$$

Die beiden Werte sind nicht verträglich. Dies liegt daran, dass die Schwellenspannung messabhängig definiert ist.

Die Berechnung eines differentiellen Widerstands ist ebenso messabhängig. Er ergibt sich aus der Steigung der Regressionsgerade. Diese ist nach Rundung

$$1/R_D = 990 \pm 590/k\Omega \tag{110}$$

Den Widerstand erhält man durch Bildung des Inversen. Der Fehler ist dann  $\Delta R_D = \frac{\Delta(1/R_D)}{R_D^2}$ .

Das Endergebnis lautet

$$R_D = 1.0 \pm 0.6 \,\Omega \tag{111}$$

Die geringe Genauigkeit liegt in der messabhängigen Definition der Schwellenspannung begründet. Zusatzaufgabe: Nicht bearbeitet.

#### 5.4 Transistor

Zur Bestimmung des differentiellen Ausgangswiderstandes wurden jeweils nur die Messwerte für größere  $U_{CE}$  für die lineare Regression verwendet (siehe Plot 5). Da die Achesen gemäß des Kennlinienfeldes orientiert sind, ergibt sich zunächst der inverse Widerstand 1/R.

Durch Bildung des Inversen und mit dem Fehler  $\Delta R = \frac{\Delta(1/R)}{R^2}$  erhält man den differentiellen Widerstand im Durchlassbereich als Endergebnis.

$$I_B$$
  $R$   $34 \pm 1 \text{ mA}$   $20 \pm 3 \text{ m}\Omega$   $60 \pm 1 \text{ mA}$   $11 \pm 3 \text{ m}\Omega$   $90 \pm 1 \text{ mA}$   $4.8 \pm 0.8 \text{ m}\Omega$   $120 \pm 1 \text{ mA}$   $3.4 \pm 0.4 \text{ m}\Omega$ 

Zur Bestimmung des Gleichstromverstärkungsfaktors wurde eine lineare Regression gegen die Übertragungskennlinie (siehe Plot 4) durchgeführt. Da offenbar eine Nullpunktverschiebung besteht (wahrscheinlich aufgrund von Strömen durch die Messgeräte), wurde diese als systematischer Fehler  $I_0$  berücksichtigt.

Da die Achsen gemäß des Kennlinienfeldes orientiert sind, der Gleichstromverstärkungsfaktor jedoch definiert ist also  $B = \frac{I_C}{I_B}$  ergibt sich zunächst der inverse Faktor

$$\frac{1}{B} = (0.2318 \pm 0.0047) \cdot 10^{-3} \tag{112}$$

Durch Bildung des Inversen und mit dem Fehler  $\Delta B = \frac{\Delta(1/B)}{B^2}$  erhält man den Gleichstromverstärkungsfaktor als Endergebnis:

$$B = 4314, 1 \pm 0, 3 \tag{113}$$

Zur Bestimmung der Arbeits- und Vorwiderstände vernachlässigen wir Fehler, da der Toleranzbereich der Spannungen und Ströme jeweils mindestens 10% der entsprechenden Werte umfasst und damit die Ablesefehler weit übersteigt.

Die Arbeits- und Vorwiderstände bestimmen sich durch

$$R_A = \frac{U_B - U_{CE}}{I_C} \tag{114}$$

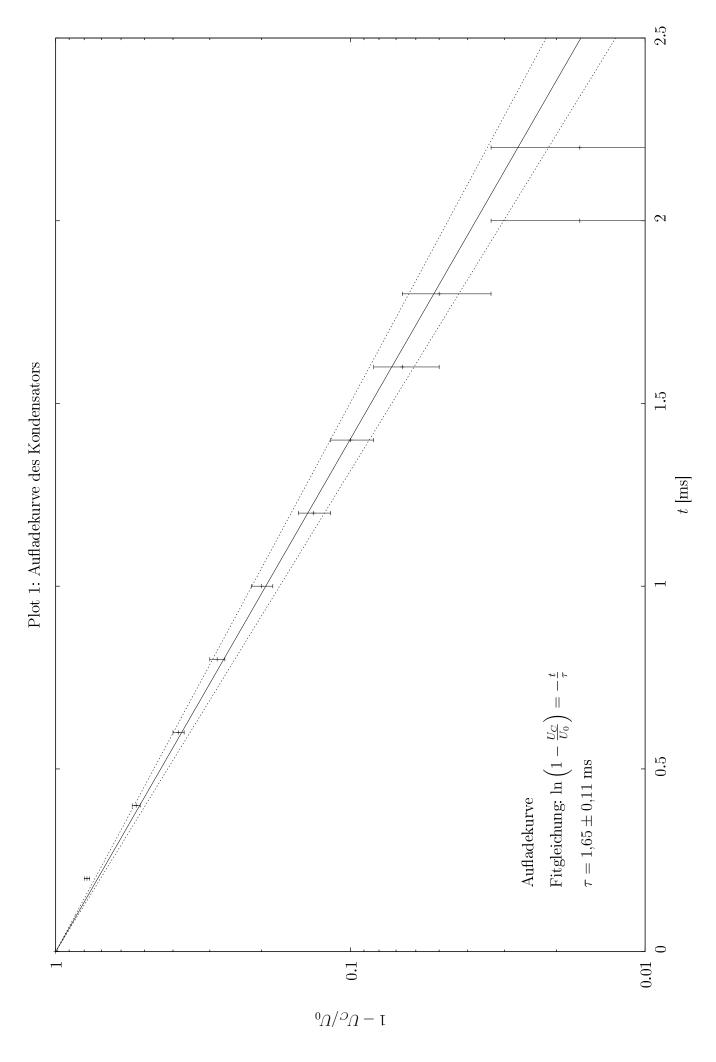
und

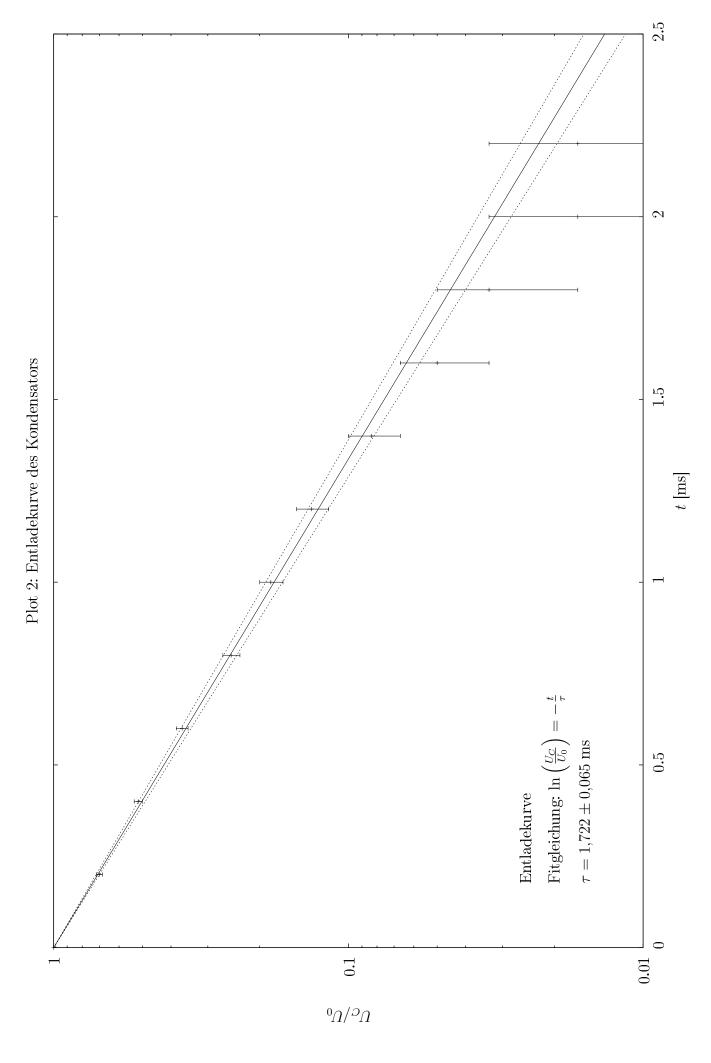
$$R_V = \frac{U_B - U_{BE}}{I_B} \tag{115}$$

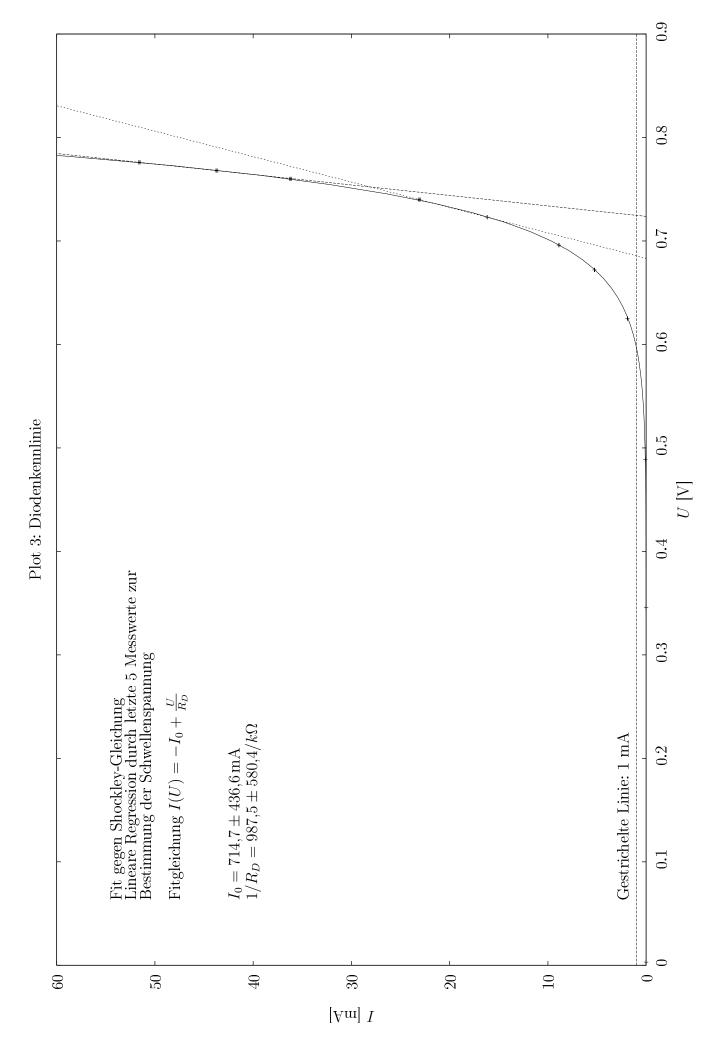
dabei ist  $U_B = 12$ V die Betriebsspannung.

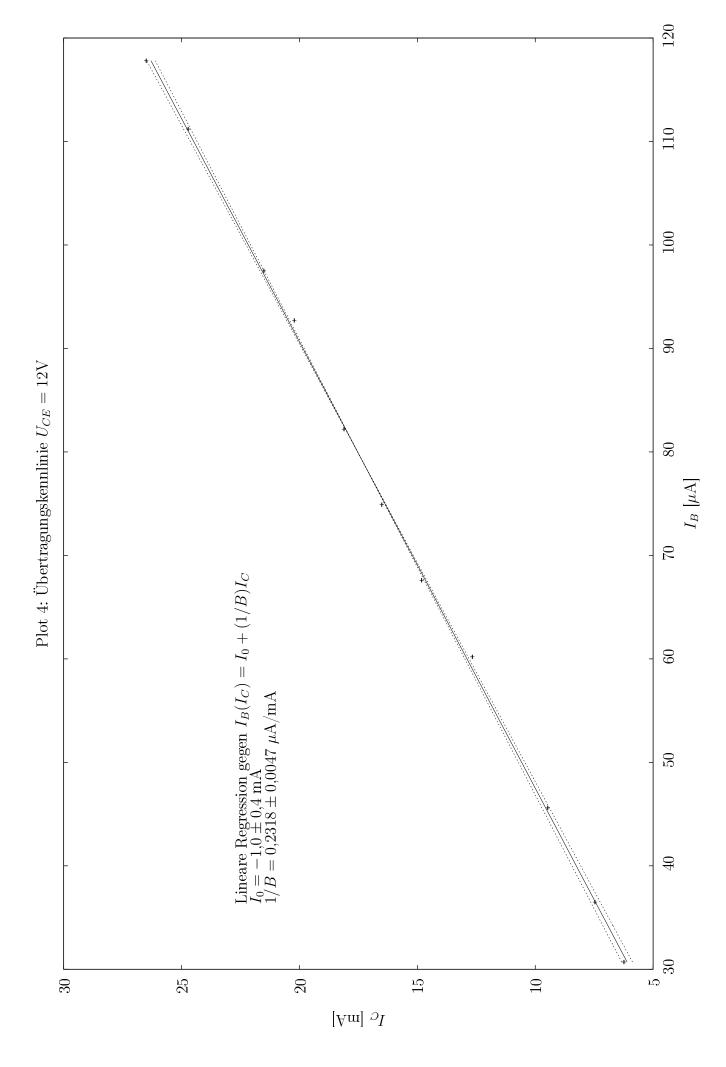
Wählt man als Arbeitspunkt die halbe Betriebsspannung  $U_{CE}=6$ V und liest an der  $I_B=60~\mu$ A-Kennlinie den entsprechenden Kollektorstrom ab  $(I_C\approx 8\text{mA})$  und erhält somit den Arbeitswiderstand  $R_A\approx 750\Omega$  (im Praktikum selber wurde dieser fälschlicherweise als 7,5 k $\Omega$  berechnet, was die große Verzerrung erklärte, es wurde ein Widerstand von 2,2 k $\Omega$  gewählt, mit welchem die Schaltung einwandfrei arbeitete, was zusätzliche die Annahme stützt, dass der Toleranzbereich sehr groß ist und Fehler deshalb vernachlässigt werden können).

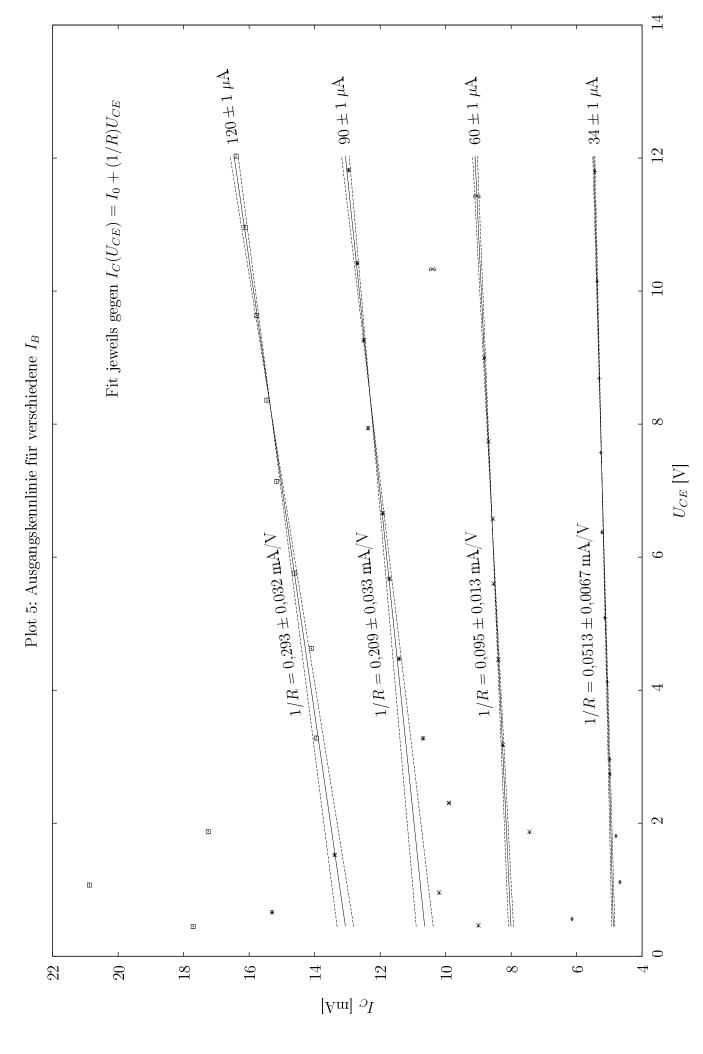
Bei obigem Basisstrom kann man außerdem  $U_{BE}$  aus dem Eingangskennlinienfeld bestimmen, welches sich relativ konstant im Bereich 0,6V bewegt. Somit ergibt sich ein Vorwiderstand von  $R_V \approx 190 \text{ k}\Omega$ . Auch hier ist der Fehler vernachlässigbar, die die Schaltung in einem hohen Toleranzbereich arbeitet (Im Praktikum wurde  $R_V = 18 \text{ k}\Omega$  gewählt, um ein verzerrungsfreies Signal zu erreichen).

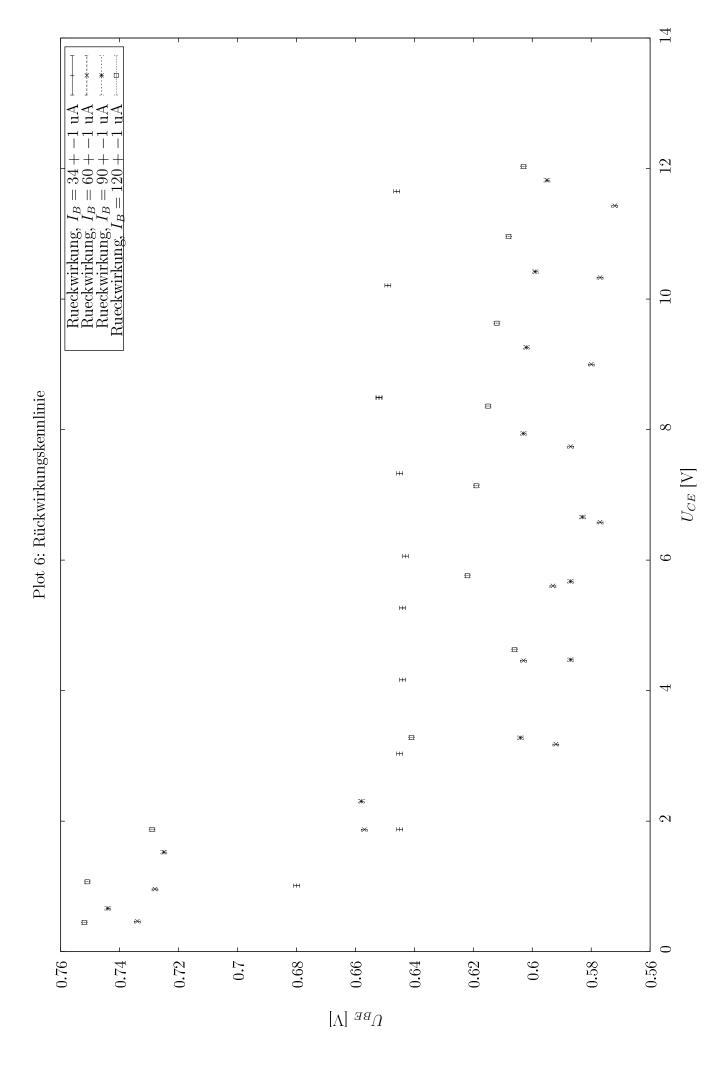


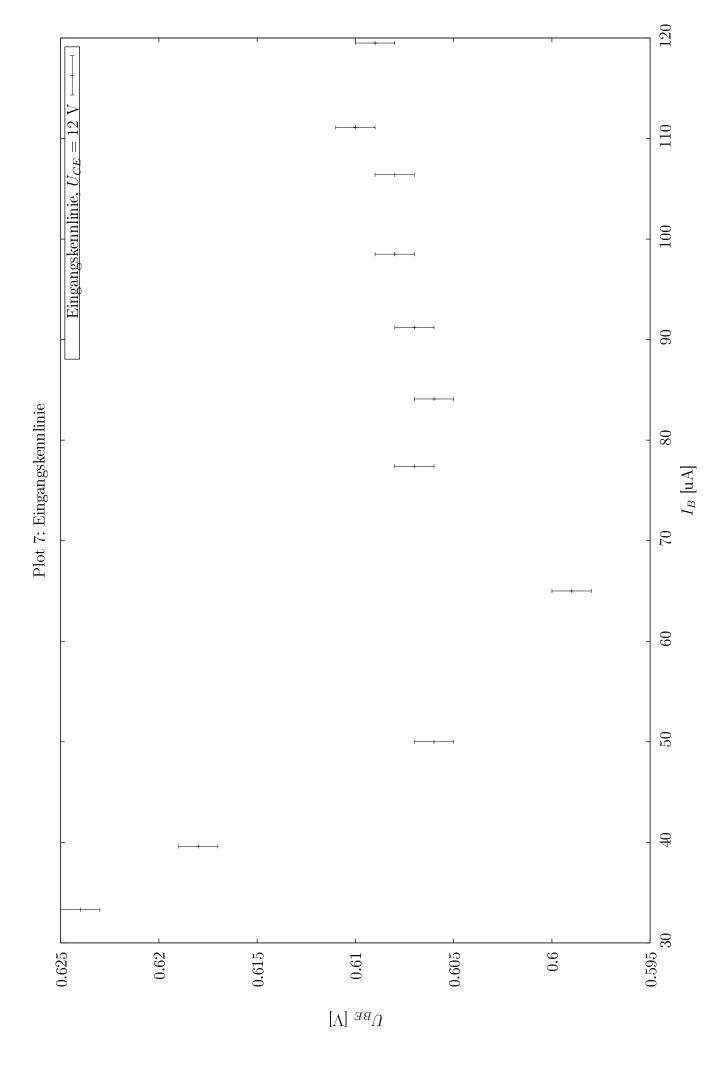






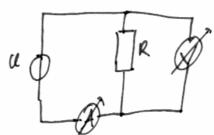






# Durch Fährung

### 1. Aufbau:



(Spannangsvichtige Massung. Begranding: siele Einleifung)

Fehler:

V(220: U(=): 0,6%. v. 4+5d U(\$\approx 2,5 \gamma, + 5d

IC) 1,0%+21

I(2) 1,2% +5d

R: 7,0%.+3d

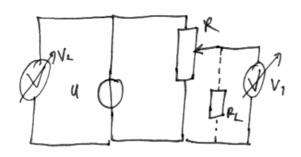
Fluke 775: U(=): 0,15%+2d

U(2): 7,07. +3d

RM: 0,07.+2

(bis 600 UL)

### 2. Aufbau:



Dorochfühig! Aufnahme de Aus- Skala: 0-10

V2=4,499 V (1. Messuy) V. = 4,497 V (2. Messung - be lastef)

gerite:

U = P5-3031) Powe Supply reselbares Netzteil

V = Fluke 175

A = Volteraft VC220

R= (1.7) Widersfound 1800

(gemessen: 179,6)

(7.2) Graphitstab Faber -Castell Tk 2077

Hirte 213

(7.3) Glühlanpe 121/3W

(VCH)

Durch Führung: Aufnahme von

Strom and Spanning on 70-

15 Messpankten

Geräle: RL = 779,7 N

U: Siehe obon

V, V. : Valtoraft V

Fluke 775

R: Wendelpotonhonder

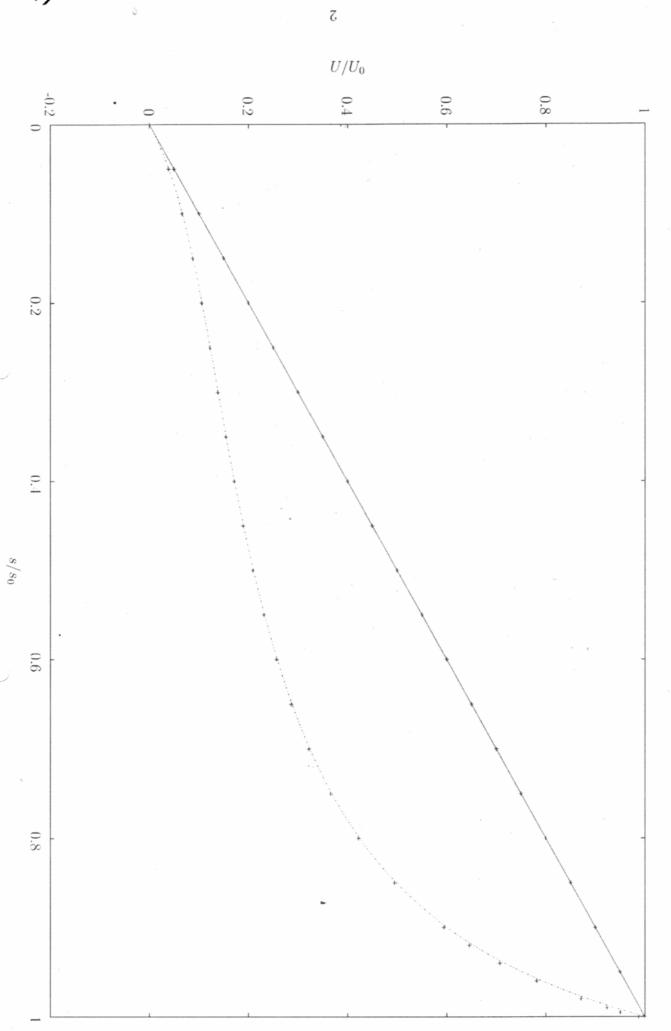
unbekambe Banart mit

Sicherung 100 mA, 993 N.

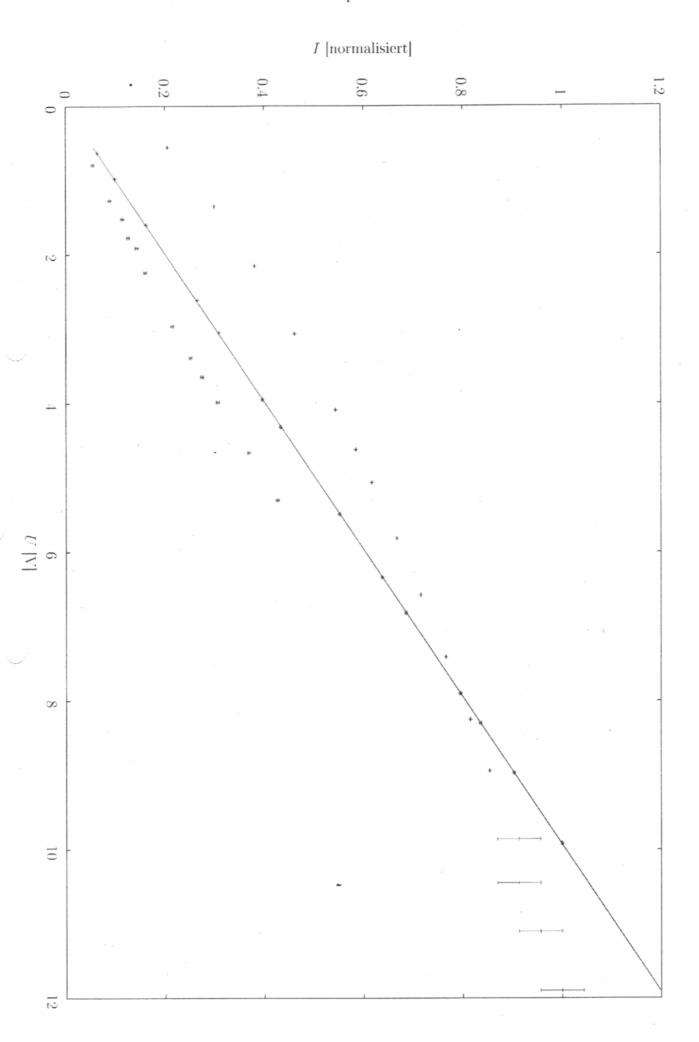
gangsspanning bei 10-75 Positioner, jeweils belastet und unbelastet

1./m





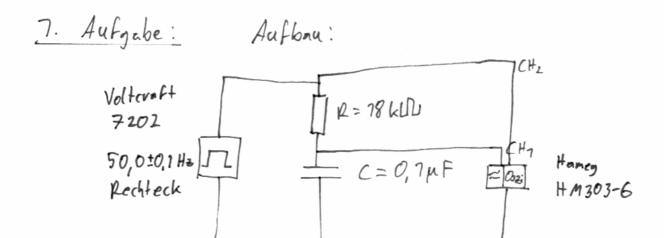




# Messpholokoll Wechselshomkreise

Markus Fenske 74. Januar 2015

14.01.15 AM



Ausgangsspannung des Frequenzyenerators nicht zu ermitteln. Nehne stattdessen Untoteilngsstriche der Gesamtspannung nut um Verhältnis uc zu ermitteln, da Uo nicht in Zeit konstante einfließt.

Einstellung 50, dass 30 Unterteilungen, 7/Ms DIV

2. Aufgabe Aufbau: penesin genesin of ut = 0,150 Fluke 775

Voltevapl 7202

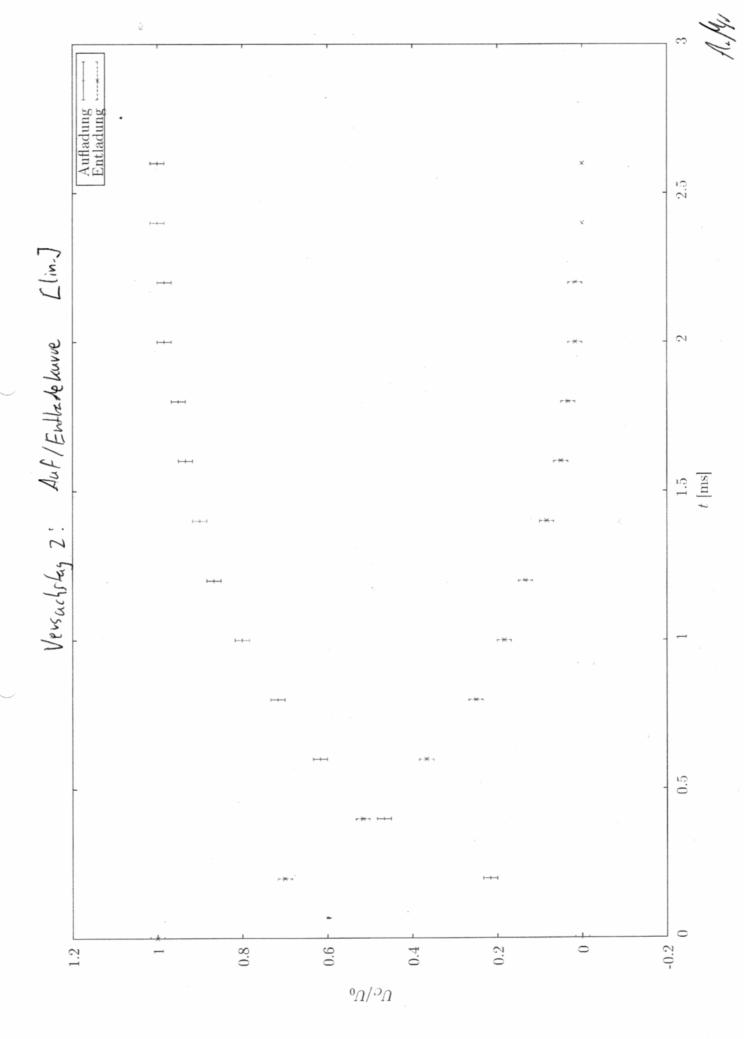
Sinus

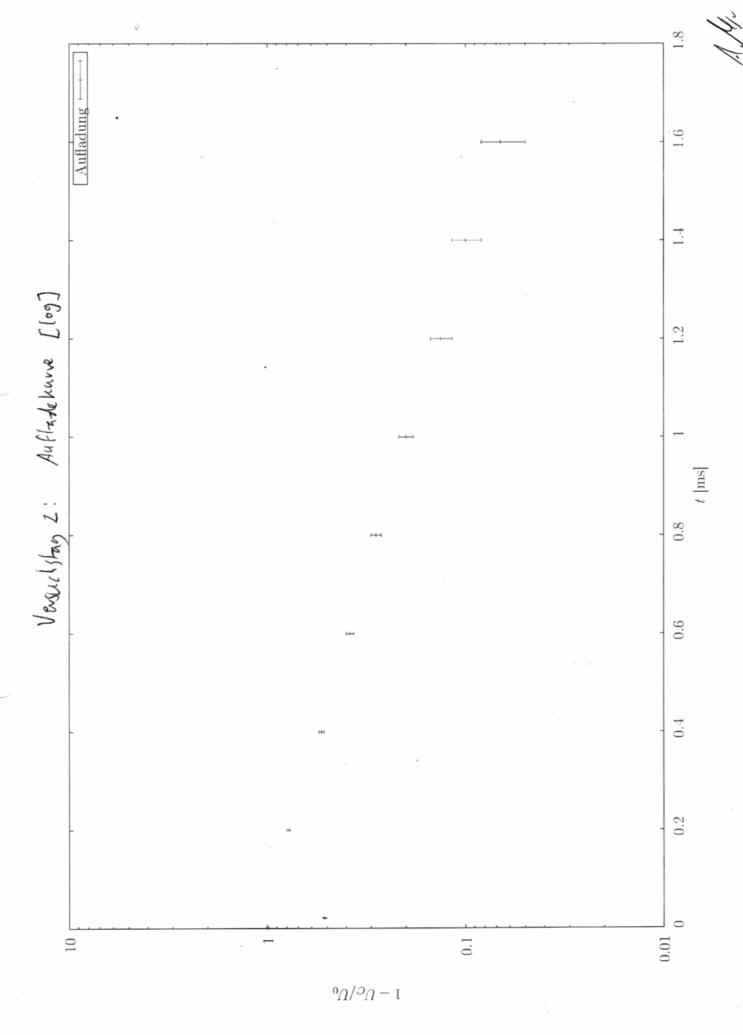
R=8 JL

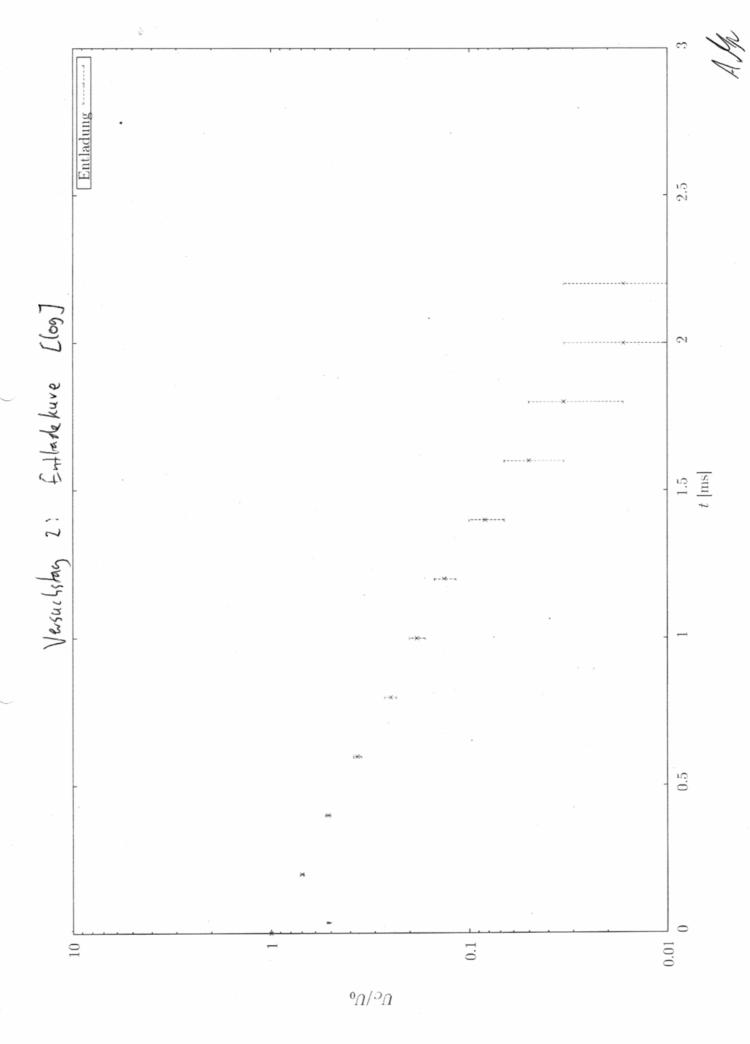
Aufbau de Pässe einzehr und nacheirander

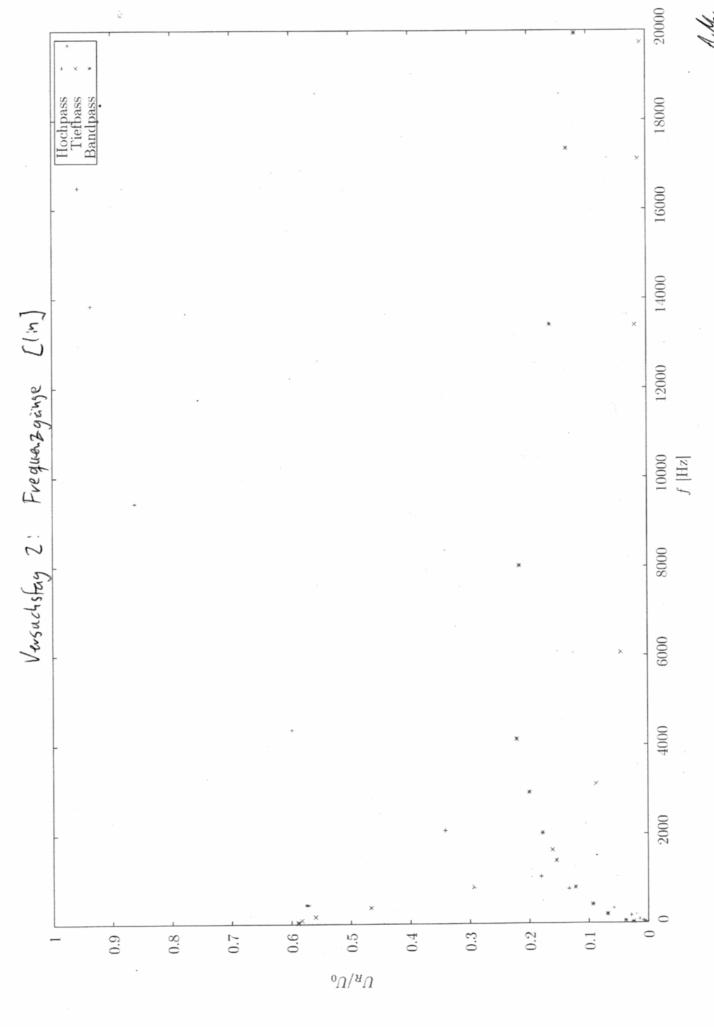
Aufnahme der Ein- und Ausgangsspannung in

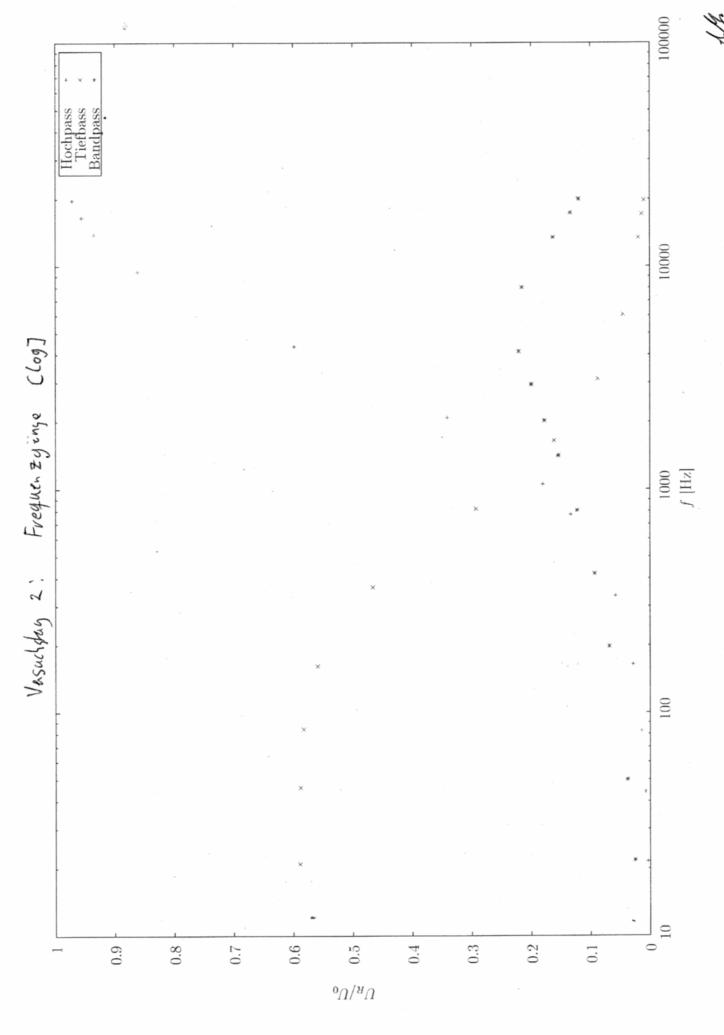
Abh. keit der Frequenz.







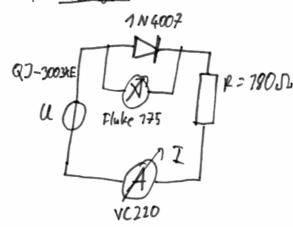




# Mess protokal

Besinn: 27.07.2075 75:72

7. Julbau



Spannungsrichtig, Dauchlass

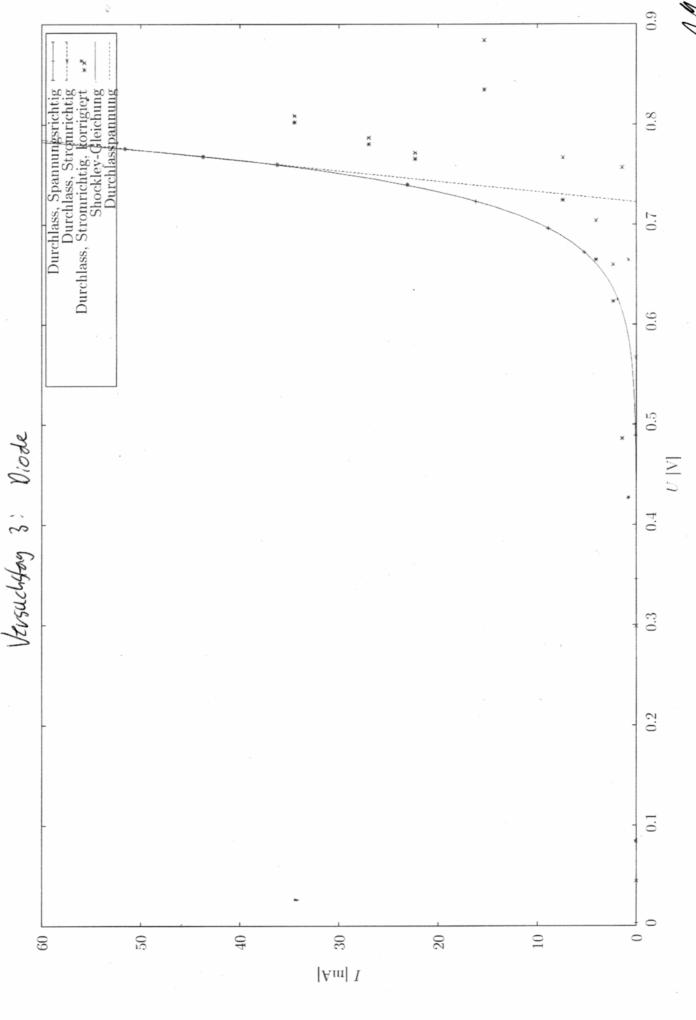
- 2. Spannangsricktig, nhe Spennicky
- 3. Stromrichtig, Durchlass richling
- U. -11- Sperrichtung

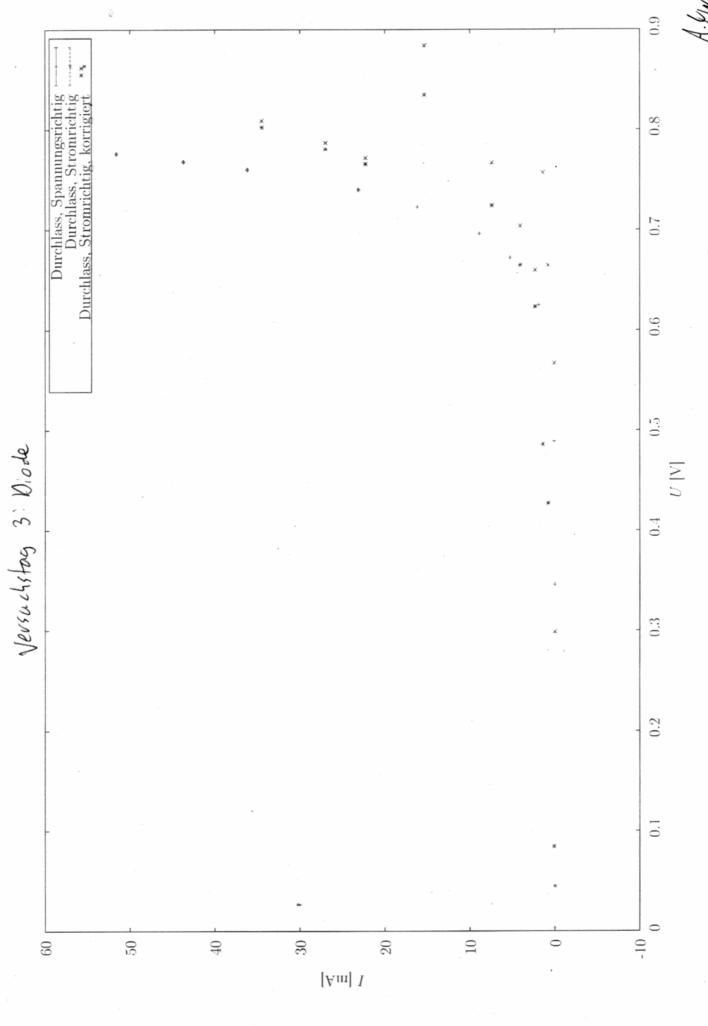
Fest-stelling zu Stromrichtige Messing: the Sauke Abweichungen bei Messberoichs vechsel. (zu 3).

O=HM 400 Rohde & Schwerz Hameg OSZilloskop

Beobachtung: Wie Theorie. Bei Gläffugskondenszlon Wellen ungefähr Sägezahn (siehe Poto), Phasenverschiebung in Ein- und Ausgangssign(

> Earle: 76:47 A.M.





### Messprotokoll: Transstor M. Fenske 29.01.15

7. Aufbau: siele Abb. 2 in Vorbereitung mit UBE = Fluke 175, IB = VC 220, IC = VC230, UCE = Fluke 775.

1.7 Messung von Ic (IB) bei UcE = 17,09±0,01 V

7.2 Ic (UcE) Für Verschiede IB

1.3 UBE (UEB) bei UcE =

UBE (IB)

Messbeginn: 28.07. 2015, 75:53

2. Aufban Vastirherschalfing Cisiche Vorberiting)

Aus Water unde KA= 7,5 km and Ry ~ 100 km

baednet. Bessel Eusebnisse jedoch nih RA=2,2 hm

Ky = 18 km. Ersebnis:

Sinus formige Eingangs vella mit 7 NHZ werden

leicht phasan verschoben und mit "schmaler Obereife"

(siehe Foto) Zurück gesebağ. Verstärking stahter:

ca. 50x.

Messente: 28.07.2075, 77:33

A.ff

