BELİRSİZLİK ÇEŞİTLERİ VE L'HOSPİTAL KURALI

5 çeşit temel belirsizlik vardır. Bu belirsizlikler var olan bir değeri bulmanızı engelleyen durumlardır. Gerçekte fonk. ların o noktalarda değerleri vardır. Ama bu belirsizlikler onları gizler.

Belirsizlik Çeşitleri

1.) çeşit $\frac{0}{0}$ belirsizliği

2.) Çeşit: $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği

3.) $\infty - \infty$

4.) $0 \cdot \infty$

5. Çeşit: 1^{∞} veya 0^{0} veya ∞^{0} belirsizliği.

L'hospital Kuralı: Belirsizlikten türev yardımıyla kurtulmaya denir.

Not: l'hospital Kuralı sadece 1. ve 2. çeşit belirsizlikleri çözer. Diğer belirsizlikleri çözmek için ise önce 1. ve 2. çeşit belirsizlik formuna benzetir sonra L'hospital kuralı kullanmalıyız.

[redacted]

$\frac{0}{0}$ BELİRSİZLİĞİNİN L'HOSPITAL KURALI İLE ÇÖZÜMÜ

* Türev yardımıyla belirsizlikten kurtulma

$= \frac{0}{0}$ Payın ve paydanın ayrı türevleri alınır.

Payın ve Paydanın belirsizlik kaybolana kadar Türevi alınır. (Pay ve Paydanın türevleri ayrı alınır. Bölümün Türevi yapılmaz)

Ör: $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-4}{3x-6} = ?\ \frac{0}{0}$ ✓ $\quad \lim\limits_{x \to 2} \frac{(x^2-4)'}{(3x-6)'} = \lim\limits_{x \to} \frac{2x}{3} = \boxed{\frac{4}{3}}$

Ör: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 3x}{2x} = ?$ $\quad \lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{\sin 3x}{2x}\right)' = \lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{\cos 3x \cdot 3}{2}\right)$

$= \frac{3}{2}$

Ör: $\lim\limits_{x \to 3} \frac{x^3-27}{2x-6} = ?$ $\quad \lim\limits_{x \to 3} \frac{(x^3-27)'}{(2x-6)'} = \frac{3x^2}{2} = \boxed{\frac{27}{2}}$

Ör: $\lim\limits_{x \to 7} \frac{(\sqrt{x+2}-3)'}{(x^2-47)'} = ?$ $\quad (x+2)^{\frac{1}{2}} \quad \frac{(x+2)^{-\frac{1}{2}}}{2} \quad \frac{1}{2\sqrt{(\underbrace{x}_{7}+2)}} \cdot \underbrace{2x}_{14}$

$= \frac{1}{84}$

$\frac{\infty}{\infty}$ Belirsizliğinin L'Hospital Kuralı ile Çözümü

$\frac{0}{0}$ belirsizliğinde kullandığımız metodun aynısı.

Payın ve paydanın türevleri belirsizlikten kurtulana kadar alınır.

10/100

$\frac{\infty}{\infty}$ BELİRSİZLİĞİNİN L'HOSPITAL KURALI İLE ÇÖZÜMÜ

Payın ve paydanın türevleri belirsizlikten kurtulana kadar alınır.

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(x^2-3x+4)'}{(2x^2-5x+1)'} = ? \quad \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(2x-3)'}{(4x-5)'} = \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2}{4} = \frac{1}{2} //$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{(\ln x)'}{(x)'} = ? \quad \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty} = 0 //$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{(x^3-4x^2+5x-7)'}{(x^2+6x-1)'} = ? \quad \frac{-\infty}{+\infty}$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{(3x^2-8x+5)'}{(2x+6)'} = \frac{\infty}{-\infty} //$$

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{6x-8}{2} = \frac{-\infty}{2} = -\infty //$$

$\infty - \infty$ Belirsizliğinin L'Hospital Kuralı ile Çözümü

$\infty - \infty \rightarrow \frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ benzetilmelidir.

$\downarrow$

Payda eşitlendiğinde ortaya $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ belirsizliği gelir.

Ör: $\lim\limits_{x \to 2} \frac{4}{x^2-4} - \frac{1}{x-2} = ?$ $\qquad \frac{4}{0} - \frac{1}{0} = \infty - \infty$

$$\lim_{x \to 2} \frac{4-x-2}{x^2-4} = \lim_{x \to 2} \frac{2-x}{x^2-4} = \frac{0}{0}$$

$$\frac{(2-x)'}{(x^2-4)'} = \lim_{x \to 2} \frac{-1}{2x} = \boxed{-\frac{1}{4}}$$

Ör: $\lim\limits_{x \to 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) = ?$ $\qquad \underset{x=0}{} \quad \frac{1}{0} - \frac{1}{0} = \infty - \infty$

$(x) \quad (\sin x)$

$$\lim_{x \to 0} \frac{(x - \sin x)'}{(x \sin x)'} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{(1 - \cos x . 1)'}{(1 . \sin x + \cos x . 1 . x)'} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x . 1}{\underbrace{\cos x}_{1} - \underbrace{\sin x}_{0} . x + \underbrace{1 . \cos x}_{1}} = \frac{0}{2} = 0$$

Bu Kısımla ilgili son olarak:

$$\infty - \infty \quad \frac{\text{Sayı}}{0} - \frac{\text{Sayı}}{0}$$

Böyle bir şey görürsen payda eşitle $\frac{0}{0}$ ya da $\frac{\infty}{\infty}$'u bul sonra lopital.

$0 . \infty$ Belirsizliğinin L'Hospital Kuralı ile Çözümü

Amaç $0 . \infty \xrightarrow{\text{convert to}} \frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ benzetmeliyiz. Peki nasıl? (iki yolumuz var)

0'ı takla attırmak

$$0 . \infty = \frac{\infty}{\frac{1}{0}} = \frac{\infty}{\infty}$$

∞'u takla

$$0 . \infty = \frac{0}{\frac{1}{\infty}} = \frac{0}{0}$$

Örnek:

$$\lim_{x\to 0^+} x \cdot \ln x = ?$$

$0 \cdot \ln(0^+)$

$0 \cdot (-\infty)$

By the way

ln grafiği

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{(\ln x)'}{\left(\frac{1}{x}\right)'} = \frac{-\infty}{\infty} \quad \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to 0^+} (-x)$$

$$= 0$$

Örn:) $$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \tan x = ?$$

x $\frac{\pi}{2}$ yerine yazınca $0 \cdot \infty$ belirsizliği oluyor.

ipucu

$$\tan x = \frac{1}{\cot x}$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\left(x - \frac{\pi}{2}\right)'}{(\cot x)'} = \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{1}{-\operatorname{cosec}^2 x} = \frac{1}{-\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{2}}} = -1$$

L'Hospital Kuralı ile Çözümü

1^{∞}, 0^0 ve ∞^0 $\longrightarrow$ $\frac{0}{0}$ veya $\frac{\infty}{\infty}$ benzetilmelidir.

Soru: $\lim\limits_{x \to 0^+} (x+1)^{\frac{1}{x}} = ?$ $\quad 1^{\frac{1}{0^+}} = 1^{\infty}$ //

1. adım $\quad y = (x+1)^{\frac{1}{x}} \longrightarrow \ln y = \ln(x+1)^{\frac{1}{x}} \longrightarrow \ln y = \frac{1}{x} \cdot \ln(x+1)$

limitin içine al

2. adım $\quad \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\ln(x+1)}{x} = \frac{\ln 1}{0} = \boxed{\frac{0}{0}}$ aradığımız belirsizlik şekli

3. adım

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{(\ln(x+1))'}{(x)'} = \frac{\frac{1}{x+1}}{1} = \boxed{1}$$

4. adım

$\ln y = 1$

$y = e^1$

$\boxed{y = e}$

$\lim\limits_{x \to 0^+} (x+1)^{\frac{1}{x}} = e$ //

ör: $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x = ?$ $\quad 1^{\infty}$

$$y = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$$

$$\ln y = x\ln\frac{x+1}{x-1} \longrightarrow \lim_{x\to\infty} x.\ln\frac{x+1}{x-1} = \infty . 0$$

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\ln\frac{x+1}{x-1}\right)' \, 0}{\left(\frac{1}{x}\right)\, 0} = \frac{\dfrac{\dfrac{(x-1)-(x+1)}{(x-1)^2}}{\dfrac{x+1}{x-1}}}{-\dfrac{1}{x^2}} =$$

$$\frac{-2}{(x-1)\cancel{{}^2}}\cdot\frac{\cancel{x-1}}{x+1}\cdot\frac{-x^2}{1} \qquad \lim_{x\to\infty}\frac{2x^2}{x^2-1} = 2$$

$$\ln y = 2$$

$$y = e^2$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x = e^2$$