musabbesbadem.com
#Shareyourknowledge

#by the way

$$\boxed{\sec x = \frac{1}{\cos x}}$$

$f(x) = \tan(g(x))$

$$\longrightarrow f'(x) = \left(1 + \tan^2 g(x)\right) \cdot g'(x)$$

$$\longrightarrow f'(x) = \sec^2 g(x) \cdot g'(x)$$

$$\longrightarrow f'(x) = \frac{1}{\cos^2 g(x)} \cdot g'(x)$$

$f(x) = \cot g(x)$

$$\longrightarrow f'(x) = -\left(1 + \cot^2 g(x)\right) \cdot g'(x)$$

$$\longrightarrow f'(x) = \boxed{-} \csc^2 g(x) \cdot \underline{g(x)} \cdot g'(x)$$

$$\longrightarrow f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 g(x)} \cdot g'(x)$$

$$f(x) = \sec g(x) \longrightarrow f'(x) = \sec g(x) \cdot \tan g(x) \cdot g'(x)$$

$$f(x) = \csc g(x) \longrightarrow f'(x) = -\csc g(x) \cdot \cot g(x) \cdot g'(x)$$

Ters Trigonometrik fonksiyonların Türevi

$$f(x) = \arcsin g(x) \longrightarrow f'(x) = \frac{g'(x)}{\sqrt{1 - (g(x))^2}}$$

$$f(x) = \arccos g(x) \longrightarrow f'(x) = -\frac{g'(x)}{\sqrt{1 - (g(x))^2}}$$

$$f(x) = \arctan g(x) \longrightarrow f'(x) = \boxed{\frac{g'(x)}{1 + (g(x))^2}}$$

$f(x) = \operatorname{arccot} g(x) \longrightarrow f'(x) = \boxed{-} \frac{g'(x)}{1+(g(x))^2}$

Hiperbolik fonk.lar

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Hiperbolik fonk. Türevi

① $f(x) = \sinh(g(x)) \longrightarrow f'(x) = \cosh(g(x)) \cdot g'(x)$

② $f(x) = \cosh(g(x)) \longrightarrow f'(x) = \sinh(g(x)) \cdot g'(x)$

③ $f(x) = \tanh(g(x)) \longrightarrow f'(x) = \operatorname{sech}^2(g(x)) \cdot g'(x)$

$f(x) = \coth(g(x)) \longrightarrow f'(x) = -\operatorname{csch}^2(g(x)) \cdot g'(x)$

#knowledgeishuman'slostproperty...

1. $\int \sinh x\,dx = \cosh x + c$

2. $\int \cosh x\,dx = \sinh x + c$

3. $\int \tanh x\,dx = \ln(\cosh x) + c$

4. $\int \coth x\,dx = \ln(\sinh x) + c$

5. $\int \operatorname{sech}^2 x\,dx = \tanh x + c$

6. $\int \operatorname{csch}^2 x\,dx = -\coth x + c$

7. $\int \operatorname{sech} x \cdot \tanh x\,dx = -\operatorname{sech} x + c$

8. $\int \operatorname{csch} x \cdot \coth x\,dx = -\operatorname{csch} x + c$

by the way

$\arctan 0 = 0$

$\arctan 1 = \frac{\pi}{4}$

$\arctan(\infty) = \frac{\pi}{2}$

$\arctan(-\infty) = -\frac{\pi}{2}$

Tips

$\int \ln x\,dx = x\ln x - x + c$

$\ln 0 \Rightarrow$ tanımsızdır

$$\boxed{\int \sqrt{x}\,dx = \frac{2}{3}\sqrt{x^3} + c}$$ → $\sqrt{x}$ in integrali

Parantezlinin İntegrali :

$$\int \underbrace{(ax+b)}^{n}dx = \frac{(ax+b)^{n+1}}{(n+1).a} + c$$

parantez içi 1. derece iken bu kural uygulanabilir.
(Bir de parantezin sağında solunda x'li çarpan bulunmayacak)

Üs bir artırılır, oluşan üsse ve parantez içinin türevine bölünür.

Ör:

$$\int (x-3)^{10}dx = \frac{(x-3)^{11}}{11.1} + c$$

Üstel fonksiyonların İntegrali :

$$\int e^{ax+b}dx = \frac{e^{ax+b}}{a} + c$$

e'nin üssü 1. derece ise kural uygulanabilir.

e'li aynen yazılır, üssünün türevine bölünür.

$$\int e^{x}dx = \frac{e^{x}}{1} + c$$

Üstel fonksiyonların İntegrali :

$$\int a^{\underline{mx+n}}\,dx = \frac{a^{mx+n}}{m \cdot \underline{\ln a}} + c$$

$a > 0$
$a \neq 1$

üs 1. derece olmalı
ve a'nın sağında solunda x'li çarpan olmamalı

Üstel fonk. aynen yazılır, üssünün türevine ve lna ya bölünür.

$$\int 2^{3x}\,dx = \frac{2^{3x}}{3 \cdot \ln 2} + c$$

İntegral sonucu ln çıkanlar :

$$\frac{\text{Sayı}}{\text{1. derece fonk.}} = \text{sonucu ln çıkan ifadeler}$$

$$* \int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x| + c$$

#don'thesitatetoasksomeonewhoknows

① $\int \sin(ax+b)\,dx = \frac{-\cos(ax+b)}{a} + c$

1. derece ise
kural uygulanabilir
Sağında solunda
x'li çarpan olmayacak

(Cos'ün integrali)

② $\int \cos(ax+b)\,dx = \frac{\sin(ax+b)}{a} + c$

$\int \cos 3x\,dx = \frac{\sin 3x}{3} + c$

3) $\int [1+\tan^2(ax+b)]\,dx = \int \sec^2(ax+b)\,dx = \int \frac{1}{\cos^2(ax+b)}\,dx = \frac{\tan(ax+b)}{a} + c$

içleri 1. derece
iken kural
uygulanır.

④ $\int [1+\cot^2(ax+b)]dx = \int \operatorname{cosec}^2(ax+b)dx = \int \frac{1}{\sin^2(ax+b)}dx$

$= -\frac{\cot(ax+b)}{a} + c$

$\csc^2(ax+b)$

$\int (1+\cot^2 2x)dx = \frac{-\cot 2x}{2} + c$

TERS TRİGONOMETRİK İNTEGRALLERİN : KURALLARI :

⑤ $\int \tan(ax+b)dx = \frac{-\ln|\cos(ax+b)|}{a} + c$

⑥ $\int \cot(ax+b)dx = \frac{\ln|\sin(ax+b)|}{a} + c$

$\int \tan 3x\, dx = \frac{-\ln|\cos 3x|}{3} + c$

$\int \cot 2x\, dx = \frac{\ln|\sin 2x|}{2} + c$

#allknowledgecomesfromGod...

TERS TRİGONOMETRİK ÇIKAN İNTEGRALLER

① $$\int \frac{1}{1+(ax+b)^2}dx = \frac{\arctan(ax+b)}{a} + c$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}dx = \arctan x + c$$

② $$\int \frac{1}{\sqrt{1-(ax+b)^2}}dx = \frac{\arcsin(ax+b)}{a} + c$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx = \arcsin x + c$$

$$* \int \sec x\,dx = \ln|\sec x + \tan x| + c$$

$$* \int \csc x\,dx = -\ln|\csc x + \cot x| + c$$

BASİT KESİRLERE AYIRMA

2. Çeşit : Paydada 2. derece çarpan bulunursa $\left\{ \begin{matrix} x^2+1 \\ x^2+4 \end{matrix} \ldots \right\}$

$$\int \frac{2x+1}{(x^2+1)(x-2)}\,dx =$$

$$\frac{2x+1}{(x^2+1)(x-2)} = \frac{A}{\underset{(x^2+1)}{x-2}} + \frac{Bx+C}{\underset{(x-2)}{x^2+1}} \Rightarrow 2x+1 = Ax^2+A+Bx^2+Cx-2Bx-2C$$

3. Çeşit Paydada tam kare ifade bulunursa $(x^2, (x-2)^2)$

$$\int \frac{2x+1}{(x-3)^2 (x+1)}\,dx =$$

$$\frac{2x+1}{(x-3)^2(x+1)} = \frac{A}{\underset{(x-3)^2}{x+1}} + \frac{B}{\underset{(x-3)(x+1)}{x-3}} + \frac{C}{\underset{(x+1)}{(x-3)^2}}$$

x^2-6x+9 $\quad$ x^2-2x-3

$$\frac{2x-3}{(x+2)^3} = \frac{A}{x+2} + \frac{B}{(x+2)^2} + \frac{C}{(x+2)^3}$$

Yöntemin Uygulanışı

$$\int x e^x dx$$

polinom $\quad$ üstel

1.Adım integral u ve dv diye 2 parçaya ayrılmalıdır.

Neye u denileceğini belirler. LAPTÜ (ok yönünde hangi fonks. önce varsa o udur.)

$\boxed{u = x}$

u yu belirledikten sonra geriye kalan her şey dv dir.

$\boxed{dv = e^x dx}$

2. Adım

$u = x$ ten du üretmeliyiz.

u'ya göre türev al. yanına du yaz.

x e göre türev al yanına dx yaz.

$$1 \cdot du = 1 \cdot dx \Rightarrow \boxed{du = dx}$$

$\int dv = \int e^x dx$ ten her iki tarafın integralini alarak V üretmeliyiz.

$$\boxed{V = e^x}$$

integral sabiti olan +c V bulunurken yazılmaz.

3. adım

Kural : $\boxed{u.v - \int v du}$ bize integralin sonucunu verir.

$$x \cdot e^x - \int e^x dx = \boxed{xe^x - e^x + C}$$

$$\int x e^x dx$$

$$\cos 2x = \boxed{\cos^2 x - \sin^2 x} = \boxed{2\cos^2 x - 1} = \boxed{1 - 2\sin^2 x}$$

$$\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$$

$$\frac{\cos 2x + 1}{2} = \cos^2 x$$

$$\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$$

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

TRİGONOMETRİK KURALLAR YARDIMIYLA Çözülen Belirsizlikler

Aşağıda yazılan kuralları bildiğimiz varsayılır.

(1) $$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

(2) $$\lim_{x\to 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

(3) $$\lim_{x\to 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

(4) $$\lim_{x\to 0} \frac{ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

(5) $$\lim_{x\to 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

(6) $$\lim_{x\to 0} \frac{x}{\tan x} = 1$$

(7) $$\lim_{x\to 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

(8) $$\lim_{x\to 0} \frac{ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

(9) $$\lim_{x\to 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$$

(10) $$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x} = 0$$

arcsinx
arccosx
arctanx
arccotx

Kısmi integral
u - dv

$$uv - \int v\,du$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\int \frac{1}{1+x^2}\,dx = \arctan x + c$$

Belirli İntegralin Türevi
(Fundamental Theorem of Calculus)

Kural: $\frac{d}{dx}\left(\int_{g(x)}^{f(x)} h(t)\,dt\right) = h(f(x)).f'(x) - h(g(x)).g'(x)$

ör: $\frac{d}{dx}\left(\int_{2}^{x^3} \frac{1}{1+t^5}\,dt\right) = ?$ $\quad \frac{1}{1+x^{15}}.3x^2 - \frac{1}{1+32}.0$

$$= \frac{3x^2}{1+x^{15}} \quad //$$

İNTEGRAL ALMA YÖNTEMLERİ

$\int f(x)dx \longrightarrow$ İntegral alma kuralları ile çözülebiliyor mu. $\longrightarrow$ if you can't say yes, (Hayır) $\Rightarrow$ integral Alma yöntemlerine başvurulur.

When you see an Integral, the first question you should ask

↓ If you can say yes, solve it.

Amacı: İntegral alma kurallarını uygulanabilir hale getirmektir.

then you can solve it.

integral Alma Yöntemleri

1) Değişken değiştirme metodu (u-substitution)

2) Kısmi integral (integration by parts)

3) Kesirlerine parçalama (Partial fractions) → Polinom bölmesi / → Basit kesirlere ayırma.

4) Trigonometrik dönüşüm gerektirenler. (Substitution)

(Bunların hepsinin amacı kural uygulanamayan integrali kurala benzeterek uygulanmasını sağlamaktır.)

Polinom Bölmesi
Yardımıyla İntegral Alma

$$\int \frac{\text{Pay} = \text{Polinom}}{\text{Payda} = \text{Polinom}}\, dx \quad + \quad \text{Payın derecesi} \geq \text{Paydanın derecesi}$$

Bu iki şartın sağladığı integrallerde Polinom bölmesi kullanmak zorundayız.

Pay	Payda

x	x+2
−(x+2)	1
−2	

Ör: $\displaystyle\int \frac{x}{x+2}\,dx =$

$$\int 1 + \frac{-2}{x+2}\,dx = \boxed{x - 2\ln|x+2| + c}$$

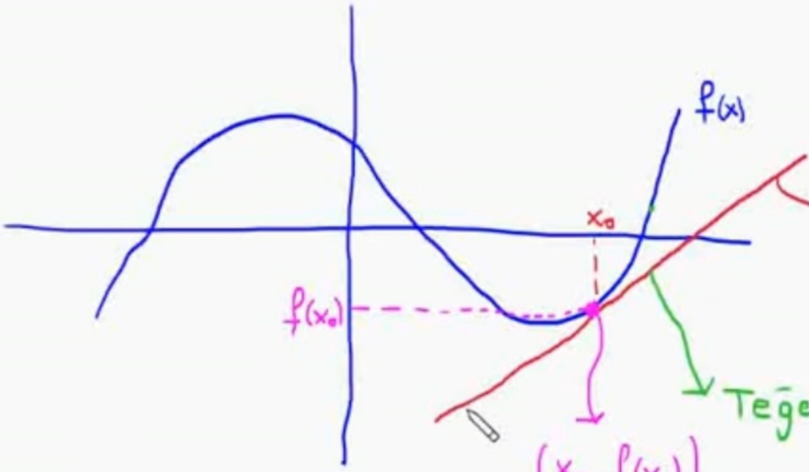
$$\int \text{Bölüm} + \frac{\text{Kalan}}{\text{Bölen}}$$

TEĞETİN EĞİMİ VE DENKLEMİ

(Tangent Line)

$\text{eğim} = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

$f'(2) = 3$



$(x_0, f(x_0))$

$f(x)$ fonksiyonuna x_0 noktasında çizilen teğet doğru

Teğet doğrunun eğimi $= f'(x_0)$
(slope)

$$y - y_0 = m.(x - x_0)$$

$$\boxed{y - f(x_0) = f'(x_0).(x - x_0)}$$