Kuvvet Serilerinin Yakınsaklık Aralığı Örnek Soru – 1

Eğer $\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} c_n \cdot x^n}$ serisi $x=5$ değeri için ıraksak ise $x=8$ için aynı serinin yakınsak veya ıraksak olup olmadığı belirlenebilir mi? Nedeni ile açıklayınız.

$$\sum_{n=1}^{\infty} c_n \cdot 5^n \Rightarrow \text{ıraksak}$$

#tipforsolvingquestion

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot (x - x_0)^n$$

$\Rightarrow$ Eğer kuvvet serisinin yakınsaklık aralığı var ise bu serinin yakınsaklık merkezi x_0 değerine eşittir.

bu neyi ifade eder.

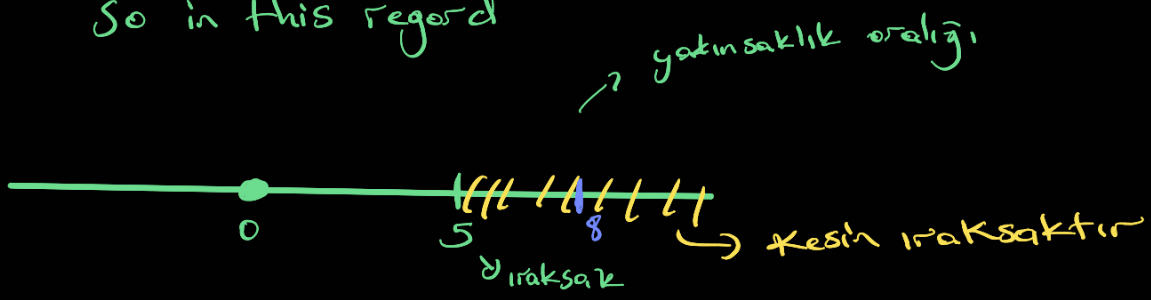
Yukarıdaki soru üzerinden düşünecek olursak

$x_0 = 0$ dır. $\Rightarrow$ $0 - k \leftarrow 0 \rightarrow 0 + k$

merkez

Aralık $(-k, k)$

So in this regard



Cevap $\Rightarrow$ $x = 8$ için cevap ıraksaktır.

2. Soru

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^b \cdot b^n}$$, $b>0$ olmak üzere

a) yakınsaklık yarıçapını b türünden bulunuz.

b) $b=1$ için yakınsaklık aralığını bulunuz.

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{\frac{\cancel{x^{n+1}}\, x}{(n+1)^b \cdot \cancel{b^{n+1}}\, b}}{\frac{\cancel{x^n}}{n^b \cdot \cancel{b^n}}} \right| \quad \lim_{n\to\infty} \left| \frac{x}{(n+1)^b \cdot b} \cdot n^b \right|$$

$$|x| \lim_{n\to\infty} \frac{n^b}{(n+1)^b \cdot b} = \underbrace{\left(\frac{n}{n+1}\right)^b}_{1} \cdot \frac{1}{b}$$

$$|x| \frac{1}{b} < 1$$

$$\frac{x}{b} < 1$$

$$\boxed{-b < x < b} \quad \frac{b-(-b)}{2} = \boxed{b}$$

$\longrightarrow$ a)

b) $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^b \cdot b^n} \Rightarrow b=1 \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot (1)^n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{\frac{\cancel{x^{n+1}}\, x}{(n+1) \cdot \cancel{(1)^{n+1}}\, 1}}{\frac{\cancel{x^n}}{n \cdot \cancel{(1)^n}\, 1}} \right| \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{x}{n+1} \cdot n \right) =$$

$$|x| \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)$$

$$|x| < 1$$

$$-1 < x < 1$$

uç noktalar dahil mi ?

for $x = -1$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot (1)^n} = \longrightarrow \text{altern}$$

Soru: $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-6)^n}{n^n}$$

$$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1 \Rightarrow \text{yok}$$

$$\frac{\dfrac{\cancel{(x-6)^{n+1}}\; x-6}{(n+1)^{n+1}}}{\dfrac{\cancel{(x-6)^n}}{n^n}}$$

$$(x-6) \lim_{n\to\infty} \frac{n^n}{(n+1)^{n+1}} =$$

$$0$$

$$(x-6)0$$

$|x-6| \cdot 0 < 1 \Rightarrow 0 < 1$ Bu durumdan anlayacağımız x yerine ne verilirse verilsin sonuç 1 den küçüktür.

$(-\infty, \infty) \rightarrow$ serinin yak. aralığıdır.

$R = \infty$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} (4x-8)^n$$

$$\lim_{n \to \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| < 1 \Rightarrow \text{yakınsak}$$

$$\frac{\dfrac{\cancel{2^{n+1}}}{n+1} (4x-8)^{\cancel{n}+1}}{\dfrac{\cancel{2^n}}{n} \cancel{(4x-8)^n}} \qquad \frac{2n}{n+1}(4x-8)$$

$$|(4x-8)| \underbrace{\lim_{n \to \infty} \frac{2\cancel{n}}{\cancel{n}+1}}_{2}$$

$$2|4x-8| < 1$$

$$-1 < 8x - 16 < 1$$

$$15 < 8x < 17$$

$$\frac{15}{8} < x < \frac{17}{8}$$

$$\frac{2^n}{n}(4x-8)$$

$$\frac{2^n}{n}\left(\cancel{4}\cdot\frac{15}{\cancel{8}2}-8\right)^n \qquad \frac{15}{8}\leq x<\frac{17}{8}$$

$$\frac{1}{n}\cdot\underbrace{2^n\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^n}_{} \qquad \frac{(-1)^n}{n}$$ yak

$$\frac{1}{n}\cdot 2^n\left(\cancel{4}\cdot\frac{17}{\cancel{8}2}-8\right)^n$$

$$\frac{1}{n}\,2^n\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\frac{(1)^n}{n}=\frac{1}{n}$$