

# Elektromanyetik Dalgalar

Işık, elektromanyetik dalgadır.

Maxwell yasaları

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{ig}}{\epsilon_0}$$

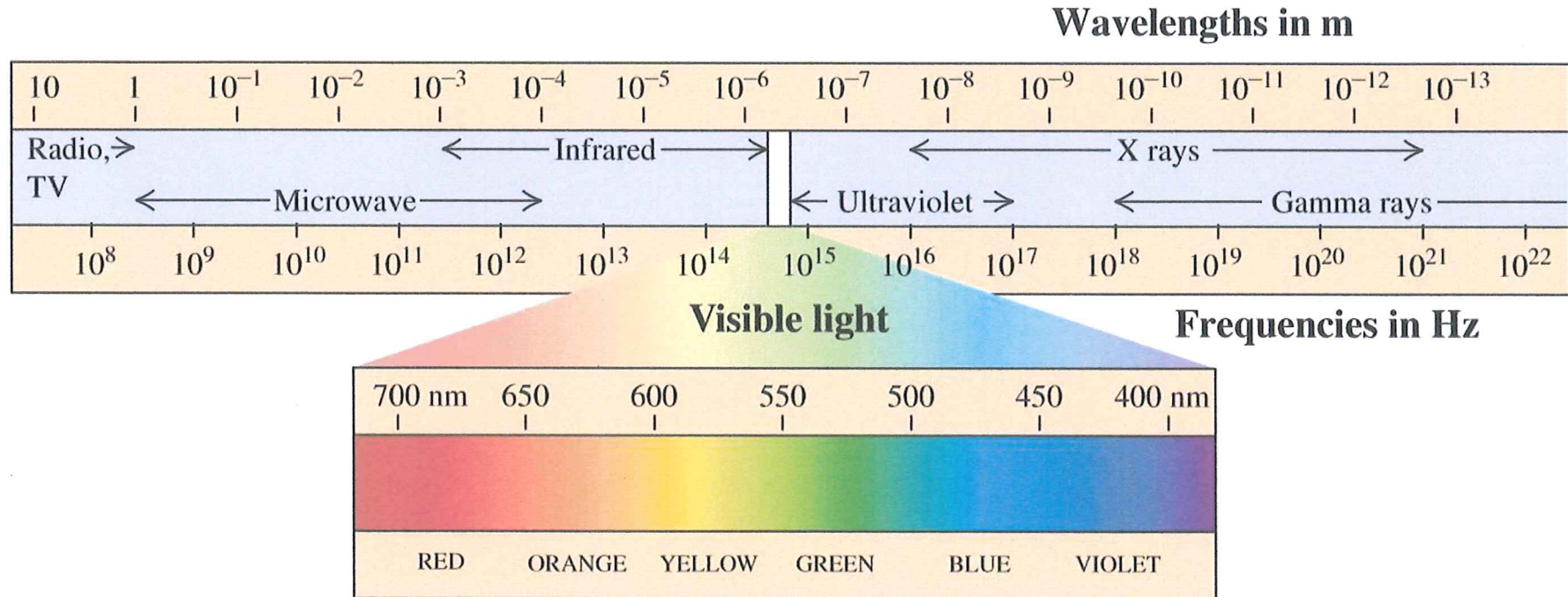
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left( \frac{i}{c} + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)$$

- Değişen manyetik alanlar elektrik alan üretir.
- Değişen elektrik alanlar da manyetik alan oluşturun.
- Elektrik ve manyetik alan birbirinin kaynağıdır.

Tayf:



## Düzlem elektromanyetik dalgalar

- $\vec{E}$  ve  $\vec{B}$  düzlemi dalganın cephesi gibi davranır.

- $\vec{E}$  ve  $\vec{B}$  her ikisi de zamanda değişir.

- Son Maxwell denklemlerine göre  
 $|\vec{B}|^2 \sim \mu_0 \epsilon_0 |\vec{E}|^2$

- Şelildedeki elektromanyetik dalgada  
 $\vec{E}$  y yönünde,  $\vec{B}$  z yönünde, yayılma yönü x-ekseni boyuncaadır.

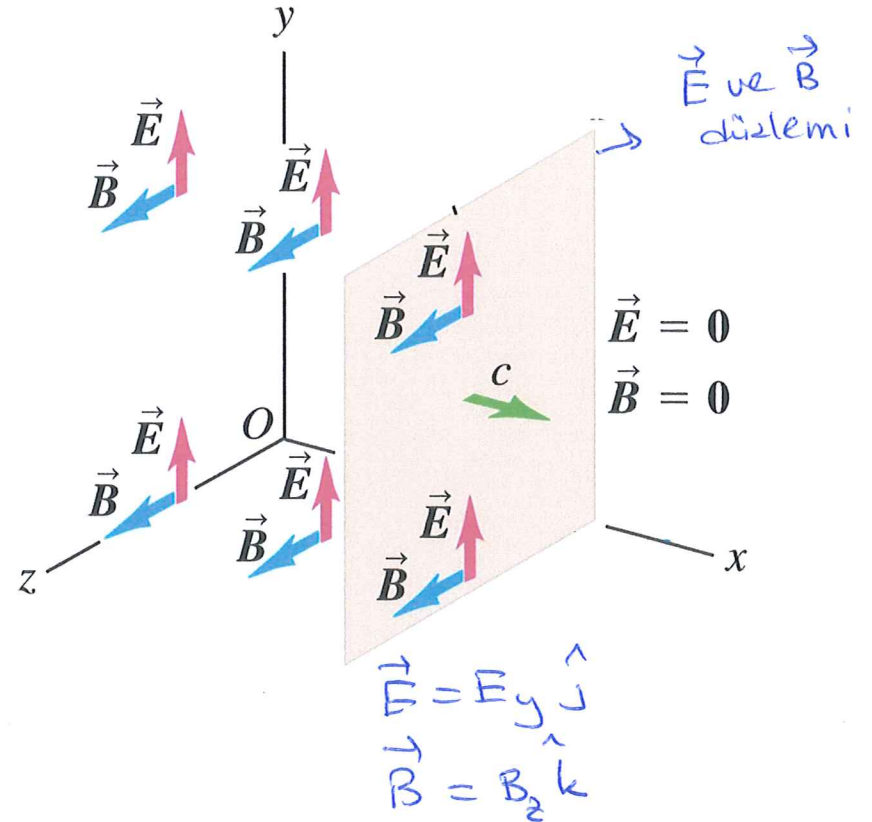
- Hem  $E_y$  hem  $B_z$  için

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 B_z}{\partial x^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 B_z}{\partial t^2}$$

Karşılaştı

$\Downarrow$   
 $E_y$  ve  $B_z$   
x-yönünde  
 $v = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$  ile ilerler



Dalga Denklemi

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

x-yönünde  $v$  süratı ile ilerleyen dalga

Sonuç:  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = c$  ışık hızı (boşlukta)

1. Dalga enine dalgadır. Hem  $\vec{E}$  hem  $\vec{B}$  ilerleme yönüne dik.

$$2. |\vec{B}|^2 = \epsilon_0 \mu_0 |\vec{E}|^2 = \frac{1}{c^2} |\vec{E}|^2$$

$$\boxed{E = c B}$$

Manyetik alan genliği küçük.

3. Boşlukta hızı

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \text{ belli ve sabit.}$$

4. Birbirlerini üretirler, ortama ihtiyaç yoktur.

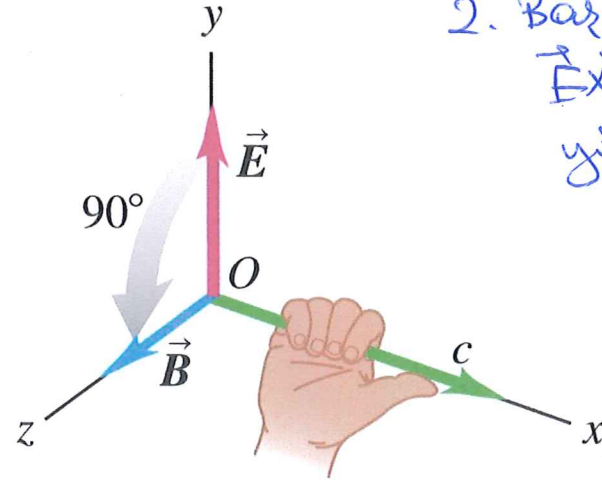
5. Kutuplanabilirler:  $\vec{E}$  hep aynı eksenle paralel ise kutuplanmıştır denir.

İlerleme yönü:

$\vec{E} \times \vec{B}$  yönünder.

1. Dört parmak  $\vec{E}$  yönünde iken  $\vec{B}$  ye doğru kıvrılabiliyor. Sağ

2. Baş parmak  $\vec{E} \times \vec{B}$  ilerleme yönünü verir.



Not:  $\vec{E}$  ve  $\vec{B}$  zamanla değişiyor.

6.  $\vec{E}$  ile  $\vec{B}$  aynı fazda



# Sinusoidal Dalgalar

Diğer dalgalar gibi

$$C = \lambda f$$

$$\omega = 2\pi f, \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \boxed{c = \frac{\omega}{k}}$$

Sinusoidal dalganın denklemi  
 $y(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$  (+x)

hem  $E_y$ , hem  $B_z$  için  
geçerli olmalı.

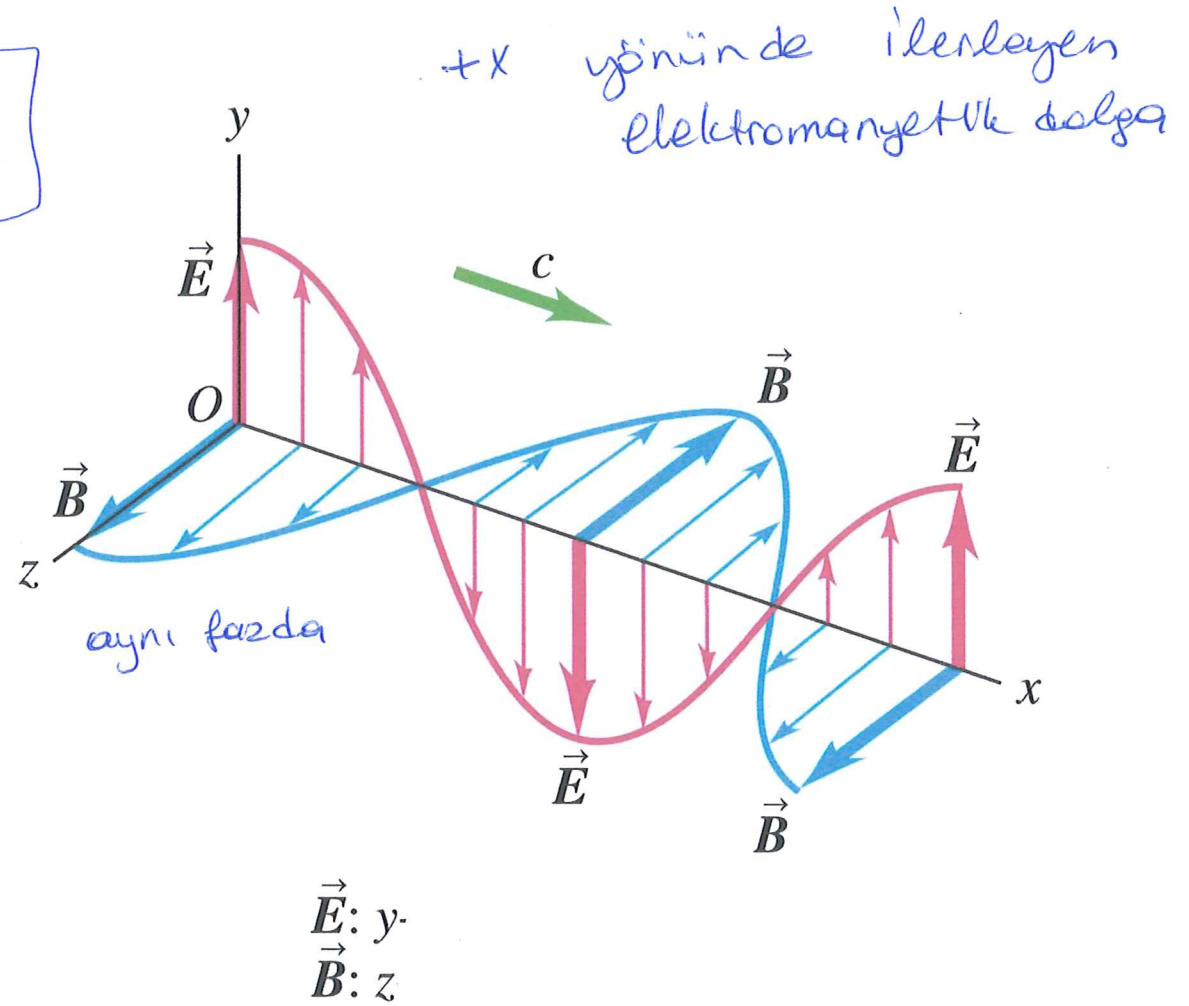
$$E_y = E_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$B_z = B_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$E_0 = c B_0$$

$$\vec{E} = \hat{j} E_0 \cos(kx - \omega t)$$

$$\vec{B} = \hat{k} B_0 \cos(kx - \omega t)$$



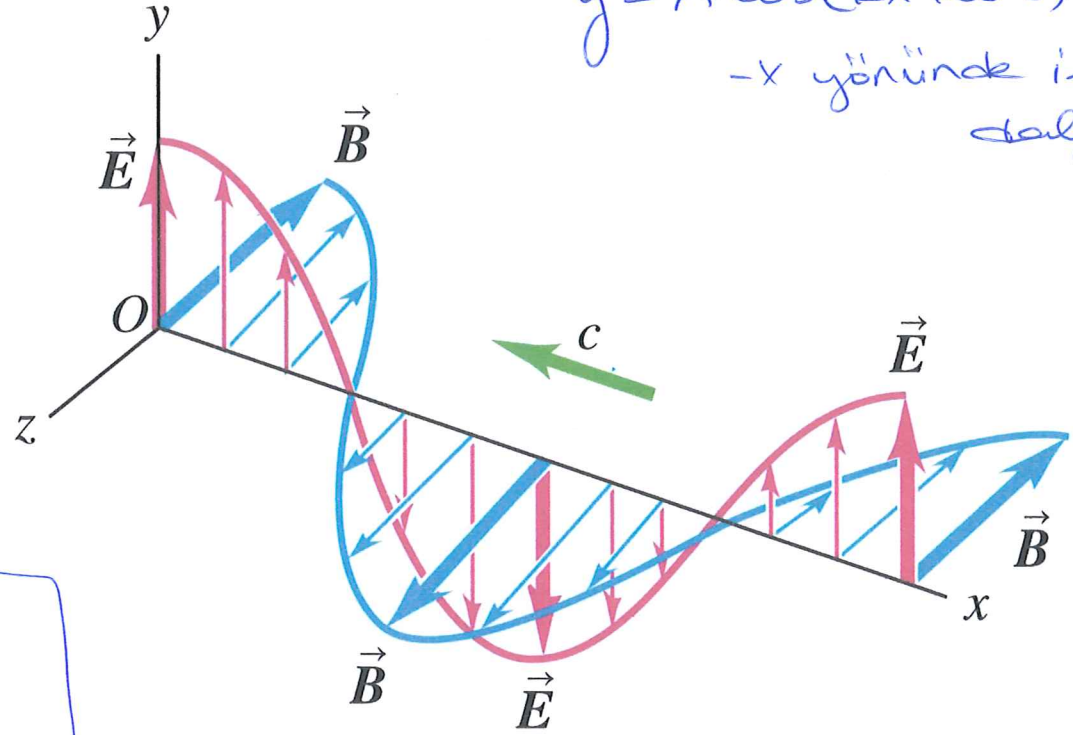
ilerleme yönü tersi olsa idi ( $-x$  yönünde)

$$\vec{E} = \hat{j} E_0 \cos(kx + \omega t)$$

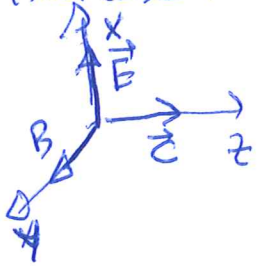
$$\vec{B} = -\hat{k} B_0 \cos(kx + \omega t)$$

$$y = A \cos(kx + \omega t)$$

$-x$  yönünde ilerleyen dalga



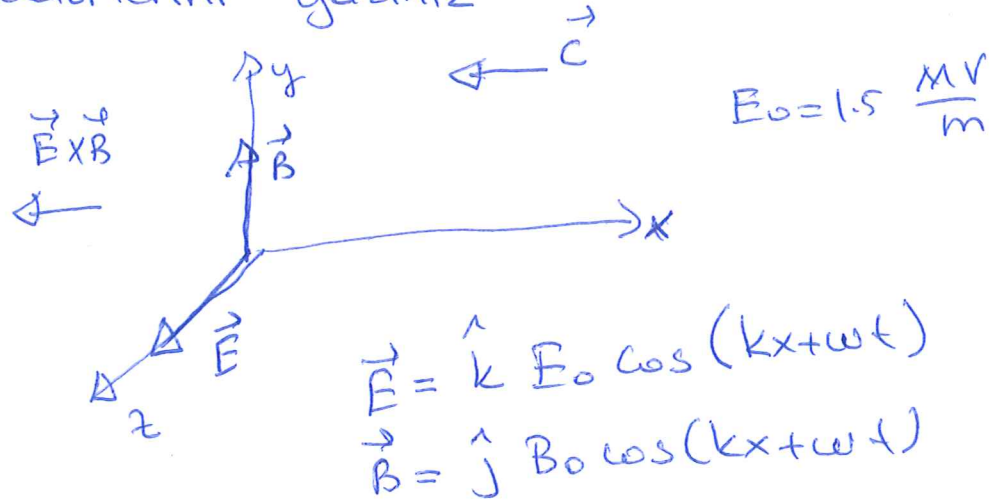
Örnek Dalga  $z$ -yönünde ilerlese idi.  $\vec{E}$  alan  $x$ -yönünde olsa



$$E_x = E_0 \cos(kz - \omega t)$$
$$B_y = B_0 \cos(kz - \omega t)$$

$\vec{E}$ :  $+y$  yönünde  
 $\vec{B}$ :  $-z$  yönünde

Örnek 1 Karbondioksit lazerinden çıkan dalgalar  $-x$  yönünde  $10.6 \mu\text{m}$  dalga boyuyla yayılmaktadırlar.  $\vec{E}$  z ekseninde  $\vec{E}$  ve  $\vec{B}$  vektörlerini yazınız



$$\vec{E} = \hat{k} E_0 \cos(kx + \omega t)$$

$$\vec{B} = \hat{j} B_0 \cos(kx + \omega t)$$

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = \frac{1.5 \times 10^6}{3.108} = 5 \times 10^{-3} \text{ T}$$

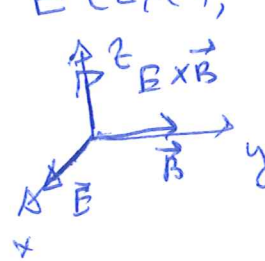
$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{10.6 \times 10^{-6}} = 5.93 \times 10^5 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$c = \frac{\omega}{k}, \quad \omega = ck = 3.108 \cdot 5.93 \cdot 10^5 = 1.78 \times 10^{14} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\vec{E} = \hat{k} (1.5 \times 10^6 \frac{\text{V}}{\text{m}}) \cos(5.93 \times 10^5 x + 1.78 \times 10^{14} t)$$

$$\vec{B} = \hat{j} (5 \times 10^{-3} \text{ T}) \cos(5.93 \times 10^5 x + 1.78 \times 10^{14} t)$$

örnek 2  $z$ -yönünde ilerleyen dalga için  $f = 6.10 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ,  $B_0 = 5.8 \times 10^{-4} \text{ T}$  ise  $\vec{E}(z, t)$ ,  $\vec{B}(z, t)$  nedir.  $\vec{E}$   $x$ -yönündedir



$$\vec{E} = \hat{i} E_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$\vec{B} = \hat{j} B_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$E_0 = c B_0 = 1.74 \times 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$\omega = 2\pi f = 3.83 \times 10^{15} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$c = \frac{\omega}{k} \Rightarrow k = \frac{\omega}{c} = 1.28 \times 10^7 \frac{\text{rad}}{\text{m}}$$

$$\vec{E} = \hat{i} (1.74 \times 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}) \cos(kz - \omega t)$$

$$\vec{B} = \hat{j} (5.8 \times 10^{-4} \text{ T}) \cos(kz - \omega t)$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \hat{i} (1.74 \times 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}}) \cos(1.28 \times 10^7 z - 3.83 \times 10^{15} t)$$

$$\vec{B} = \hat{j} (5.8 \times 10^{-4} \text{ T}) \cos(1.28 \times 10^7 z - 3.83 \times 10^{15} t)$$

## Ortam içinde elektromagnetik dalgalar

$$\mu_0 \rightarrow \mu = K_m \mu_0$$

$$\epsilon_0 \rightarrow \epsilon = K \epsilon_0$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{K K_m \epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{K K_m}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{K K_m}}$$

$$v = \frac{c}{n}, \quad n: \text{ kırılma indisi}$$

$$n = \sqrt{K K_m}$$

, genelde (cam gibi)  
 $K_m \approx 1$

$$n \approx \sqrt{K}$$

optikte kullanılan malzemeler için

Örnek:  $f = 5,09 \times 10^{14} \text{ Hz}$

Elmas için  
 $K = 5,84$   
 $K_m = 1$

$$v = \frac{c}{\sqrt{K K_m}} = 1,27 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = 2,44 \times 10^{-7} \text{ m} = 244 \text{ nm}$$

Ferit içinde  $f = 90 \text{ MHz}$  radyo dalgası için

$K = 10$   
 $K_m = 1000$

$$v = \frac{c}{\sqrt{K K_m}} = 3 \times 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = 3,33 \times 10^{-2} \text{ m} = 3,33 \text{ cm}$$



# Elektro-Manyetik dalgalarda enerji ve momentum

enerji  
 $u = \text{yoğunluğu} = \frac{\text{Enerji}}{\text{hacim}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0}$  ve  $B = \frac{E}{c} = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} E$

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} \epsilon_0 \mu_0 E^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

(elektrik ve manyetik alan aynı enerji yoğunluğu taşır)

$du = u \cdot (c A dt)$  yüzeyden geçen enerji

Akısı birim yüzey için  
 $S = \frac{1}{A} \frac{du}{dt} = c \cdot u = c \epsilon_0 E^2$

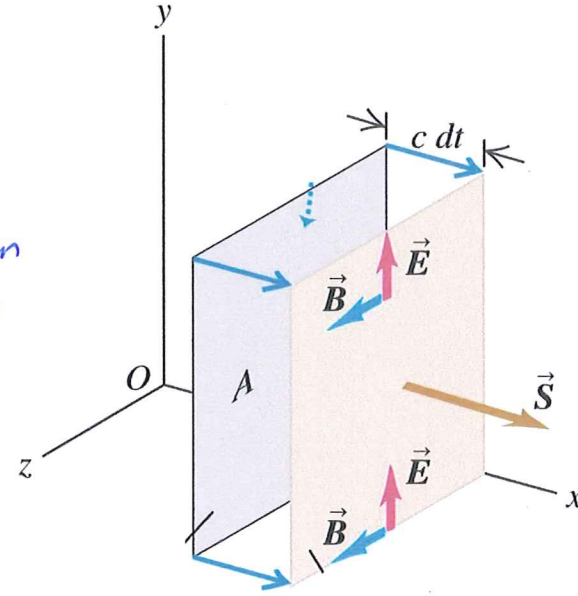
birim zamanda birim yüzeyden geçen akısı

$$S = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} E^2 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E^2 = \frac{EB}{\mu_0}$$

yönü de eklersen, hız yönünde ( $\vec{E} \times \vec{B}$  yönü)

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} (\vec{E} \times \vec{B})$$

Poynting vektörü  
 birim zamanda birim yüzeyden geçen enerji



hacim =  $c dt A$  içindeki enerji  $dt$  kadar zamanda yüzeyden geçer

yüzeyden geçen enerji akısı (birim zamanda geçen enerji)

güç:  $P = \vec{S} \cdot \vec{A}$  ,  $\vec{S}$  yüzeye dik ise  $P = SA$



Sinusoidal  
elektromanyetik dalgalar için

$$S = \frac{1}{\mu_0} E_0 \cos(kx - \omega t) B_0 \cos(kx - \omega t) = \frac{E_0 B_0}{\mu_0} \cos^2(kx - \omega t)$$

$$S_{\text{ort}} = \frac{E_0 B_0}{\mu_0} \langle \cos^2 \rangle = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0}, \quad \begin{array}{l} E_0 \text{ genlik} \\ B_0 \text{ genlik} \end{array}, \quad \text{ve} \quad \begin{array}{l} B_0 = \frac{1}{c} E_0 = \frac{E_0}{c} \\ E_0 = \frac{B_0}{c^{-1}} = c B_0 \end{array}$$

$S_{\text{ort}}$  değeriye dalganın şiddeti denir ( $I$ ): birim zamanda birim yüzeyden geçirdiği ortalama enerji

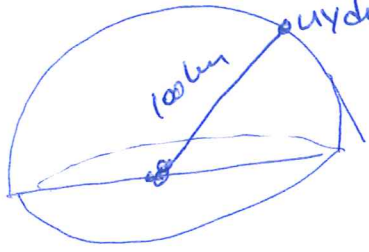
$$I = S_{\text{ort}} = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_0^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_0^2$$

Örnek: Sinusoidal olmayan bir EM-dalga için elektrik alanın anlık değeri  $E = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 100 \frac{\text{N}}{\text{C}}$  olarak verilmiştir. B'nin, enerji yoğunluğunun  $u$ ,  $S$  birim zamanda birim yüzeyden geçen enerjisiyi bulunuz.

$$B = \frac{E}{c} = 3,33 \times 10^{-7} \text{ T}, \quad u = \epsilon_0 E^2 = (8,854 \times 10^{-12}) \cdot (100)^2 = 8,85 \times 10^{-8} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$$

$$S = \frac{EB}{\mu_0} = c \epsilon_0 E^2 = 3 \times 10^8 \cdot 8,85 \times 10^{-8} = 26,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

### Örnek: Sinusoidal dalganın gücü



Yeryüzündeki uydu istasyonu tüm gücünü yer ağız'sından yukarı doğru göndermektedir. İstasyon 100 km uzaklıktaki uyduya düşen EM-dalganın  $E_0$  ve  $B_0$  genlik değerleri nedir. Yer istasyonu 50 kW güce sahiptir.

Kaynağın gücü yarı-küreye dağılacaktır

$$A = \frac{4\pi R^2}{2} = 2\pi R^2 = 2\pi (100 \times 10^3 \text{ m})^2 = 6,28 \times 10^{10} \text{ m}^2$$

uyduya gelen şiddet  $I = \frac{P}{A} = \frac{50 \times 10^3}{6,28 \times 10^{10}} = 7,96 \cdot 10^{-7} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

$$I = S_{\text{ort}} = \frac{1}{2} \frac{E_0 B_0}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c}$$

$$E_0 = \sqrt{2\mu_0 c I} = \sqrt{2,45 \cdot 10^{-7} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 7,96 \cdot 10^{-7}} = 2,45 \times 10^{-2} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$B_0 = \frac{E_0}{c} = 8,17 \times 10^{-11} \text{ T}$$

# Elektromanyetik Dalganın Momentumu

$$c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}, \quad \epsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 c^2}$$

$$E = pc$$

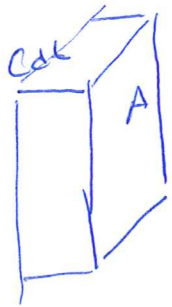
$$u = \frac{E}{V} = \frac{pc}{V}$$

Momentum yoğunluğu

$$\frac{P}{V} = c^{-1} u = \frac{E^2 \epsilon_0}{c} = \frac{E \epsilon B \epsilon_0}{c} = \epsilon_0 E B = \frac{EB}{\mu_0 c^2} = \frac{S}{c^2}$$

$$\frac{P}{V} = \frac{S}{c^2}$$

t zamanda  $(c dt) A$  hacmindeki EM-dalga yutulursa momentumunu yüzeye aktarır,



$$dp = (c dt) \cdot A \cdot \frac{S}{c^2}$$

$$F = \frac{dp}{dt} = A c \cdot \frac{S}{c^2}$$

$$P_{basınç} = \frac{F}{A} = \frac{S}{c}$$

yutuluyorsa

$$P_{ışınım} = \frac{S}{c} = \frac{I}{c}$$

yansırsa  $\Delta p$  iki kat

$$P_{yansıma} = \frac{2S}{c} = \frac{2I}{c}$$

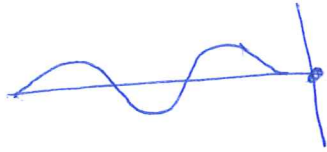


# Duran EM- dalgalar

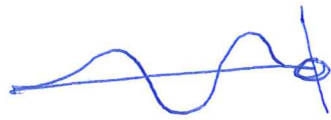
Koşullar  $\vec{E}_{net} = 0$  on the surface

elektrik alan ters dönerek yansır.  
ilerleme yönü de ters  
olduğundan  $\vec{B}$  aynı yönde yansır.

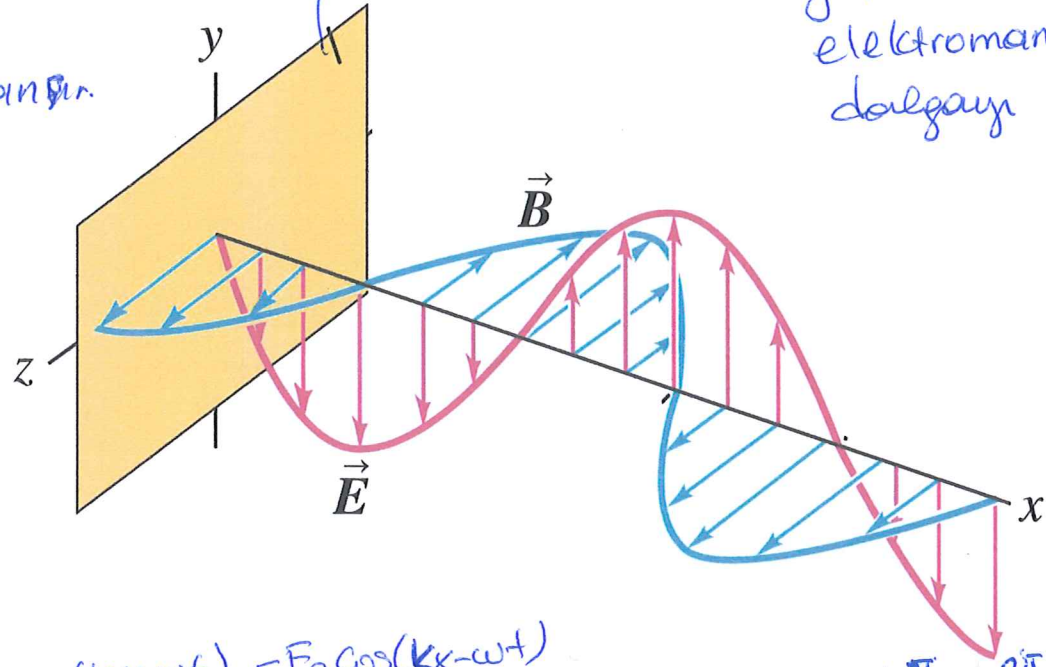
$\vec{E}$  alan ıvı



$\vec{B}$  ıvı



mükemmel  
iletken



yüzeyin  $\vec{E}$  alanına  
tepkisi yüzeyde  
elektrik alanı "0"  
yapar. Oluşan akımlar  
elektromanyetik  
dalgaı geri yansıtır.

$$\vec{E}_y = E_{gelen} + E_{yansıyan} = E_0 \cos(kx + \omega t) - E_0 \cos(kx - \omega t) \\ = -2E_0 \sin(kx) \sin(\omega t), \quad E_y = 0, \quad x = 0, \frac{\pi}{2k}, \frac{3\pi}{2k}, \dots = 0, \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \dots$$

$$B_z = -B_0 \cos(kx + \omega t) - B_0 \cos(kx - \omega t) = -2B_0 \cos(kx) \cos(\omega t) \\ B_z = 0, \quad x = \frac{\pi}{2k}, \frac{3\pi}{2k}, \frac{5\pi}{2k}, \dots = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$$

Biri ıvı düğüm noktası, diğeri ıvı karın noktasıdır.

Bir kavite içinde, her iki ucu iletken ise

$\vec{E}$  alan için  
kenarlar düğün

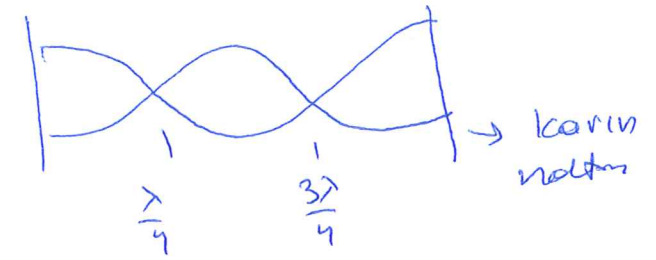
$$L = n \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\lambda = \frac{2L}{n}, \quad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{nc}{2L}$$

Normal mod frekansları

$\vec{E}$  alan  $\frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}$  noktalarında düğüm noktasına sahip

$\vec{B}$  alan için



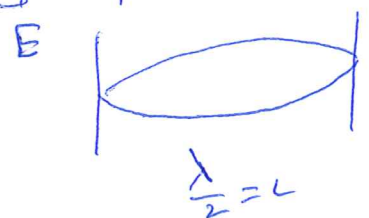
$$\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \dots$$

noktaları düğüm noktasıdır.

Örnek 1,50 cm aralıklı iki iletken arasındaki bölgede oluşabilecek duran dalganın

(a)  $\lambda$ 'nın en büyük, frekansın en küçük değeri nedir. (b) Elektrik alanın maksimum

değeri nerede. (c) Manyetik alan için nerede



$$\lambda = 2L = 3 \text{ cm}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = 1 \times 10^{10} \text{ Hz}$$

$$x = \frac{L}{2}, E_0 \text{ maximum}$$

$$x = \frac{L}{2}, B_0 = 0$$

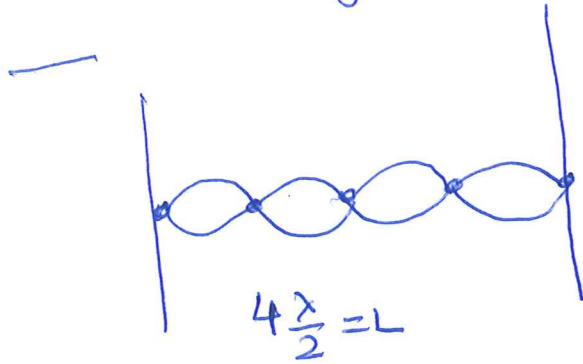
$$x = 0, E_0 = 0$$

$$x = 0, B_0 \text{ maximum}$$



### Problem 32.31

Bir mikrodalga 12,2 cm dalga boyunda çalışmaktadır. (a) Elektrik alan için 5 düğüm noktası oluşması için genişliği ne olmalıdır. (b) Çalışma mikrodalga frekansı nedir? (c) Hangi noktalarda manyetik alan maksimum genliğe sahiptir.



(ortası ısınmayan mikrodalga)

a)  $L = 12,2 \times 2 = 24,4 \text{ cm}$

b)  $f = \frac{c}{\lambda} = 2,11 \times 10^9 \text{ Hz} = 2,11 \text{ GHz}$

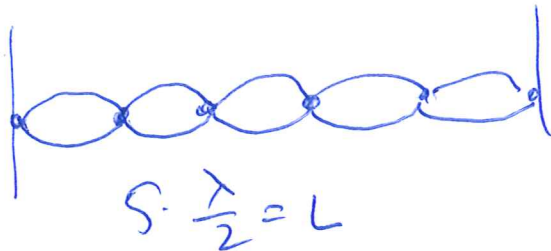
c)  $x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}$  düğüm noktaları

elektrik alanın düğüm noktalarında

$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, B_0$  maksimum

$= 6,6 \text{ cm}, 12,2 \text{ cm}, 18,3 \text{ cm}, 24,4 \text{ cm}$

d) 5 karın noktası isteseydik uzunluğu ne olur



$L = 30,5 \text{ cm}$

(ortası çok ısınan mikrodalga)