#knowledgeisourlostproperty
#don'thesitatetoasksomeonewhoknows

questionisthekeyoftheknowledge
musabbesbodem.com
#shareyourknowledge

2. Week GAUSS LAW

: Chapter Outlined :

- ☆ Gauss metodu genel tanımı ve giriş.
- ☆ Elektrik Akı Φ (Tanımı ve Örnekler)
- ☆ Kapalı yüzey tanımı ve kapalı yüzeyde Φ bulma.
- ☆ Gauss metodunun mantığı ve uygulanışı.
- ☆ Örnek Soru çözümleri.
- ☆ iletkenlere Gauss yasasının uygulanması

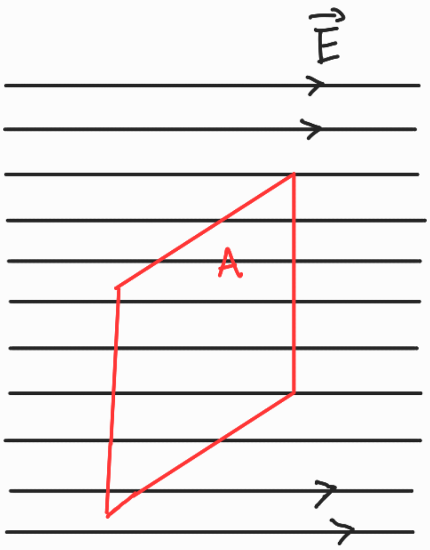
If you are ready,
Let's get start ...

GAUSS LAW

Temel olarak Gauss metodu da aslinda bir elektrik alan bulma yoludur. Yuklu cisimlerin(ister noktasal olsun ister yuk dagilimina sahip olsun) her hangi bir yerde olusturdugu elektrik alani bulmamizi saglar.
Gauss bize der ki yuklu cisimlerin elektrik alanini bulman icin bu onceden kullandigimiz integrali kullanmana gerek yok. daa pratik bir yol mevcuttur.
Dolayisyla bu dersimizde bu gauss amcanin metodunu ele alicagiz.
Yanliz bu metod ile ilgili soyle bir sikintimiz var that bu mtodu kullanabildigimiz sistem sayisi kisitli.cunku mesela netodu uygulayacagimiz cisimlerin cok yuksek simetriye sahip olmasi lazim.(kure,silindir gibi) ama gene de bazen integralli cozumlerde isin icerisinden cikamadigimiz zaman kendileri sagolsunlar soruyu bir cirpida kolay bir sekilde cozebiliyorlar.
Neyse konumuza baslayalim artiik. Oncelikle Gauss metodunagecmeden once mutlaka ogrenmemiz gereken bir kavaram var.

1)

: ElEKTRİK AKI :



↳ Düzgün EA içerisine yerleştirilmiş bir levhanın yüzeyinden geçen E.A çizgisi sayısı.

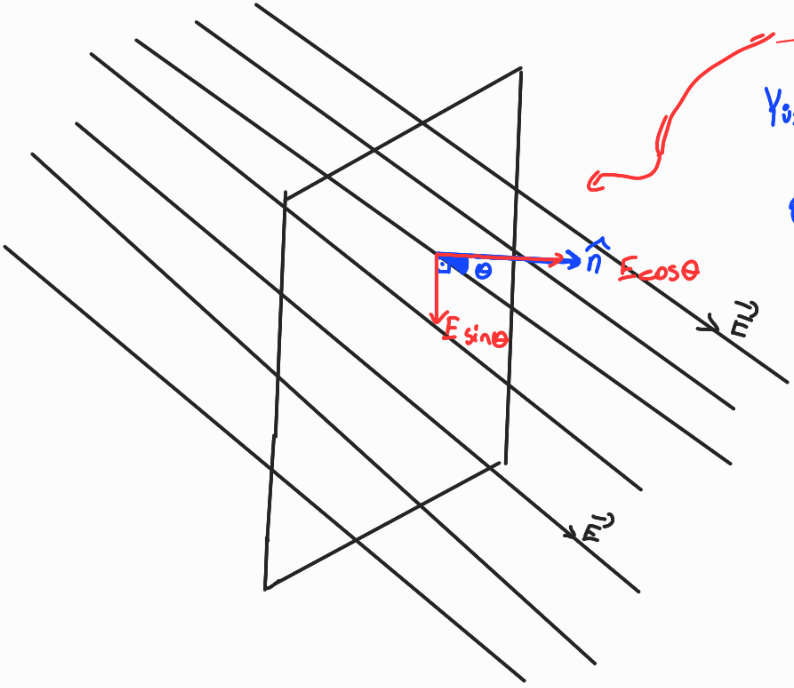
$$\Phi_E = EA$$

Levhanın Alanı

Levhanın üzerinden geçen EA çizgileri

❗#payattention

$\vec{E}$ çizgilerinin Levha yüzeyinden dik bir şekilde geçenlerini hesaba katacağız.



Yüzey normal vektörü (her zaman yüzeye dik ve dışarı doğrudur ⊙)
$|\hat{n}|=1$

$\phi_E = EA\cos\theta$

θ açısı E.A ile yüzeyin normal vektörünün yaptığı açıdır.

formüle bir biliminsanı önlüğü giydirirsek:

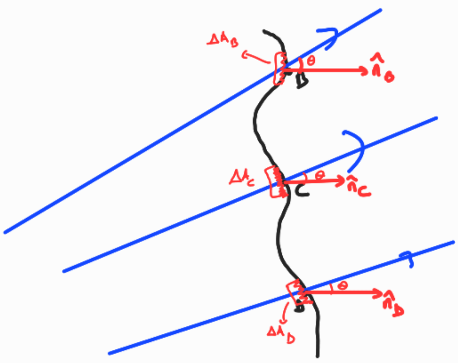
$A\hat{n} = \vec{A}$

$$\boxed{\phi_E = \vec{E}\cdot\vec{A}}$$

Bu formül bize ne anlatıyor?

- $\vec{E}$ vektörü Alan vektörüne dik ise $(\theta=90)$ ϕ sıfır oluyor. ($E\cdot A\cdot\cos 90 = \vec{E}\cdot\vec{A} = \phi$) yani yüzeyi yalayarak geçiyor.
- $\vec{E}$ vektörü yüzey normali vektörü ile aynı yönde ise $(\theta=0)$ ise ϕ max olur.
- $\vec{E}$ vektörü ile yüzey nomali vektörü arasındaki açı (θ) 90°'den büyük ise sonuç negatif olur.

Şimdi Akı için en genel formülü yazalım. Bu formül bütün durumları kapsar. mesela benim çerçevem her zaman yukarıdaki gibi mükemmel bir diktörtgen olmayabilir, yüzeyi dalgalı olabilir.



B, C ve D noktalarından geçen $\vec{E}$ lerinin değerleri birbirinden farklıdır. Ayrıca yüzey de düzgün dağılmış bir şekle sahip değil.

Bu nedenlerden dolayı geçen hafta sürekli yük dağılımına sahip cisimlerin oluşturduğu EA nı bulmak için kullandığımız mantığa benzer bir mantık kullanacağız. Nedir o: levhayı küçük küçük parçalara ayırıp her birinin üzerinden geçen $\vec{E}\vec{A}$ ları toplayacağız.
Yalnız burada şöyle bir durum var. Böldüğümüz parçacıklar ΔA içinde de gene farklılık olacağı için bu parçaları $\lim_{\Delta A \to 0}$ diyerek oluşabilecek küçük hata paylarını minimalize edeceğiz.

$$\Phi_E \approx \vec{E}_1 \cdot \Delta\vec{A}_1 + \vec{E}_2 \cdot \Delta\vec{A}_2 + \dots +$$

$$\Phi_E \approx \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i$$

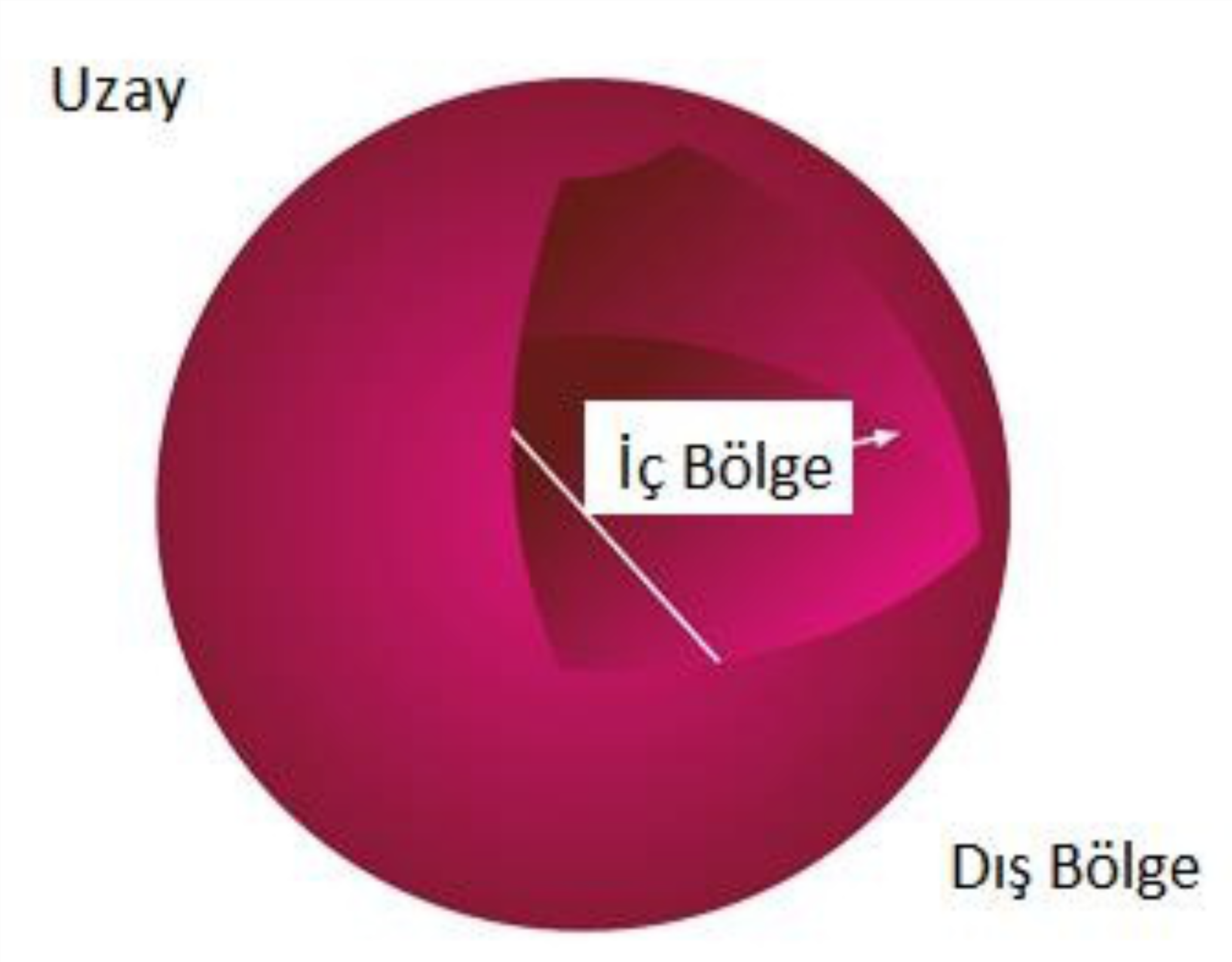
$$\Phi_E = \lim_{\Delta A_i \to 0} \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i$$

$$\boxed{\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}} \Longrightarrow \text{En genel, umumi Akı formülü}$$

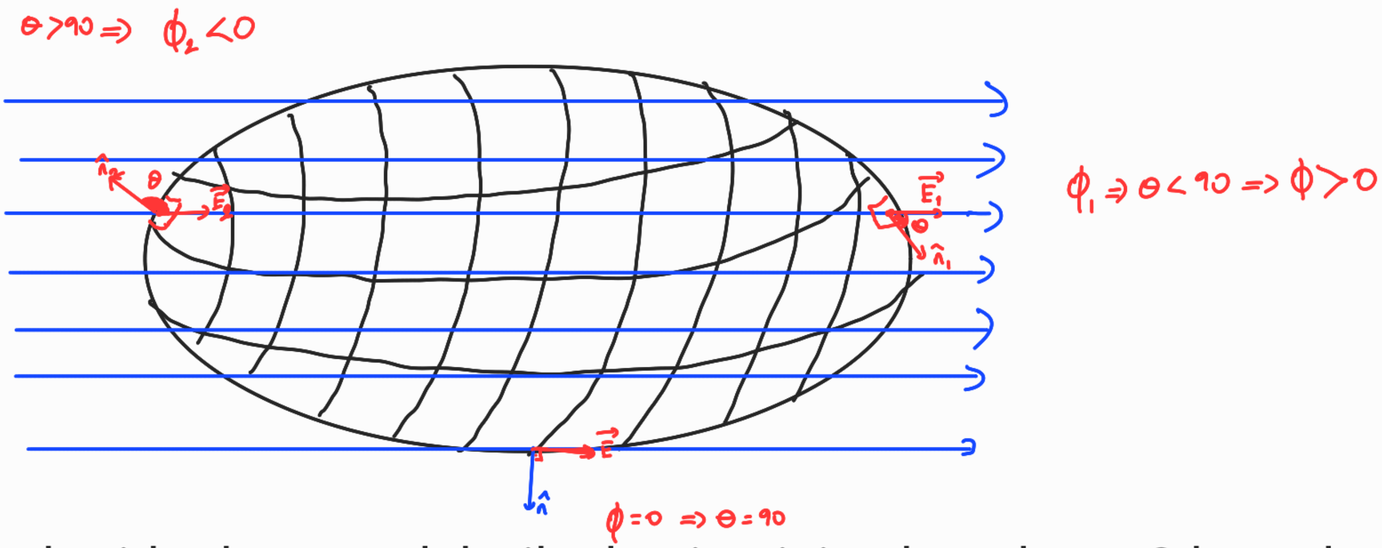
$\vec{E}$ sabit ise $\Phi_E = \vec{E} \cdot \int d\vec{A} = \vec{E} \cdot \vec{A}$

2) Kapalı yüzey

Biz Gauss metodunu kullanirken daha cok kapali yuzeylerden bahsedecegiz. Bizim icin kapali yuzeylerden gecen AKI onemli. Kapali yuzey icin ise soyle bir tanimimiz var.
Bir yuzey uzayi ic ve dis diye iki bolume ayiriyorsa icerden disari ya da disardan iceri gecmek icin yuzeyi delmekten baska care yoksa o yuzey kapali yuzeydir.mesela bir futbol topu dusunelim. icerisi var ve disarisi var. Topun icerisinden disariya gecmek icin topu delmekten baska caremiz yoktur.



Biz simdi bir kapali yuzeyden gecen EA cizgilerinin toplam AKI sini hesaplayacagiz.



yukarida duzgun elektrik alan icerisine konulmus 3 boyutlu kapali yuzey olan bir balon goruyorsunuz.
bu balonun yuzeylerinden gecen her bir EA nin olusturdugu AKI birbirinden farklidir.

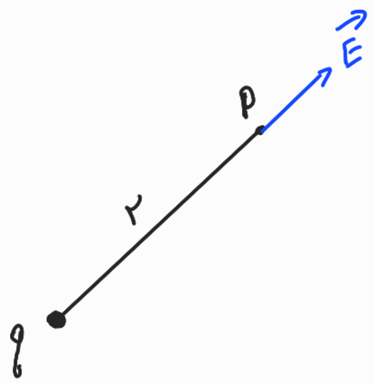
eger dikkatli biri (ayni zamanda issiz :)) dikkatli bir sekilde saydigi zaman bu sistemin yuzeyine kac tane cizgi giriyorsa o kadar cizgi yuzeyi terkediyor.dolayisiyla sistemin net AKI si sifir olur.

Bu nedenle bu sistemlerin akısını hesaplarken genel formülde şöyle bir değişiklik yapıyoruz.

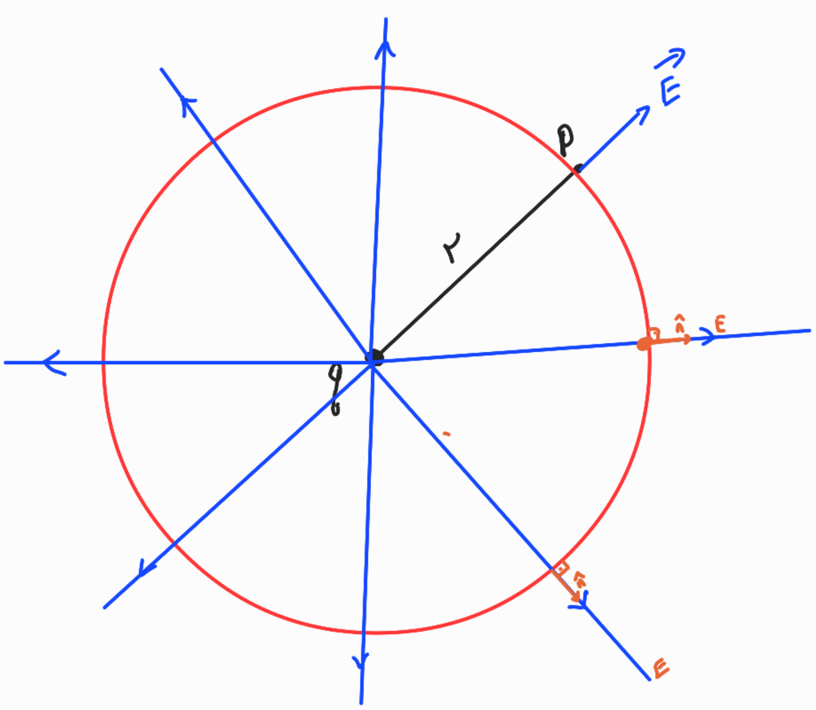
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \left(\text{normal one } \Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} \right)$$

so in this regard we can say that eger yuzeyimiz kapali bir yuzeyse ve dIs bir elektrik alan icerisine daldirirsak o yuzeyi ne kadar cizgi yuzeyin icerisine giriyorsa o kadar cizgi terkediyor. dolayisiyla pozitif AKI negatif AKI yi terkeder. ve yuzeyden gecen toplam net AKI 0 olur.

simdiiii artik Gauss amcanin yasasina gelebiliriz....
Gauss yola bir niceligi hesaplayarak baslamistir.
gauss zaten noktasal yukun r kadar uzaklikta olusturdugu EA ni biliyor.



gauss soyle dusunmustur. bu p noktasi uzerinde olmak kosulu ile yukun etrafini kapali bir yuzeyle cevreleyelim.



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

burada soyle bir soru sormak lazim bu Yukun yuzeyinde olusturdugu elektrik alan bu yuzey boyunca sabit mi ? cunku eger sabit ise constant bir ifade olup integralin disina cikacak.

el cevap: yuzeyin yari capi r her noktada sabit oldugu icin E ler sabitdir, degissmez.

peki bu her bir noktada E lerin yuzeyle yaptigi aci ayni midr?

el cevap : yes $\vec{E}$ ile $\hat{n}$ arasındaki açı her yerde sıfır.

↳ Dairenin Geometrik özelliğinden geliyor.

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E\,dA\cos 0$$

$$\Phi_E = E \underbrace{\oint dA}_{\text{Alan of that globe} = 4\pi r^2} = E\,4\pi r^2$$

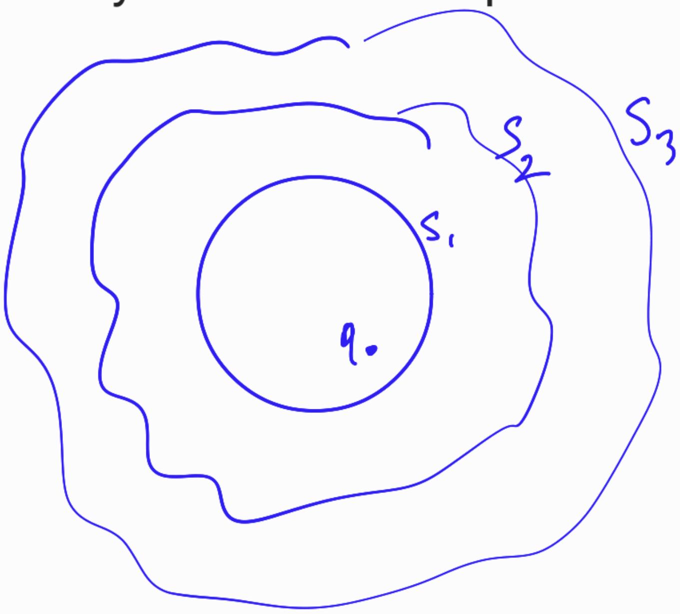
$$k\frac{q}{r^2} \Rightarrow \frac{1}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0}\frac{q}{\cancel{r^2}}\cancel{4\pi r^2} \quad \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}}$$

Gauss Yasası

burdan soyle bir sonuc cikar. Kapali yuzeyin disina yuk konursa toplam net AKI 0 olur. Icine konulur ise Bir aki olusur ve bunu gauss amcanin yasasi ile bulabiliriz.

simdi biz bu gauss metodunu tamamen mukemmel bir kure icin turetmistik.yapilan hesaplar ise sunu gosteriyor bizlere hangi kapali yuzeyi secerseniz secin ve o yuku kapali yuzeyin neresine koyarsaniz koyun. o kapali yuzeydeki AKI her zaman icerdeki yuk miktarinin epsilon sifira oranina esittir.



$$\left.\begin{aligned} \Phi_1 &= \frac{q}{\varepsilon_0} \\ \Phi_2 &= \frac{q}{\varepsilon_0} \\ \Phi_3 &= \frac{q}{\varepsilon_0} \end{aligned}\right\} \Phi_1 = \Phi_2 = \Phi_3$$

#quickremind

1 santimetre (cm) 1×10^{-2} m

1 milimetre (mm) 1×10^{-3} m

1 mikrometre (μm) $= 1 \times 10^{-6}$ m

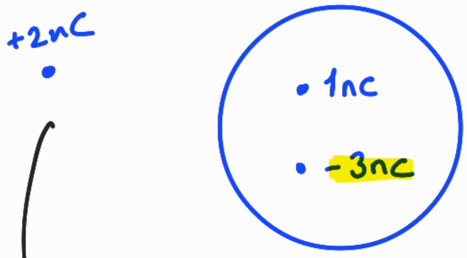
1 nanometre (nm) $= 1 \times 10^{-9}$ m

1 pikometre (pm) $= 1 \times 10^{-12}$ m

1 angstrom (Å) $= 1 \times 10^{-10}$ m

easysample

Kapalı yüzeyden geçen $\Phi_E = ?$



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$\Phi_E = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

This is trick

Kapalı yüzeyden geçen Φ_E yı sorduğu için bu yük bizi ilgilendirmez. Ayrıca ilgilendirse bile kapalı yüzeyin dışındaki bir yükün kapalı yüzey üzerindeki Φ_E'si $= 0$ dır. We saw it in previous pages.

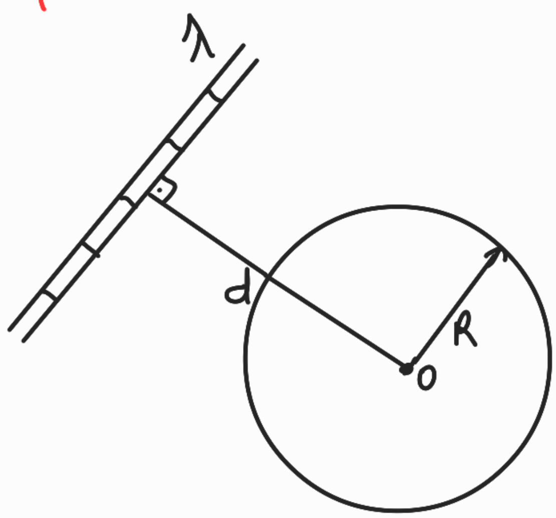
$+1nC \quad -3nC \quad = q_{net} = -2nC$

$$\Phi_E = \frac{-2 \times 10^{-9} C}{8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}}$$

$$\boxed{\Phi_E = -226 \frac{Nm^2}{C}}$$

içerdeki net yük miktarının işareti bize oluşan akının işaretini verir.

#nicequestion

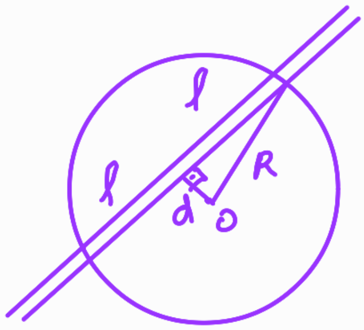


i) $d > R \Rightarrow \phi_E = ?$

ii) $d < R \Rightarrow \phi_E = ?$

i) $\phi_E = 0$ çünkü yüklü çubuk dışarıda

ii) $d < R$ demek



$q_{iç} = 2\ell\lambda$

$$\phi_E = \frac{2\ell\lambda}{\varepsilon_0}$$

$$R^2 = \ell^2 + d^2$$

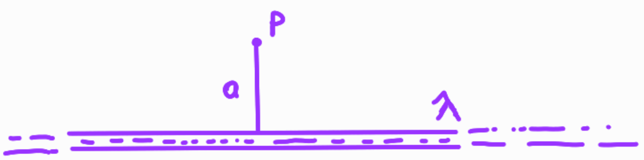
$$R^2 - d^2 = \ell^2$$

$$\boxed{\sqrt{R^2 - d^2} = \ell}$$

$$\Rightarrow \phi_E = \frac{2 \cdot \sqrt{R^2 - d^2} \cdot \lambda}{\varepsilon_0}$$

candidate for hard question

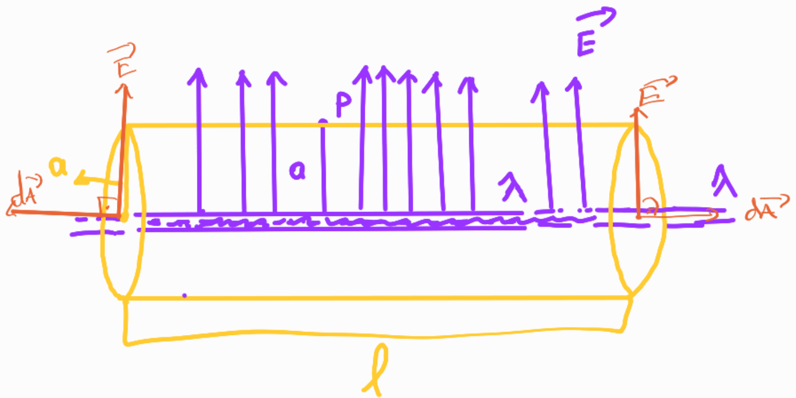
Şekildeki Sonsuz çubuğun P noktasındaki Elektrik alanı nedir?



biz daha once bu tarz bir soruyu integral alarak gauss metodunu kullanmadan da yapmistik fakat burada gauss metodunu kullanarak daha kolay bir sekilde nasil yapabiliriz onu gosterecegiz.

oncelikle gauss metodu ile soru cozecegimiz zaman her soru icin o soruya uygun gauss metodunu secmemiz gerekiyor. bu gauss metodu soruda karsimiza cikan cisimlerin geometrik sekillerine gore degisir. ve ayni zamanda as we said early gauss metodunu her cisim icn uygulayamayiz. uygulayacagimiz cismin simetrisi cok onemlidir.

bu soruda uygun gauss metodu p noktasindan gecen bir silindir seklinde kapali yuzey olusturmak that sonsuz cubugu silindirin merkezine alan.



$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$A_{Top} = 2\pi a l + \cancel{\pi a^2 + \pi a^2}$$

↓ $\Phi_E = 0$

$\vec{E}$ ile $\hat{n}$ arası açı 90° yüzeyleri dik kesiyorlar. Dolayısıyla akı oluşturmazlar

Kalan yüzeyler için de
r sabittir ve yüzey normali üzerinden teğet geçer. $\theta = 0$
Bu nedenle kalan yüzey için $\vec{E}$ her yerde sabittir.

$$E \underbrace{\oint d\vec{A}}_{2\pi a l} = \frac{q_{iç}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{q_{iç}}{2\pi a l \varepsilon_0}$$

$q_{iç} = \lambda . l$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi a \varepsilon_0} \frac{\times 2}{\times 2}$$

$$\overbrace{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}}^{k}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{2k\lambda}{a}}$$

İletkenlere Gauss Yasasasının Uygulanması (from Savaş Bober's notes)

Elektrostatik: Yuklerin hareketsiz oldugu, tum yuklerin gitmeleri gerekn yere gitmeleri icin yeterince beklendigi durum.
Iletken: Icinde serbestce hareket edebilen yuklerin bulundugu cisimlere iletken cisimler, hareket eden bu yuklere ise iletkenik elektronlari denir.
suana kadar yuklerin hareketi ile ilgili bir sey soylememistik. fakat eger yuklerin hareket edebilecegi bir ortam varsa ki bu ortama da biz iletken diyoruz. bu iletken sisteminin icerisine yuk verildikten sonra bu iletkenler araciligiyla butun yukler nerede olmalari gerekiyorsa (savas hocanin ifadesiile nerede mutlu oluyorlarsa) oraya dogru giderler. bu bekleme surecinin sonunda(bu bekleyis iletkenler icin cok kisa bir surede gerceklesir. yaklasik 10^-6 saniye gibi) yani butun yukler mutlu olduktan sonra artik yuk hareketinin olmayacagini dusunuyoruz.bizde simdi bu bekleyisten sonra yukler nereye dogru giderler onu bulmaya calisicaz ki bizim bu inceleyecegimiz yukler zaten varcagi yere varmis oluyor yani elektrostatik halde oluyorlar. bu elektrostatik halde yukler nerede bulunurlar, nasil bir konfigurasyona sahip olurlar bu gibi sorulari ele alicagiz.

$= \vec{E} = 0 =$ Elektrostatik

#questionisthekeyoftheknowledge
birbirini iten yukler, iletkende nerede toplanir ?

Yüklü iletken: $\Rightarrow$ +yük > -yük veya -yük < +yük

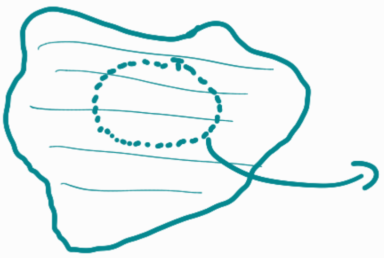
$\left(E = k\frac{q}{r^2}\right)$

$\Rightarrow$ iletkenin içinde $\vec{E}$ is sıfırdır.

Eğer sıfır olmasaydı iletkenik e^- ları hareket etmeye devam ederdi. (çünkü $\vec{E}$, yüklü cisimlere kuvvet uygular. kuvvet de ivmeyi dolayısıyla hareketi doğurur.)

eger yukler gitmesi gerekn yerlere gittilerse ve artik yuk hareketi bittiyse iletkenin icerisindeelektrik alan sifir olmasi lazim. (as we said before)
simdi bu buldugumuz cikarimlara gauss yasasini eklersek ne ortaya cikar.
yani simdilik iletkenin icerisnde bir yerlerde yuk olabilecegini ama elektrik alan olamayacagini soyluyoruz.

#questioning
Yük nerede birikir?



Her hangi bir Gauss yüzeyi

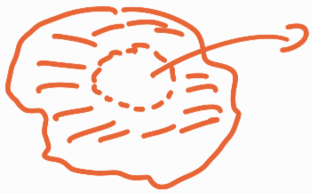
$$\Phi_E = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

$\Rightarrow q_{iç} = 0$, Gauss yüzeyi iletken içinde olduğu sürece $q_{iç} = 0$

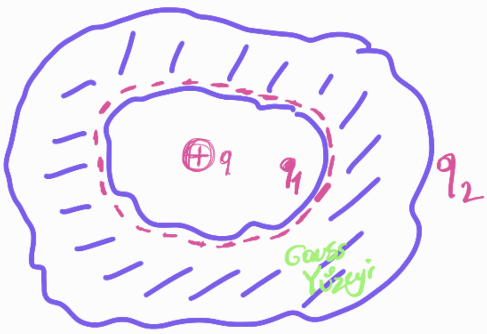
! iletken içinde yük birikmesi olamaz. Yük, yüzeyde birikir.

#newword
cavity = kavite kavite katı cisimlerin içerisindeki boşluk, oyuk için kullanılan bir kavramdır.



! Kavitede yük yok ise iletkenin iç yüzeyinde yük birikmez. Sadece dış yüzeyinde birikir.

Kavitede Yük Varsa



q_1: iç yüzeydeki yük
q_2: dış yüzeydeki yük

iletken nötr olsun.

$q_1 + q_2 = 0$ iç (taralı) kısımda yük birikmesi yok!

Gauss Yüzeyinde = $\Phi_E = 0 = q + q_1$

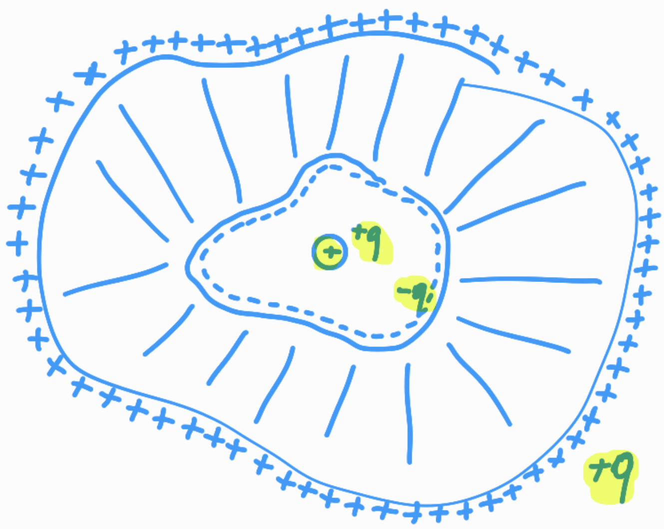
$\boxed{q_1 = -q}$ iç yüzeyde $-q$ yükü birikir.

Dış yüzeyde :

$q_2 + q_1 = 0$

$\boxed{q_2 = -q_1 = q}$

dış yüzeyinde +q birikir

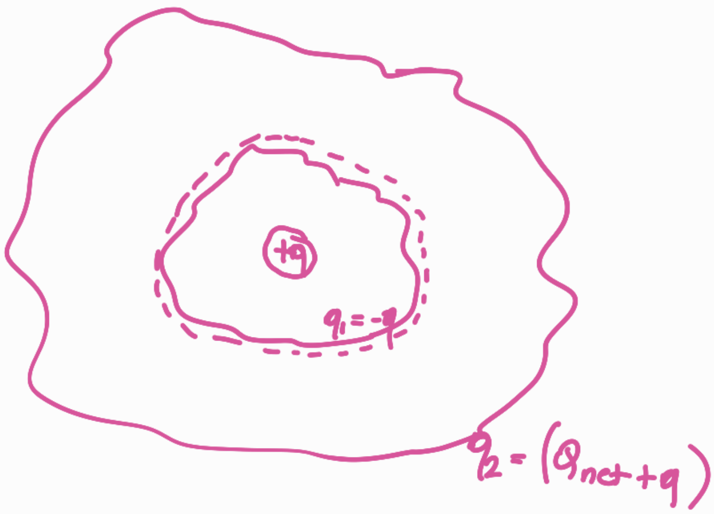


İLETKENİN NET YÜKÜ VARSA

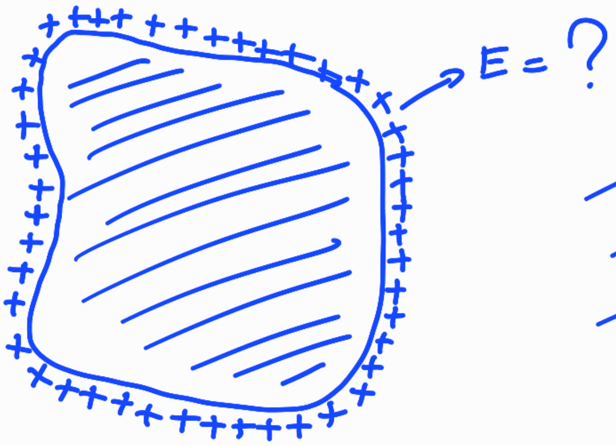
$q_1 + q_2 = Q_{net}$

$q_1 = -q$

$q_2 = Q_{net} - q_1 = Q_{net} + q_1$

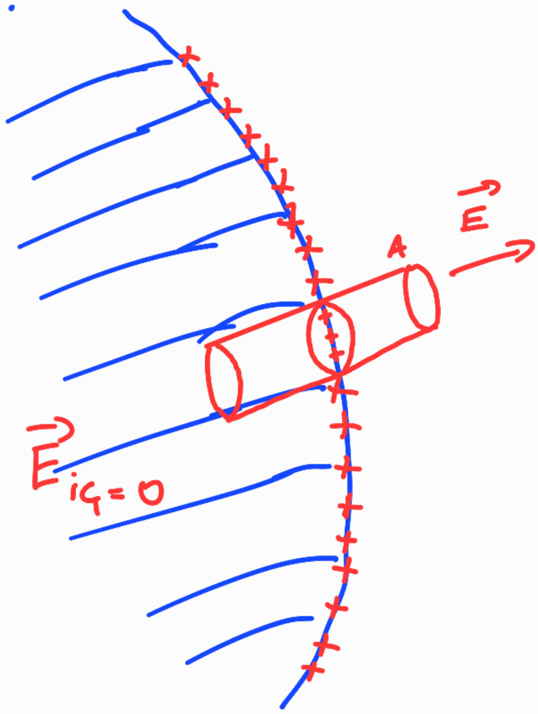


YÜKLÜ İLETKENİN YÜZEYİNE YAKIN NOKTADA Elektrik Alan



Yüzeye Paralel

$\vec{E}_{\parallel} = 0$, aksi halde yüzeydeki yükler hareket eder.



$\vec{E}$ yüzeye dik

$$\Phi_E = EA = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

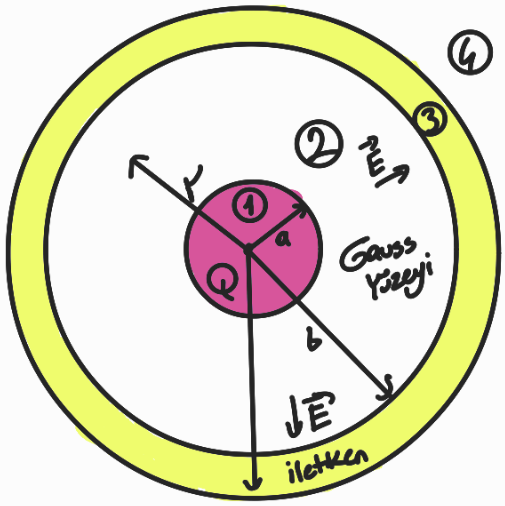
$$\boxed{EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}}$$

σ, σ/2ε₀ oluşturuyordu. Yarısı uzaktaki yükler tarafından oluşturulur.

#niceexample

Düzgün yüklü (Q) küresi iç yarıçapı b, dış yarıçapı C olan küresel iletken kabuğun içine yerleştirilmiştir. Küresel kabuğun net yükü -2Q ise ①, ②, ③, ④ bölgelerinde elektrik alanı bulunuz

$-2Q$ = Toplam yük



② bölgesinde, Gauss küresi için

$$\Phi_E = E4\pi r^2 = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

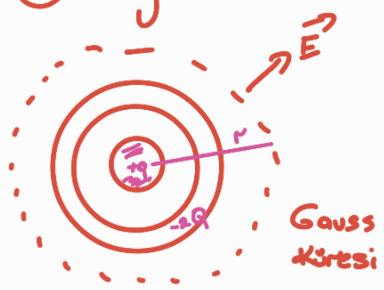
$$E4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{kQ}{r^2}$$

③ Bölgesi iletkenin içinde

$$\vec{E} = 0$$

④ bölgesinde



$\vec{E}$ dışa doğru alalım, (-) çıkarsa ters yöndedir.

$$\Phi_E = E4\pi r^2 = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

$$E4\pi r^2 = \frac{+Q-2Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

elektrik alan içe doğrudur.

① bölgesinde:

Q düzgün dağılmış $\rho = \frac{Q}{\frac{4\pi}{3}a^3}$

$$\Phi_E = E4\pi r^2 = \frac{q_{iç}}{\epsilon_0}$$

$$= \frac{\rho \cdot V_{iç}}{\epsilon_0}$$

$$E4\pi r^2 = \frac{\rho \cdot \frac{4\pi r^3}{3}}{\epsilon_0}$$

$$E4\pi r^2 = \frac{\frac{Q}{\frac{4\pi}{3}a^3} \cdot \frac{4\pi}{3}r^3}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qr}{a^3}$$

$$E = \frac{kQr}{a^3}$$

Sonuç:

$r<a \quad \vec{E} = \frac{kQr}{a^3}\hat{r} = \frac{kQ\vec{r}}{a^3}$

$a<r<b \quad \vec{E} = \frac{kQ}{r^2}\hat{r}$

$b<r<c \quad \vec{E} = 0$

$r>c \quad \vec{E} = -\frac{kQ}{r^2}\hat{r}$