

YOL PATRUL XİDMƏTİ



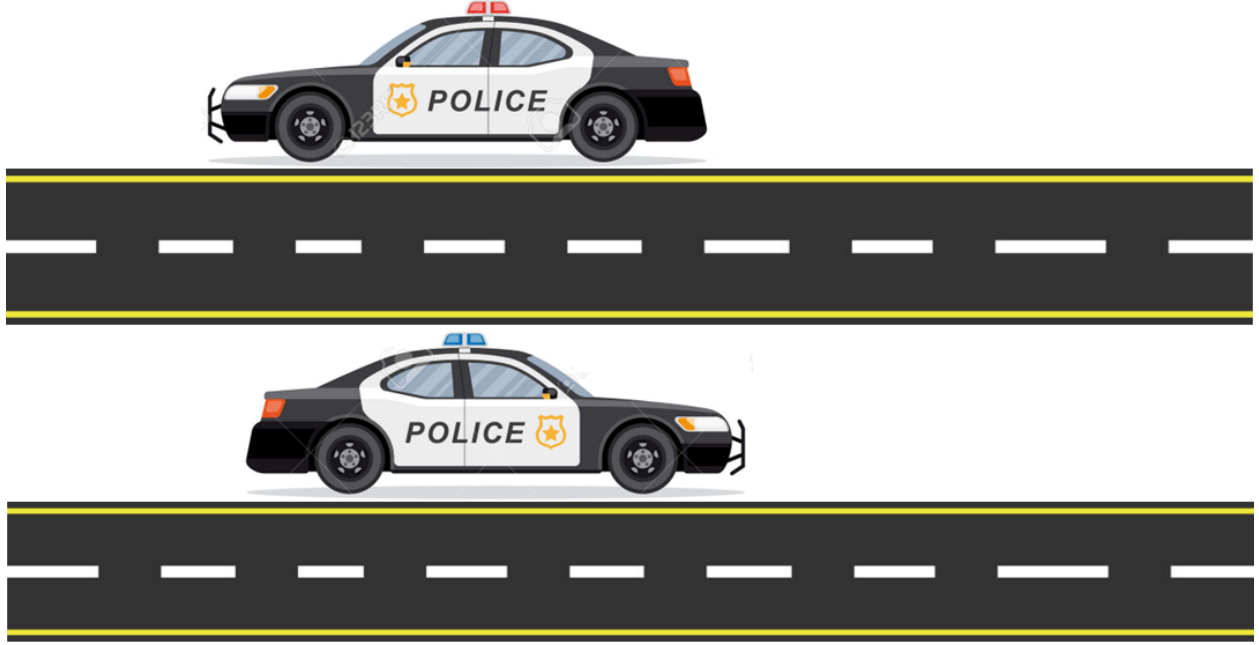
Təsəvvür edin ki, yüksək sürətli, iki zolaqlı uzun, düz bir yol qəzalara görə dövlət yol polisi tərəfindən müntəzəm olaraq nəzarət edilir. Bu monitorinqin necə həyata keçirilə biləcəyini təsəvvür edə biləcəyimiz bir çox müxtəlif yollar var. Misal üçün:

- a) Yol patrul xidməti maşını yolun ortasında bir yol kənarında dayanır və qəza yerində kömək istənən bir radio zəng signalını gözləyir;



MÜƏLLİF: İBRAHİM İSMAYİL. MÜƏLLİF HÜQUQLARI QORUNUR.

(b) Yol patrul avtomobili yardım üçün radio sorğusunu dinləməklə yolun bir başından digər başına davamlı olaraq yuxarı - aşağı hərəkət edir;



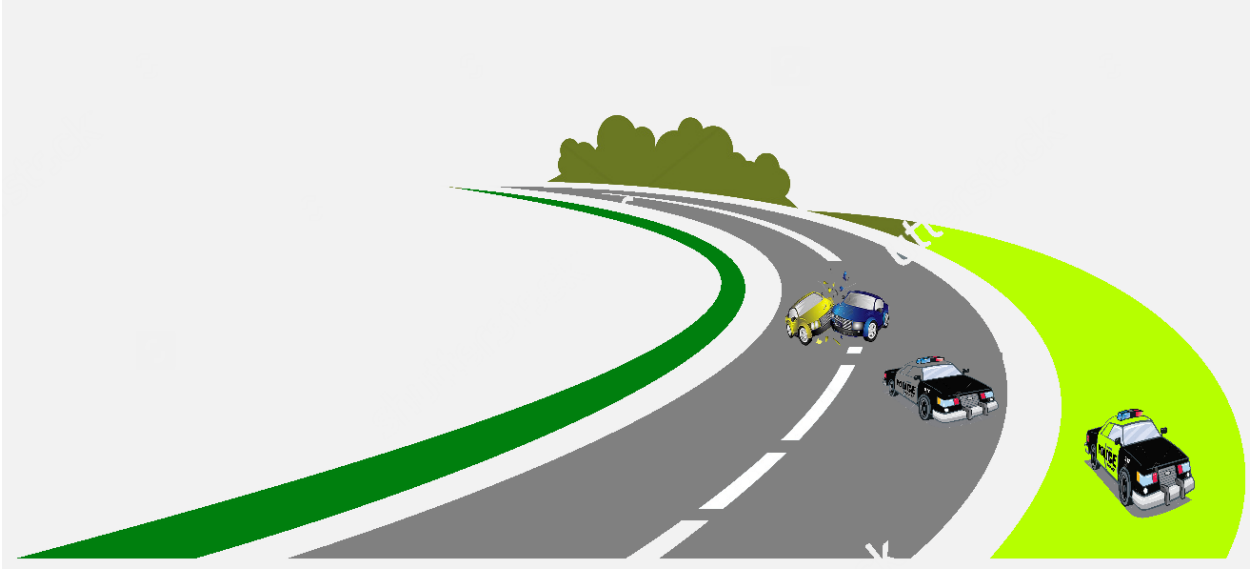
(c) iki patrul maşını müstəqil olaraq (b) variantını icra edir və daha yaxın olan avtomobil kömək istəyinə cavab verir.



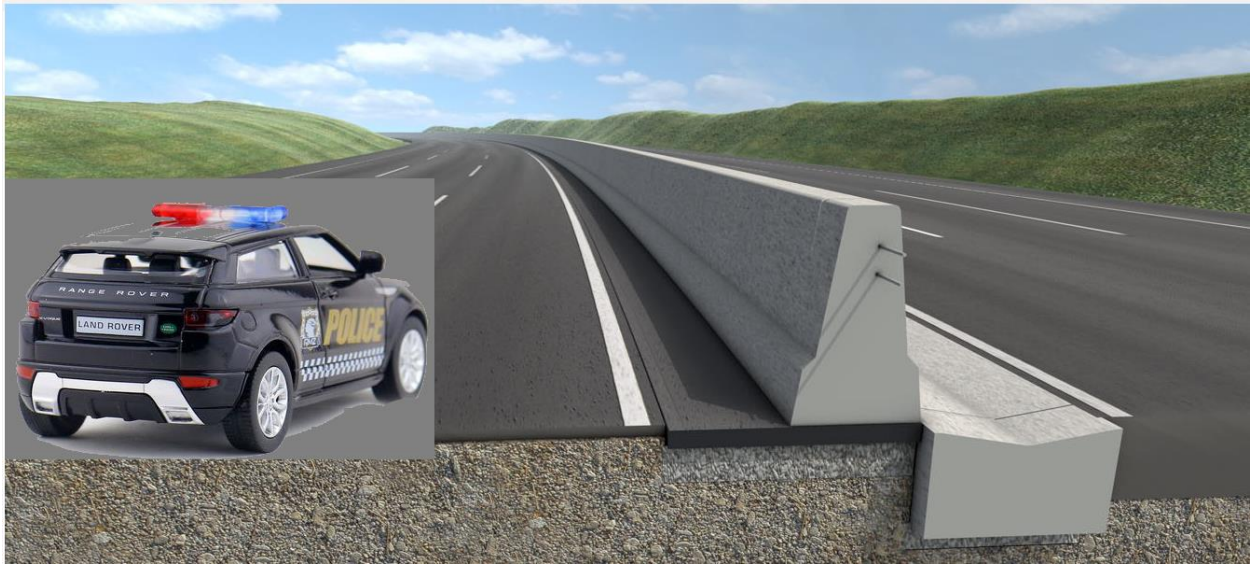
Daha ümumi olmaq üçün ən azı iki əlavə yol təsəvvür edə bilərik (b) və (c) üsullarını çətinləşdirmək üçün:

MÜƏLLİF: İBRAHİM İSMAYİL. MÜƏLLİF HÜQUQLARI QORUNUR.

- 1) Yolun bir hissəsi bölünmüş bir zolaqdır, hər istiqamətdəki zolaqlar otlu bir bölmə zolağı ilə ayrılır ki, bu da qəza başqa bir zolaqda baş versə də və patrul maşını hərəkət istiqamətini dəyişdirməli olsa belə patrul maşınının qəza yerinə dərhal çatmasına imkan verir;



- 2) İki zolaq beton maneə ilə ayrılıb, yəni patrul maşını yalnız yolun iki başında zolaqları dəyişə bilər.



Beləliklə, bu imkanlarla altı mümkün patrul ssenarimiz var: (a) və (1), (a) və (2), (b) və (1), (b) və (2), (c) və (1)), və (c) və (2).

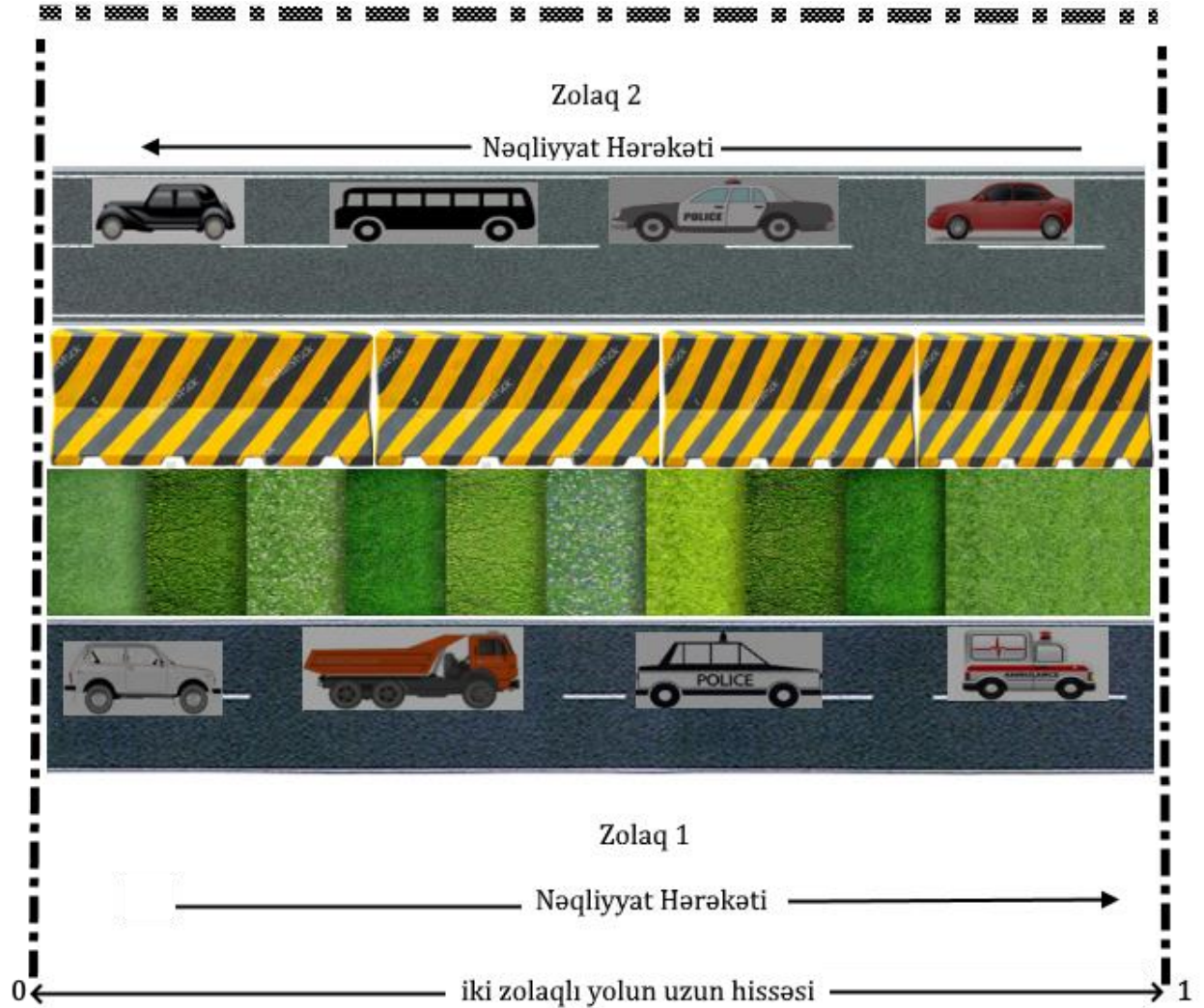
MÜƏLLİF: İBRAHİM İSMAYİL. MÜƏLLİF HÜQUQLARI QORUNUR.

Mövcud bu çoxlu ssenari ilə, soruşulacaq açıq bir sual, hansı daha yaxşıdır? Bu, dövlət rəsmilərinin həm magistral yolun necə tikilməli, həm də onun necə polislə təmin olunacağına qərar verərkən qarşılaşa biləcəkləri mühüm məsələdir. Ancaq yaxşılıq ölçüsü kimi istifadə etməli olduğumuz şey o qədər də açıq deyil; yəni ən yaxşı meyarlarımız hansılardır?

Bu suala asanlıqla bir neçə cavab ola bilər! Məsələn, ən yaxşı ssenarinin polis maşınının qəza yerinə ən qısa müddətdə çatdığı ssenari olduğunu iddia edə bilərik (bu, polis maşınının orta hesabla ən kiçik məsafəni qət etdiyi ssenari olduğunu iddia etməyə bərabərdir). Bu, yəqin ki, insanların çoxunun bu sualı verəndə düşündüyü ilk meyardır.



Lakin bu, ən yaxşı dedikdə nəyin nəzərdə tutulduğunu müəyyən etmək üçün yeganə ağlabatan yol deyil. Budur başqa bir yol. Tutaq ki, kritik, maksimum cavab müddəti T var, ondan kənarda hətta kiçik xəsarətlər də ciddi ola bilər. Bu, D səyahət məsafəsinin olduğunu söyləməyə bərabərdir, ondan kənarda hətta kiçik xəsarətlər də ciddi ola bilər. Beləliklə, "ən yaxşı" ssenarini təyin etməyin başqa bir yolu, səyahət məsafəsinin D -dən böyük olması ehtimalını minimuma endirən ssenari olduğunu söyləməkdir. Problemi asanlaşdırmaq üçün, gəlin birinci meyarla özümüzü məhdudlaşdırmağa razılaşaq; yəni bizim üçün burada ən yaxşısı cavab verən patrul avtomobili üçün qəzaya ən sürətli cavab müddəti (ən qısa səyahət məsafəsi) deməkdir.



Qrafik: Polis patrul probleminin həndəsə qrafiki

MÜƏLLİF: İBRAHİM İSMAYİL. MÜƏLLİF HÜQUQLARI QORUNUR.

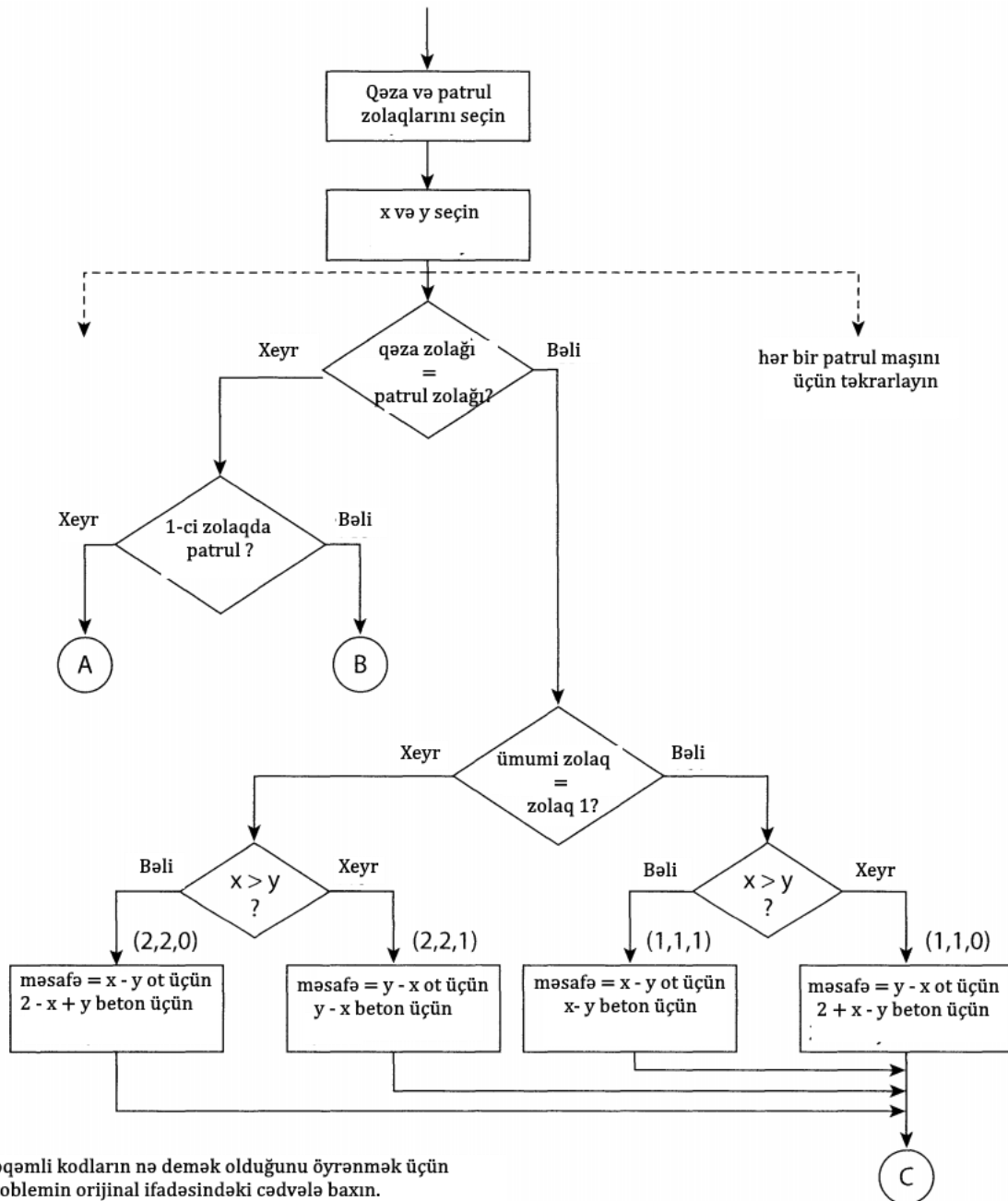
Ümumilikdə heç bir itki olmadan yolun uzunluğunu birlik kimi götürə bilərik, yəni $0 < x < 1$. Bütün bunların təsviri üçün yuxarıdakı sxemdə görə bilərsiniz və burada zolağı işarələdiyimi görəcəksiniz. 1-ci zolaq kimi sağa, 2-ci zolaq kimi sola gedən trafik axını ilə. Nəhayət, biz qəzanın bir və ya digər zolaqda baş vermə ehtimalını eyni dərəcədə ehtimal kimi qəbul edəcəyik. İndi müəyyən bir patrul maşınına diqqət yetirək və Y-ni yolun sol kənarına qədər olan məsafə kimi qeyd edək. Patrul avtomobilinin qarşılıqlı yerləşməsi və qəza yeri üçün səkkiz fərqli variantın olduğunu, zolaqlarını nəzərə aldığını görürsünüzmü? Xüsusilə, patrul maşınının qəza yerinə doğru və ya istiqamətdə hərəkət etməsindən asılı olaraq 0 və ya 1-ə bərabər bir patrul maşınının istiqamətini təyin etsək, müvafiq olaraq, yardım üçün radio signalının gəldiyi anda, aşağıdakı cədvəldə səkkiz mümkün variantın hamısı verilmişdir. Hər bir seçim üçün ən sağ sütunda bizi maraqlandıran iki halın hər biri üçün müvafiq məsafə, otları örtülmüş iki zolaq arasındakı orta məsafə və iki zolaq arasındakı beton hasar göstərilir. İndi əlimizdə olan bu cədvəllə altı patrul ssenarisinin hər birini simulyasiya edə bilərik. Yalnız təsadüfi bir qəza yeri (X dəyəri və qəzanın baş verdiyi zolaq) və patrul maşını üçün bir yer yaradın ($y = 1/2$ üçün (A) - hər iki zolaqda - hansının fərqi yoxdur və (B) həm y dəyərini, həm də patrul maşınının yerləşdiyi zolağı təyin etmək üçün python-da rand istifadə edin). Bunu milyon dəfə edin, hər dəfə cədvəldən istifadə edərək patrul avtomobili üçün həm otlu orta zolaq, həm də beton maneə üçün səyahət məsafəsini hesablayın. (c) simulyasiya etmək üçün sadəcə olaraq iki (və ya daha çox) təsadüfi yerləşdirilmiş patrul avtomobili yaradın, hər bir avtomobil üçün qəzaya qədər olan məsafəni hesablayın və bu dəyərlərin minimumundan istifadə edin.

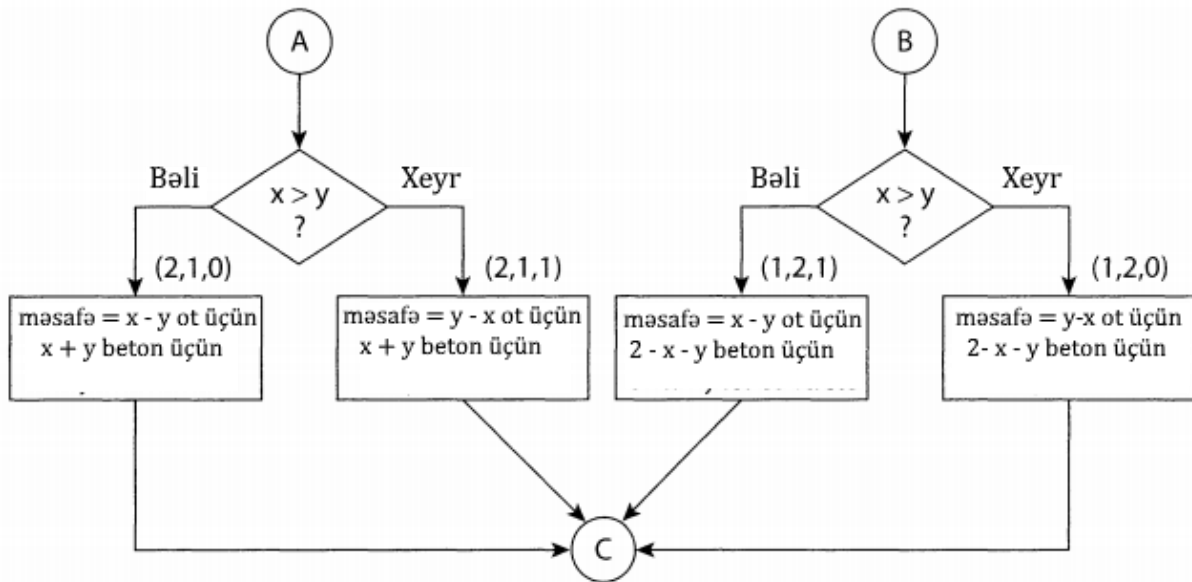
Patrul avtomobili zolağı	Qəza zolağı	İstiqamət	Qəzaya qədər olan məsafə
1	1	0	$ot \text{ üçün } y - x$ $2 + x - y \text{ beton üçün}$
1	1	1	$x - y$
1	2	0	$ot \text{ üçün } y - x$ $2 - x - y \text{ beton üçün}$
1	2	1	$ot \text{ üçün } x - y$ $2 - x - y \text{ beton üçün}$
2	1	0	$ot \text{ üçün } x - y$ $beton \text{ üçün } x + y$
2	1	1	$ot \text{ üçün } y - x$ $beton \text{ üçün } x + y$
2	2	0	$ot \text{ üçün } x - y$ $beton \text{ üçün } 2 - x + y$
2	2	1	$y - x$

MÜƏLLİF: İBRAHİM İSMAYİL. MÜƏLLİF HÜQUQLARI QORUNUR.

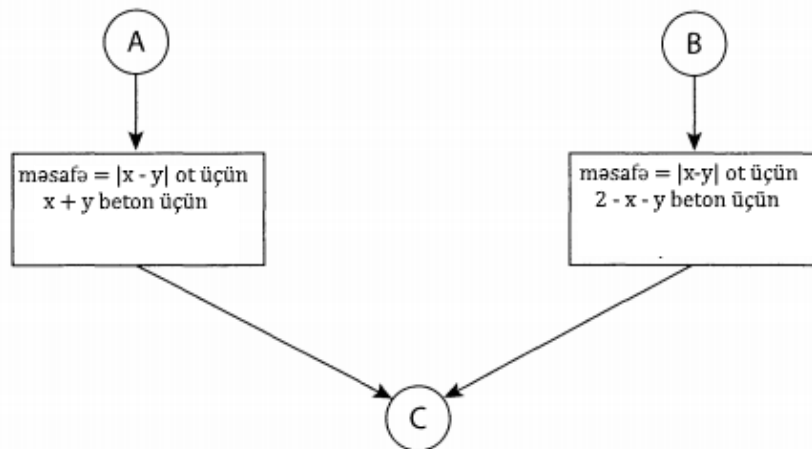
Sizin probleminiz altı patrul ssenarisinin hər biri üçün bütün bunları edən kodu yazmaq və sonra tək avtomobil ssenarilərindən hansının orta hesabla ən yaxşı olduğunu müəyyən etməkdir. Həmçinin, ikinci, təsadüfi patrul avtomobilinin əlavə edilməsinin təsiri nədir? Üçüncü və ya dördüncü avtomobili əlavə etmək? Son şərh olaraq, şəxsən mən bu problemi təfərrüatlarla kifayət qədər məşğul tapdım ki, python-da kod yazmağa başlamazdan əvvəl ilk olaraq məntiqi alqoritm diaqramını qurmaq üçün böyük kömək oldu.

HƏLLİ





Bu, indi açıq şəkildə sadələşdirilə bilər:



Yuxarıdakı alqoritm sxeminin davamı

Orijinal ifadəsində Sizə danışdığım problemin ilkin ifadəsində Sizlərə söylədiyim nəzəri nəticələri, kodun işini qismən yoxlamaq üçün istifadə edə biləcəyimiz nəticələri izah edim. Əvvəlcə bir patrul maşınının $y = 1/2$ (hər hansı bir zolaqda) dayandığı və zolaqların otlu bir zolaqla ayrıldığı (a) və (1) ssenarilərini nəzərdən keçirin. Patrul maşınının təsadüfi qəzaya çatmaq üçün getməli olduğu məsafə (hər iki zolaqda) $Z = |X - 1/2|$, burada X , 0-dan 1-ə qədər vahiddir. Z -nin qiymətləri açıq-aydın 0-dan $1/2$ intervalındadır. Z -nin ehtimal paylama funksiyası

MÜƏLLİF: İBRAHİM İSMAYİL. MÜƏLLİF HÜQUQLARI QORUNUR.

$$F_z(z) = \text{Prob}(Z \leq z) = \text{Prob}(|X - 1/2| \leq z) =$$

$$\text{Prob}(-z \leq X - 1/2 \leq z) = \text{Prob}(1/2 - z \leq X \leq 1/2 + z).$$

Yəni $F_z(z)$ X -in $2z$ uzunluqlu yarımintervalda olması ehtimalıdır (uzunluğu 1 olan X üçün bütün intervaldan) və X vahid olduğundan dərhal $F_z(z) = 2z$, $0 \leq z \leq 1/2$, yəni,

$$F_z(z) = \begin{cases} 2z, & 0 \leq z \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & z \leq 0 \\ 1, & z \geq \frac{1}{2}. \end{cases}$$

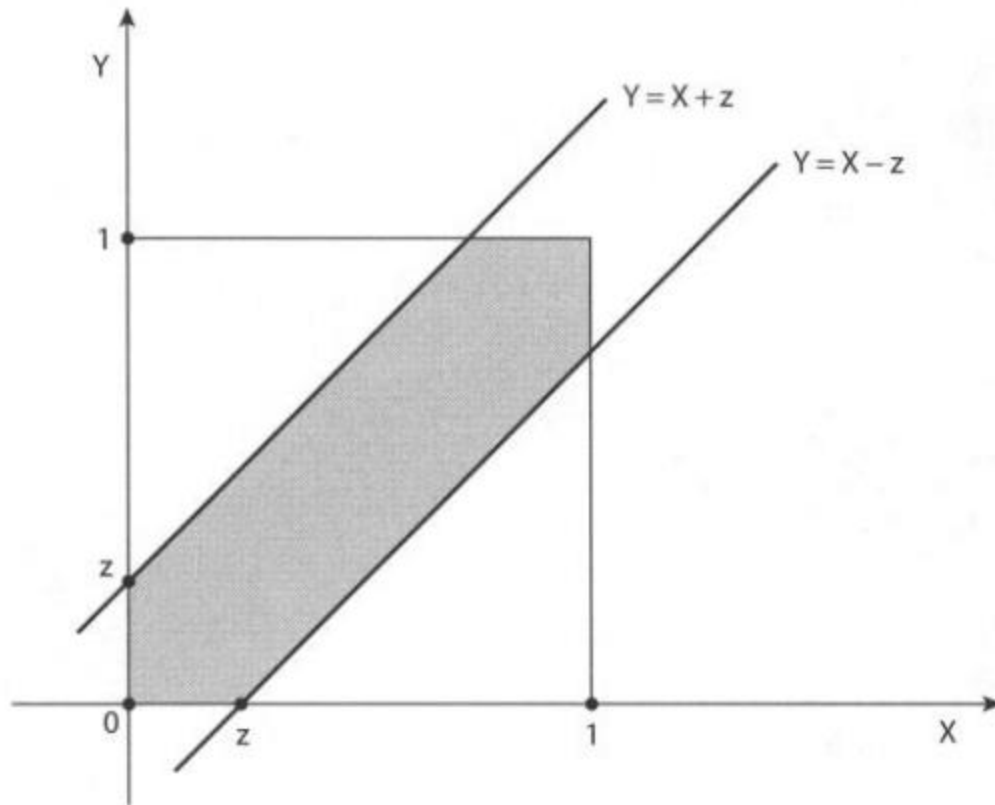
Z – nin ehtimal sıxlığı funksiyası

$$f_z(z) = \frac{d}{dz} F_z(z) = \begin{cases} 2, & 0 \leq z \leq \frac{1}{2} \\ 0, & \text{Digər hallarda,} \end{cases}$$

və beləliklə, Z – nin orta (və ya gözlənilən) dəyəri $E(Z)$, burada

$$E(Z) = \int_0^{\frac{1}{2}} z f_z(z) dz = \int_0^{\frac{1}{2}} 2z dz = (z^2)_0^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{4},$$

orijinal problem ifadəsində iddia edildiyi kimi.



Qrafik. (B) və (1) ssenarisi üçün paylama funksiyasının hesablanması.

Tək bir patrul maşını $y = 1/2$ nöqtəsində deyilsə, qəzaya cavab vermək üçün radioda bir zəng gözləyirsə, ancaq təsadüfi bir yerdədirsə (hər hansı bir zolaqda), onda ssenarilərimiz var (b) və (1) və təsadüfi dəyişən Z indi $Z = |X - Y|$ olaraq təyin olunur, burada həm X , həm də Y 0 ilə 1 aralığında müstəqil olaraq eynidir. Mümkün z dəyərləri indi 0 ilə 1 arasındadır. Z paylama funksiyası indi düsturla verilir



$$\begin{aligned} F_Z(z) &= \text{Prob}(Z \leq z) = \text{Prob}(|X - Y| \leq z) = \text{Prob}(-z \leq X - Y \leq z) \\ &= \text{Prob}(-z - X \leq -Y \leq z - X) = \text{Prob}(z + X \geq Y \geq -z + X) \end{aligned}$$

və ya

$$F_Z(z) = \text{Prob}(X - z \leq Y \leq X + z).$$

MÜƏLLİF: İBRAHİM İSMAYİL. MÜƏLLİF HÜQUQLARI QORUNUR.

Bu ehtimal yuxarıda göstərilən qrafikdə kölgələnmiş sahənin ehtimalıdır, X və Y müstəqil olaraq vahid olduğundan həndəsi olaraq verilmişdir.

$$F_Z(z) = 1 - 2 \left[\frac{1}{2}(1 - z)^2 \right] = 1 - (1 - z)^2, \quad 0 \leq z \leq 1.$$

Bu halda $E(Z)$ -ni tapmaq üçün biz əvvəlki kimi edə bilərik, yəni $F_Z(z)$ -ni diferensiallaşdırmaq və sonra $\int_0^1 z f_Z(z) dz$ -i qiymətləndirmək yolu ilə $f_Z(z)$ tapa bilərik, lakin aşağıdakı asanlıqla müəyyən edilmiş nəticədən istifadə etmək daha doğrudur: $E(Z) = 1 - \int_0^1 F_Z(z) dz$. Beləliklə,

$$E(Z) = 1 - \int_0^1 \{1 - (1 - z)^2\} dz = 1 - \int_0^1 dz + \int_0^1 (1 - z)^2 dz$$

və ya

$$E(Z) = \int_0^1 (1 - z)^2 dz.$$

Bu integralı yerinə yetirmək asandır: sadəcə dəyişəni $u = 1 - z$ -ə dəyişin və biz əldə edirik

$$E(Z) = \int_0^1 u^2 du = \left(\frac{1}{3} u^3 \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{3}$$

orijinal problem ifadəsində iddia edildiyi kimi.

Nəhayət, fərz edək ki, (a) və (2) ssenarimiz var: tək patrul maşını müəyyən bir medianla $y = 1/2$ nöqtəsindədir. Tutaq ki, patrul maşını 1-ci zolaqdadır. Əgər qəza $x > 1/2 - d$, 1-ci zolağında baş verərsə, cavab məsafəsi $x - 1/2 - d$ dir və bu, $1/4$ ehtimalı ilə baş verir. Əgər qəza 1-ci zolaqdadırsa, $x < 1/2$ ilə, cavab məsafəsi $3/2 - x - d$ dir və bu, $1/4$ ehtimalı ilə baş verir. Əgər qəza 2-ci zolaqdadırsa (x -in istənilən dəyəri üçün), o zaman cavab məsafəsi $3/2 - x - d$ dir və bu, $1/2$ ehtimalı ilə baş verir. Beləliklə, patrul avtomobilinin 1-ci zolaqda olduğunu nəzərə alsaq, orta cavab məsafəsi olur

$$\frac{1}{4}(x - \frac{1}{2}) + \frac{1}{4}(\frac{3}{2} + x) + \frac{1}{2}(\frac{3}{2} - x) = 1.$$

MÜƏLLİF: İBRAHİM İSMAYİL. MÜƏLLİF HÜQUQLARI QORUNUR.

Simmetriyaya görə, əgər patrul avtomobilinin 2-ci zolaqda olduğu nəzərə alınsa, o zaman orta cavab məsafəsi də 1-dir. Patrul avtomobilinin hansı zolaqda oturmasından asılı olmayaraq, orta cavab məsafəsi (beton median ilə) 1-dir.

Aşağıdakı cədvəl python tərəfindən hazırlanmış qiymətləri göstərir. Gözlədiyiniz kimi, müəyyən bir vəziyyətdə qəzaya cavab vermək üçün orta məsafə həmişə otlu ərazidən daha böyükdür. (Qeyd edək ki, kod nəticələri nəzəri olaraq hesabladığımız üç konkret halla olduqca yaxşı uyğun gəlir: ssenarilər (A) və (1), (B) və (1) və (A) və (2).) Ancaq əslində kod bizə beton üçün orta məsafənin otdan xeyli böyük olduğunu söyləyir. Və bu bizə deyir ki, otla örtülmüş bölmə zolağı üçün yolun ortasında dayanan tək patrul maşını tək patrul avtomobilindən daha yaxşı olsa da, beton ayırma zolağı üçün heç bir fərq yoxdur. Kod hesablamalarına yekun bir şərh olaraq, cədvəldəki rəqəmlər n-dən (müstəqil, təsadüfi patrul maşınlarının sayı) asılı olaraq orta cavab məsafəsi üçün aşağıdakı analitik ifadələri göstərir:

$$\frac{1}{2n+1} \quad \text{otlu median üçün}$$

və

$$\frac{1}{2n+1} \quad \text{beton median üçün}$$

Orta cavab məsafəsi		
Patrul	Ot	Beton
Bir təsadüfi maşın	0.3333	0.9997
Bir təsadüfi maşın	0.2085	0.6671
Bir təsadüfi maşın	0.1500	0.5005
Bir təsadüfi maşın	0.1167	0.3999
Bir təsadüfi maşın	0.0545	0.2001


```
import numpy as np

number = int(input('Neçə patrul maşını var?'))
ümumi_ot_məsafəsi = 0
ümumi_beton_məsafəsi = 0

for loop in range(1000000):
    gdist = np.zeros(number)
    cdist = np.zeros(number)

    if np.random.rand() < 0.5:
        acclane = 1
    else:
        acclane = 2

    x = np.random.rand()

    y = np.random.rand(number)

    patlane = np.random.randint(1, 3, number)
```

```
for k in range(number):

    if np.random.rand() < 0.5:
        patlane[k] = 1
    else:
        patlane[k] = 2

    if acclane == patlane[k]:
        if acclane == 1:
            if x > y[k]:
                gdistance = x - y[k]
                cdistance = x - y[k]
            else:
                gdistance = y[k] - x
                cdistance = 2 + x - y[k]
        else:
            if x > y[k]:
                gdistance = x - y[k]
                cdistance = 2 - x + y[k]
            else:
                gdistance = y[k] - x
                cdistance = y[k] - x
    else:
        if patlane[k] == 1:
            gdistance = abs(x - y[k])
            cdistance = 2 - x - y[k]
        else:
            gdistance = abs(x - y[k])
            cdistance = x + y[k]

    gdist[k] = gdistance
    cdist[k] = cdistance
```

```
mingdistance = np.min(gdist)
mincdistance = np.min(cdist)

üümü_ot_məsafəsi += mingdistance
üümü_beton_məsafəsi += mincdistance

print(üümü_ot_məsafəsi/1000000)
print(üümü_beton_məsafəsi/1000000)
```

Neçə patrul maşını var?1
0.3335347402107113
0.9997347366772502