

Характеристики случайных величин

Основы теории вероятностей

Случайные величины

Случайная величина — это величина, которая в результате опыта принимает одно из множества значений, причём появление того или иного значения этой величины до её измерения нельзя точно предсказать.

Непрерывные случайные величины

$$\xi : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$$

Дискретные случайные величины

$$\xi : \Omega \rightarrow \mathbb{N}$$

Функция распределения вероятностей

Функция распределения — это вероятность попадания случайной величины в интервал от $-\infty$ до x .

$$F_{\xi}(x) = P\{\xi \leq x\}, x \in R$$

Свойства функции распределения:

F1. $0 \leq F(x) \leq 1$

F2. Если $x_1 < x_2$, то $F(x_1) \leq F(x_2)$

F3. $P\{x_1 \leq \xi < x_2\} = F(x_2) - F(x_1)$

Функция плотности

$$f(x) = F'(x), x \in \mathbb{R}$$

Свойство функции плотности

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

Функция вероятности (для дискретных случайных величин)

$$P\{\xi = x_k\} = p_k$$

Ограничения функции вероятности

$$F1. p_k \geq 0$$

$$F2. \sum_k p_k = 1$$

Квантиль

Квантиль — это значение, которое случайная величина не превышает с заданной вероятностью.

$$t_{\alpha} = F^{-1}(\alpha)$$

$$F(t_{\alpha}) = \alpha$$

Математическое ожидание

Математическое ожидание — среднее значение, которое принимает случайная величина.

Для непрерывной случайной величины

$$M\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f(x) dx$$

Для дискретной случайной величины

$$M\eta = \sum_{i=1}^k x_i p_i$$

Дисперсия

Дисперсия — мера отклонения случайной величины от её математического ожидания.

Для непрерывной случайной величины

$$D\xi = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f(x) dx$$

Для дискретной случайной величины

$$D\eta = \sum_{i=1}^k x_i^2 p_i - \left(\sum_{i=1}^k x_i p_i \right)^2$$