Сравнение средних для k независимых выборок: непараметрический случай

Сравнение нескольких выборок

Критерий Краскела — Уоллиса

1. Задаём k выборок.

$$X_1 = \{x_1^1, \dots, x_1^{n_1}\}, \dots, X_k = \{x_k^1, \dots, x_k^{n_k}\}$$

2. Объединяем в одну выборку.

$$X = X_1^{n_1} \cup X_2^{n_2} \cup \dots \cup X_k^{n_k}$$

$$N = \sum_{i=1}^{k} n_i$$

n_i — объём i-ой выборки

3. Теперь всё ранжируем.

$$H=\sum_{i=1}^{k}\left(1-\frac{n_i}{N}\right)\left\{\frac{\bar{R}_i-\frac{N+1}{2}}{\sqrt{\frac{(\mathrm{N}-\mathrm{n}_i)(\mathrm{N}+1)}{12n_i}}}\right\}^2=\frac{12}{N(N+1)}\sum_{i=1}^{k}n_i\left(\bar{R}_i-\frac{N+1}{2}\right)^2=\frac{12}{N(N+1)}\sum_{i=1}^{k}\frac{R_i^2}{n_i}-3(\mathrm{N}+1)$$

Сумма рангов i-й выборки

$$R_i=\sum_{j=1}^{n_i}R_{ij}$$

Средний ранг i-й выборки

$$\bar{R}_i=\frac{1}{n_i}R_i$$

Аппроксимация Краскела — Уоллиса

$$M = \frac{N^3 - \sum_{i=1}^{k} n_i^3}{N(N+1)}$$

Степень свободы 1

$$v_1 = (k-1)\frac{(k-1)(M-k+1)-V}{\frac{1}{2}MV}$$

Степень свободы 2

$$v_2 = \frac{M-k+1}{k-1}v_1$$

Аппроксимация Краскела — Уоллиса

$$V = 2(k-1) - \frac{2\{3k^2 - 6k + N(2k^2 - 6k + 1)\}}{5N(N+1)} - \frac{6}{5}\sum_{i=1}^{k}\frac{1}{n_i}$$

Предельное F-распределение с v_1, v_2 степенями свободы

$$F = \frac{H(M-k+1)}{(k-1)(M-H)}$$

Аппроксимация Имана — Давенпорта

$$J = \frac{H}{2}\left(1 + \frac{N-k}{N-1-H}\right)$$

$$J_{\alpha} = \{(k-1)F_{\alpha}(k-1; N-k) + \chi^2_{\alpha}(k-1)\}$$

Распределение Фишера

$$F(f_1; f_2)$$

Распределение хи-квадрат

$$\chi^2_{\alpha}(\mathrm{a})$$