Оценка вероятности достоверности медицинского (биохимического) теста

Предположим, что некоторый тест правильно предсказывает наличие или отсутствие определенного заболевания с вероятностью 0,95 .

Это значит, что если человек **действительно** болен, то тест дает **положительный** результат с вероятностью 0,95, а с вероятностью 0,05 тест дает отрицательный результат.

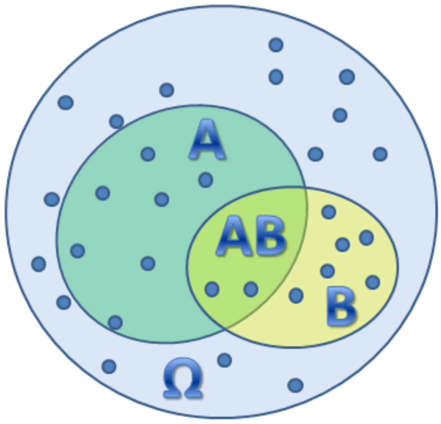
Если же человек **здоров**, то тест с вероятностью 0,95 дает **отрицательный** результат, а с вероятностью 0,05 тест дает положительный результат.

1% населения имеет это заболевание.

Предположим, что Вы прошли тестирование и получили **положительный** результат. Какова вероятность того, что вы **действительно** больны?

Итак, вспомним некоторые понятия из теории вероятностей.

Условная вероятность

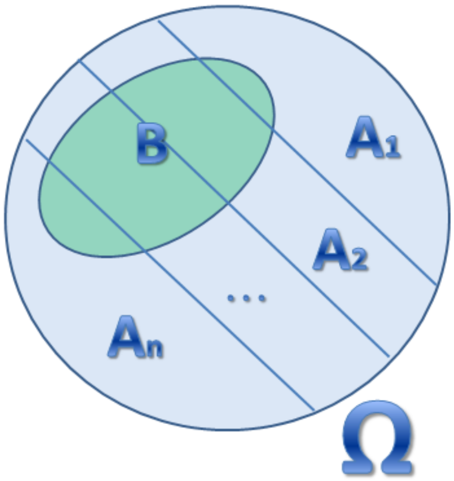


Известно, что событие B произошло. Какова вероятность того, что произошло событие A ?

Условная вероятность события A при условии, что произошло событие B:

$$P(A|B) = \frac{n(AB)}{n(B)} = \frac{n(AB)/n}{n(B)/n} = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

Если $P(A|B) = P(A)$, то $P(AB) = P(A)P(B)$, следовательно, A и B – независимые события.



Формула Байеса

$A_1, \cdots, A_n$ – полная группа событий,

$$A_i A_j = \emptyset, i \neq j, \qquad \bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$$

Формула полной вероятности:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(BA_i) = \sum_{i=1}^{n} P(B|A_i)P(A_i)$$

Формула Байеса

$$P(A_i|B) = \frac{P(A_iB)}{P(B)} = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{P(B)}$$

Обозначим события:

A_1 – вы больны,

A_2 – вы здоровы,

B – тест положительный.

$P(B|A_1) = 0{,}95$, $\quad P(B|A_2) = 0{,}05$

$P(A_1) = 0{,}01$, $\quad P(A_2) = 0{,}99$

$$P(B) = P(B|A_1)P(A_1) + P(B|A_2)P(A_2) =$$
$$= 0{,}95 \cdot 0{,}01 + 0{,}05 \cdot 0{,}99 = 0{,}059$$

$$P(A_1|B) = \frac{P(B|A_1) \cdot P(A_1)}{P(B)} = \frac{0{,}95 \cdot 0{,}01}{0{,}059} \approx 0{,}161$$

Таким образом, несмотря на положительный результат теста, вы в реальности имеете это заболевание всего лишь с вероятностью 0,16, а с вероятностью 0,84 вы здоровы!