Metodo de Bisección y Newton-Raphson

Ibrahim Alfonso Mendoza Chavez

04 de Octubre del 2018

1 Introduccion al metodo de bisección

Este apartado esta dedicado al metodo de biseccion, se explicara en que consiste de manera muy general.
Este metodo es conocido por la sencillez de su uso ya que solo consiste en aproximar la raiz de acuerdo a cierto intervalo.

2 Metodo de Bisección

Es un algoritmo que utiliza un teorema de valor intermedio para aproximar la raiz.Para esto se supone que la funcion es continua en un intervalo cerrado [a,b], la funcion como ya es obvio debera tomar los valores de f(a) y f(b), si alguno de estos tiene valor negativo en aqlgun punto se hace cero, para un punto c, que esta encerrado en este intervalo [a,b], esto asegura que la funcion evaluada en f(c)=0, con esto nos da la existencia de f(x)=0.
1.- Debe existir seguridad sobre la continuidad de la función f(x) en el intervalo [a,b]
2.- A continuacion se verifica que (f(a))(f(b))>0
3.- Se calcula el punto medio m del intervalo [a,b] y se evalúa f(m) si ese valor es igual a cero, ya hemos encontrado la raíz buscada
4.- En caso de que no lo sea, verificamos si f(m) tiene signo opuesto con f(a) o con f(b)
5.- Se redefine el intervalo [a, b] como [a, m] ó [m, b] según se haya determinado en cuál de estos intervalos ocurre un cambio de signo
6.- Con este nuevo intervalo se continúa sucesivamente encerrando la solución en un intervalo cada vez más pequeño, hasta alcanzar la precisión deseada

El método de bisección es menos eficiente que el método de Newton, pero es mucho más seguro para garantizar la convergencia. Si f es una función continua en el intervalo [a, b] y f(a)f(b) ¡ 0, entonces este método converge a la raíz de f. De hecho, una cota del error absoluto es:

$$\frac{a+b}{2} \tag{1}$$

```
    program bisection
implicit none
real:: a,b,c,error,f
error=1.0e-06
write(*,*)"Inserta valores de a y b respectivamente en los que se encuentra la raiz a bus

10 read(*,*) a,b
15 if (f(a)*f(b) .lt. 0) then
c=(a+b)/2.0
else
write(*,*)"Intenta evaluar en otros valores de a y b "
goto 10
end if
if (f(a)*f(c) .lt. 0) then
b=c
else
a=c
end if
if (abs(b-a) .gt. error) goto 15


write(*,*)"La raiz es ",c
end program

real function f(x)
implicit none
real::x
f= x**3 - x - 2
end function
```

3 Metodo de Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson es un método abierto, en el sentido de que no está garantizada su convergencia global. La única manera de alcanzar la convergencia es seleccionar un valor inicial lo suficientemente cercano a la raíz buscada. Así, se ha de comenzar la iteración con un valor razonablemente cercano al cero (denominado punto de arranque o valor supuesto). La relativa cercanía del punto inicial a la raíz depende mucho de la naturaleza de la propia función; si ésta presenta múltiples puntos de inflexión o pendientes grandes en el entorno de la raíz, entonces las probabilidades de que el algoritmo diverja aumentan, lo cual exige seleccionar un valor supuesto cercano a la raíz. Una vez que se ha hecho esto, el método linealiza la función por la recta tangente en ese valor supuesto. La abscisa en el origen de dicha recta será, según el método, una mejor aproximación de la raíz que el valor anterior. Se realizarán sucesivas iteraciones hasta que el método haya convergido lo suficiente.

Sea f: [a, b] -¿ R función derivable definida en el intervalo real [a, b]. Empezamos con un valor inicial x0 y definimos para cada número natural n

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

(2)

El error se calcula de la siguiente forma:

$$E = \frac{|x_{k+1} - x_k|}{|x_{k+1}|} \tag{3}$$

A continuacion se muestra un programa que resuelve el metodo para un funcion en particular:

```
    FUNCTION F(n) !FUNCIÓN
  IMPLICIT NONE
  real, intent(in) ::n
  real:: F
  F = n**3 - n - 2
END FUNCTION F

FUNCTION Fp(n) !DERIVADA
  IMPLICIT NONE
  real, intent(in) ::n
  real::Fp
  Fp = 3*n**2 - n
END FUNCTION Fp

PROGRAM nr
  IMPLICIT NONE
  !x buscada  xi= x inicial , err = error
  REAL:: x, xi err
  REAL:: F, Fp
  PRINT*,"Inserte el valor de x inicial para aplicar newton-raphson a la funcion"
  READ*,xi

  DO
     !xi - F(xi)/F(xi)
     x = xi - (F(xi)/Fp(xi))
```

```
    err = abs((x-xi)/x)*100
   PRINT*, "X= ", x, "err= ", err
   xi=x

   IF(err<.00001)EXIT

END DO
END PROGRAM nr
```