

Динамические
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

Динамические игры на временных шкалах

Выполнил: Бондаренко Алексей
Научный руководитель: Плотников А. В., соруководитель
Огуленко А. П.

Постановка задания

Динамическая
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

- Изучить модель инфляционной политики Либиха и Штекеля.
- Изучить классическую модель конфликта профсоюз—монополист.
- Построить динамическую игру на временных шкалах для модели профсоюз—монополист.
- Путем имитационного моделирования изучить свойства макроэкономических моделей.

Модель Либиха—Штекеля

Динамические
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

В игре участвуют два игрока:

- 1 g — правительство, оперирующее декларируемым уровнем инфляции π
- 2 p — общественность, требующая индексации заработной платы на уровне ω

Каждый игрок может установить управляемый им параметр либо на низком, либо на высоком уровне.

Модель Либиха—Штекеля. Биматричная игра

Динамическая игра на временных шкалах

Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников А. В.,
соруководитель
Огуленко А. П.

Постановка задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель профсоюз—
монополист

В общем виде игра может быть задана в виде матрицы выигрышей

| | | Общественность | |
|---------------|---|----------------|-----|
| | | L | H |
| Правительство | L | a,q | b,v |
| | H | c,x | d,z |

где выигрыши удовлетворяют ограничениям

$$c > a = 0 > d > b, \quad c = -d = -\frac{b}{2}, \quad (1)$$

$$q > v, \quad q \geq z > x \quad (2)$$

Эти соотношения вытекают из макроэкономической модели Барро—Гордона, основанной на теории полезности.

Модель Либиха—Штекеля. Асинхронная игра

Динамическая
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондаренко

Алексей
Научный
руководитель:

Плотников А. В.,
соруководитель
Огуленко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз —
монополист

- 1 Игра начинается одновременным ходом
- 2 Заранее известно неизменное количество ходов правительства $r^g \in \mathbb{N}$ и общественности $r^p \in \mathbb{N}$
- 3 Игра заканчивается через T тактов времени, где T — $\text{НОК}(r^g, r^p)$
- 4 Игроки рациональны, обладают равноценными знаниями и полной информацией о структуре игры, матрице выигрышей и всех предыдущих ходах

Модель Либиха—Штекеля. Асинхронная игра

Динамическая
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондаренко

Алексей
Научный
руководитель:

Плотников А. В.,
соруководитель
Огуленко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

Определяется три временных шкалы: правительства, общественности и общая шкала игры:

$$T_g = \{0, r^g, 2r^g, \dots, T\}, \quad T_p = \{0, r^p, 2r^p, \dots, T\}, \quad (3)$$

$$T = T_g \cup T_p \quad (4)$$

Асинхронная игра на временных шкалах будет, вообще говоря, иметь несколько равновесий по Нэшу, среди которых логично выбрать наилучшее по всем подыграм.

Определение

Любое совершенное равновесие по подыграм (SPNE), в котором оба игрока выбирают Парето-оптимальную стратегию во всех своих ходах, назовём **совершенным равновесием Рамсея по подыграм (Ramsey SPNE)**

Модель Либиха—Штекеля. Устойчивость

Динамическая
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников А. В.,
соруководитель:
Огуленко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

Теорема

Рассмотрим асинхронную игру на временных шкалах (3), (4), для которой выполняются условия (1) и (2). Тогда все SPNE игры будут SPNE типа Рамсея, если и только если

$$r^g > \bar{r}^g(R) = \begin{cases} \frac{c-d}{a-d} r^p = \frac{a-b}{a-d} r^p, & \text{если } R = 0 \\ \frac{(1+R)(c-d)}{a-d} r^p = \frac{a-b+R(c-d)}{a-d} r^p, & \text{если } R \in (0; \bar{R}) \\ \frac{c-d-(1-R)(a-b)}{a-d} r^p = \frac{(a-b)}{a-d} R r^p, & \text{если } R \in (\bar{R}; 1) \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{где } \bar{R} = \frac{q-v}{z-x+q-v}.$$

Теорема устанавливает связь между устойчивостью стратегий и «подвижностью» игроков.

Модель Либиха—Штекеля. Имитация игры

Динамическая
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников А. В.,
соруководитель
Огуленко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

Для компьютерного моделирования взята модель с матрицей выигрыша

| | | Общественность | |
|---------------|---|-------------------|-------------------|
| | | L | H |
| Правительство | L | 0, 0 | -1, 1 |
| | H | $\frac{1}{2}, -1$ | $-\frac{1}{2}, 0$ |

и количеством ходов игроков $r^G = 7$ и $r^P = 4$.

Рассмотрим случай, когда правительство скорее склонно ввести высокий уровень инфляции, а общественность предполагая, что правительство пойдет на этот шаг, с высокой долей вероятности потребует повышения зарплат.

Модель Либиха—Штекеля. Имитация игры

Динамическая
игра на
временных
шкалах

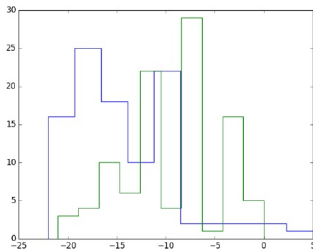
Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников
А. В.,
соруководитель
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

$$q^g = [0.5; 0.9; 0.7; 0.5; 0.9; 0.73; 0.8],$$
$$q^p = [0.8; 0.9; 0.8; 1].$$



| | Правительство | Общество |
|------------------------|---------------|----------|
| Среднее | -14.26 | -9.46 |
| Стандартное отклонение | 5.34 | 4.66 |
| Ассиметрия | 1.1 | -0.041 |
| Экссесс | 1.37 | -0.37 |

Модель Либиха—Штекеля. Имитация игры

Динамическая
игра на
временных
шкалах

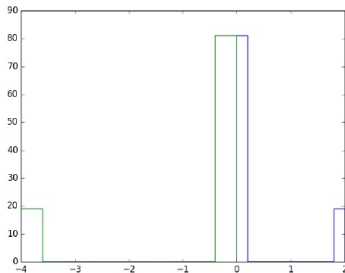
Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз —
монополист

$$q^G = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0.3],$$
$$q^P = [0; 0; 0; 0; 0].$$



| | Правительство | Общество |
|------------------------|---------------|----------|
| Среднее | 0.39 | -0.78 |
| Стандартное отклонение | 0.78 | 1.56 |
| Ассиметрия | 1.6 | -1.11 |
| Экссесс | 0.58 | 0.58 |

Модель Либиха—Штекеля. Имитация игры

Динамическая
игра на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондаренко

Алексей
Научный
руководитель:

Плотников А. В.,
соруководитель
Огуленко А. П.

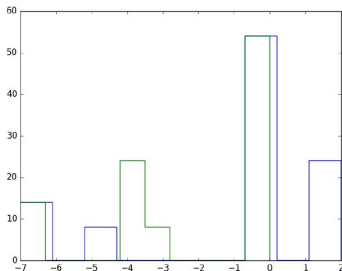
Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

$$q^g = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0.3],$$

$$q^p = [0; 0; 0; 0; 0.15].$$



| | Правительство | Общественность |
|------------------------|---------------|----------------|
| Среднее | -0.9 | -2.18 |
| Стандартное отклонение | 3 | 2.58 |
| Ассиметрия | -1.16 | -0.68 |
| Экссесс | -0.06 | -0.95 |

Модель Либиха—Штекеля. Имитация игры

Динамическая
игра на
временных
шкалах

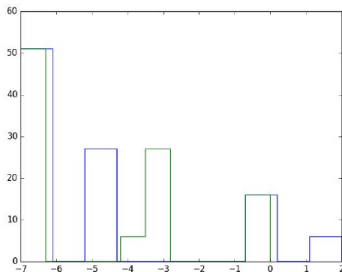
Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников
А. В.,
соруководитель
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

$$q^g = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0.3],$$
$$q^p = [0; 0; 0; 0.8].$$



| | Правительство | Общественность |
|------------------------|---------------|----------------|
| Среднее | -4.8 | -4.62 |
| Стандартное отклонение | 2.99 | 2.65 |
| Ассиметрия | 1.18 | 0.54 |
| Экссесс | -0.12 | -1.15 |

Конфликт профсоюз—монополист

Динамическ
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондарен-
ко

Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

Данная модель является моделью отношений между профсоюзом и фирмой—монополистом, в которой профсоюз задаёт уровень заработной платы W , а фирма определяет количество наёмных работников E (уровень найма).

Конфликт профсоюз—монополист

Динамическая
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

Функция полезности профсоюза имеет вид

$$U = U(W, E), \quad \frac{\partial U}{\partial W} > 0; \quad \frac{\partial U}{\partial E} > 0.$$

Например $U = \lambda WE$, где $\lambda \in (0; 1)$

Полезность для фирмы измеряется как прибыль

$$\Pi = PY(\bar{K}, E) - WE,$$

где цена P дана, а капитал \bar{K} фиксирован. Отсюда мы можем переписать

$$\Pi(W, E) = R(E) - WE,$$

где R — доход.

Конфликт профсоюз—монополист.

Классическое решение

Динамическая
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

Фирма максимизирует свою прибыль по E при заданном уровне заработной платы. Необходимое условие оптимальности примет вид

$$W = R'(E).$$

Разрешая уравнение относительно E , получим кривую спроса:

$$E = g(W)$$

Профсоюз со своей стороны решает задачу

$$\max_W U(W, E) = U(W, g(W)).$$

Конфликт профсоюз—монополист.

Классическое решение

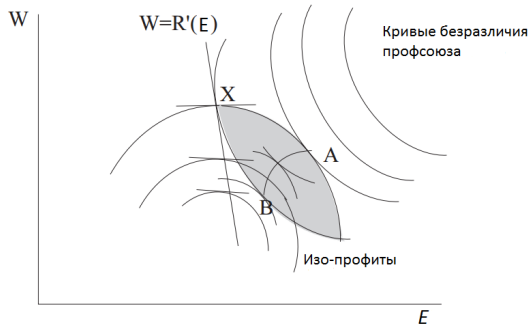
Динамическая
игра на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников А. В.,
соруководитель
Огуленко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист



Точка X — точка равновесия. AB — кривая контракта, состоящая из точек, в которых изопрофиты и кривые безразличия профсоюза имеют общую касательную.

Конфликт профсоюз—монополист.

Биматричная игра

Динамическ
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

- Профсоюз устанавливает уровень зарплаты W
- Фирма задает количество нанимаемых рабочих E

Каждый игрок выбирает между низким и высоким уровнем параметра.

| | | Профсоюз | |
|-------|-----|----------|--------|
| | | L | H |
| Фирма | L | a, q | b, v |
| | H | c, x | d, z |

Конфликт профсоюз—монополист.

Биматричная игра

Динамическая
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

Функция полезности профсоюза $U(W, E) = \lambda WE$, где $\lambda \in (0; 1)$:

$$\frac{\partial U}{\partial W} > 0; \quad \frac{\partial U}{\partial E} > 0; \quad \frac{\partial^2 U}{\partial W^2} \leq 0$$

$$U(0, E) = U(W, 0) = U(0, 0) = 0.$$

Функция полезности фирмы $\Pi(W, E) = cP(\bar{K}, E) - WE$:

$$P(\bar{K}, E) = A\bar{K}^\alpha E^\beta,$$

где A – коэффициент нейтрального технического прогресса,
 α и β – коэффициенты эластичности валового внутреннего
продукта по капитальным и трудовым затратам.

Конфликт профсоюз—монополист.

Биматричная игра

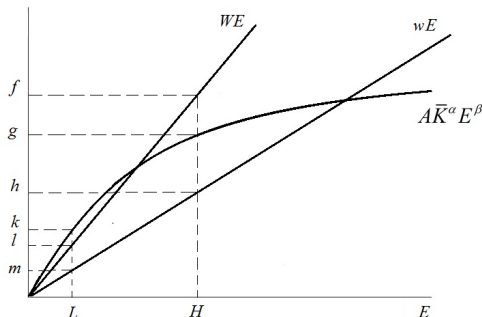
Динамическая
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников А. В.,
соруководитель
Огуленко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист



$$U(L, L) < U(L, H) \approx U(H, L) < U(H, H)$$

$$\Pi(H, H) < \Pi(H, L) < \Pi(L, L) < \Pi(L, H)$$

Конфликт профсоюз—монополист. Имитация

Динамическая
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

Пусть матрица выигрышей имеет следующий вид:

| | | Профсоюз | |
|-------|---|----------|--------|
| | | L | H |
| Фирма | L | 3, 1 | 2, 3.9 |
| | H | 7, 4 | -3, 7 |

Равновесием по Нэшу будет пара стратегий (L, H) . Всюду далее полагаем $r^f = 4$ (количество ходов фирмы за одну игру), $r^p = 3$ (количество ходов профсоюза).

Конфликт профсоюз—монополист. Имитация

Динамическая
игры на
временных
шкалах

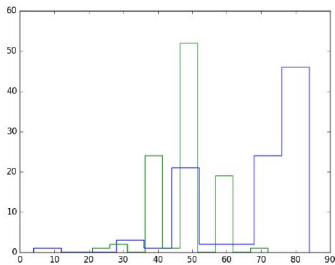
Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников А. В.,
соруководитель
Огуленко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

$$q^f = [0.9; 0.9; 0.9; 0.9],$$
$$q^p = [0.1; 0.1; 0.1].$$



| | Фирма | Профсоюз |
|------------------------|-------|----------|
| Среднее | 69.02 | 47.84 |
| Стандартное отклонение | 18.1 | 8.19 |
| Ассиметрия | -1.04 | 0.017 |
| Экссесс | 0.25 | 0.69 |

Конфликт профсоюз—монополист. Имитация

Динамическая
игра на
временных
шкалах

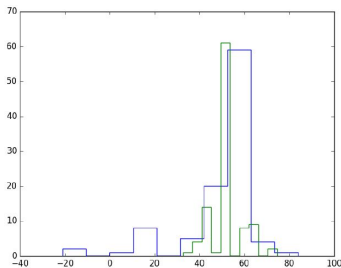
Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников
А. В.,
соруководитель
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

$$q^f = [0.9; 0.9; 0.9; 0.1],$$
$$q^p = [0.1; 0.1; 0.9].$$



| | Фирма | Профсоюз |
|------------------------|-------|----------|
| Среднее | 50.48 | 51.1 |
| Стандартное отклонение | 17.18 | 7.17 |
| Ассиметрия | -2.02 | 0.57 |
| Экссесс | 5.21 | 1.44 |

Конфликт профсоюз—монополист. Имитация

Динамическая
игры на
временных
шкалах

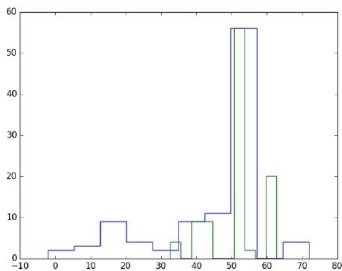
Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников А. В.,
соруководитель
Огуленко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

$$q^f = [0.9; 0.9; 0.1; 0.9],$$
$$q^p = [0.1; 0.9; 0.1].$$



| | Фирма | Профсоюз |
|------------------------|-------|----------|
| Среднее | 43.06 | 50.64 |
| Стандартное отклонение | 14.47 | 7.38 |
| Ассиметрия | -1.06 | -0.29 |
| Экссесс | 1.30 | 0.09 |

Конфликт профсоюз—монополист. Имитация

Динамическая
игры на
временных
шкалах

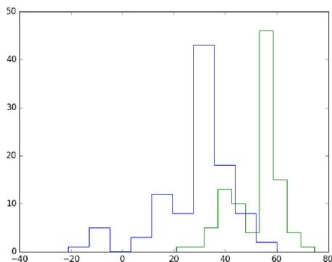
Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников
А. В.,
соруководитель
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

$$q^f = [0.9; 0.9; 0.1; 0.2],$$
$$q^p = [0.1; 0.9; 0.8].$$



| | Фирма | Профсоюз |
|------------------------|-------|----------|
| Среднее | 30.37 | 51.37 |
| Стандартное отклонение | 13.64 | 8.99 |
| Ассиметрия | -1.36 | -0.53 |
| Экссесс | 2.74 | 0.8 |

Конфликт профсоюз—монополист. Имитация

Динамическая
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондаренко
Алексей
Научный
руководитель:
Плотников А. В.,
соруководитель
Огуленко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

- Фирма, отклоняясь от стратегии низкого найма теряет возможную выгоду, в то время как профсоюз только незначительно улучшает своё положение.
- С точки зрения фирмы представляется разумным предложить профсоюзу не требовать высокого уровня зарплат, пообещав компенсировать это индивидуальными бонусами.

Выводы

Динамическ
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

Выводы

Заключение

Динамические
игры на
временных
шкалах

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Плотни-
ков А. В.,
соруково-
дитель
Огулен-
ко А. П.

Постановка
задания

Модель
Либиха—
Штекеля

Модель
профсоюз—
монополист

Спасибо за внимание!