

*"Теория
игр на
временных
шкалах"*

*Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.*

*Постановка
задания*

*Барро-
Гордона*

*Профсоюз-
монополист*

*Конечный
этап*

"Теория игр на временных шкалах"

Выполнил: Бондаренко Алексей
Научный руководитель: Огуленко А.П.

Постановка задания

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монопольст

Конечный
этап

Разобрать модель правительство-общественность Либиха и Штекеля. Реализовать программу эмулирующую ход игры на временных шкалах. Перенести на временные шкалы модель профсоюза-монополиста.

Постановка классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

В игре участвуют два игрока: p - правительство, q - общественность, которые оперируют инфляцией π и индексированием заработной платы ω соответственно. Каждый игрок выбирает из следующих стратегий: низким L и высоким H уровнем повышения.

Постановка классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

В общем виде игра может быть задана в виде матрицы выигрышей

		Общественность	
		L	H
Правительство	L	a,q	b,v
	H	c,x	d,z

где параметры a, b, c, d, q, v, x, z - выигрыши удовлетворяющие следующим ограничениям

$$c > a = 0 > d > b, c = -d = -\frac{b}{2}, q > v, q \geq z > x \quad (1)$$

Игра на временных шкалах для модели Барро-Гордона

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

- 1 игра начинается одновременным ходом
- 2 заранее известно незименное количество ходов $r^g \in \mathbb{N}$ и $r^p \in \mathbb{N}$
- 3 игра заканчивается через T периодов, где T - наименьшее общее кратное для r^g и r^p
- 4 игроки рациональны, обладают равноценными знаниями и полной информацией о структуре игры, матрице выигрышей и всех предыдущих ходах

Игра на временных шкалах для модели Барро-Гордона

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Определяется три временных шкалы: правительства, общественности и самой игры:

$$T_g = \{0, r^g, 2r^g, \dots, T\}, T_p = \{0, r^p, 2r^p, \dots, T\}, T = T_g \cup T_p \quad (2)$$

Ассинхронная игра на временных шкалах будет как правило иметь несколько равновесий по Нэшу, среди которых мы выберем лучшую в зависимости от под-игры

Определение

Любое совершенное равновесие по под-играм (SPNE), в котором оба игрока выбирают Парето-оптимальную стратегию во всех своих ходах, назовём **совершенным равновесием Рамсея по под-играм (Ramsey SPNE)**

Теорема

Рассмотрим общую несогласованную по времени игру на однородных временных шкалах, для которой выполняются (1) и (2). Тогда все SPNE игры будут SPNE Рамси, если и только если

$$r^g > \bar{r}^g(R) = \begin{cases} \frac{c-d}{a-d} r^p = \frac{a-b}{a-d} r^p, & \text{если } R = 0 \\ \frac{(1+R)(c-d)}{a-d} r^p = \frac{a-b+R(c-d)}{a-d} r^p, & \text{если } R \in (0; \bar{R}) \\ \frac{c-d-(1-R)(a-b)}{a-d} r^p = \frac{(a-b)}{a-d} R r^p, & \text{если } R \in (\bar{R}; 1) \end{cases} \quad (3)$$

где $\bar{R} = \frac{q-v}{z-x+q-v}$. В несогласованной игре (3) преобразуется в

$$\frac{r^g}{r^p} \in \left(\frac{3}{2}, 2\right) \cup \left(\frac{5}{2}, \infty\right) \quad (4)$$

Имитация игры

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

		Общественность	
		L	H
Правительство	L	0, 0	-1, -1
	H	$\frac{1}{2}, -1$	$-\frac{1}{2}, 0$

Введем соответствующие теореме $r^g = 7$ и $r^p = 4$

Рассмотрим случай, когда правительство скорее склонно ввести высокий уровень инфляции, а общественность предполагая, что правительство пойдет на этот шаг с высокой долей вероятности поднимет зарплаты.

Имитация игры

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

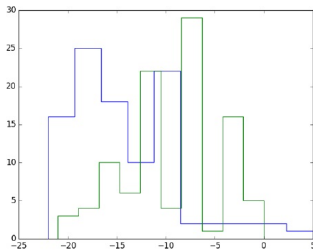
Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

$$q^G = [0.5; 0.9; 0.7; 0.5; 0.9; 0.73; 0.8],$$
$$q^P = [0.8; 0.9; 0.8; 1].$$



	Правительство	Общество
Среднее	-14.26	-9.46
Стандартное отклонение	5.34	4.66
Ассиметрия	1.1	-0.041
Экссесс	1.37	-0.37

Имитация игры

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

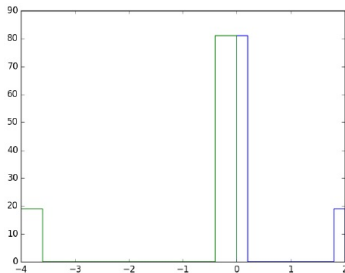
Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

$$q^g = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0.3],$$
$$q^p = [0; 0; 0; 0].$$



	Правительство	Общество
Среднее	0.39	-0.78
Стандартное отклонение	0.78	1.56
Ассиметрия	1.6	-1.11
Экссесс	0.58	0.58

Имитация игры

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

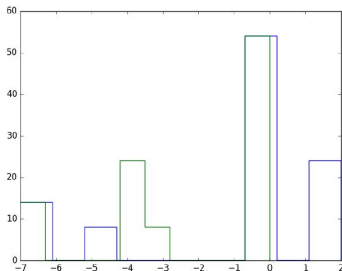
Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

$$q^g = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0.3],$$
$$q^p = [0; 0; 0; 0; 0.15].$$



	Правительство	Общество
Среднее	-0.9	-2.18
Стандартное отклонение	3	2.58
Ассиметрия	-1.16	-0.68
Экссесс	-0.06	-0.95

Имитация игры

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

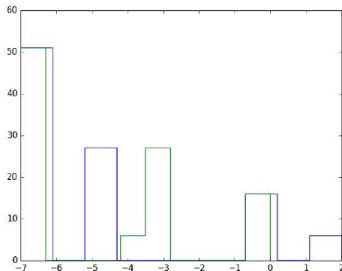
Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

$$q^g = [0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0.3],$$
$$q^p = [0; 0; 0; 0; 0.8].$$



	Правительство	Общественность
Среднее	-4.8	-4.62
Стандартное отклонение	2.99	2.65
Ассиметрия	1.18	0.54
Экссесс	-0.12	-1.15

Постановка классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Данная модель является моделью отношений профсоюз-фирма, в которой профсоюз задаёт уровень заработной платы W , а фирма выбирает желаемое количество наёмных работников E (уровень найма).

Постановка классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Функция полезности профсоюза имеет вид

$$U = U(W, E), \quad \frac{\partial U}{\partial W} > 0; \quad \frac{\partial U}{\partial E} > 0.$$

Например $U = \lambda WE$, где $\lambda \in (0; 1)$

Полезность для фирмы измеряется как прибыль

$$\Pi = PY(\bar{K}, E) - WE,$$

где цена P дана, а капитал \bar{K} фиксирован. Отсюда мы можем переписать

$$\Pi(W, E) = R(E) - WE,$$

где R – доход.

Решение классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Фирма максимизирует свою прибыль по E при заданном уровне заработной платы. Условие первого порядка примет вид

$$W = R'(E) = MPE.$$

Разрешая относительно E получим кривую спроса:

$$E = g(W)$$

.

Решается

$$\max_W U(W, E) = U(W, g(W)).$$

Решение классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

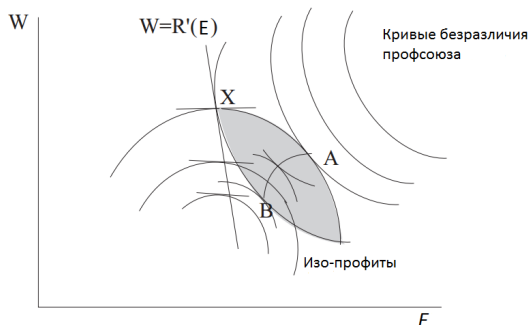
Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап



Точка X – точка равновесия.

AB – кривая контракта, состоящая из точек, в которых изопрофиты и кривые безразличия профсоюза имеют общий тангенс

Детерменированная модель

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

В игре, как и в непрерывной модели присутствует два игрока: профсоюз P и фирма F , чьими рычагами влияния на игру являются W - зарплата рабочего и E - количество нанятых рабочих соответственно. Каждый игрок выбирает из следующих стратегий: низким L и высоким H уровнем повышения.

		Профсоюз	
		L	H
Фирма	L	a, q	b, v
	H	c, x	d, z

Детерменированная модель

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Функция полезности профсоюза $U(W, E) = \lambda WE$, где $\lambda \in (0; 1)$:

$$\frac{\partial U}{\partial W} > 0; \quad \frac{\partial U}{\partial E} > 0; \quad \frac{\partial^2 U}{\partial W^2} \leq 0$$

$$U(0, E) = U(W, 0) = U(0, 0) = 0.$$

Функция полезности фирмы $\Pi(W, E) = cP(\bar{K}, E) - WE$:

$$P(\bar{K}, E) = A\bar{K}^\alpha E^\beta,$$

где A – коэффициент нейтрального технического прогресса,
 α и β – коэффициенты эластичности валового внутреннего
продукта по капитальным и трудовым затратам.

Решение модели

"Теория
игр на
временных
шкалах"

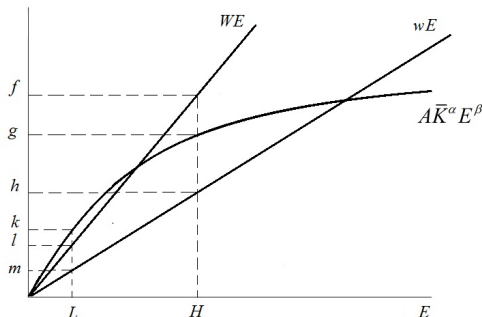
Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап



$$U(L, L) < U(L, H) \approx U(H, L) < U(H, H)$$

$$\Pi(H, H) < \Pi(H, L) < \Pi(L, L) < \Pi(L, H)$$

Имитация

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Пусть матрица выигрышей имеет следующий вид:

		Профсоюз	
		L	H
Фирма	L	3, 1	2, 3.9
	H	7, 4	-3, 7

Равновесием по Нэшу будет стратегия L, H Далее полагаем $r^f = 4$ (количество ходов фирмы за одну игру), $r^P = 3$ (количество ходов профсоюза).

Имитация

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

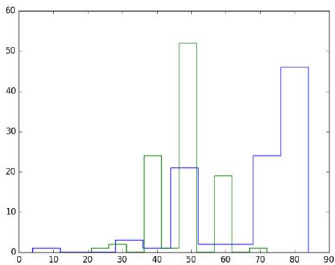
Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

$$q^f = [0.9; 0.9; 0.9; 0.9],$$
$$q^p = [0.1; 0.1; 0.1].$$



	Фирма	Профсоюз
Среднее	69.02	47.84
Стандартное отклонение	18.1	8.19
Ассиметрия	-1.04	0.017
Экссесс	0.25	0.69

Имитация

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

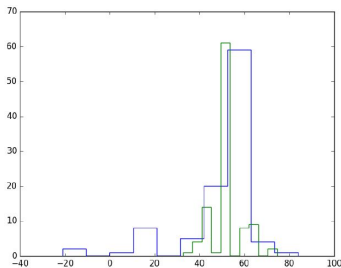
Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

$$q^f = [0.9; 0.9; 0.9; 0.1],$$
$$q^p = [0.1; 0.1; 0.9].$$



	Фирма	Профсоюз
Среднее	50.48	51.1
Стандартное отклонение	17.18	7.17
Ассиметрия	-2.02	0.57
Экссесс	5.21	1.44

Имитация

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

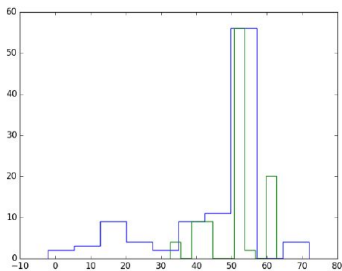
Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

$$q^f = [0.9; 0.9; 0.1; 0.9],$$
$$q^p = [0.1; 0.9; 0.1].$$



	Фирма	Профсоюз
Среднее	43.06	50.64
Стандартное отклонение	14.47	7.38
Ассиметрия	-1.06	-0.29
Экссесс	1.30	0.09

Имитация

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

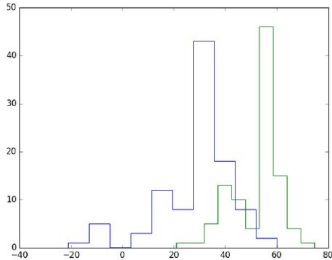
Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

$$q^f = [0.9; 0.9; 0.1; 0.2],$$
$$q^p = [0.1; 0.9; 0.8].$$



	Фирма	Профсоюз
Среднее	30.37	51.37
Стандартное отклонение	13.64	8.99
Ассиметрия	-1.36	-0.53
Экссесс	2.74	0.8

Имитация

*"Теория
игр на
временных
шкалах"*

*Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.*

*Постановка
задания*

*Барро-
Гордона*

*Профсоюз-
монополист*

*Конечный
этап*

Фирма снова теряет в относительных деньгах, в то время как профсоюз только незначительно увеличивает своё положение. Разумно с точки зрения фирмы сделать предложение профсоюзу не менять уровень зарплат с оптимального, а взамен оплачивать разным видом бонусов.

Конечный этап

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Спасибо за внимание!