

*"Теория
игр на
временных
шкалах"*

*Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.*

*Постановка
задания*

*Барро-
Гордона*

*Профсоюз-
монополист*

*Конечный
этап*

"Теория игр на временных шкалах"

Выполнил: Бондаренко Алексей
Научный руководитель: Огуленко А.П.

Постановка задания

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монопольст

Конечный
этап

Разобрать модель правительство-общественность Либиха и Штекеля. Реализовать программу эмулирующую ход игры на временных шкалах. Перенести на временные шкалы модель профсоюза-монопольста.

Постановка классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

В игре участвуют два игрока: p - правительство, q - общественность, которые оперируют инфляцией π и индексированием заработной платы ω соответственно. Каждый игрок выбирает из следующих стратегий: низким L и высоким H уровнем повышения.

Постановка классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

В общем виде игра может быть задана в виде матрицы выигрышей

		Public	
		L	H
Government	L	a, q	b, v
	H	c, x	d, z

где параметры a, b, c, d, q, v, x, z - выигрыши удовлетворяющие следующим ограничениям

$$c > a > d > b, q > v, q \geq z > x.$$

Идея решения

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монопольст

Конечный
этап

Экономику зададим через функцию совокупного предложения Лукаса

$$y_t - Y = \lambda(\pi_t - \omega_t) + \varepsilon_t,$$

где $\lambda > 0$, y – производительность, Y – естественный уровень производительности, а ε – макроэкономический шок близкий к нулю. Функции полезности:

$$u_t^g = -(\pi_t - \tilde{\pi})^2 + \alpha y_t - \beta(y_t - Y)^2,$$

$$u_t^p = -(\pi_t - \omega)^2,$$

где $\tilde{\pi}$ – оптимальный уровень инфляции, а $\alpha > 0, \beta > 0$ описывают относительный вес целей правительства.

Идея решения

Было получено равновесие

$$\pi_t^* = \tilde{\pi} + \frac{\alpha\lambda}{2} = \omega_t^*,$$

Ли и Чао предлагают два наиболее оптимальных варианта

$$\pi \in \left\{ L = \tilde{\pi}, H = \tilde{\pi} + \frac{\alpha\lambda}{2} \right\} \ni$$

В связи с чем были выведены следующие соотношения между выигрышами:

$$c > a = 0 > d > b, c = -d = -\frac{b}{2}, q > v, q \geq z > x \quad (1)$$

Идея решения

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Положим в соответствии с имеющимися ограничениями

$$c = 1 > a = 0 > d = -1 > b = -2, q = z = 0 > v = x = -1,$$

		Public	
		L	H
Government	L	0,0	-1, -1
	H	$\frac{1}{2}, -1$	$-\frac{1}{2}, 0$

Стандартная пошаговая игра имеет уникальное равновесие по Нэшу (H, H) . Однако, оно неэффективно, так как является Парето доминированным. Парето-оптимальным будет (L, L)

Игра на временных шкалах для модели Барро-Гордона

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монопольст

Конечный
этап

- 1 игра начинается одновременным ходом
- 2 заранее известно незименное количество ходов $r^g \in \mathbb{N}$ и $r^p \in \mathbb{N}$
- 3 игра заканчивается через T периодов, где T - наименьшее общее кратное для r^g и r^p
- 4 игроки рациональны, обладают равноценными знаниями и полной информацией о структуре игры, матрице выигрышей и всех предыдущих ходах

Игра на временных шкалах для модели Барро-Гордона

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Определяется три временных шкалы: правительства, общественности и самой игры:

$$T_g = \{0, r^g, 2r^g, \dots, T\}, T_p = \{0, r^p, 2r^p, \dots, T\}, T = T_g \cup T_p \quad (2)$$

Ассинхронная игра на временных шкалах будет как правило иметь несколько равновесий по Нэшу, среди которых мы выберем лучшую в зависимости от под-игры

Имитация

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Theorem

Рассмотрим общую несогласованную по времени игру на однородных временных шкалах, для которой выполняются (1) и (2). Тогда все SNPE игры будут SNPE Рамси, если и только если

$$r^g > \bar{r}^g(R) = \begin{cases} \frac{c-d}{a-d} r^p = \frac{a-b}{a-d} r^p, & \text{если } R = 0 \\ \frac{(1+R)(c-d)}{a-d} r^p = \frac{a-b+R(c-d)}{a-d} r^p, & \text{если } R \in (0; \bar{R}) \\ \frac{c-d-(1-R)(a-b)}{a-d} r^p = \frac{(a-b)}{a-d} R r^p, & \text{если } R \in (\bar{R}; 1) \end{cases} \quad (3)$$

где $\bar{R} = \frac{q-v}{z-x+q-v}$. В несогласованной игре (3) преобразуется в

$$\frac{r^g}{r^p} \in \left(\frac{3}{2}, 2\right) \cup \left(\frac{5}{2}, \infty\right) \quad (4)$$

Имитация игры

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монопольст

Конечный
этап

$r^G = 4$ - количество ходов совершаемое правительством за игру

$r^P = 3$ - количество ходов совершаемое обществом за игру

Рассмотрим случай, когда правительство скорее склонно ввести высокий уровень инфляции, а общественность предполагая, что правительство пойдет на этот шаг с высокой долей вероятности поднимет зарплаты:

$q^G = [0.5; 0.9; 0.7; 0.4]$ - соответствующая скалярная функция

$q^P = [0.6; 0.8; 1]$ - соответствующая скалярная функция

Имитация игры

"Теория
игр на
временных
шкалах"

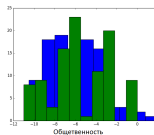
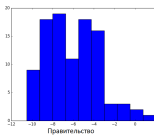
Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап



	Government	Public
average	-6.185	-5.47
standard deviation	2.78177551215	2.76570063456
asymmetry	0.45077684	0.1602505232
excess	-0.1516393985	-0.51074964279

Имитация игры

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

$r^G = 4$ - количество ходов совершаемое правительством за игру

$r^P = 3$ - количество ходов совершаемое обществом за игру

Рассмотрим случай, когда правительство всегда будет выбирать низкий уровень инфляции, тогда общественности не будет смысла поднимать зарплаты, то есть всегда будут выбирать стратегию L:

$q^G = [0; 0; 0; 0]$ - соответствующая скалярная функция

$q^P = [0; 0; 0]$ - соответствующая скалярная функция

Имитация игры

"Теория
игр на
временных
шкалах"

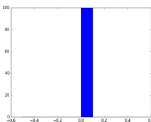
Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

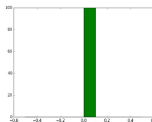
Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап



Правительство



Общество

	Government	Public
average	0	0
standard deviation	0	0
asymmetry	0	0
excess	-3	-3

Постановка классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Данная модель является моделью отношений профсоюз-фирма, в которой профсоюз задаёт уровень заработной платы W , после чего фирма выбирает желаемое количество наёмных работников E (уровень найма).

Постановка классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Функция полезности профсоюза имеет вид

$$U = U(W, E), \quad \frac{\partial U}{\partial W} > 0; \quad \frac{\partial U}{\partial E} > 0.$$

Например $U = \lambda WE$, где $\lambda \in (0; 1)$

Полезность для фирмы измеряется как прибыль

$$\Pi = PY(\bar{K}, E) - WE,$$

где цена P дана, а капитал \bar{K} фиксирован. Отсюда мы можем переписать

$$\Pi(W, E) = R(E) - WE,$$

где R – доход.

Решение классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Фирма максимизирует свою прибыль по E при заданном уровне заработной платы. Условие первого порядка примет вид

$$W = R'(E) = MPE.$$

Разрешая относительно E получим кривую спроса:

$$E = g(W)$$

.

Решается

$$\max_W U(W, E) = U(W, g(W)).$$

Решение классической задачи

"Теория
игр на
временных
шкалах"

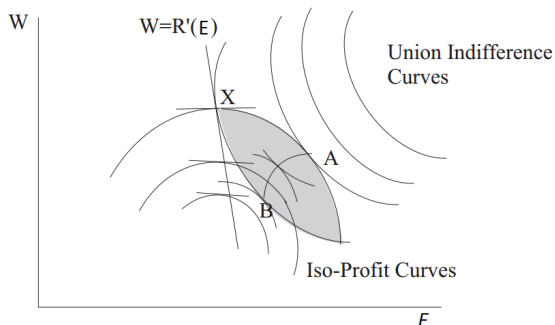
Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап



Точка X – точка равновесия.

AB – кривая контракта, состоящая из точек, в которых изопрофиты и кривые безразличия профсоюза имеют общий тангенс

Детерменированная модель

"Теория
игр на
временном
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

В игре, как и в непрерывной модели присутствует два игрока: профсоюз P и фирма F , чьими рычагами влияния на игру являются W - зарплата рабочего и E - количество нанятых рабочих соответственно. Каждый игрок выбирает из следующих стратегий: низким L и высоким H уровнем повышения.

		Union	
		L	H
Firm	L	a, q	b, v
	H	c, x	d, z

Детерменированная модель

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Функция полезности профсоюза $U_t(W, E) = \lambda WE$, где $\lambda \in (0; 1)$:

$$\frac{\partial U}{\partial W} > 0; \quad \frac{\partial U}{\partial E} > 0 \quad U(0, E) = U(W, 0) = U(0, 0) = 0,$$

Функция полезности фирмы $\Pi_t(W, E) = cP(\bar{K}, E) - WE$:

$$P(\bar{K}, E) = A\bar{K}^\alpha E^\beta,$$

где A – коэффициент нейтрального технического прогресса,
 α и β – коэффициенты эластичности валового внутреннего
продукта по капитальным и трудовым затратам.

Решение модели

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Были получены следующие результаты соотношения между функциями полезности:

$$U(L, L) < U(L, H) \leq U(H, L) < U(H, H)$$

$$\Pi(L, H) > \Pi(L, L) > \Pi(H, L) > \Pi(H, H)$$

Пусть матрица выигрышей имеет следующий вид:

		Union	
		L	H
Firm	L	3,0	5,2
	H	2,3	-1,7

Имитация

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

$r^G = 5$ - количество ходов совершаемое фирмой за игру

$r^P = 3$ - количество ходов совершаемое профсоюзом за игру

Рассмотрим случай, когда профсоюз скорее выберет
высокий уровень зарплаты, а фирма наймет скорее меньше
людей:

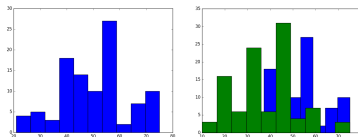
$q^G = [0.2; 0.4; 0.3; 0.2; 0.1]$ - соответствующая скалярная
функция

$q^P = [0.7; 0.6; 0.8]$ - соответствующая скалярная функция

Имитация

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.



	Firm	Union
average	50.66	37.6
standard deviation	13.27	13.96
asymmetry	-0.06	0.302
excess	-0.277	0.101

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Имитация

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А. П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

$r^G = 5$ - количество ходов совершаемое фирмой за игру

$r^P = 3$ - количество ходов совершаемое профсоюзом за игру

Рассмотрим случай, когда профсоюз скорее выберет низкий уровень зарплаты, а фирма наймет большое количество людей:

$q^G = [0.70.60.80.70.6]$ - соответствующая скалярная функция

$q^P = [0.20.40.3]$ - соответствующая скалярная функция

Имитация

"Теория
игр на
временных
шкалах"

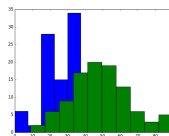
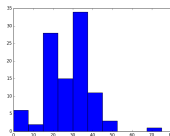
Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап



	Firm	Union
average	27.46	48.14
standard deviation	11.93	17.37
asymmetry	0.24	0.177
excess	1.92	-0.085

Имитация

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

В этой игре нет парето-оптимального набора стратегий.

Конечный этап

"Теория
игр на
временных
шкалах"

Выполнил:
Бондарен-
ко
Алексей
Научный
руководи-
тель:
Огуленко
А.П.

Постановка
задания

Барро-
Гордона

Профсоюз-
монополист

Конечный
этап

Спасибо за внимание!