

Lemma Jabat Tangan, Jumlah derajat semua simpul pada suatu graf adalah genap, yaitu dua kali jumlah sisi pada graf tersebut.

$$d(1) + d(2) + d(3) + d(4) = 2 + 3 + 3 + 2 = 10, 2 \times \text{jumlah sisi} = 2 \times 5 = 10$$

Untuk sembarang graf G , banyaknya simpul berderajat ganjil selalu genap. Jadi, menurut teorema ini, tidak mungkin sebuah graf memiliki simpul berderajat ganjil sejumlah ganjil

Sirkuit, Lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama disebut sirkuit atau siklus.

Terhubung, Dua simpul, u dan v , pada graf berarah G disebut terhubung kuat (strongly connected) jika terdapat lintasan berarah dari u ke v dan juga lintasan berarah dari v ke u . Jika u dan v tidak terhubung kuat tetapi terhubung pada graf tidak berarahnya, maka u dan v dikatakan terhubung lemah (weakly connected). Graf berarah G disebut graf terhubung kuat (strongly connected graph) apabila untuk setiap pasang simpul sembarang u dan v di G , terhubung kuat. Kalau tidak, G disebut graf terhubung lemah.

Upagraf (Subgraph) dan Komplemen Upagraf, Misalkan $G = (V, E)$ adalah sebuah graf. $G_1 = (V_1, E_1)$ adalah upagraf (subgraph) dari G jika $V_1 \subseteq V$ dan $E_1 \subseteq E$. Komplemen dari upagraf G_1 terhadap graf G adalah graf $G_2 = (V_2, E_2)$ sedemikian, sehingga $E_2 = E - E_1$ dan V_2 adalah himpunan simpul yang anggota-anggota E_2 bersisian dengannya.

Cut Set, Cut-set dari graf terhubung G adalah himpunan sisi yang bila dibuang dari G menyebabkan G tidak terhubung. Jadi, cut-set selalu menghasilkan dua buah komponen

Graf Isomorfik, Mempunyai jumlah simpul yang sama, Mempunyai jumlah sisi yang sama, Mempunyai jumlah simpul yang sama berderajat tertentu. **Graf Planar**, Graf yang dapat digambarkan pada bidang datar dengan sisi-sisi tidak saling memotong (bersilangan) disebut graf planar, jika tidak, maka ia disebut graf tak-planar.

Graf planar yang digambarkan dengan sisi-sisi yang tidak saling berpotongan disebut graf bidang (plane graph)

Rumus Euler, Hubungan antara jumlah simpul (n), jumlah sisi (e), dan jumlah wilayah (f) pada graf bidang: $n - e + f = 2$ (Rumus Euler)

Ketidaksamaan Euler, Pada graf planar sederhana terhubung dengan f buah wilayah, n buah simpul, dan e buah sisi ($e > 2$) selalu berlaku: $e \leq 3n - 6$

Ketidaksamaan yang terakhir dinamakan ketidaksamaan Euler, Ketidaksamaan ini dapat digunakan untuk menunjukkan keplanaran suatu graf sederhana, Jika sebuah graf planar, maka ia memenuhi ketidaksamaan Euler, sebaliknya jika tidak planar maka ketidaksamaan tersebut tidak dipenuhi.

TEOREMA Kuratowski. Graf G bersifat planar jika dan hanya jika ia tidak mengandung upagraf yang isomorfik dengan salah satu graf Kuratowski atau homeomorfik dengan salah satu dari keduanya.

Lintasan Euler ialah lintasan yang melalui masing-masing sisi di dalam graf tepat satu kali, **Sirkuit Euler** ialah sirkuit yang melewati masing-masing sisi tepat satu kali, Graf yang mempunyai sirkuit Euler disebut graf Euler (Eulerian graph).

Graf yang mempunyai lintasan Euler dinamakan juga graf semi-Euler (semi-Eulerian graph).

TEOREMA 1. Graf tidak berarah G adalah graf Euler (memiliki sirkuit Euler) jika dan hanya jika G terhubung dan setiap simpul berderajat genap. **TEOREMA 2**. Graf tidak berarah memiliki lintasan Euler (graf semi-Euler) jika dan hanya jika terhubung dan memiliki dua buah simpul berderajat ganjil atau tidak ada simpul berderajat ganjil sama sekali.

Lintasan Hamilton ialah lintasan yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali. **Sirkuit**

Hamilton ialah sirkuit yang melalui tiap simpul di dalam graf tepat satu kali, kecuali simpul asal (sekali simpul akhir) yang dilalui dua kali. Graf yang memiliki sirkuit Hamilton dinamakan graf Hamilton, sedangkan graf yang hanya memiliki lintasan Hamilton disebut graf semi-Hamilton.

TEOREMA 4. Syarat cukup supaya graf sederhana G dengan n (≥ 3) buah simpul adalah graf Hamilton ialah bila derajat tiap simpul paling sedikit $n/2$ (yaitu, $d(v) \geq n/2$ untuk setiap simpul v di G).

TEOREMA 5. Setiap graf lengkap adalah graf Hamilton. **TEOREMA 6** Di dalam graf lengkap G dengan n buah simpul ($n \geq 3$), terdapat $(n-1)/2$ buah sirkuit Hamilton. **TEOREMA 7**. Di dalam graf lengkap G dengan n buah simpul ($n \geq 3$ dan n ganjil), terdapat $(n-1)/2$ buah sirkuit Hamilton yang saling lepas (tidak ada sisi yang beririsan). Jika n genap dan $n \geq 4$, maka di dalam G terdapat $(n-2)/2$ buah sirkuit Hamilton yang saling lepas.

