Exercice 1. Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions définies ci-après :

1. $f(x) = \sqrt{4-x}$
2. $f(x) = \dfrac{4x-3}{6x^2-13x-5}$
3. $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{|x-2|}}$
4. $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{2x+4}}$
5. $f(x) = \dfrac{x-3}{-2x^2+3x-4}$
6. $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x-4}}{x-3}$
7. $f(x) = \dfrac{\sqrt{6x^2-13x-5}}{2x-3}$
8. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-3x}+7}{|x|-1}$
9. $f :]-\infty; 0] \to \mathbb{R}$
   $x \mapsto \sqrt{x^2-5x+6}$
10. $\begin{cases} f(x) = \dfrac{1}{x+2} \text{ si } x \leqslant 1 \\ f(x) = x+3 \text{ si } x > 1 \end{cases}$
11. $\begin{cases} f(x) = -x + \sqrt{x^2-2x} \text{ si } x \leqslant 0 \\ f(x) = 2x\sqrt{|1-x^2|} \text{ si } x \geqslant 0 \end{cases}$
12. $\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x} \text{ si } x \neq 0 \\ f(x) = \dfrac{1}{2} \text{ si } x = 0 \end{cases}$

Exercice 2. Après avoir précisé leur ensemble de définition, étudier la parité des fonctions suivantes :

1. $f(x) = x(x^2-4)$;
2. $f(x) = \dfrac{|x|}{x^3-2x}$
3. $f(x) = \dfrac{x^4+x^2-5}{4-x^2}$
4. $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x+1}}$

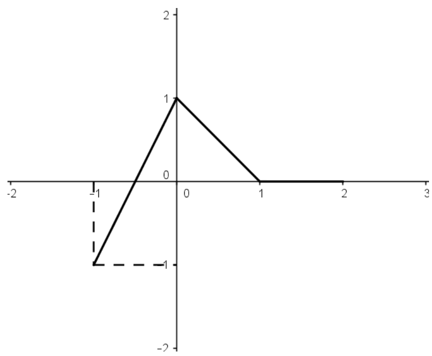
Exercice 3. Dans chacun des cas ci-après, établir que la courbe $\mathcal{C}$ représentative de la fonction f considérée admet l'élément de symétrie indiqué.

1. $f(x) = \dfrac{2x-3}{x+1}$, centre de symétrie $I(-1; 2)$
2. $f(x) = x^2 - 2x + 3$, axe de symétrie $x = 1$
3. $f(x) = \sqrt{x^2-4x+3}$, axe de symétrie $x = 2$.
4. $f(x) = \dfrac{x^2}{x+2}$, centre de symétrie $I(-2; -4)$

Exercice 4. Soit h la fonction définie par $h(x) = x^2 + 2x + 3$ et $g(x) = x^2$.

1. Donner la forme canonique de $h(x)$.
2. En déduire que $h(x)$ peut s'écrire sur la forme $h(x) = g(x-\alpha)+\beta$ avec α et β deux réels que l'on déterminera. En déduire que la courbe $\mathcal{C}_h$ de h se déduit de celle $\mathcal{C}_g$ de g par une transformation géométrique que l'on déterminera.

Exercice 5. Une fonction définie sur $[-1; 2]$ est donnée par sa représentation graphique ci-dessous.
Déterminer la représentation graphique de chacune des fonctions g définies sur $[-1; 2]$ par
$g(x) = -f(x)$; $g(x) = |f(x)|$
$g(x) = f(x) + 1$; $g(x) = f(x+1)$.



Exercice 6. Parmi les correspondances suivantes, préciser celles qui sont des applications.

1. $[0; +\infty[\to \mathbb{R}$
   $x \mapsto \dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$
2. $[2; +\infty[\to \mathbb{R}$
   $x \mapsto \sqrt{x-2}$
3. $[0; 2] \to \mathbb{R}$
   $x \mapsto \dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}}$
4. $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$
   $x \mapsto 2x+3$
5. $\mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$
   $x \mapsto x - \sqrt{x}$
6. $[0; +\infty[\to \mathbb{R}$
   $x \mapsto \dfrac{1}{x+1}$

Exercice 7. 1. Soit $f : \mathbb{R} \to \left[\frac{2}{3}; +\infty\right[$ définie par : $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$.
La fonction f est-elle injective ? surjective ? bijective ? justifier votre réponse.

2. Soit k l'application définie par :
$$k : \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[\to \left[-\frac{1}{4}; +\infty\right[$$
$$x \longmapsto x^2 - x.$$
Montrer que k est bijective et déterminer k^{-1}.

3. Soit h la relation définie par :
$$h :]0; +\infty[\to]0; +\infty[$$
$$x \mapsto \frac{x^2}{1+x}.$$
(a) Monter que h est une application bijective.
(b) Déterminer h^{-1}. et en déduire $h^{-1}(2)$.

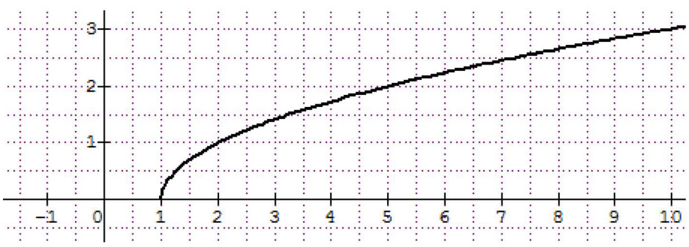
4. On donne l'application f définie par :
$$f : \mathbb{R} \smallsetminus \left\{\frac{4}{3}\right\} \to \mathbb{R} \smallsetminus \left\{\frac{2}{3}\right\}$$
$$x \mapsto \frac{2x-5}{3x-4}.$$
Démontrer que f est une bijection. Déterminer f^{-1}.

5. On donne l'application g définie par :
$$g : [2; +\infty[\to \mathbb{R}_+$$
$$x \mapsto \sqrt{2x-4}.$$
Démonter que g est bijective et déterminer g^{-1}.

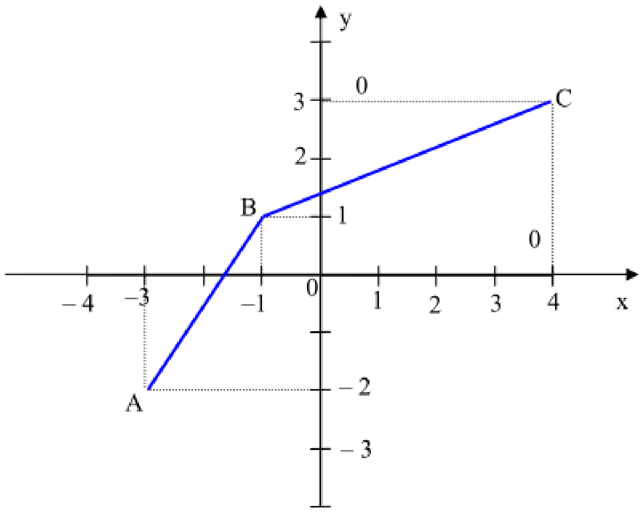
Exercice 8. 1. Soit $f : \mathbb{R} \smallsetminus \{-1\} \to \mathbb{R}$, $x \longmapsto \frac{1}{x+1}$. Trouver les images par f de chacun des intervalles de $\mathbb{R} \smallsetminus \{-1\}$ suivants : $A =]-1; 4]$; $B = [-5; 3]$.

2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto 2x - 1$ et $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2 - x - 2$
(a) Trouver l'image réciproque par f de $B = [1; 3]$
(b) Trouver l'image réciproque par g de $B = \{0\}$

Exercice 9. L'application f de $[1; 10]$ vers $[0; 3]$ définie par la courbe ci-dessous est-elle bijective ?

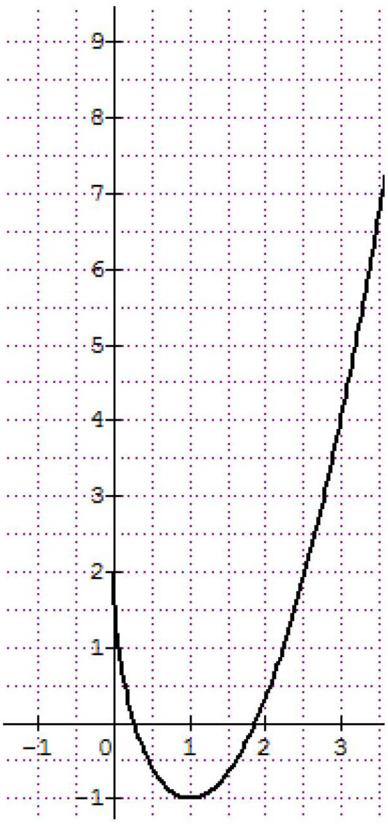


Exercice 10. Soit l'application f définie par sa représentation graphique ci-dessous



1. Trouver l'image directe par f des intervalles suivants : $A = [-3; -1]$; $B =]-1; 4[$; $C = \{-3; -1\}$.
2. Trouver l'image réciproque par f des intervalles suivants : $F =]1; 3[$; $G =]-\infty; -3]$; $H = [-2; 3]$.

Exercice 11. L'application f de $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ vers $[-1; 7]$ définie par la courbe ci-dessous est-elle bijective ?



Exercice 12. Soit h l'application de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $h(x) = |x-1| + 2|3-x|$.
Déterminer la restriction g de h sur l'intervalle $[1; 3]$.