

Eine Krankenkasse führte vor einigen Jahren in Pumpolonien eine Untersuchung hinsichtlich der Krankheit Plapperitis durch und kam dabei zu dem Ergebnis, dass im untersuchten Gebiet der Anteil der an Plapperitis erkrankten Personen (im Folgenden als P-Kranke bezeichnet) 2 % beträgt. Weiter stellte man fest, dass von den untersuchten Personen 49,8 % Männer und von den gesunden Personen 50 % Frauen waren.

- a. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass man unter den damaligen Bedingungen in einer Stichprobe von 50 Personen (6BE)
- genau zwei P-Kranke
 - mindestens eine an P erkrankte Person
- findet.
- b.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit für einen Mann, die Krankheit P zu haben. (8BE)
- b.2 Bei der Untersuchung einer Person auf P wurde versehentlich nicht notiert, ob es sich um einen Mann oder eine Frau handelt. Prüfen Sie, ob die P-Erkrankung eines Menschen vom Geschlecht abhängt und erläutern Sie Ihr Ergebnis im Sachzusammenhang.
- c. Ein neuer Schnelltest wird eingeführt. Dabei wird den Testpersonen 1 ml Blut entnommen, in dem sich normalerweise 1.000 bestimmte Zellteilchen befinden. Diejenigen Zellteilchen, die eine für P spezifische Eigenschaft besitzen, werden als P-Teilchen bezeichnet. Das entnommene Blut wird untersucht und der Anteil der P-Teilchen bestimmt. Bei einem gesunden Menschen geht man davon aus, dass 5 % der Teilchen P-Teilchen sind; bei P-Kranken sind es 10 %. (5BE)
- Man geht nach folgender Entscheidungsregel vor: Findet man mehr als 75 P-Teilchen, wird eine ausführliche Untersuchung auf Plapperitis vorgenommen.
- Beschreiben Sie die beiden möglichen Fehlentscheidungen bei dem oben beschriebenen Vorgehen und berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für diese Fehlentscheidung.
- d. Die Krankenkasse vermutet, dass der Anteil der P-Kranken in den letzten Jahren gestiegen ist und plant in diesem Fall die Beiträge für die Krankenversicherten zu erhöhen. Aus diesem Grund sollen 1.000 Personen überprüft werden. (11BE)
- d.1 Wie muss die Entscheidungsregel lauten, wenn die Krankenkasse unter dem Aspekt der Kundenfreundlichkeit mit maximal 10 % Irrtumswahrscheinlichkeit vermeiden möchte, dass die Beiträge zu Unrecht erhöht werden.
- d.2 Angenommen, der Anteil der P-Kranken ist auf 3 % gestiegen. Beschreiben Sie, welches Risiko aus Sicht der Krankenversicherung bei einer fälschlichen Entscheidung gegen eine Beitragserhöhung unter Anwendung der Regel aus Aufgabenteil d1 besteht und bestimmen Sie hierfür die entsprechende Wahrscheinlichkeit.

Material

Summierte Binominalverteilung $n = 1.000$ (Auszug)

$p =$	0,02	0,03	0,04	0,05	0,1	0,16667	0,2	0,25
50	1	0,9998	0,9509	0,5375	0	0	0	0
51	1	0,9999	0,9643	0,5942	0	0	0	0
52	1	0,9999	0,9745	0,6486	0	0	0	0
53	1	1	0,9821	0,6998	0	0	0	0
54	1	1	0,9876	0,7471	0	0	0	0
55	1	1	0,9916	0,7899	0	0	0	0
56	1	1	0,9944	0,8279	0	0	0	0
57	1	1	0,9963	0,8611	0	0	0	0
58	1	1	0,9976	0,8894	0	0	0	0
59	1	1	0,9985	0,9133	0	0	0	0
60	1	1	0,9991	0,9329	0	0	0	0
61	1	1	0,9994	0,9489	0	0	0	0
62	1	1	0,9996	0,9616	0	0	0	0
63	1	1	0,9998	0,9716	0	0	0	0
64	1	1	0,9999	0,9793	0	0	0	0
65	1	1	0,9999	0,9851	0,0001	0	0	0
66	1	1	1	0,9894	0,0001	0	0	0
67	1	1	1	0,9926	0,0002	0	0	0
68	1	1	1	0,9949	0,0002	0	0	0
69	1	1	1	0,9965	0,0004	0	0	0
70	1	1	1	0,9977	0,0006	0	0	0
71	1	1	1	0,9985	0,0009	0	0	0
72	1	1	1	0,999	0,0013	0	0	0
73	1	1	1	0,9994	0,0018	0	0	0
74	1	1	1	0,9996	0,0027	0	0	0
75	1	1	1	0,9997	0,0038	0	0	0
76	1	1	1	0,9998	0,0053	0	0	0
77	1	1	1	0,9999	0,0072	0	0	0
78	1	1	1	0,9999	0,0099	0	0	0
79	1	1	1	1	0,0133	0	0	0
80	1	1	1	1	0,0176	0	0	0
81	1	1	1	1	0,0231	0	0	0
82	1	1	1	1	0,0299	0	0	0
83	1	1	1	1	0,0383	0	0	0
84	1	1	1	1	0,0485	0	0	0
85	1	1	1	1	0,0607	0	0	0
86	1	1	1	1	0,0751	0	0	0
87	1	1	1	1	0,0919	0	0	0
88	1	1	1	1	0,1113	0	0	0
89	1	1	1	1	0,1334	0	0	0
90	1	1	1	1	0,1582	0	0	0

Die aufgeführten Werte sind auf 4 Dezimalstellen gerundet.