

C2 - Stochastik

- 1 Linkshänder nutzen für Tätigkeiten wie Schreiben oder Werfen bevorzugt ihre linke Hand. $15\,\%$ der Bevölkerung sind Linkshänder. In einem Einkaufszentrum werden Personen zufällig ausgewählt und nacheinander danach befragt, ob sie Linkshänder sind.
- 1.1 Begründe, warum diese Befragung als Bernoulli-Kette aufgefasst werden kann.

(2 BE)

1.2 Berechne die Wahrscheinlichkeit, spätestens bei der dritten befragten Person zum ersten Mal auf einen Linkshänder zu treffen.

(3 BE)

- 1.3 Gib für die Ereignisse A und B jeweils eine geeignete Zufallsvariable an und bestimme die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
 - A: Unter 70 befragten Personen befinden sich genau 10 Linkshänder.
 - B: Unter 100 befragten Personen befinden sich mindestens so viele Rechtshänder, wie zu erwarten ist.
 - C: Unter 50 befragten Personen befinden sich genau zwei Linkshänder. Sie werden direkt hintereinander befragt.

(9 BE)

1.4 Berechne die Anzahl an Personen, die man mindestens befragen muss, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95% auf mindestens einen Linkshänder zu treffen.

(4 BE)

- Ob jemand Rechts- oder Linkshänder wird, lässt sich bereits in der frühen Schwangerschaft absehen. Neun von zehn Ungeborenen bevorzugen im Mutterleib den rechten Daumen zum Lutschen (Rechtslutscher).
 Forscher fanden heraus, dass alle Kinder, die rechts gelutscht hatten, im Alter von 10 bis 12 Jahren
 - Rechtshänder waren.
 - Zwei Drittel der Kinder, die im Mutterleib am linken Daumen lutschten (Linkslutscher), waren im Alter von 10 bis 12 Jahren Linkshänder.
- 2.1 Stelle den Sachverhalt in einem vollständig ausgefüllten Baumdiagramm oder einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.

(4 BE)

2.2 Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kind, das im Alter von 10 bis 12 Jahren Rechtshänder ist, im Mutterleib am linken Daumen gelutscht hat.

(3 BE)

Forscher vermuten seit Längerem, dass der Anteil an Linkshändern in der Bevölkerung größer als $15\,\%$ ist. Zur Überprüfung ihrer Vermutung werden 300 Personen zufällig ausgewählt und danach befragt, ob sie Linkshänder sind.



3.1 Entwickle einen Hypothesentest auf einem Signifikanzniveau von $2,5\,\%$. Formuliere eine geeignete Entscheidungsregel im Sachzusammenhang.

(6 BE)

3.2 Der tatsächliche Anteil an Linkshändern in der Bevölkerung betrage 18 %. Beschreibe den Fehler 2. Art im Sachzusammenhang und bestimme seine Wahrscheinlichkeit.

(5 BE)

4 Bei einem Reaktionstest, an dem sehr viele Linkshänder teilnahmen, musste beim Auftreten eines Signals mit der rechten Hand möglichst schnell eine Taste betätigt werden.

Die Tabelle zeigt die nach der Auswertung aller Daten zusammengefassten Ergebnisse.

Reaktionszeit in Sekunden	bis 0,2	über 0,2 bis 0,4	über 0,4 bis 0,6	über 0,6 bis 0,8	über 0,8 bis 1,0
Anteil in %	7	14	51	18	10

4.1 Stelle die Verteilung der gemessenen Reaktionszeiten graphisch dar.

Vereinfachend wird davon ausgegangen, dass die in der Tabelle angegebenen prozentualen Anteile den Wahrscheinlichkeiten der Werte in den Intervallmitten der gemessenen Reaktionszeiten entsprechen.

Berechne unter Verwendung der Intervallmitten den Erwartungswert und die Standardabweichung der gemessenen Reaktionszeiten.

[zur Kontrolle:
$$\mu=0,52;\sigmapprox0,20$$
]

(6 BE)

4.2 Begründe durch Angabe von zwei unterschiedlichen Argumenten, dass die Zufallsvariable Z: "gemessene Reaktionszeit der Versuchspersonen in Sekunden" näherungsweise als normalverteilt angenommen werden kann.

(3 BE)

4.3 Gehe davon aus, dass die gemessene Reaktionszeit in Sekunden normalverteilt ist mit den in Aufgabe 4.1 berechneten Werten.

Bestimme die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse.

D: Die Reaktionszeit einer zufällig herausgegriffenen Person beträgt höchstens 0,45 Sekunden.

 \pmb{E} : Die Reaktionszeit einer zufällig herausgegriffenen Person weicht höchstens um die halbe Standardabweichung vom Erwartungswert ab.

(5 BE)