

C1 - Analytische Geometrie

- 1 Die Abbildung im Material zeigt modellhaft ein zylinderförmiges Silo, dessen Schatten teilweise auf eine Scheune fällt. Das Silo ist **9,6 m** hoch und hat einen Durchmesser von **4 m**. Die beiden Gebäude stehen senkrecht auf einem horizontalen Untergrund, der im dargestellten kartesischen Koordinatensystem durch die **x - y -Ebene** beschrieben wird. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht **1 m** in der Realität.
Die Dachfläche der Scheune wird durch das Viereck mit den Eckpunkten **$A(2 \mid 6 \mid 3)$, $B(-2 \mid 6 \mid 6)$, $C(-2 \mid -6 \mid 6)$ und $D(2 \mid -6 \mid 3)$** dargestellt.
 - 1.1 Zeige, dass das Viereck **$ABCD$** ein Rechteck ist.
Berechne den Flächeninhalt dieses Rechtecks. (5 BE)
 - 1.2 Das Viereck **$ABCD$** liegt in der Ebene **E** .
Gib eine Gleichung der Ebene **E** in Parameterform an und ermittle eine Gleichung von **E** in Koordinatenform.
[zur Kontrolle: **$E : 3x + 4z = 18$**] (6 BE)
 - 1.3 In der Koordinatengleichung von **E** fehlt die **y -Koordinate**. Beschreibe, was daraus für die Lage der Ebene **E** im Koordinatensystem folgt. (2 BE)
 - 1.4 Bestimme die Größe des Winkels, unter dem die Dachfläche der Scheune gegenüber der Horizontalen geneigt ist. (3 BE)
 - 1.5 Berechne das Volumen und den Flächeninhalt der Oberfläche (ohne Boden) des Silos. (4 BE)
- 2 Die Richtung, in der Sonnenlicht zu einem bestimmten Zeitpunkt auf die beiden Gebäude einfällt, kann durch den Vektor $\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ beschrieben werden. Der Raumbereich zwischen Silo und Scheune, der vom Sonnenlicht nicht (direkt) erreicht wird, wird von mehreren Flächen begrenzt. Eine dieser Begrenzungsflächen wird durch das ebene Fünfeck **$PQRST$** beschrieben, wobei der Punkt **T** im Modell den Schattenpunkt von **$P(7, 2 \mid -3, 4 \mid 9, 6)$** darstellt (Material).
Die Punkte **Q** und **R** liegen jeweils in vertikaler Richtung unterhalb der Punkte **P** und **S** auf dem horizontalen Untergrund.
 - 2.1 Das Fünfeck **$PQRST$** liegt in der Ebene **F** . Begründe, dass **F** durch die Gleichung **$3x + 4y = 8$** beschrieben wird. (4 BE)
 - 2.2 Berechne die Länge der Strecke **\overline{ST}** . (7 BE)
 - 2.3 Begründe, dass die Breite des Schattens des Silos auf der Seitenwand der Scheune nicht genauso groß ist wie der Durchmesser des Silos. (3 BE)
 - 2.4 Eine zweite Begrenzungsfläche des betrachteten Raumbereichs liegt im Modell in einer Ebene **$H : 3x + 4y = d$** mit **$d \in \mathbb{R}$** . Berechne den Wert von **d** . (4 BE)
- 3 Gegeben ist die Abbildungsmatrix **M**

mit $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{4}{3} \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

- 3.1 Berechne alle Punkte des \mathbb{R}^3 , die durch M auf sich selbst abgebildet werden. Beschreibe die Lage dieser Punkte geometrisch. (4 BE)
- 3.2 Berechne die Koordinaten aller Punkte des \mathbb{R}^3 , die durch M auf den Ursprung abgebildet werden. Beschreibe die Lage dieser Punkte geometrisch. (5 BE)
- 3.3 Erkläre, welche geometrische Abbildung mithilfe der Matrix M beschrieben wird. (3 BE)

Zusatzmaterial

