B1 - Analytische Geometrie

Mathe > Abitur LK (WTR) > 2016 > B1 - Analytische Geometrie

Aufgaben PLUS Tipps PLUS Lösungen PLUS

Für Lichtstrahlen, die auf einen ebenen Spiegel treffen, gilt das Reflexionsgesetz „Einfallswinkel gleich Reflexionswinkel“.
Die Gerade, die orthogonal zur Spiegelebene durch den Punkt verläuft, in dem der einfallende Lichtstrahl auf den Spiegel trifft, bezeichnet man als Einfallslot. Der einfallende Strahl, der reflektierte Strahl und das Einfallslot liegen in einer Ebene, die senkrecht auf der Spiegelebene steht. Im Punkt $A(2 \mid 7 \mid 4)$ sendet ein Laser einen Lichtstrahl zum Punkt $B(3 \mid 2 \mid -2)$, der in einem ebenen Spiegel liegt. Der Spiegel soll so ausgerichtet werden, dass der Lichtstrahl zum Punkt $C(13 \mid 4 \mid 10)$ reflektiert wird (**Material**). Der Einfallswinkel zwischen AB und dem Einfallslot sowie der Reflexionswinkel zwischen dem Einfallslot und BC sind mit α bezeichnet.

1.1

Berechne die Längen der Vektoren $\overrightarrow{BA}$ und $\overrightarrow{BC}$ und zeige, dass gilt: $\left|\overrightarrow{BC}\right| = 2 \cdot \left|\overrightarrow{BA}\right|$.

(3P)

1.2

Berechne den Vektor $\vec{v} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$, der die Richtung des Einfalllots angibt.
Bestimme den Einfallswinkel des Lichtstrahls sowie eine Koordinatengleichung der Spiegelebene F.

[zur Kontrolle: $2x + 3y + 6z = 0$ ist eine mögliche Koordinatengleichung von F.]

(6P)

1.3

Gegeben ist eine Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 12 \\ 18 \\ -13 \end{pmatrix}$, $r \in \mathbb{R}$. Untersuche die besondere Lage von g in Bezug auf die Ebene, die durch die Punkte A, B und C gegeben ist.

(4P)

1.4

Deute die nachfolgenden Zeilen I bis IV im Sachzusammenhang:

$$I \qquad k: \vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R}$$

$$II \qquad H: \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \\ 4 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} = 0 \Longleftrightarrow 2x + 3y + 6z \quad = \quad 49$$

$$III \qquad 2 \cdot (3 + 2t) + 3 \cdot (2 + 3t) + 6 \cdot (-2 + 6t) = 49 \Longleftrightarrow t = 1; \; D(5 \mid 5 \mid 4)$$

© Copyright 2016 – www.SchulLV.de

$IV \qquad \vec{a} + 2 \cdot \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$; $P(8 \mid 3 \mid 4)$

(5P)

2.

Durch Drehung der Spiegelebene F um die Gerade g aus Aufgabe 1.3 entsteht die Ebenenschar $E_a : (4,5+3a) \cdot\ x + (4,5a-3) \cdot\ y + 9a \cdot\ z = 7,5$.

2.1

Zeige, dass die Gerade g sowohl in der Ebene F liegt als auch gemeinsame Gerade aller Ebenen der Ebenenschar E_a ist, dass aber F selbst nicht zur Ebenenschar E_a gehört.

(6P)

2.2

Der Lichtstrahl von A nach B soll in sich selbst reflektiert werden. Ermittle eine Koordinatengleichung der zugehörigen Spiegelebene aus der Ebenenschar E_a und erläutere deinen Ansatz.

(6P)

Material

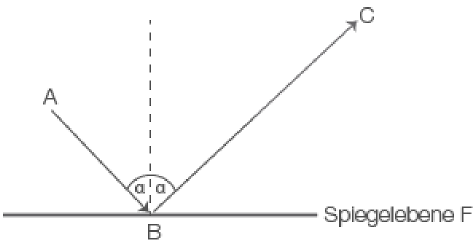

Abb. 1

Bildnachweise [nach oben]

[1]

© 2016 – SchulLV.

© Copyright 2016 – www.SchulLV.de