A - Hilfsmittelfreier Teil

1.1 **Hinreichende Bedingung für einen Tiefpunkt:** $f'(x)=0$ und $f''(x)>0$

$$\begin{array}{rcl} f_k(x) &=& x^2-kx+1 \\ f_k'(x) &=& 2x-k \\ f_k''(x) &=& 2>0 \end{array}$$

$f_k''(x)$ ist für alle $x\in\mathbb{R}$ größer als 0, sodass jeder Graph der Schar einen Tiefpunkt besitzt.

$$\begin{array}{rcl} f'(x) &=& 0 \\ 2x-k &=& 0 \\ 2x &=& k \\ x &=& \dfrac{k}{2} \end{array}$$

$x=\dfrac{k}{2}$ in $f(x)$ einsetzen:

$$\begin{array}{rcl} f_k\left(\dfrac{k}{2}\right) &=& \left(\dfrac{k}{2}\right)^2-k\cdot\left(\dfrac{k}{2}\right)+1 \\ &=& \dfrac{k^2}{4}-\dfrac{k^2}{2}+1 \\ &=& \dfrac{k^2}{4}-\dfrac{2k^2}{4}+1 \\ &=& -\dfrac{k^2}{4}+1 \end{array}$$

Jeder Graph der Schar besitzt somit den Tiefpunkt $T\left(\dfrac{k}{2}\,\middle|\,-\dfrac{k^2}{4}+1\right)$

1.2 **Ortskurve der Tiefpunkte:**
x-Koordinate nach k umformen:

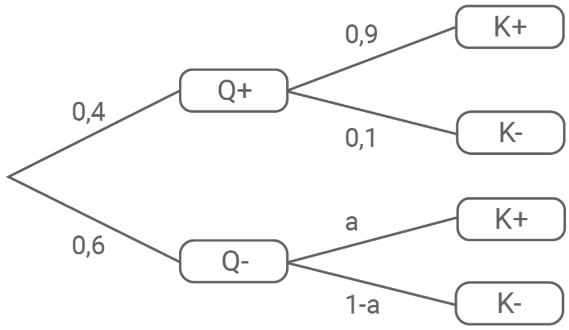
$$\begin{array}{rcll} x &=& \dfrac{k}{2} & \vert\cdot 2 \\ k &=& 2x & \end{array}$$

k in y-Koordinate einsetzten:

$$\begin{aligned} y &= -\frac{k^2}{4}+1 \\ y &= -\frac{(2x)^2}{4}+1 \\ &= -\frac{4x^2}{4}+1 \\ &= -x^2+1 \end{aligned}$$

Die Ortskurve aller Tiefpunkte lässt sich durch die Gerade $y=-x^2+1$ beschreiben.

2



$Q+$: Samen mit höherer Qualitätsstufe
$K+$: Samen keimen

$$\begin{aligned} \frac{4}{10}\cdot\frac{9}{10}+\frac{6}{10}\cdot a &= \frac{84}{100} && \\ \frac{36}{100}+\frac{6}{10}\cdot a &= \frac{84}{100} && \left|-\frac{36}{100}\right. \\ \frac{6}{10}\cdot a &= \frac{48}{100} && \left|:\frac{6}{10}\right. \\ a &= \frac{80}{100} && \end{aligned}$$

$80\,\%$ der niedrigeren Qualitätsstufe keimen.

3

$$\begin{array}{llcll} \text{I} & 4x-4y+8z & = & -4 & \\ \text{II} & -2x-6z & = & 0 & \\ \text{III} & x-y+2z & = & -1 & \mid\cdot 4-\text{I} \\ \hline \text{IIIa} & 0 & = & 0 & \\ \hline \text{II} & -2x-6z & = & 0 & \mid z=c \\ \text{IIa} & -2x-6c & = & 0 & \mid +6c\mid:(-2) \\ \text{IIa} & x & = & -3c & \mid z=c \text{ und IIa in I} \\ \hline \text{Ia} & 4\cdot(-3c)-4y+8c & = & -4 & \mid +4c \\ \text{III} & -4y & = & -4+4c & \mid:(-4) \\ \text{III} & y & = & 1-c & \end{array}$$

$\mathbb{L}=\{(-3c\mid 1-c\mid c)\mid c\in\mathbb{R}\}$

3.2 Da die Lösungsmenge einen Parameter besitzt, schneiden sich die Ebenen in einer Geraden.

4 Die Figur ist achsensymetrisch bezüglich der Achse AC, wenn gilt:

$$\begin{aligned}
|\overrightarrow{AB}| &= |\overrightarrow{AD}| \\
|\overrightarrow{AB}| &= \sqrt{(-0,5-0)^2+(2-0)^2+(7-0)^2} \\
&= \sqrt{0,25+4+49} \\
&= \sqrt{53,25} \\
|\overrightarrow{AD}| &= \sqrt{(3,5-0)^2+(4-0)^2+(5-0)^2} \\
&= \sqrt{12,25+16+25} \\
&= \sqrt{53,25}
\end{aligned}$$

Die Figur $ABCD$ ist achsensymmetrisch bezüglich der Achse AC, da $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AD}|$ ist.