A - Hilfsmittelfreier Teil

Analysis - Niveau 1

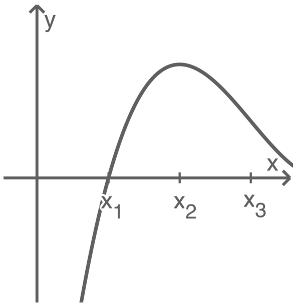
1.1 Da der Graph der ersten Ableitung an der Stelle x_3 ein Minimum besitzt und somit parabelförmig verläuft, ist der Grad von f' mindestens 2.

Da mit jeder Ableitung ein Grad verloren geht, muss der Graph von f also mindestens 3 sein.

1.2 Aus den Eigenschaften folgt:

- Der Graph von f schneidet an der Stelle x_1 die x-Achse
- Der Graph von f besitzt an der Stelle x_2 eine Extremstelle
- Der Graph von f besitzt an der Stelle x_3 eine Wendestelle in Form einer Linkskurve

Ein möglicher Verlauf des Graphen von f ist somit:



Lineare Algebra/ Analytische Geometrie - Niveau 1

2 Aus I ergibt sich:

$$\begin{array}{rrcll} \mathrm{I}: & 2x+z & = & 0 & \quad \vert -2x \\ & z & = & -2x & \end{array}$$

Einsetzen in II liefert:

$$\begin{array}{rrcll} \mathrm{II}: & -y+2z & = & 0 & \quad \vert \, z=-2x \\ & -y-4x & = & 0 & \quad \vert +y \\ & -4x & = & y & \end{array}$$

Für III folgt nun:

$$\begin{array}{rrcll} \text{III:} & 2y+bz & = & 1 & \mid y=-4x \quad \mid z=-2x \\ & -8x-2bx & = & 1 & \mid +8x \\ & -2bx & = & 1+8x & \mid :(-2b) \\ & x & = & -\dfrac{1+8x}{2b} & \end{array}$$

In Abhängigkeit von b ergeben sich somit folgende Lösungen:

$$x=-\frac{1+8x}{2b}$$

$$y=-4x=\frac{2\cdot(1+8x)}{b}$$

$$z=-2x=\frac{1+8x}{b}$$

Die Lösungen setzen $b\neq 0$ voraus, somit gibt es unendlich viele Lösungen.

Stochastik - Niveau 1

3.1 K : Kopf $\quad$ G : gerade Zahl

Z : Zahl $\quad$ $\overline{G}$: ungerade Zahl

Für den ersten Würfel beträgt die Wahrscheinlichkeit, eine ungerade Zahl zu würfeln, $P(\overline{G}\mid K)=\frac{4}{6}$.

Für den zweiten Würfel beträgt die Wahrscheinlichkeit, eine ungerade Zahl zu würfeln, $P(\overline{G}\mid Z)=\frac{3}{6}$.

Bei einem fairen Münzwurf beträgt die Wahrscheinlichkeit, Kopf bzw. Zahl zu werfen, $P(K)=P(Z)=\frac{1}{2}$.

Somit folgt:

$$\begin{array}{rcl} P(\overline{G}) & = & \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{4}{6}+\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{3}{6} \\ & = & \dfrac{7}{12} \\ & \approx & 0,58 \end{array}$$

3.2 Mit dem Satz von Bayes ergibt sich:

$$\begin{aligned} P(K \mid G) &= \frac{P(G \mid K) \cdot P(K)}{P(G)} \\ &= \frac{\left(1 - P(\overline{G} \mid K)\right) \cdot P(K)}{1 - P(\overline{G})} \\ &= \frac{\left(1 - \frac{4}{6}\right) \cdot \frac{1}{2}}{1 - \frac{7}{12}} \\ &= \frac{2}{5} \end{aligned}$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Münze „Kopf" zeigte, beträgt somit $40\,\%$.

Lineare Algebra / Analytische Geometrie - Niveau 2

4.1 g und h sind nicht identisch, da die Richtungsvektoren von g und h keine Vielfachen voneinander sind.

4.2 Da die Richtungsvektoren der beiden Geraden gleich lang sind, ergibt sich ein Normalenvektor aus der Differenz der beiden Vektoren:

$$\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Einsetzen des gemeinsamen Stützpunkts $P(1 \mid 1 \mid 1)$ in die allgemeine Ebenengleichung liefert:

$$\begin{aligned} E: n_1 \cdot x_1 + n_2 \cdot x_2 + n_3 \cdot x_3 &= c \\ 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1 + 0 \cdot 1 &= c \\ 0 &= c \end{aligned}$$

Die Koordinatengleichung folgt also mit:

$$E: x_1 - x_2 = 0$$