

C - Stochastik

Fluggesellschaften nehmen mehr Buchungen an als Sitzplätze in einem Flugzeug vorhanden sind, weil nicht alle Buchungen in Anspruch genommen werden.

Die fiktive Fluggesellschaft AER setzt auf der Strecke Frankfurt - London nur ein Flugzeug mit genau **80** Sitzplätzen ein. Für jeden Flug dieser Strecke werden **92** Buchungen angenommen.

Durchschnittlich erscheinen zu einem Flug **84 %** der Personen, die diesen Flug gebucht haben. Im Folgenden wird diese relative Häufigkeit als Wahrscheinlichkeit angesehen. Außerdem soll davon ausgegangen werden, dass die Personen unabhängig voneinander jeweils mit der gleichen Wahrscheinlichkeit zu einem Flug erscheinen.

- 1.1 Ermittle die Wahrscheinlichkeit, dass zu einem Flugzeug mit **92** Buchungen genau **83** Personen erscheinen und zeige, dass die Wahrscheinlichkeit, dass zu diesem Flug höchstens **80** Personen erscheinen, **81,89 %** beträgt.
(4 BE)
- 1.2 In einer Woche fliegt AER achtmal die Strecke Frankfurt - London.
Bestimme die Wahrscheinlichkeit, mit der mindestens zu einem dieser acht Flüge mehr Personen zum Flug erscheinen als das Flugzeug Sitzplätze besitzt.
(4 BE)
- 1.3 Berechne, wie viele Flüge von AER auf der Strecke Frankfurt - London mindestens beobachtet werden müssen, damit unter diesen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens **95 %** mindestens ein Flug ist, zu dem mehr Personen erscheinen als das Flugzeug Sitzplätze besitzt.
(4 BE)
2. Für die Bestimmung der Wahrscheinlichkeit, dass genau **75** Personen zu einem Flug erscheinen, wurden in einer Klausur die folgenden Lösungen von Schülern angeboten.

► Lösung A

$$P(X = 75) = \binom{92}{75} \cdot 0,84^{75} \cdot 0,16^{17} \approx 0,0871$$

► Lösung B

$$z \approx \frac{75 - 77,28 + 0,5}{\sqrt{\frac{7728}{625}}} \approx -0,51 \quad \Phi(-0,51) \approx 0,3050$$

$$z \approx \frac{74 - 77,28 + 0,5}{\sqrt{\frac{7728}{625}}} \approx -0,79 \quad \Phi(-0,79) \approx 0,2148$$

$$P(X = 75) \approx 0,3050 - 0,2148 = 0,0902$$

Erkläre die beiden vorgelegten Lösungen für die Bestimmung der gesuchten Wahrscheinlichkeit. Gehe dabei auch auf die Voraussetzungen für die Verwendung des jeweiligen Ansatzes ein.

(5 BE)

3. Die Flüge von AER waren in den letzten Jahren zu **80 %** pünktlich. Im Folgenden wird diese relative Häufigkeit für alle Flüge als Wahrscheinlichkeit angesehen. Weiterhin soll davon ausgegangen werden,

dass Verspätungen unabhängig voneinander jeweils mit gleicher Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Das Unternehmen befürchtet, dass die Pünktlichkeit gesunken ist. Um zu testen, ob dies der Fall ist, werden die nächsten **1.000** Flüge überprüft. Entwickle einen geeigneten Hypothesentest auf einem Signifikanzniveau von **5 %** und gib die Entscheidungsregel im Sachzusammenhang an.

Beschreibe den Fehler 2. Art im Sachzusammenhang.

(7 BE)

4. Die Flugzeit eines Flugzeugs von AER von Frankfurt nach London beträgt im Mittel $\mu = 105$ **Minuten**. Es ist bekannt, dass **10 %** dieser Flüge sogar mehr als **110 Minuten** dauerten.

Die Zufallsgröße X sei normalverteilt und beschreibe die Flugzeit eines Fluges von AER von Frankfurt nach London.

- 4.1 Zeige, dass die Standardabweichung σ der Zufallsgröße X auf zwei Nachkommastellen gerundet **3,90** beträgt.

(3 BE)

- 4.2 Gib die sogenannte σ -Umgebung des Erwartungswertes der Zufallsgröße X , d.h. das Intervall $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$, an.

Es gilt: $P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) \approx 0,68$

Beschreibe die Bedeutung des Wertes **0,68** im Sachzusammenhang.

(3 BE)

Binomialsummenfunktion $F_{n,p}(k) = \sum_{i=0}^k \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i}$ für $n = 1.000$

$p =$	0,75	0,80	$\frac{5}{6}$
$k =$			
775	0,9698	0,0277	0,0000
776	0,9746	0,0329	0,0000
777	0,9787	0,0390	0,0000
778	0,9823	0,0459	0,0000
779	0,9853	0,0539	0,0000
780	0,9879	0,0628	0,0000
781	0,9901	0,0730	0,0000
782	0,9919	0,0843	0,0000
783	0,9934	0,0969	0,0000
784	0,9947	0,1109	0,0000
785	0,9957	0,1263	0,0000
...
815	1,000	0,8906	0,0666
816	1,000	0,9050	0,0779

817	1,000	0,9179	0,0907
818	1,000	0,9295	0,1050
819	1,000	0,9398	0,1209
820	1,000	0,9489	0,1384
821	1,000	0,9569	0,1577
822	1,000	0,9638	0,1786
823	1,000	0,9698	0,2012
824	1,000	0,9750	0,2255

Die Werte **1,000** und **0,0000** bedeuten: Die angegebenen Wahrscheinlichkeiten sind auf vier Stellen gerundet **1,0000** bzw. **0,0000**.