

C2 - Stochastik

Die Speisekarte in Material 1 zeigt die angebotenen Speisen einer Mitarbeiter-Kantine an einem Freitag. Man kann sich täglich ein Drei-Gänge-Menü zusammenstellen, indem man eine Vorspeise, eine Hauptspeise und ein Dessert auswählt. Die Gäste haben nach ihrer Auswahl alle Speisen auf einem Tablett, so dass die Reihenfolge der Auswahl keine Rolle spielt.

Menükarte Freitag

Vorspeisen:	Gemüsesuppe (v) Kleiner Salat (v) Lachsrollchen
Hauptspeisen:	Spaghetti mit Tomatensauce (v) Käsespätzle (v) Schnitzel mit Pommes Frites Panierter Fisch mit Kartoffelsalat
Desserts:	Fruchtsalat (v) Schokopudding (v) Apfelstrudel (v) Gemischtes Eis (v) (v) vegetarisch

Material 1

- 1 Berechne die Anzahl
 - N_1 aller möglichen Menüs,
 - N_2 der möglichen Menüs, wenn man die Hauptspeise durch eine Vorspeise ersetzt (die beiden so gewählten Vorspeisen sollen unterschiedlich sein),
 - N_3 der möglichen vegetarischen Menüs, wenn entweder eine Vorspeise, eine Hauptspeise und ein Dessert oder zwei unterschiedliche Vorspeisen und eine Hauptspeise gewählt werden.

(3 BE)
- 2 Die folgenden Anteile beziehen sich auf die Gesamtheit der Besucher der Kantine. Der Anteil der Vegetarier beträgt **30 %**. Alle in Material 1 genannten Vorspeisen und alle Desserts sind gleich beliebt. Bei den Hauptspeisen wählen **20 %** die Spaghetti, **25 %** die Käsespätzle, **35 %** das Schnitzel und der Rest den Fisch. Es werden im Folgenden nur die Personen betrachtet, die aus jedem Gang eine Speise wählen. Vegetarier wählen ausschließlich aus den mit (v) gekennzeichneten Gerichten. Die Kantine wird täglich von mehr als 1000 Personen besucht.
- 2.1 Erläutere allgemein, unter welchen Bedingungen man bei der Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten von Bernoulliketten ausgehen kann.

(2 BE)

2.2 Bestimme unter der Voraussetzung, dass es sich jeweils um eine Bernoullikette handelt, die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

- A** : Von 10 zufällig ausgewählten Besuchern der Kantine sind genau 4 Vegetarier.
B : Von 50 zufällig ausgewählten Besuchern der Kantine wählen höchstens 8 die Spaghetti.
C : Von 100 zufällig ausgewählten Besuchern der Kantine wählen mindestens 30 und höchstens 40 das Schnitzel.
D : Von 20 zufällig ausgewählten Besuchern der Kantine wählen die ersten vier die Lachsrollchen, von den restlichen 16 Besuchern wählen fünf den kleinen Salat.

(10 BE)

2.3 Die beiden vegetarischen Hauptspeisen sind bei den Vegetariern gleich beliebt. Betrachtet werden die Merkmale **V**: Besucher ist Vegetarier und **K**: Besucher wählt Käsespätzle.

2.3.1 Bestimme die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

- E** : Ein zufällig ausgewählter Besucher ist Vegetarier und wählt nicht die Käsespätzle.
F : Ein zufällig ausgewählter Besucher, der die Käsespätzle gewählt hat, ist Vegetarier.
G : Ein zufällig ausgewählter Besucher, der kein Vegetarier ist, entscheidet sich für die Käsespätzle.

(9 BE)

2.3.2 Untersuche die Merkmale **V** und **K** auf stochastische Unabhängigkeit.

(3 BE)

- 3 Der Betreiber der Kantine hat die Vermutung, dass der Anteil der Vegetarier nicht mehr **30 %** beträgt, sondern gestiegen sein könnte, da die vegetarischen Gerichte stärker nachgefragt werden. Um das Angebot gegebenenfalls anpassen zu können, werden 150 zufällig ausgewählte Besucher der Kantine gefragt, ob sie Vegetarier sind. Bei der Befragung geben 57 Personen an, Vegetarier zu sein.

3.1 Entwickle anhand der Angaben einen Hypothesentest mit einem Signifikanzniveau von **5 %** und formuliere eine Entscheidungsregel im Sachzusammenhang.
Entscheide, ob davon auszugehen ist, dass der Anteil der Vegetarier gestiegen ist.

(7 BE)

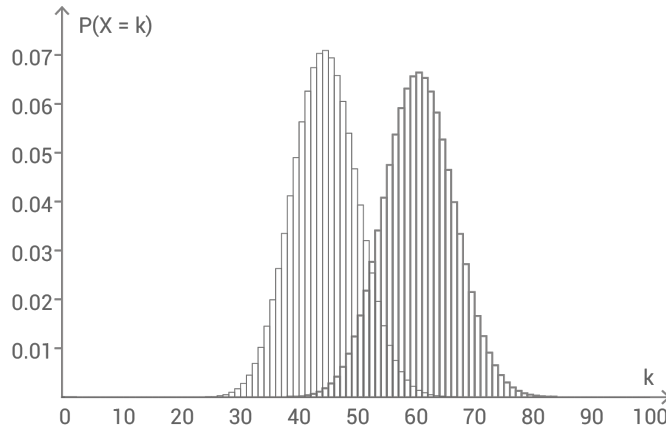
3.2 Erläutere die Fehler 1. und 2. Art und deren mögliche Konsequenzen im Sachzusammenhang.

(4 BE)

3.3 Bestimme die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art, wenn sich der Anteil der Vegetarier tatsächlich auf **40%** erhöht hat.

(3 BE)

- 3.4 In Material 2 sind die Wahrscheinlichkeitsverteilungen für einen Anteil der Vegetarier von $p_0 = 0,3$ und $p_1 = 0,4$ dargestellt. Begründe die Lage des Maximums der zu $p_1 = 0,4$ gehörigen Verteilung. Zeichne die Fläche ein, deren Inhalt ein Maß für die Wahrscheinlichkeit eines Fehlers 2. Art darstellt, wobei die Annahme aus Aufgabe 3.3 weiterhin zugrunde gelegt wird.



Material 2

Binomialverteilung $B_{150;p}(k)$ für $p_0 = 0,3$ und $p_1 = 0,4$

(4 BE)

- 3.5 Erläutere anhand des Diagramms in Material 2, wie sich die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 2. Art entwickelt, wenn der tatsächliche Anteil p der Vegetarier von **40 %** kontinuierlich bis auf **100%** steigt. Begründe, dass für $p \leq 0,3$ die Wahrscheinlichkeit, H_0 beizubehalten, mindestens **95,29 %** ist, wenn beim Hypothesentest aus Aufgabe 3.1 die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler 1. Art höchstens **4,71 %** beträgt.

Begründe, warum man für $p \leq 0,3$ den Fehler 2. Art nicht begehen kann.

(5 BE)