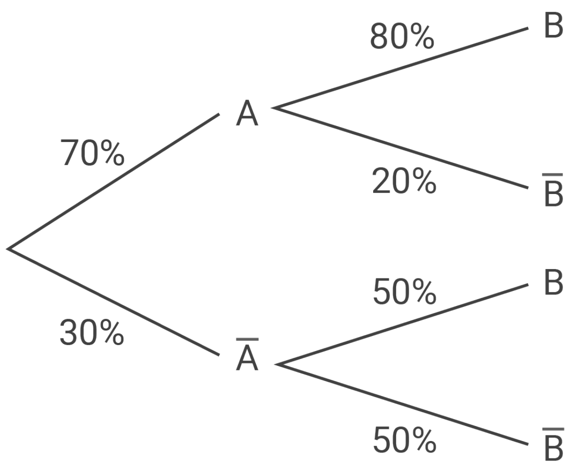
D – Stochastik

1.1 $A:$ „Ein Abonnent ist höchstens 40 Jahre alt.“
$B:$ „Ein Abonnent hat das Komplettpaket.“



1.2
$$
\begin{aligned}
P_B(A) &= \frac{P(A\cap B)}{P(B)} \\
&= \frac{0,7\cdot 0,8}{0,7\cdot 0,8+0,3\cdot 0,5} \\
&= \frac{0,56}{0,71} \\
&\approx 0,79 \\
&= 79\,\%
\end{aligned}
$$

1.3 Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Abonnenten an, die älter als 40 Jahre sind und ist binomialverteilt mit unbekanntem n und $p=0,3.$ Es ist nun der minimale Wert von n gesucht, sodass folgende Ungleichung erfüllt ist:

$$P(X>5)>99\,\%$$

Systematisches Ausprobieren mit dem Taschenrechner liefert:

Für $n=39:$

$$
\begin{aligned}
P(X>5) &= 1-P(X\leq 5) \\
&\approx 0,9891 \\
&= 98,91\,\%
\end{aligned}
$$

Für $n = 40$:

$$\begin{aligned} P(X > 5) &= 1 - P(X \leq 5) \\ &\approx 0,9914 \\ &= 99,14\,\% \end{aligned}$$

Es müssen somit mindestens 40 Abonnenten zufällig ausgewählt werden, damit unter ihnen mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens $99\,\%$ mehr als fünf Personen älter als 40 Jahre sind.

2.1 Das Management möchte vermeiden, dass der Algorithmus dauerhaft eingesetzt wird, obwohl der Einsatz des Algorithmus die Zufriedenheit unter den Abonnenten in Wirklichkeit nicht erhöht.

2.2.1 Die beiden angegebenen Lösungsschritte sind nicht ausreichend, da zusätzlich überprüft werden muss, ob es keinen Wert k gibt, der kleiner als 132 ist und für den $P_{0,6}^{200}(Y \geq k) \leq 0,05$ gilt. Mit dem Taschenrechner folgt für $k = 131$:

$$\begin{aligned} P_{0,6}^{200}(Y \geq 131) &= 1 - P_{0,6}^{200}(Y \leq 130) \\ &\approx 0,064 \end{aligned}$$

Als eine geeignete Ergänzung der angegebenen Lösungsschritte ergibt sich somit:

- Y : Anzahl der zufriedenen Abonnenten in der Stichprobe
- $P_{0,6}^{200}(Y \geq 132) \approx 0,047$
- $P_{0,6}^{200}(Y \geq 131) \approx 0,064$

2.2.2 Der Fehler zweiter Art tritt auf, wenn die Nullhypothese nicht abgelehnt wird, obwohl sie in Wirklichkeit falsch ist.

Bei einem Anteil von beispielsweise $61\,\%$ zufriedenen Abonnenten folgt für die Wahrscheinlichkeit des Fehlers zweiter Art:

$$\begin{aligned} P_{0,61}^{200}(Y \leq 131) &\approx 0,917 \\ &= 91,7\,\% \end{aligned}$$

3.1 Es gibt 80^8 mögliche Kennwörter mit 80 verschiedenen Zeichen. Werden ausschließlich Kleinbuchstaben verwendet, stehen 26 Zeichen zur Verfügung und somit ergeben sich genau 26^8 mögliche Kennwörter.

Es gilt also:

$$\frac{26^8}{80^8} \approx 0,00012 < 0,001$$

3.2 Da der Name Niclas aus sechs unterschiedlichen Buchstaben besteht, bleiben für die restlichen zwei Stellen des Passworts 74 mögliche Zeichen übrig. Diese Zeichen können an zwei beliebige Stellen des Kennworts gesetzt werden.

Die Anzahl aller Möglichkeiten ergibt sich also zu:

$$\binom{8}{2} \cdot 74 \cdot 73 = 151256$$