C2.2 - Stochastik

1

1.1

	H	$\overline{H}$	Σ
W	67 972	126 233	194 205
$\overline{W}$	80 047	241 427	321 474
Σ	148 019	367 660	515 679

1.2 $$P_H(\overline{W}) = \frac{80\,047}{148\,019} \approx 0,5408$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Person nicht weiblich ist, beträgt etwa $54,08\%$.

1.3 $$P(W) + P(H) - P(W \cap H) = \frac{194\,205 + 148\,019 - 67\,972}{515\,679} \approx 0,532$$

Die Wahrscheinlichkeit , dass die Person weiblich ist oder eine Hochschul-/Fachhochschulreife besitzt, beträgt etwa $53,2\ \%$.

1.4 $$P(W) = \frac{194\,205}{515\,679} \approx 0,3766$$

$$P_{\overline{H}}(W) = \frac{\frac{126\,233}{515\,679}}{\frac{367\,660}{515\,679}} \approx 0,3433$$

Die Wahrscheinlichkeiten stimmen nicht überein.
Im Sachzusammenhang: Die Merkmale "hat keine Hochschul-/Fachhochschulreife" und "ist weiblich" sind stochastisch abhängig voneinander.

1.5 Es gibt fünf Möglichkeiten, wie die weiblichen Personen ausgewählt werden. Damit folgt:

$$5 \cdot \frac{30}{50} \cdot \frac{29}{49} \cdot \frac{28}{48} \cdot \frac{27}{47} \cdot \frac{20}{46} \approx 0,2587$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass sich unter 5 zufällig ausgewählten Personen 4 weibliche Personen befinden, beträgt etwa $25,87\%$.

1.6 Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl richtig geratener Fragen. X ist $B_{8;\,0,25}$-verteilt. Dann folgt mit dem Taschenrechner:

$$P(X = 7) \approx 0,0004$$

Die Wahrscheinlichkeit, durch Raten 7 der 8 Fragen richtig zu beantworten, liegt bei etwa $0,04\%$.

1.7 Sein n die Menge verfügbarer Aufgaben und $k=2$ die Anzahl der gezogenen Aufgaben.

Es handelt sich um Ziehen ohne Zurücklegen und ohne Reihenfolge. Mit der entsprechenden Kombinationsformel folgt:

$$\begin{array}{rcll} 435 &=& \dfrac{n!}{k!\cdot(n-k)!} & \mid k \text{ Einsetzen} \\ 435 &=& \dfrac{n!}{2\cdot(n-2)!} & \mid \cdot 2 \\ 870 &=& \dfrac{1\cdot\ldots\cdot(n-2)\cdot(n-1)\cdot n}{1\cdot\ldots\cdot(n-2)} & \mid \text{Kürzen} \\ 870 &=& n^2-n & \mid -870 \\ 0 &=& n^2-n-870 & \mid \text{pq-Formel} \end{array}$$

$$n_{1,2}=\frac{1}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2-(-870)}$$

$n_1=30 \qquad n_2=-29$

Im Sachzusammenhang ergibt $n_2=-29$ keinen Sinn. Daher befinden sich 30 verschiedene Aufgaben im Pool.

2

2.1 Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl von Männern mit Hauptschulabschluss. X ist $B_{15;\ 0{,}274}$-verteilt.

$P(A)=P(X=4)\approx 0,2272$

Die Zufallsvariable Y beschreibt die Anzahl von Männern mit Realschul- oder vergleichbaren Abschluss. Y ist $B_{100;\ 0{,}411}$-verteilt.

$P(B)=P(X\leq 49)\approx 0,9553$

Die Zufallsvariable Z beschreibt die Anzahl von Männern, die weder eine Hochschul-/Fachhochschulreife besitzen, noch einen Abschluss im Ausland erworben haben. Z ist $B_{200;\ 1-(0{,}249+0{,}022)}=B_{200;\ 0{,}729}$-verteilt.

$P(C)=P(142\leq Z\leq 153)=P(Z\leq 153)-P(Z\leq 141)\approx 0,646$

2.2 Das Ereignis lautet: Von 10 zufällig ausgewählten Personen hat mindestens eine Person Hochschul-/Fachhochschulreife, aber nicht alle Personen Hochschul-/Fachhochschulreife.

$1-(0,249^{10}+0,751^{10})\approx 0,9429$

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis beträgt etwa $94,29\%$.

2.3 Sei X die Anzahl von Männern mit Hauptschulabschluss. X ist $B_{n;\,0{,}274}$ verteilt.
Gesucht ist die kleinste natürliche Zahl n, sodass Folgendes gilt:

$$\begin{aligned} P(X \geq 1) &\geq 0{,}8 \\ P(X = 0) &\leq 0{,}2 \end{aligned}$$

Durch systematisches Ausprobieren mit dem Taschenrechner folgt:

$$\begin{aligned} n = 5: &\quad P(X=0) \approx 0{,}2017 \\ n = 6: &\quad P(X=0) \approx 0{,}1464 \end{aligned}$$

Es müssen mindestens 6 Männer befragt werden, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80% auf mindestens einen Mann mit Hauptschulabschluss zu treffen.

3

3.1 Es wird ein rechtsseitiger Hypothesentest durchgeführt:

$$H_0: p \leq 0{,}4 \qquad H_1: p > 0{,}4 \qquad \alpha = 0{,}1$$

Die Zufallsvariable X beschreibt die Anzahl der Auszubildenden, die mit einer Hochschul-/Fachhochschulreife einen Ausbildungsvertrag im Bereich Industrie und Handel abgeschlossen haben. X ist im Extremfall $B_{150;\,0{,}4}$-verteilt.

Der Ablehnungsbereich wird durch $A = \{g; g+1; \dots; 150\}$ beschrieben.

Gesucht ist die kleinste natürlich Zahl g, sodass Folgendes gilt:

$$\begin{aligned} P(X \geq g) &\leq 0{,}1 \\ P(X \leq g-1) &\geq 0{,}9 \end{aligned}$$

Durch systematisches Ausprobieren mit dem Taschenrechner folgt:

$$\begin{aligned} P(X \leq 67) &\approx 0{,}8937 \\ P(X \leq 68) &\approx 0{,}9210 \end{aligned}$$

Damit gilt für den Ablehnungsbereich: $A = \{69; \dots; 150\}$.

Entscheidungsregel
Wenn mindestens 69 Auszubildende einen Ausbildungsvertrag im Bereich Industrie und Handel abgeschlossen haben, wird die Nullhypothese abgelehnt. Andernfalls wird sie nicht abgelehnt.

3.2 **Fehler 2. Art im Sachzusammenhang**

Obwohl mindestens 69 Auszubildende einen Ausbildungsvertrag im Bereich Industrie und Handel abgeschlossen haben, wird im Hypothesentest die Nullhypothese nicht abgelehnt.

Anteil p_1 berechnen

Aus der Entscheidungsregel ergibt sich folgender Annahmebereich für $H_0: A = \{0; \dots; 68\}$. Die Wahrscheinlichkeit für den Fehler 2. Art soll dabei maximal 30% betragen. Für $n = 150$ muss also gelten:

$$P(X \leq 68) \quad \leq \quad 0,3$$

Durch systematisches Ausprobieren mit dem Taschenrechner folgt:

$$p = 0,478 : P(X \leq 68) \approx 0,3008$$
$$p = 0,479 : P(X \leq 68) \approx 0,2924$$

Der zur Alternativhypothese H_1 gehörige Anteil p_1 müsste in Wirklichkeit mindestens $47,9\%$ betragen.