

## B2 - Analysis

- 1 Gegeben ist die Funktionenschar  $f_k$  mit  $f_k(t) = k \cdot t \cdot e^{-0,4t}$ ,  $k, t \in \mathbb{R}, k > 0$ .
- 1.1 In Material 1 sind die Graphen von  $f_1$ ,  $f_{1,5}$  und  $f_2$  dargestellt. Ordne die Graphen  $A$ ,  $B$  und  $C$  den verschiedenen Werten des Parameters  $k$  zu und begründe deine Zuordnung anhand des Funktionsterms.

Untersuche das Verhalten der Funktionswerte von  $f_k$  für  $t \rightarrow \infty$ .

(4 BE)

- 1.2 Zeige rechnerisch, dass der Graph jeder Funktion der Schar  $f_k$  genau einen Hochpunkt bei  $H(2,5 \mid 2,5 \cdot k \cdot e^{-1})$  hat.

Beschreibe die Lage der Hochpunkte der Schar.

(9 BE)

- 1.3 Mithilfe des Formansatzes  $F_k(t) = k \cdot (a \cdot t + b) \cdot e^{-0,4t}$  soll eine Stammfunktionenschar  $F_k$  von  $f_k$  bestimmt werden.

Berechne die Ableitungsfunktionenschar  $F'_k$  der Funktionenschar  $F_k$ .

Ermittle durch Vergleich der Funktionsterme von  $F'_k$  und  $f_k$  eine Stammfunktionenschar  $F_k$  von  $f_k$ .  
 [zur Kontrolle:  $F_k(t) = k \cdot (-2,5t - 6,25) \cdot e^{-0,4t}$ ]

(6 BE)

- 1.4 Untersuche, ob der Graph von  $f_k$  mit der positiven  $t$ -Achse eine Fläche mit endlichem Inhalt einschließt und berechne ggf. den Flächeninhalt.

(4 BE)

- 2 Gegeben ist eine zweite Funktionenschar  $g_k$  mit  $g_k(t) = k^2 \cdot t \cdot e^{-0,6t}$ ,  $k, t \in \mathbb{R}, k > 0$ .

Zeige rechnerisch, dass sich die Graphen der Scharen  $f_k$  aus Aufgabe 1 und  $g_k$  in den Punkten  $S_1(0 \mid 0)$  und  $S_2\left(\frac{\ln k}{0,2} \mid \frac{\ln k}{0,2 \cdot k}\right)$  schneiden und bestimme die Funktionsgleichung der Ortskurve der Schnittpunkte  $S_2$ .

[zur Kontrolle:  $o(t) = t \cdot e^{-0,2 \cdot t}$ ]

(10 BE)

- 3 Mit Nebelfängern (Material 2) lassen sich trockene Gebiete mit Trinkwasser versorgen. Der Nebel kondensiert an Folien, das Wasser sammelt sich und rinnt in Zisternen.

Die Sammelrate eines Nebelfängers vom Typ **I** kann durch geeignete Funktionen der Schar  $f_k$  aus Aufgabe 1, die Sammelrate eines Nebelfängers vom Typ **II** durch geeignete Funktionen der Schar  $g_k$  aus Aufgabe 2 modelliert werden.

Dabei gibt  $t$  mit  $t \in [0; 10]$  die nach 19 Uhr vergangene Zeit in Stunden an;  $f_k(t)$  bzw.  $g_k(t)$  gibt die Sammelrate des jeweiligen Nebelfängers in hundert Liter pro Stunde an. Die Sammelrate des jeweiligen Nebelfängers hängt von unterschiedlichen Wetterlagen ab, welche mithilfe des Parameters  $k$  mit  $k \in [1; 3]$  modelliert werden können.

Unter der Ausbeute eines Nebelfängers versteht man die in der Zeit von 19 Uhr abends bis 5 Uhr morgens gesammelte Wassermenge.

- 3.1 Zeige, dass die Ausbeute eines Nebelfängers vom Typ **I** in hundert Liter in Abhängigkeit von  $k$  durch die Funktion  $A(k) = 5,678 \cdot k$  näherungsweise beschrieben wird.

Bestimme die minimal und die maximal mögliche Ausbeute eines Nebelfängers vom Typ **I** in Liter.

(4 BE)

3.2 Zeige, dass bei der durch den Wert  $k = 2,08$  modellierten Wetterlage beide Nebelfänger auf ganze Liter gerundet die gleiche Ausbeute erzielen.

(3 BE)

3.3 Erläutere die Zeilen (I) und (II) sowie die Rechensätze in Zeile (III) des Kastens. Deute die beiden Ergebnisse in Zeile (III) im Sachzusammenhang.

$$(I) f_{2,08}(t) = g_{2,08}(t) \Rightarrow t_1 = 0 \vee t_2 \approx 3,66$$

$$(II) u(t) = f_{2,08}(t) - g_{2,08}(t)$$

$$(III) \int_0^{3,66} u(t) dt \approx -2,15 ; \int_{3,66}^{10} u(t) dt \approx +2,15$$

(5 BE)

4 Zu jeder durch den Parameter  $k$  modellierten Wetterlage gibt es einen Zeitpunkt  $t^* > 0$ , zu dem die Nebelfänger vom Typ I und II die gleiche Sammelrate haben.

4.1 Erkläre, wie man unter Zuhilfenahme des Kontrollergebnisses aus Aufgabe 2 den Zeitpunkt  $t_{\max}^*$  berechnen kann, bei dem die beiden Nebelfänger die größtmögliche gleiche Sammelrate haben.

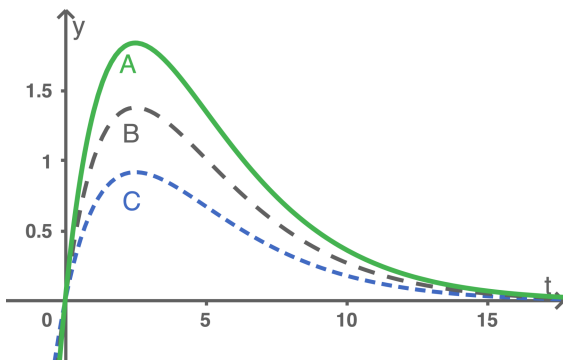
Hinweis: Eine rechnerische Herleitung des Zeitpunktes  $t_{\max}^*$  ist nicht erforderlich.

(2 BE)

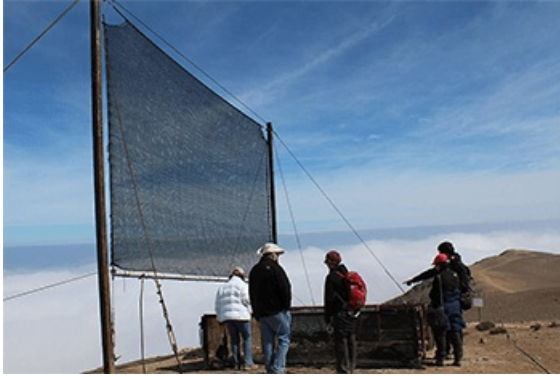
4.2 Es ergibt sich  $t_{\max}^* = 5$ . Berechne den zugehörigen Wert des Parameters  $k$ .

(3 BE)

## Material 1



## Material 2



Bildnachweise [\[nach oben\]](#)

- [1] [https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Atrapanieblas\\_en\\_Alto\\_Patache.jpg](https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Atrapanieblas_en_Alto_Patache.jpg) – Atrapanieblas en Alto Patache, Nicole Saffie, [CC BY-SA](#).