

## C2.1 - Stochastik

- 1 In einem Restaurant können die Gäste beim Bestellen eines Salattellers zwischen einem Essig-Öl-Dressing und einem Joghurtdressing wählen.

An einem bestimmten Tag werden **15 %** der Salatteller von Kindern bestellt, wobei **90 %** dieser Kinder das Joghurtdressing wählen. Von den übrigen Gästen (Erwachsene), die einen Salatteller bestellen, wählen **70 %** das Joghurtdressing.

Betrachtet werden folgende Ereignisse:

$K$  : Der Salatteller wird von einem Kind bestellt.

$J$  : Für den bestellten Salatteller wird das Joghurtdressing gewählt.

- 1.1 Zeige rechnerisch mit Angabe eines vollständig beschrifteten Baumdiagramms, dass insgesamt für **73 %** der bestellten Salatteller das Joghurtdressing gewählt wird.

(4 BE)

- 1.2 Berechne den Anteil der Kinder unter den Gästen, die für den bestellten Salatteller das Joghurtdressing wählen.

(2 BE)

- 1.3 Gib die Wahrscheinlichkeiten  $P_K(J)$ ,  $P_{\bar{K}}(J)$  und  $P(J)$  an.

Erläutere im Sachzusammenhang, dass man aus  $P_K(J) \neq P_{\bar{K}}(J)$  auch  $P_K(J) \neq P(J)$  folgern kann.

(3 BE)

- 2 **35 %** der Personen eines Landes kennen ein bestimmtes Olivenölprodukt. Im Folgenden werden ausschließlich Personen dieses Landes betrachtet.

- 2.1 Bestimme die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

$E_1$  : Von 40 zufällig ausgewählten Personen kennen genau 10 das Produkt.

$E_2$  : Von 100 zufällig ausgewählten Personen kennen mindestens 29, aber höchstens 37 das Produkt.

(5 BE)

- 2.2 Nach einer Werbeaktion im Radio besteht die Vermutung, dass der Bekanntheitsgrad des Produkts auf über **35 %** gestiegen ist. Hierzu sollen 200 zufällig ausgewählte Personen befragt werden.

2.2.1 Entwickle einen Hypothesentest auf einem Signifikanzniveau von **5 %** und formuliere eine Entscheidungsregel im Sachzusammenhang.

(6 BE)

2.2.2 Bestimme die Wahrscheinlichkeit des Fehlers 2. Art für den Fall, dass der

Bekanntheitsgrad des Produkts tatsächlich auf **45 %** gestiegen ist.

(3 BE)

2.2.3 In Abbildung 1 und 2 sind für den betrachteten Hypothesentest die Wahrscheinlichkeiten für das Annehmen und für das Verwerfen der Hypothese  $H_0$  in Abhängigkeit von der wahren Wahrscheinlichkeit  $p$  dargestellt. Beide Graphen werden an der Stelle  $p = 0,35$  jeweils in zwei Abschnitte geteilt.

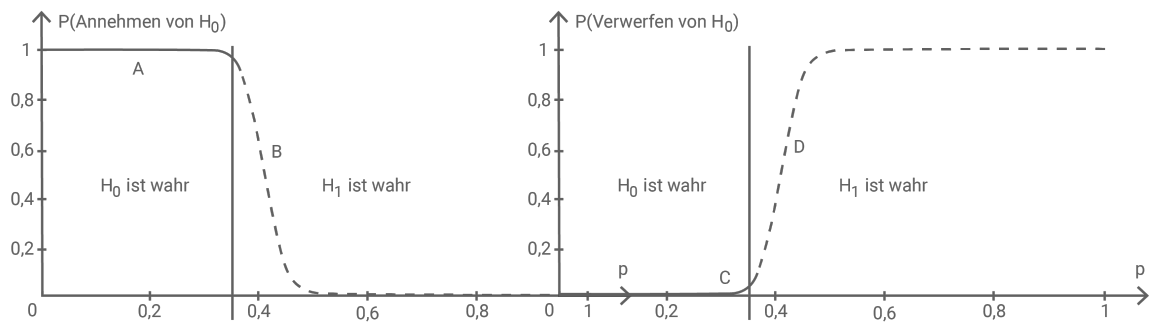


Abbildung 1

Abbildung 2

Für alle Werte von  $p$ , die in den Abschnitten **A** und **C** liegen, ist die Hypothese  $H_0$  wahr, wohingegen für alle Werte von  $p$ , die in den Abschnitten **B** und **D** liegen, die Hypothese  $H_1$  wahr ist.

Gib zu den Wahrscheinlichkeiten **I, II, III, IV** jeweils den Buchstaben des zugehörigen Abschnitts an.

**I** : Die Wahrscheinlichkeit  $\alpha(p)$ , den Fehler 1. Art zu begehen

**II** : Die Wahrscheinlichkeit  $1 - \alpha(p)$ , den Fehler 1. Art nicht zu begehen

**III** : Die Wahrscheinlichkeit  $\beta(p)$ , den Fehler 2. Art zu begehen

**IV** : Die Wahrscheinlichkeit  $1 - \beta(p)$ , den Fehler 2. Art nicht zu begehen

(2 BE)

3 Ein Unternehmen stellt Olivenöl her und füllt es in Flaschen ab. Laut Aufdruck beträgt die Füllmenge jeder Flasche **600ml**.

3.1 Die Flaschen werden in Kartons verpackt; jeder Karton enthält zwölf Flaschen. Ein Karton gilt als fehlerhaft, wenn mehr als eine Flasche weniger als **600 ml** Öl enthält.

Für jede Flasche beträgt die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie weniger als **600 ml** Öl enthält, **1,5 %**.

3.1.1 Die Rechnung  $0,985^{12} \approx 83,4 \%$  stellt im Sachzusammenhang die Lösung einer Aufgabe dar.

Formuliere eine passende Aufgabenstellung und erläutere den Ansatz der Rechnung.  
(3 BE)

3.1.2 An einen Supermarkt wird regelmäßig die gleiche Anzahl von Flaschen geliefert. Dabei enthalten im Mittel mehr als 780 Flaschen mindestens **600 ml** Öl.

Ermittle, wie viele Flaschen mindestens geliefert werden.  
(3 BE)

3.1.3 Ein Supermarkt erhält eine Lieferung von 150 Kartons.

Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als **3 %** der Kartons fehlerhaft sind.  
(4 BE)

3.2 Die Füllmenge der Flaschen soll als normalverteilt mit einem Erwartungswert von **600,5 ml** und einer Standardabweichung von **0,23 ml** angenommen werden.

3.2.1 Eine Flasche wird zufällig ausgewählt.

Ermittle für die folgenden Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:

**A** : Die Flasche enthält mehr als **601 ml** Öl.

**B** : Die Füllmenge der Flasche weicht höchstens um **0,5 ml** vom Erwartungswert ab.  
(3 BE)

3.2.2 Die Füllmenge einer Flasche ist nie negativ. Die Dichtefunktion der Normalverteilung, die zur Beschreibung der Füllmenge der Flaschen verwendet wird, ist jedoch auch für negative reelle Zahlen definiert und nimmt dabei ausschließlich positive Werte an.

Begründe, dass die Verwendung der Normalverteilung dennoch sinnvoll ist.  
(2 BE)

3.2.3 Das Unternehmen möchte die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Flasche weniger als **600 ml** Öl enthält, verringern. Für die nötige Änderung der Maschine, die die Flaschen befüllt, gibt es zwei Vorschläge:

Vorschlag 1: Die eingestellte Füllmenge von **600,5 ml** wird erhöht.

Vorschlag 2: Die Genauigkeit, mit der die eingestellte Füllmenge von **600,5 ml** erreicht wird, wird erhöht.

Die Abbildungen 3 und 4 zeigen jeweils den Graphen der Dichtefunktion, die vor der Änderung der Maschine die Füllmenge der Flaschen beschreibt.

Skizziere in der Abbildung 3 den Graphen einer Dichtefunktion, die sich aus dem Vorschlag 1 ergeben könnte, und in der Abbildung 4 den Graphen einer Dichtefunktion, die zum Vorschlag 2 passt.

Begründe für jeden Vorschlag mithilfe des skizzierten Graphen, dass damit das Ziel

des Unternehmens erreicht wird.

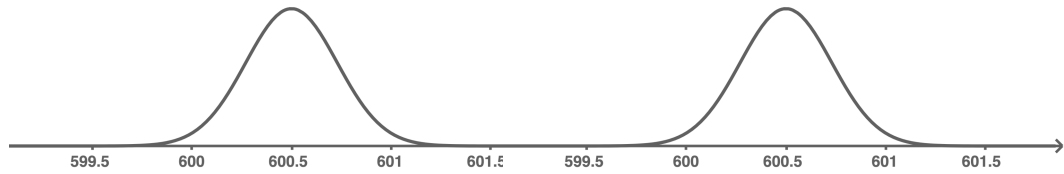


Abbildung 3

Abbildung 4

(6 BE)

- 3.3 Jede Flasche wird mit einem Anhänger versehen. Die Anhänger gibt es mit  $n$  verschiedenen Motiven. Für jede Flasche wird eines dieser Motive zufällig ausgewählt.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei  $n$  zufällig ausgewählten Flaschen alle Motive verschieden sind, ist kleiner als 1 %.

Ermittle den kleinsten möglichen Wert von  $n$ .

(4 BE)