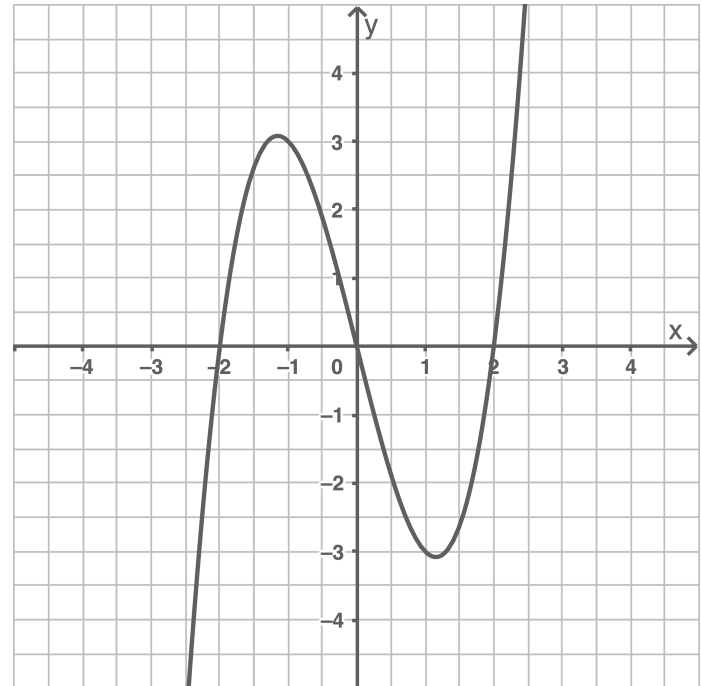


B2 – Analysis

- 1 Gegeben ist die Schar der in \mathbb{R} definierten Funktionen $f_{a;b} : x \mapsto ax^3 - bx$ mit $a, b \in \mathbb{R}^+$.

Die Abbildung zeigt den Graphen einer der Funktionen der Schar.



- 1.1 Begründe, dass jeder Graph der Schar symmetrisch bezüglich des Koordinatenursprungs ist.

(2 BE)

- 1.2 Weise in Abhängigkeit von a und b nach, dass der Graph von $f_{a;b}$ einen Tiefpunkt mit der x -Koordinate $\sqrt{\frac{b}{3a}}$ hat.

Begründe, dass er zudem einen Hochpunkt besitzt und dass dieser eine kleinere x -Koordinate hat als der Tiefpunkt.

(6 BE)

- 1.3 Es gibt eine Funktion der Schar, die bei $x = 3$ eine Nullstelle hat und deren Graph im vierten Quadranten mit der x -Achse ein Flächenstück mit dem Inhalt 40,5 einschließt.

Berechne die zugehörigen Werte von a und b .

(7 BE)

Die Funktion der Schar, deren Graph in der Abbildung dargestellt ist, wird mit f bezeichnet; ihr Funktionsterm ist $f(x) = x^3 - 4x$.

- 1.4 Die Tangente an den Graphen von f im Punkt $A(2 \mid 0)$, die x -Achse und die Gerade g mit der Gleichung $y = -x - 2$ schließen ein Dreieck ein.

Bestimme rechnerisch seinen Flächeninhalt.

(7 BE)

- 1.5 Begründe, dass die folgende Aussage richtig ist:

Ist P ein beliebiger Punkt auf dem Graphen von f , so liegt der Mittelpunkt der Verbindungsstrecke von P und dem Koordinatenursprung auf dem Graphen der in \mathbb{R} definierten Funktion $h : x \mapsto 4x^3 - 4x$.

(4 BE)

- 2 Die Leitung eines großen Unternehmens versendet jeden Arbeitstag um 7:00 Uhr eine E-Mail mit tagesaktuellen Informationen an alle Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter. Diese wurden gebeten, nach dem Lesen der E-Mail eine Lesebestätigung zu versenden.

Die folgende Tabelle zeigt für einen bestimmten Tag, wie viele Lesebestätigungen bei der Leitung des Unternehmens bis zum jeweiligen Zeitpunkt bereits eingegangen sind.

Zeitpunkt	7 : 30 Uhr	8 : 00 Uhr	8 : 30 Uhr	9 : 00 Uhr	9 : 30 Uhr	10 : 00 Uhr	14 : 30 Uhr	15 : 00 Uhr
Anzahl der bis dahin eingegangenen Lesebestätigungen	252	899	1701	2627	3503	4364		7552	7572	

Beispielsweise sind von 7:00 Uhr bis 10:00 Uhr 4364 Lesebestätigungen eingegangen.

- 2.1 Ermittle mit Hilfe der Tabelle für den betrachteten Tag, wie viele Lesebestätigungen im Zeitraum von 8:30 Uhr bis 10:00 Uhr im Mittel pro Stunde eingegangen sind.

(3 BE)

Auf der Grundlage der über viele Tage erfassten Lesebestätigungen wurde mit Hilfe der in \mathbb{R} definierten Funktionen $u : x \mapsto 100x^3 - 900x^2 + 2300x$ und v mit $v : x \mapsto 20x^2 - 520x + 2880$ die Funktion k entwickelt:

$$k : x \mapsto \begin{cases} u(x) & \text{für } 0 \leq x < 3 \\ v(x) & \text{für } 3 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

Die Funktion k beschreibt modellhaft für einen Zeitraum von acht Stunden eines Arbeitstages die zeitliche Entwicklung der momentanen Änderungsrate der Anzahl der eingegangenen Lesebestätigungen.

Dabei ist x die seit 7:00 Uhr vergangene Zeit in Stunden und $k(x)$ die momentane Änderungsrate der Anzahl der seit 7:00 Uhr eingegangenen Lesebestätigungen in der Einheit $\frac{1}{h}$.

- 2.2 Berechne $k(2)$ und interpretiere das Ergebnis im Sachzusammenhang.

(3 BE)

2.3 Es gilt $v(x) = 20 \cdot (x - 18) \cdot (x - 8)$.

Begründe, dass die Funktion v nicht geeignet ist, die momentane Änderungsrate auch für den Zeitraum nach 15:00 Uhr zu beschreiben.

(3 BE)

2.4 Berechne mit Hilfe der Funktion k die Anzahl der im Zeitraum von 10:00 Uhr bis 15:00 Uhr eines Arbeitstages eingegangenen Lesebestätigungen.

Ermittle, um wie viel Prozent diese auf der Grundlage des Modells berechnete Anzahl von der entsprechenden Anzahl des eingangs betrachteten Tages (vgl. Tabelle) abweicht.

(5 BE)



©SchulLV

www.SchulLV.de