A - Hilfsmittelfreier Teil

Analysis - Niveau 1

1 ▶ **Über Aussagen entscheiden**

a) Die Aussage ist falsch.

Wenn die Funktion f im Intervall $[-1;1]$ monoton wachsen würde, dann wäre die Steigung immer positiv. Die Ableitungsfunktion müsste also im gesamten Intervall oberhalb der x-Achse liegen.
Am Graphen der Ableitungsfunktion f' kannst du sehehn, dass $f'(x) \leq 0$ im Intervall $[-1,0]$ ist. Die Funktion fällt also und ist somit nicht monoton wachsend.

b) Die Aussage ist wahr.

Du erkennst Extrempunkte an den Nulstellen der Ableitung, hier bei $x=0$. Für einen Tiefpunkt muss es einen Vorzeichenwechsel von minus nach plus geben. Dies ist hier ebenfalls der Fall. Somit hat f bei $x=0$ eine relatives Minimum.

c) Die Aussage ist wahr.

Um von f' auf f zu kommen, musst du die Funktion integrieren, bzw. die Fläche unter der Kurve betrachten. Da die Fläche oberhalb der x-Achse für $0 \leq x \leq 4$ deutlich größer ist als die Fläche unterhalb der x-Achse für $-4 \leq x \leq 0$, ist die Funktion f im gesamten Intevall von $-4 \leq x \leq 4$ gewachsen. Also gilt $f(4) > f(-4)$.

Lineare Algebra/Analytische Geometrie - Niveau 1

2.1 ▶ **Begründen, dass die Vektoren nicht kollinear sind**

Wenn die beiden Vektoren kollinear wären, müsste $\vec{b}$ ein vielfaches von $\vec{a}$ sein.:

$$\begin{aligned} \vec{a} &= n \cdot \vec{b} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ 2 \end{pmatrix} &= n \cdot \begin{pmatrix} c+4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Wegen der dritten Zeile müsste $n=1$ sein. Damit folgt aus der zweiten Zeile, dass $c=-1$ wäre. Setzt du jetzt n und c in die erste Zeile ein, stellst du fest, dass die Gleichung nicht aufgeht:

$$1 \neq -1+4$$

Somit sind die beiden Vektoren nicht kollinear.

2.2 ▶ **Wert für c berechnen**

Berechne die Beträge der beiden Vektoren in Abhängigkeit von c und setze die beiden gleich:

$$\begin{array}{rcll}
\sqrt{1^2+c^2+2^2} &=& \sqrt{(c+4)^2+(-1)^2+2^2} & \mid {}^2 \\
1^2+c^2+2^2 &=& (c+4)^2+(-1)^2+2^2 & \\
1+c^2+4 &=& c^2+8c+16+1+4 & \\
c^2+5 &=& c^2+8c+21 & \mid -c^2 \\
5 &=& 8c+21 & \mid -21 \\
-16 &=& 8c & \mid :8 \\
-2 &=& c &
\end{array}$$

Stochastik - Niveau 1

3.1 ▶ **Term für die Wahrscheinlichkeit angeben**

Die Wahrschienlichkeiten sind Binomialverteilt, da die Basketballspielerin jeden Korb mit der gleichen Wahrscheinlichkeit trifft und die Würfe unabhängig voneinander sind. $n=3$ ist die Anzahl der Würfe, $k=2$ ist die Anzahl der Treffer und $p=0,9$ ist die Wahrscheinlichkeit. Damit gilt für den Term:

$$P(X=k)=\binom{n}{k}\cdot p^k\cdot(1-p)^{n-k}$$

$$P(X=2)=\binom{3}{2}\cdot 0,9^2\cdot 0,1$$

3.2 ▶ **Trefferwahrscheinlichkeit berechnen**

Wenn die Spielerin den Korb mit einer Wahrscheinlichkeit von $84\,\%$ mindestens einmal trifft, trifft sie ihn ein oder zweimal. Benutze hier die Gegenwahrscheinlichkeit, dass die Spielerin gar nicht trifft:

$$P(x\geq 1)=1-P(X=0)=0,84$$

Mit der Bernoulli-Formel gilt:

$$\begin{array}{rcl}
P(X=0) &=& \binom{2}{0}\cdot p^0\cdot(1-p)^2 \\
&=& (1-p)^2
\end{array}$$

Setze dies in die Formel von oben ein und löse nach p auf:

$$\begin{aligned} 1-(1-p)^2 &= 0,84 & \mid -1 \\ -(1-p)^2 &= -0,16 & \mid :(-1) \\ (1-p)^2 &= 0,16 & \mid \sqrt{} \\ 1-p &= \pm 0,4 \\ p_1 &= 0,6 \\ p_2 &= 1,4 \end{aligned}$$

Da die Wahrscheinlichkeit zwischen 0 und 1 liegen muss, kommt nur $p_1 = 0,6$ in Frage.

Stochastik - Niveau 2

4.1. ▶ **Erwartungswert berechnen**

Die Wahrscheinlichkeit für eine Seite ist $p = \frac{1}{6}$. Für den Erwartunngswert gilt somit:

$$\begin{aligned} E(X) &= 2\cdot 1\cdot \frac{1}{6} + 3\cdot 2\cdot \frac{1}{6} + 4\cdot \frac{1}{6} \\ &= 2 \end{aligned}$$

4.2 ▶ **Fehlende Augenzahl berechnen**

Nutze für die Fehlende Augenzahl eine Variable wie x. Für den Erwartungwert gilt:

$$E(X) = \frac{375}{150}$$

Stelle deine Rechnung für den Erwartungswert auf, setze sie mit $\frac{375}{150}$ gleich und löse nach x auf:

$$\begin{aligned} 2\cdot 1\cdot \frac{1}{6} + 2\cdot 2\cdot \frac{1}{6} + 4\cdot \frac{1}{6} + x\cdot \frac{1}{6} &= \frac{375}{150} \\ \frac{10}{6} + +x\cdot \frac{1}{6} &= \frac{375}{150} & \mid \cdot 150 \\ 250 + 25x &= 375 & \mid -250 \\ 25x &= 125 & \mid :25 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Die fehlende Augenzahl ist 5.