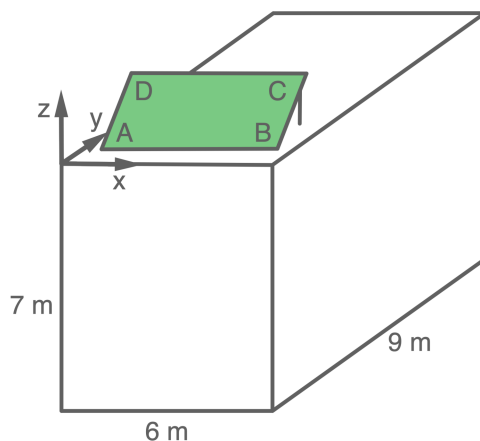


B1 - Analytische Geometrie

- 1 Das Dach eines quaderförmigen Gebäudes soll mit Solarkollektoren versehen werden. Die in der x - z -Ebene gelegene Seitenfläche des Gebäudes weist dabei genau nach Süden.

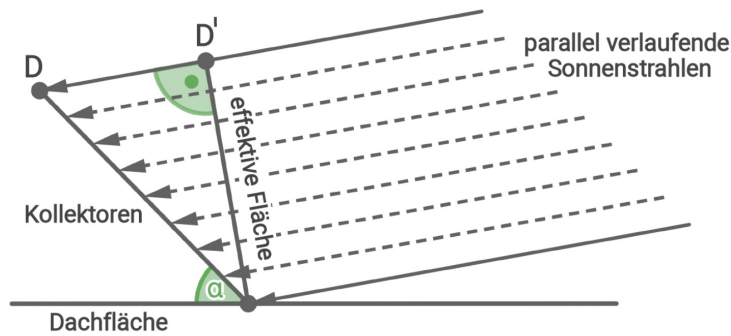
Zur Vereinfachung der folgenden Berechnungen wird im Modell die Dachfläche des Gebäudes in die x - y -Ebene gelegt. Die Kollektorfläche der Solaranlage wird dann in dem vorgegebenen Koordinatensystem der folgenden Abbildung durch die Eckpunkte $A(0,5 \mid 1 \mid 0)$, $B(5,5 \mid 1 \mid 0)$, $C(5,5 \mid 2,8 \mid 2,1)$ und $D(0,5 \mid 2,8 \mid 2,1)$ beschrieben (alle Angaben in Metern).



- 1.1 Zeige rechnerisch, dass es sich bei dem Viereck $ABCD$ um ein Rechteck handelt, und prüfe, ob der für eine Kollektorfläche geforderte Mindestflächeninhalt von $F = 13,5 \text{ m}^2$ unterschritten wird. (4 BE)
- 1.2 Die Solaranlage arbeitet mit der größtmöglichen Leistung, wenn die Sonnenstrahlen senkrecht auf die Kollektorfläche treffen. Berechne die Richtung, in der die Sonnenstrahlen in diesem Fall auftreffen. (4 BE)
- 1.3 Der Hersteller empfiehlt für die Kollektoren aus Gründen der Standfestigkeit, einen Neigungswinkel α von 50° gegenüber der Dachfläche nicht zu überschreiten. Untersuche, ob dieses Kriterium für die geplante Anlage erfüllt ist. (3 BE)

- 2 Treffen die Sonnenstrahlen nicht orthogonal auf die Kollektorfläche, so ist die Leistung der Anlage reduziert. Dies wird berücksichtigt, indem man von einer reduzierten Kollektorfläche ausgeht, die als effektive Kollektorfläche F_{eff} bezeichnet wird. Die Leistung der Anlage ist proportional zum Flächeninhalt der effektiven Kollektorfläche.

Die Abbildung zeigt die Lage der effektiven Fläche im Vergleich zur tatsächlichen Position der Kollektoren (Blickrichtung parallel zur x -Achse). Es ist ersichtlich, dass die Eckpunkte A und B ebenfalls Eckpunkte der effektiven Kollektorfläche sind.



- 2.1 Um die Effektivität der Solaranlage abzuschätzen, soll die Fläche F_{eff} für einen ungünstigen Sonnenstand berechnet werden, bei dem die Sonnenstrahlen durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 25 \\ -7 \end{pmatrix}$ angegeben werden können.

Berechne die Lage des im Material 2 eingezeichneten Punktes D' .

[zur Kontrolle : $D' (0,5 \mid 1,68 \mid 2,41)$]

(7 BE)

- 2.2 Bestimme den Flächeninhalt der effektiven Kollektorfläche für den in Aufgabe 2.1 beschriebenen Fall und ermittle, wie viel Prozent der maximalen Leistung bei diesem Sonnenstand erzielt werden können.

(2 BE)

- 3 Um zu überprüfen, ob weitere Kollektoren auf dem Dach aufgestellt werden können, ohne dass diese durch die bereits bestehenden Kollektoren beschattet werden, soll für den in Aufgabe 2.1 beschriebenen Sonnenstand der Schatten der Kollektorfläche $ABCD$ auf der Dachfläche betrachtet werden.

- 3.1 Für beliebige Punkte $P(x \mid y \mid z)$ können die Schattenpunkte auf der Dachfläche für den in Aufgabe 2.1 beschriebenen Sonnenstand durch eine Projektion in Richtung \vec{v} in die x - y -Ebene ermittelt werden.

Bestimme die Matrix, die diese Projektion beschreibt.

(7P)

- 3.2 Berechne mithilfe deines Ergebnisses aus Aufgabe 3.1 die Schattenpunkte der Eckpunkte der Kollektorfläche auf der Dachfläche, und entscheide, ob der Schatten ganz auf der Dachfläche liegt.

Falls du in Aufgabe 3.1 keine Lösung gefunden hast, verwende die Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3,6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(3BE)