

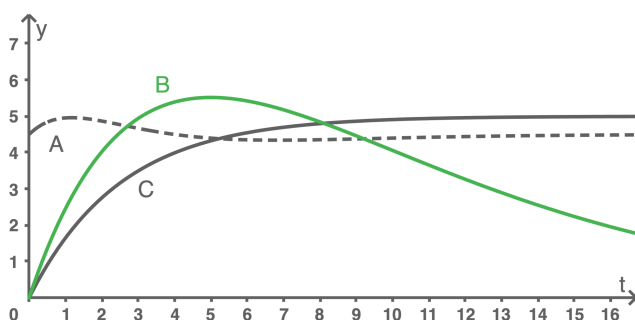
## B1 - Analysis

Den Funktionen  $v_1$ ,  $v_2$  und  $v_3$  sind folgende Funktionsgleichungen zugeordnet:

$$v_1(t) = 5 \cdot (1 - e^{-0,4 \cdot t})$$

$$v_2(t) = 4,5 + e^{-0,5 \cdot t} \cdot (t - 0,25t^2)$$

$$v_3(t) = 3t \cdot e^{-0,2 \cdot t}$$



Material 1: Graphen A, B und C

- 1.1 In Material 1 sind drei Graphen **A**, **B** und **C** abgebildet, die zu den Funktionen  $v_1$ ,  $v_2$  und  $v_3$  gehören. Ordne den Funktionen die zugehörigen Graphen begründet zu.

(4 BE)

- 1.2 Berechne den Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von  $v_1$  und der  $t$ -Achse über dem Intervall  $[0, 10]$ .

(4 BE)

- 1.3 Zeige, dass die Funktion  $v_2$  maximal zwei Extremstellen haben kann.

(4 BE)

- 2 Die Funktion  $v_3$  gehört zu der Funktionenschar  $f_k$  mit

$$f_k(t) = 3 \cdot t \cdot e^{-k \cdot t}, k > 0.$$

- 2.1 Berechne mithilfe des Formansatzes  $F_k(t) = (a + b \cdot t) \cdot e^{-k \cdot t}$  mit  $a, b \in \mathbb{R}$  eine Stammfunktionenschar  $F_k$  von  $f_k$ .

$$\left[ \text{zur Kontrolle: } F_k(t) = \left( -\frac{3}{k^2} - \frac{3}{k} \cdot t \right) \cdot e^{-k \cdot t} \right]$$

(5 BE)

- 2.2 Ermittle  $\lim_{x \rightarrow \infty} \int_0^x f_k(t) dt$ .

(3 BE)

- 2.3 Berechne in Abhängigkeit von  $k$  die Nullstellen und die Hochpunkte der Scharkurven.  
 Die zweite Ableitung  $f_k''(t) = (-6k + 3k^2 \cdot t) \cdot e^{-k \cdot t}$  kann ohne Nachweis verwendet werden.  
 [zur Kontrolle:  $H\left(\frac{1}{k} \mid \frac{3}{e \cdot k}\right)$ ]
- (7 BE)
- 2.4 Bestimme die Ortskurve der Hochpunkte.
- (2 BE)
- 3 Die drei Graphen  $A$ ,  $B$  und  $C$  in Material 1 beschreiben die Geschwindigkeiten dreier Radfahrer  $R_A$ ,  $R_B$  und  $R_C$  in Meter pro Sekunde  $\left(\frac{m}{s}\right)$  in Abhängigkeit von der Zeit  $t \geq 0$  in Sekunden ( $s$ ).
- Die Radfahrer befinden sich zur Zeit  $t = 0$  alle am gleichen Ort und fahren auf der gleichen Straße in die gleiche Richtung.
- 3.1 Beschreibe im Vergleich den Geschwindigkeitsverlauf der drei Radfahrer in den ersten 16 Sekunden nach dem Start.
- (4 BE)
- 3.2 Beurteile anhand des Materials ohne Verwendung einer Rechnung, welcher der drei Radfahrer 6 Sekunden nach dem Start in Führung liegt.
- (3 BE)
- 3.3 Die Beschleunigung ist die Änderungsrate der Geschwindigkeit.  
 Bestimme für den Radfahrer mit der Geschwindigkeit, die durch die Funktion  $v_1$  beschrieben wird, die Beschleunigung fünf Sekunden nach dem Start.  
 Eine Angabe der Einheit ist nicht notwendig.
- (2 BE)
- 3.4 Ermittle für den Radfahrer, dessen Geschwindigkeit durch die Funktion  $v_3$  beschrieben wird, die in den ersten 16 Sekunden zurückgelegte Strecke sowie die zugehörige Durchschnittsgeschwindigkeit.
- (3 BE)
- 3.5 Ermittle mithilfe des WTR den Inhalt der zwischen den Graphen von  $v_1$  und  $v_3$  eingeschlossenen Fläche.  
 Deute den ermittelten Wert im Sachzusammenhang.
- (5 BE)
- 3.6 Deute im Sachzusammenhang den Wert des Integrals  $\int_0^{t_0} (v_1(t) - v_3(t)) dt$  für  $t_0 > 0$ , wenn dieser kleiner null, größer null bzw. gleich null ist.
- (4 BE)