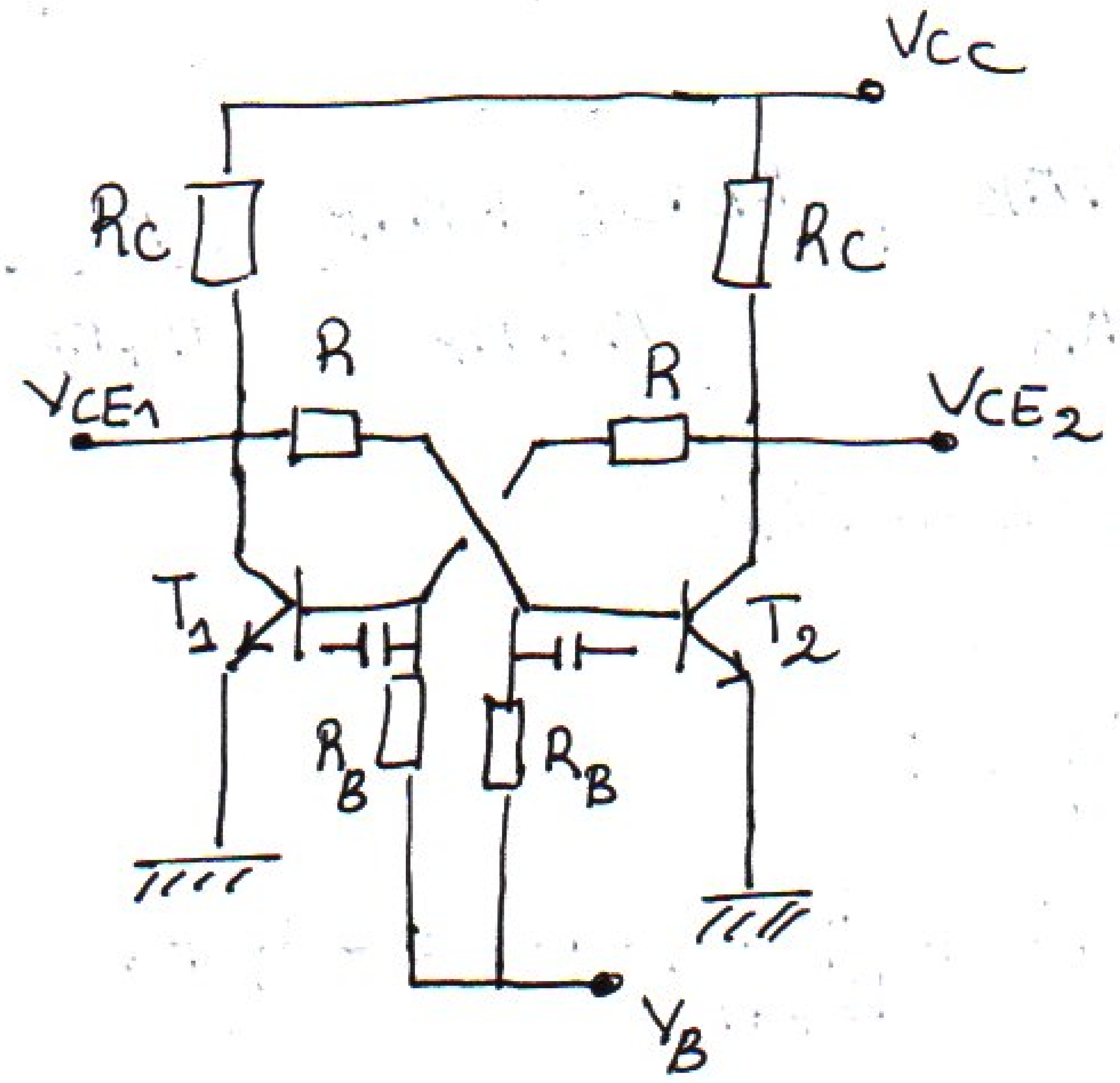
Fiche TD N° 4

Exercice N° 1 :

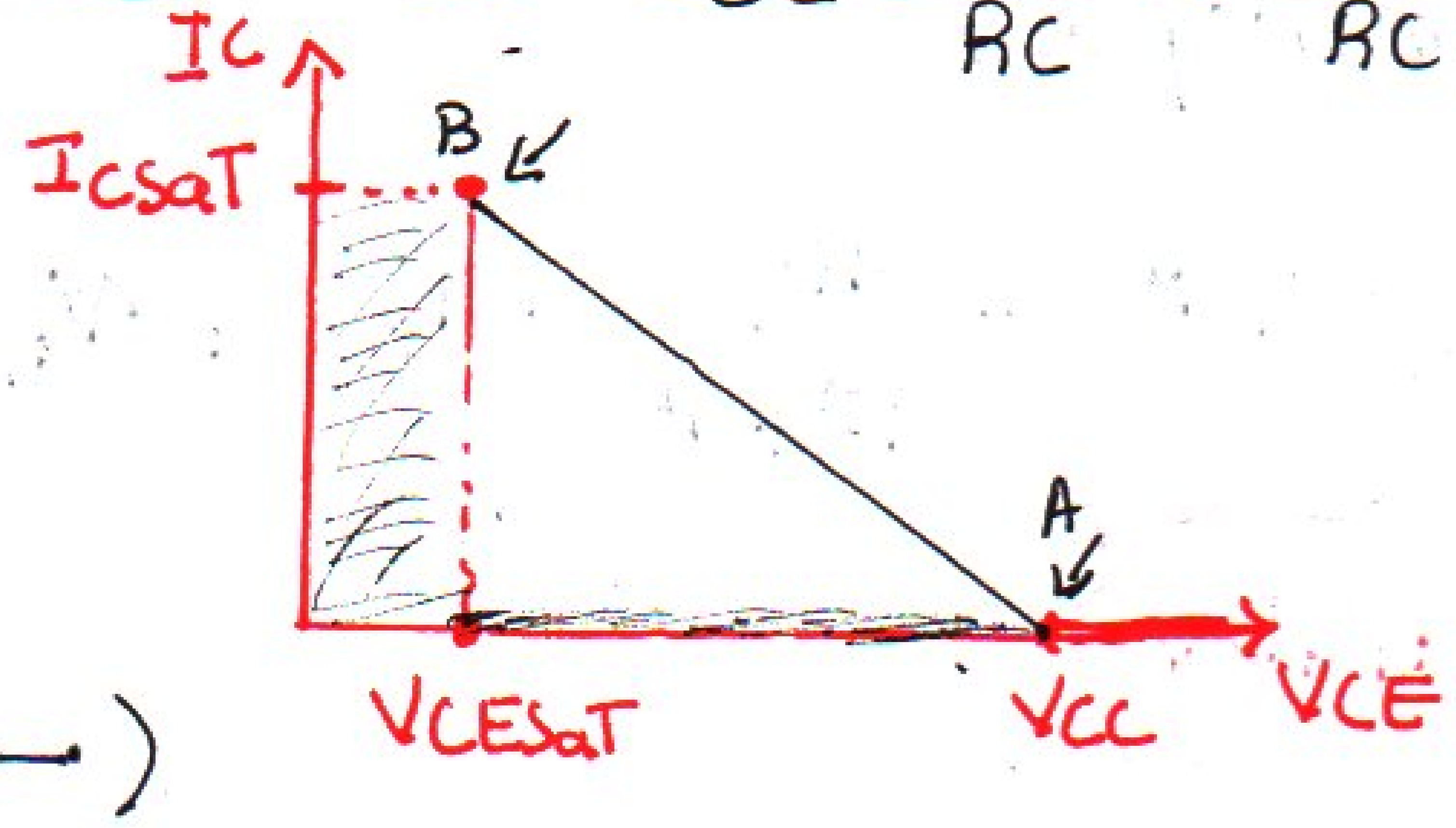


Les élements du montage ont pour valeurs :

$V_{cc} = 18V$; $V_B = -12V$; $R_B = 47K\Omega$, $RC = 3{,}9K\Omega$; $R = 15K\Omega$

- Droite de charge $I_C = f(V_{CE})$

On a $V_{cc} = R_C I_C + V_{CE}$ $\Rightarrow$ $I_C = \frac{V_{cc}}{R_C} - \frac{V_{CE}}{R_C}$



- Si $I_C = 0 \Rightarrow V_{CE} = V_{cc}$

$\Rightarrow$ T est bloqué ( ) point A

- Si T est saturé $\Rightarrow I_C = I_{csat}$, $V_{CE} = V_{CEsat}$

$I_C = I_{csat} = \frac{V_{cc}}{R_C} - \frac{V_{CEsat}}{R_C} = \frac{18}{3{,}9} - \frac{0{,}2}{3{,}9} = 4{,}56\, mA.$

Verification du blocage de T_1 : T_1 bloqué, T_2 : saturé

a/ Valeur littérales et numérique de V_{BE_1} et V_{CE_1}

$$V_{BE_1} = \frac{V_{CE_2}/R + V_B/R_B}{1/R + 1/R_B} = \frac{R_B V_{CE_2} + R V_B}{R + R_B} = \frac{R}{R+R_B} V_{CE_{sat}} + \frac{R}{R+R_B} V_B$$

$V_{CE_2} = V_{CE_{sat}}$ (T_2 saturé)

Application numérique :

$$V_{BE_1} = \frac{47}{15+47} \cdot 0{,}2 + \frac{15}{15+47}(-12) = -2{,}7\,V \qquad \boxed{V_{BE_1} = -2{,}7\,V}$$

$$V_{CE_1} = \frac{V_{BE_2}/R + V_{CC}/R_C}{1/R + 1/R_C} = \frac{R_C}{R+R_C} V_{BE_2} + \frac{R}{R+R_C} V_{CC} = \frac{R}{R+R_C} V_{BE_{sat}} + \frac{R}{R+R_C} V_{CC}$$

$V_{BE_2} = V_{BE_{sat}}$ (T_2 saturé)

Application numérique :

$$V_{CE_1} = \frac{3{,}9}{3{,}9+15} \cdot 0{,}75 + \frac{15}{3{,}9+15} \cdot 18 = 14{,}45$$

$$\boxed{V_{CE_1} = 14{,}45\,V}$$

b/ T_1 est il bloqué

$V_{BEB} = 0{,}5\,V$ (Seuil de blocage)

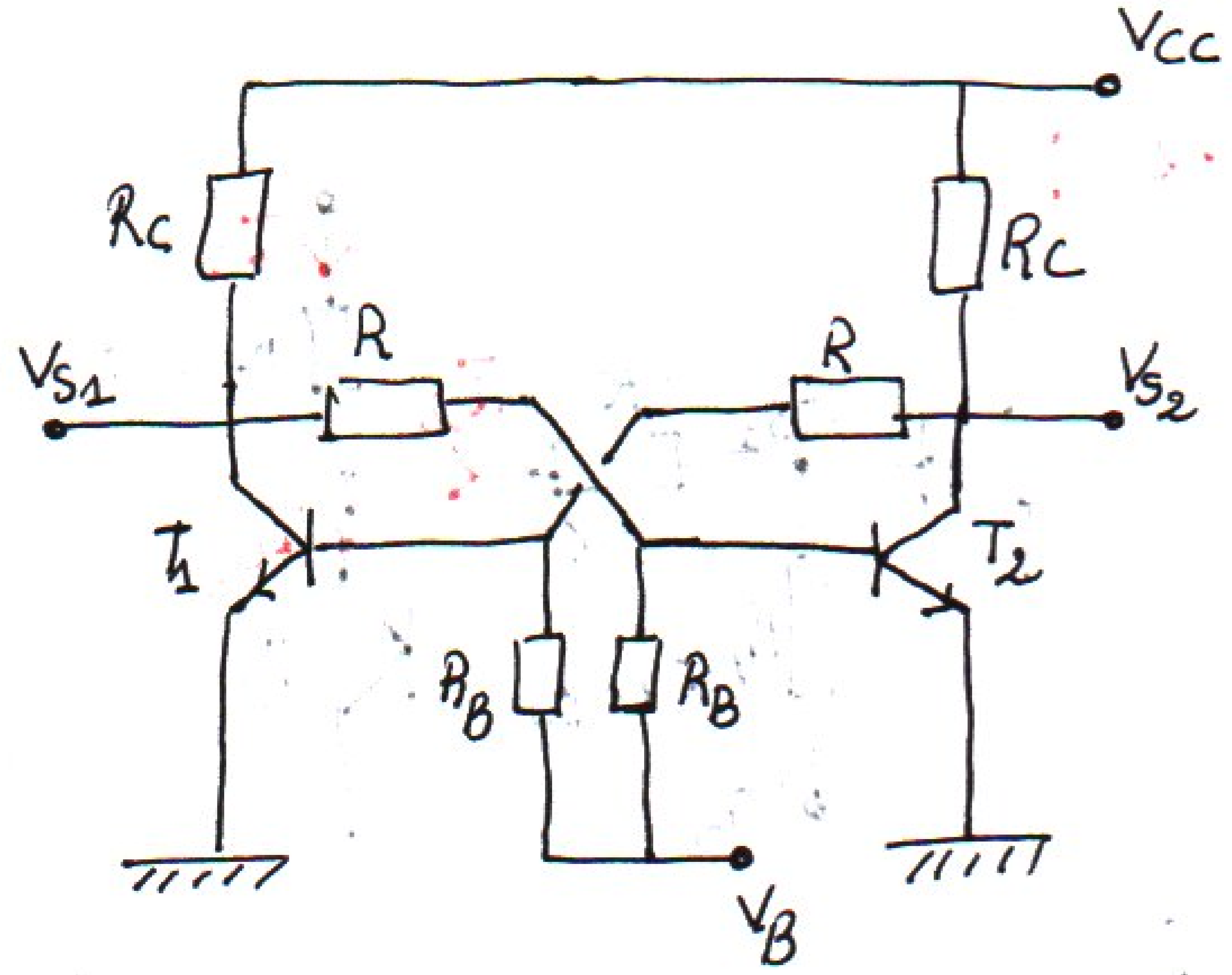
On a $V_{BE_1} = -2{,}7 < V_{BEB} = 0{,}5\,V$

en plus $V_{CE_1} = 14{,}45\,V$ (Tend vers V_{CC} d'aprés la courbe de la droite de charge $V_{CE} = V_{CC} \Rightarrow$ état bloqué)

$\Rightarrow T_1$ est belle est bien bloqué

Fiche TD N° 4

Exercice 2



On donne :

$R_C = 2{,}2\,K\Omega$, $R = 15\,K\Omega$, $R_b = 100\,K\Omega$, $V_{CC} = 12\,V$, $V_B = -12\,V$

$B_{min} = 20$

1. Le fonctionnement de cette basaule :

On suppose que T_1 Conduit un peut plus que T_2 (initialement Les deux Transistors conduisent).

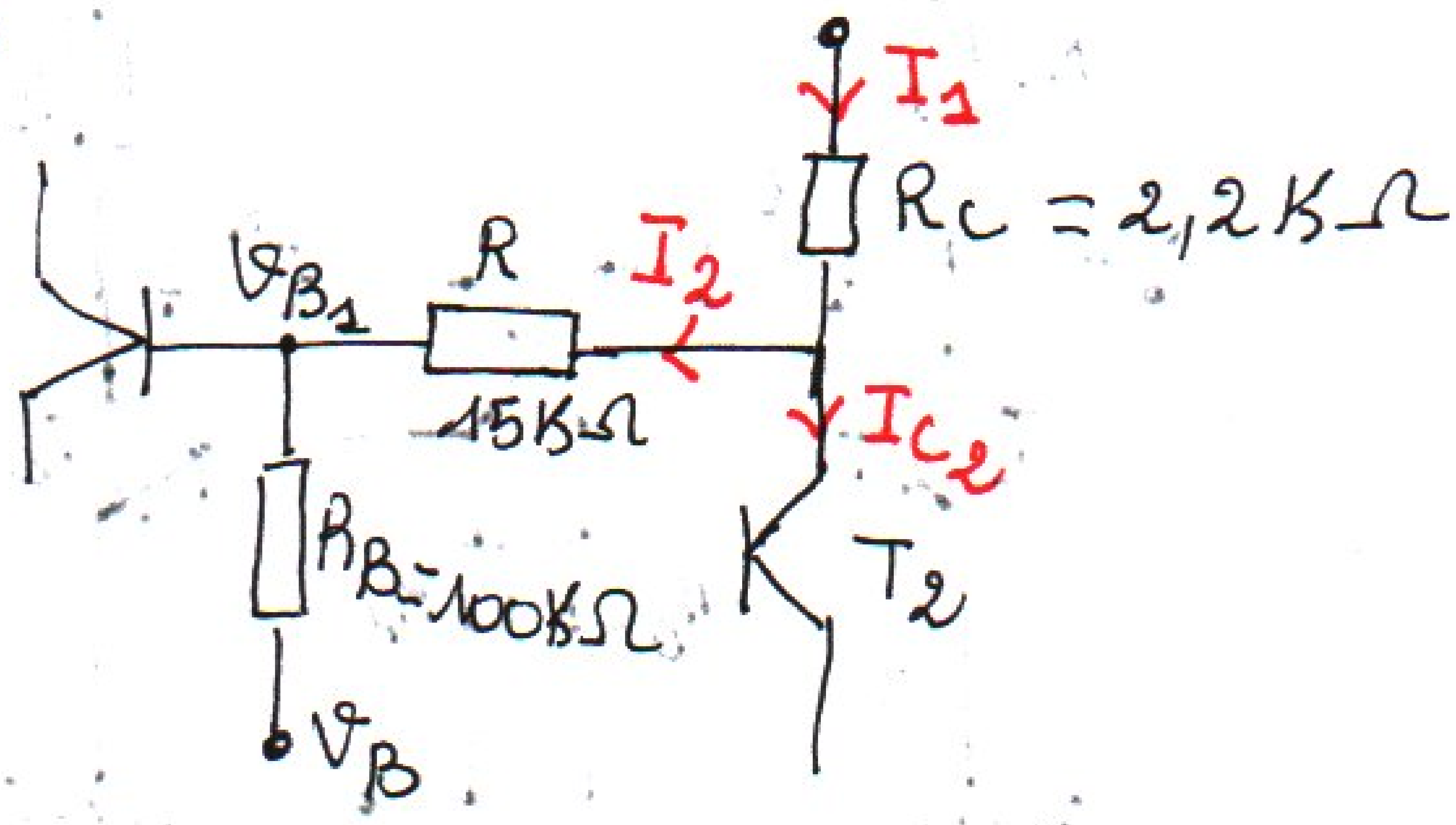
$V_{BE_1}\uparrow \Rightarrow I_{C_1}\uparrow \Rightarrow V_{S_1}\downarrow \Rightarrow V_{BE_2}\downarrow \Rightarrow I_{C_2}\downarrow \Rightarrow V_{S_2}\uparrow \Rightarrow V_{BE_1}\uparrow$

Effet commutatif qui conduit à la saturation de T_1 et le blocage de T_2

2. Supposant que T_2 bloqué et T_1 saturé

Pour basculer ce circuit à son second état il suffit d'appliquer une impulsion suffisament négative à la base de T_1 pour le bloqué et par conséquent saturé T_2 ; ou bien saturé T_2 par une impulsion suffisement positive

3. I_{B2}?, I_{C2}?



$$I_{C_2} = I_1 - I_2$$

$$I_1 = \frac{V_{CC} - V_{CE_2}}{R_C} \simeq \frac{V_{CC}}{R_C} \quad [V_{CE_2} = V_{CEs} \simeq 0 \ T_2 \text{ saturé}]$$

A.N : $I_1 = \frac{12}{2,2} = 5,45\ mA$

$$I_2 = \frac{V_{CE_2} - V_{BE1}}{R} \simeq \frac{-V_{BE1}}{R}$$

$$V_{BE_1} = \frac{v_B/R_B + V_{CE_2}/R}{1/R_B + 1/R} \simeq \frac{R}{R+R_B} v_B$$

AN $\Rightarrow$ $V_{BE_1} = \frac{15}{15+100}(-12) = -1,57V$

$\Rightarrow$ $I_2 = \frac{-V_{BE1}}{R} \simeq 0,1\ mA$

$\Rightarrow$ $I_{C_2} = I_1 - I_2 = 5,45 - 0,1 = 5,35\ mA$

Fiche TD N° 4

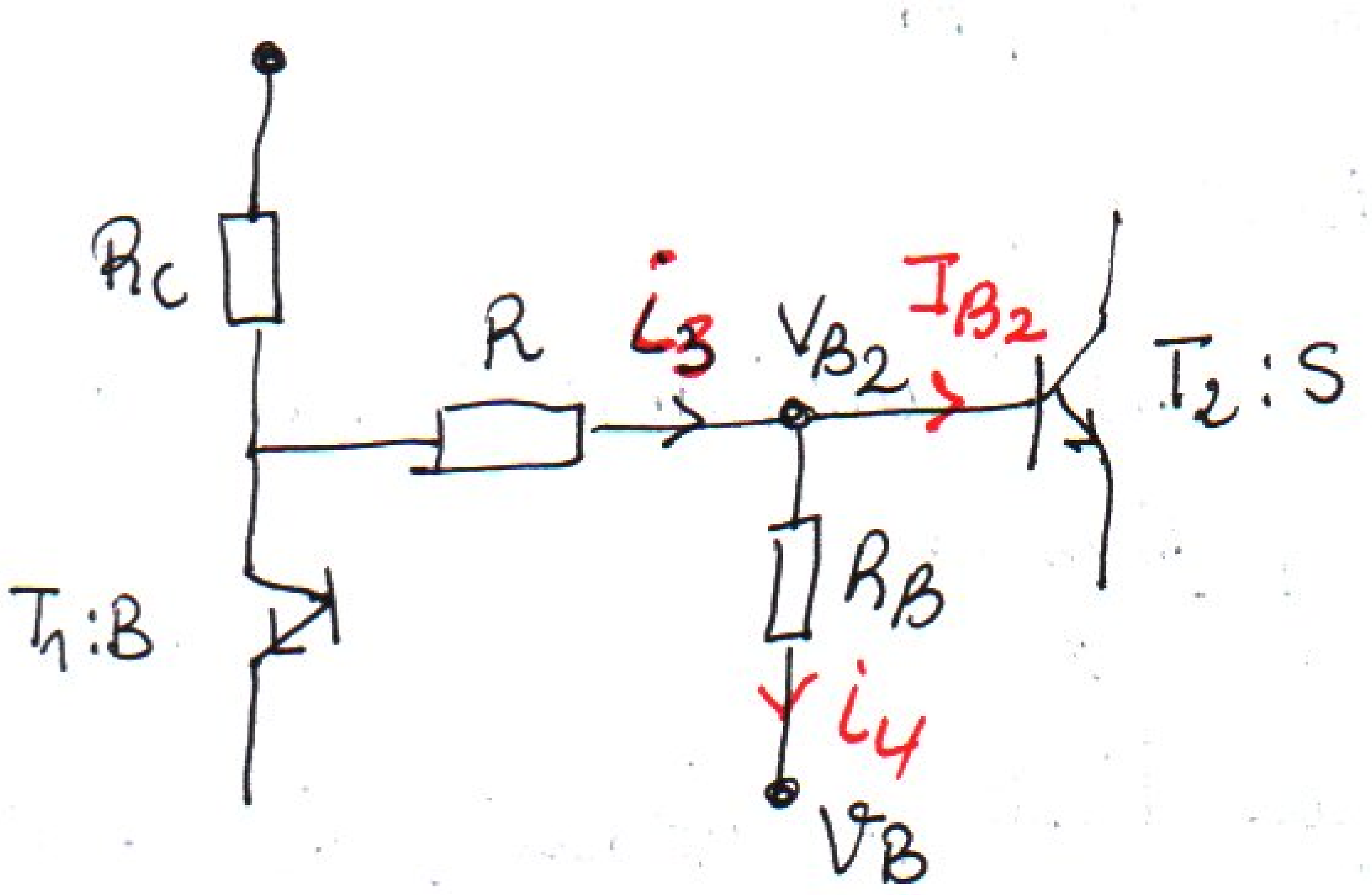
Exercice N° 2 (Suite)

$I_{CS} = I_{C_2} = \beta min\, I_{B_2} min$

$$\Rightarrow I_{B_2} min = \frac{I_{C2}}{\beta min} = \frac{5,35}{20}$$

$I_{B_2} min = 0,267 mA$ [Le courant minimum I_{B2} qui assure la saturation du Transistor T_2

- I_{B_2}



T_1 : Bloqué $\Rightarrow I_{C_1} = I_{B_1} = 0$

$$I_3 = \frac{V_{CC} - V_{BE2}}{R + R_C}$$

T_2 : saturé $\Rightarrow V_{BE_2} \simeq V_{BES} \simeq 0$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{V_{CC}}{R + R_C} \simeq \frac{12}{(15 + 2,2).10^3} = 0,7 mA$$ $\boxed{I_3 = 0,7 mA}$

$$I_4 = \frac{V_{BE_2} - V_B}{R_B} \simeq \frac{-V_B}{R_B} \simeq \frac{12}{100.10^3} \simeq 0,12 mA$$ $\boxed{I_4 \simeq 0,12 mA}$

$I_{B_2} = I_3 - I_4 \overset{A.N}{\Rightarrow} I_{B_2} = 0,7 - 0,12 \simeq 0,58 mA$ $\boxed{I_{B_2} \simeq 0,58 mA}$

On remarque que

$I_{B_2} > I_{B_2\,min}$ qui assure la saturation

donc T_2 est Belle et Bien saturé.

Rappel : Saturation du Transistor

$$I_B = I_{B\,sat}$$
$$I_C = I_{C\,max} = \beta\, I_{B\,sat}$$
$$V_{BE} = V_{BE\,sat} \simeq 0{,}7\,V$$
$$V_{CE} = V_{CE\,sat} \simeq 0{,}2$$

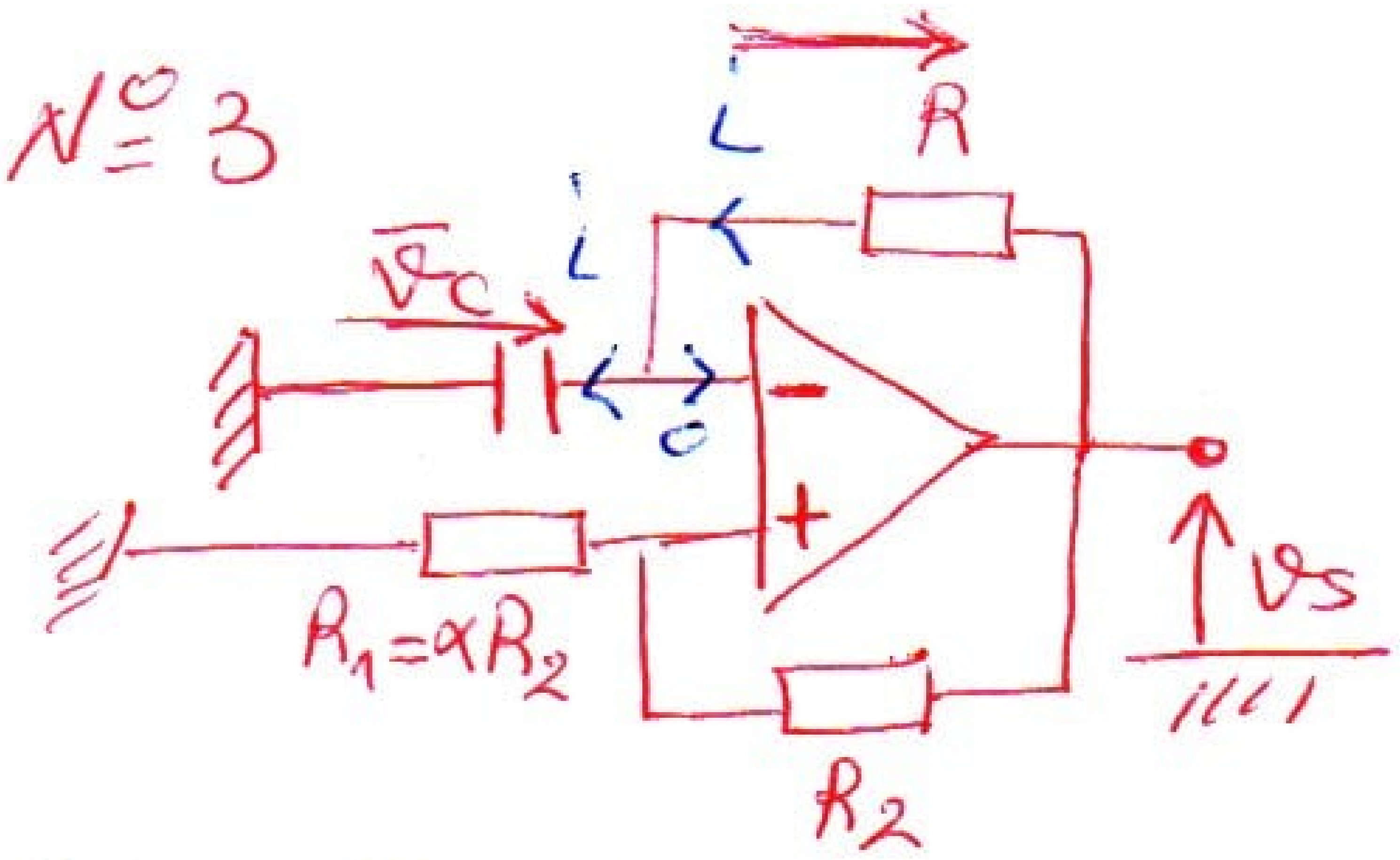
Important : Pour saturer un Transistor il faut lui applique[r] un courant $I_B > I_{B\,sat} = \frac{I_{C\,max}}{\beta}$

même si I_B augmente au delà de $I_{B\,sat}$, I_C reste égale à $I_{C\,max}$, V_{BE} reste sensiblement égale à $V_{BE\,sat}$

V_{CE} reste sensiblement égale à $V_{CE\,sat}$.

Fiche TD N° 4

Exercice N° 3



à $t=0$, $q=0$, $v_s = +v_{sat}$

1.a/ Les trois premiers instants de basculement de la tension de sortie :

1ère phase : $0 \leq t \leq t_1$

$v_s = +v_{sat} \Rightarrow \varepsilon = v^+ - v^- > 0$

$$\begin{cases} v^+ = \dfrac{v_s/R_2 + 0/\alpha R_2}{1/R_2 + 1/\alpha R_2} = \dfrac{\alpha}{\alpha+1} v_{sat} & -(1) \\ v^- + RC\dfrac{dv^-}{dt} = v_{sat} \quad \left(v_C = v^-,\ i = \dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{dv_C}{dt} = C\dfrac{dv^-}{dt} \right) & -(2) \end{cases}$$

(2) équation différentielle 1er ordre avec second membre qui donne la variation de $v^-(t) = v_C(t)$

$\Rightarrow v_C(t) = v^-(t) = v_\infty + (v_0 - v_\infty) e^{-t/RC}$ avec $\begin{cases} v_\infty = +v_{sat} \\ v_0 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow v^-(t) = v_{sat} - v_{sat} e^{-t/RC}$

$$\Rightarrow v^-(t) = v_{sat}(1 - e^{-t/RC}) \quad \ldots (3)$$

Le premier instant de basculement $+v_{sat}$ à $-v_{sat}$ se produira lorsque $\varepsilon(t_1) = v^+(t_1) - v^-(t_1) = 0$

$\Rightarrow \dfrac{\alpha}{\alpha+1} v_{sat} = v_{sat}(1 - e^{-t_1/RC})$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{\alpha+1} = 1 - e^{-\tau_1/RC} \Rightarrow e^{-\tau_1/RC} = \frac{1}{\alpha+1}$$

$$\Rightarrow -\tau_1/RC = \ln\frac{1}{\alpha+1} \Rightarrow \boxed{\tau_1 = RC\ln(\alpha+1)}$$

2ème phase : $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$

$v_S = -v_{sat} \Rightarrow \varepsilon(\tau) = v^+(\tau) - v^-(\tau) < 0$ avec

$$\begin{cases} v^+ = \dfrac{-\alpha}{\alpha+1} v_{sat} \\ v^- + RC\dfrac{dv^-}{d\tau} = -v_{sat} \end{cases}$$

$$V_c(\tau) = v^-(\tau) = V_\infty + (V_0 - V_\infty)e^{-\left(\frac{\tau-\tau_1}{RC}\right)} \text{ avec } \begin{cases} V_\infty = -v_{sat} \\ V_0 = \dfrac{\alpha}{\alpha+1} v_{sat} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v^-(\tau) = -v_{sat} + \left(\frac{\alpha}{\alpha+1}v_{sat} + v_{sat}\right)e^{-(\tau-\tau_1)/RC}$$

$$\Rightarrow v^-(\tau) = -v_{sat} + \frac{2\alpha+1}{\alpha+1} v_{sat}\, e^{-(\tau-\tau_1)/RC}$$

$$\Rightarrow \boxed{v^-(\tau) = v_{sat}\left(\frac{2\alpha+1}{\alpha+1}e^{-(\tau-\tau_1)/RC} - 1\right)}$$

Le deuxième instant de basculement τ_2 de $-v_{sat}$ à $+v_{sat}$ se produira lorsque $\varepsilon(\tau_2) = v^+(\tau_2) - v^-(\tau_2) = 0$

$$\Rightarrow v_{sat}\left(\frac{2\alpha+1}{\alpha+1}e^{-(\tau_2-\tau_1)/RC} - 1\right) = \frac{-\alpha}{\alpha+1} v_{sat}$$

$$\Rightarrow \frac{2\alpha+1}{\alpha+1}e^{-(\tau_2-\tau_1)/RC} = \frac{1}{\alpha+1} \Rightarrow \tau_2 - \tau_1 = RC\ln(2\alpha+1)$$

$$\Rightarrow \tau_2 = \tau_1 + RC\ln(2\alpha+1) \Rightarrow \tau_2 = RC\ln(\alpha+1) + RC\ln(2\alpha+1)$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau_2 = RC\ln\left((1+\alpha)(1+2\alpha)\right)}$$

Fiche TD N° 4

Exercice N° 3 (suite)

3ème phase : $t_2 \leq t \leq t_3$

$v_s = +V_{sat} \Rightarrow \varepsilon = v^+ - v^- > 0$ avec

$$\begin{cases} v^+ = \dfrac{\alpha}{\alpha+1} V_{sat} \\ v^- + RC \dfrac{dv^-}{dt} = +V_{sat} \end{cases}$$

$v_C(t) = v^-(t) = V_\infty + (V_0 - V_\infty)\, e^{-(t-t_2)/RC}$ avec $\begin{cases} V_\infty = +V_{sat} \\ V_0 = \dfrac{-\alpha}{\alpha+1} V_{sat} \end{cases}$

$$\Rightarrow v^-(t) = V_{sat} + \left(\frac{-\alpha}{\alpha+1} V_{sat} - V_{sat}\right) e^{-(t-t_2)/RC}$$

$$\Rightarrow v^-(t) = V_{sat} - \frac{2\alpha+1}{\alpha+1} V_{sat}\, e^{-(t-t_2)/RC}$$

$$\Rightarrow \boxed{v^-(t) = V_{sat}\left(1 - \frac{2\alpha+1}{\alpha+1} e^{-(t-t_2)/RC}\right)}$$

Le troisième instant de basculement t_3 de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$ se produira lorsque $\varepsilon(t_3) = v^+(t_3) - v^-(t_3) = 0$

$$\Rightarrow V_{sat}\left(1 - \frac{2\alpha+1}{\alpha+1} e^{-(t_3-t_2)/RC}\right) = \frac{\alpha}{\alpha+1} V_{sat}$$

$$\Rightarrow t_3 = t_2 + RC \ln(1+2\alpha) \Rightarrow \boxed{t_3 = RC \ln\left((1+\alpha)(1+2\alpha)^2\right)}$$

b. La durée du niveau haut

$$t_H = t_3 - t_2 = RC \ln(1+2\alpha)$$

La durée du niveau bas

$$t_B = t_2 - t_1 = RC \ln(1+2\alpha)$$

$$\boxed{t_H / t_B = 1}$$

La période des signaux carrés d'amplitude V_{sat} à la sortie

$$T = T_3 - T_1 = T_H + T_B = 2RC\ln(1+2\alpha).$$

$$\boxed{T = 2RC\ln(1+2\alpha)}$$

2.a

$\alpha = R_1/R_2 = 1/2$

$C = 1\,\mu F$, $T_H = 4.0ms$

$T_H = RC\ln(1+2\alpha) \Rightarrow R = \dfrac{T_H}{C\ln(1+2\alpha)} \Rightarrow$ AN : $\boxed{R = 5{,}77\,K\Omega}$

On obtient

$t_B = t_H = 4.0\,ms$

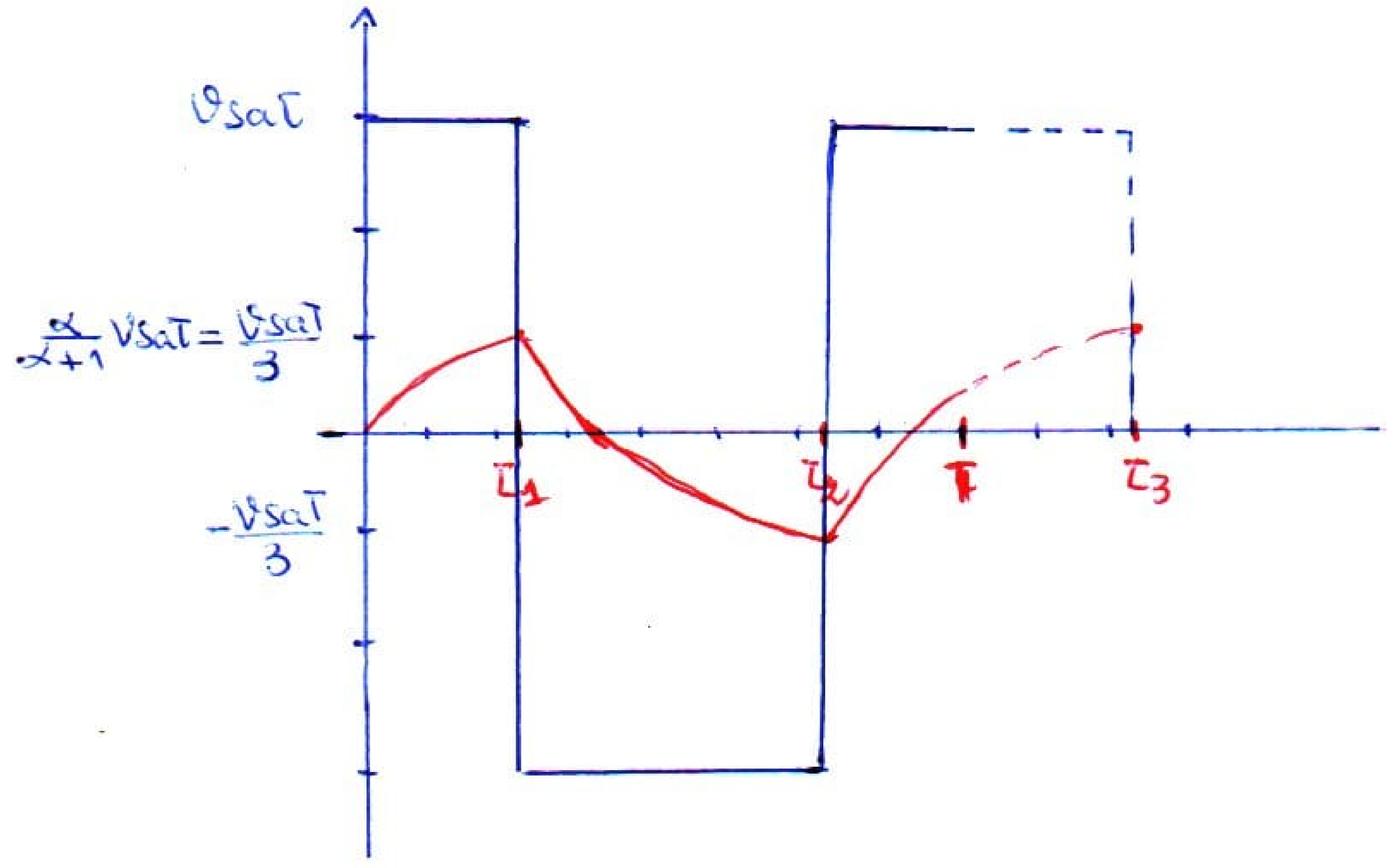
$t_1 = 2{,}34\,ms$

$t_2 = 6{,}34\,ms.$

$t_3 = 10{,}34\,ms$

$T = 8.0\,ms.$

2.b : On a tracé pour $\alpha = 1/2$ et $RC = 5{,}77\,ms$ les courbes $V_c(t)$ et $V_s(t)$



Fiche TD N° 3

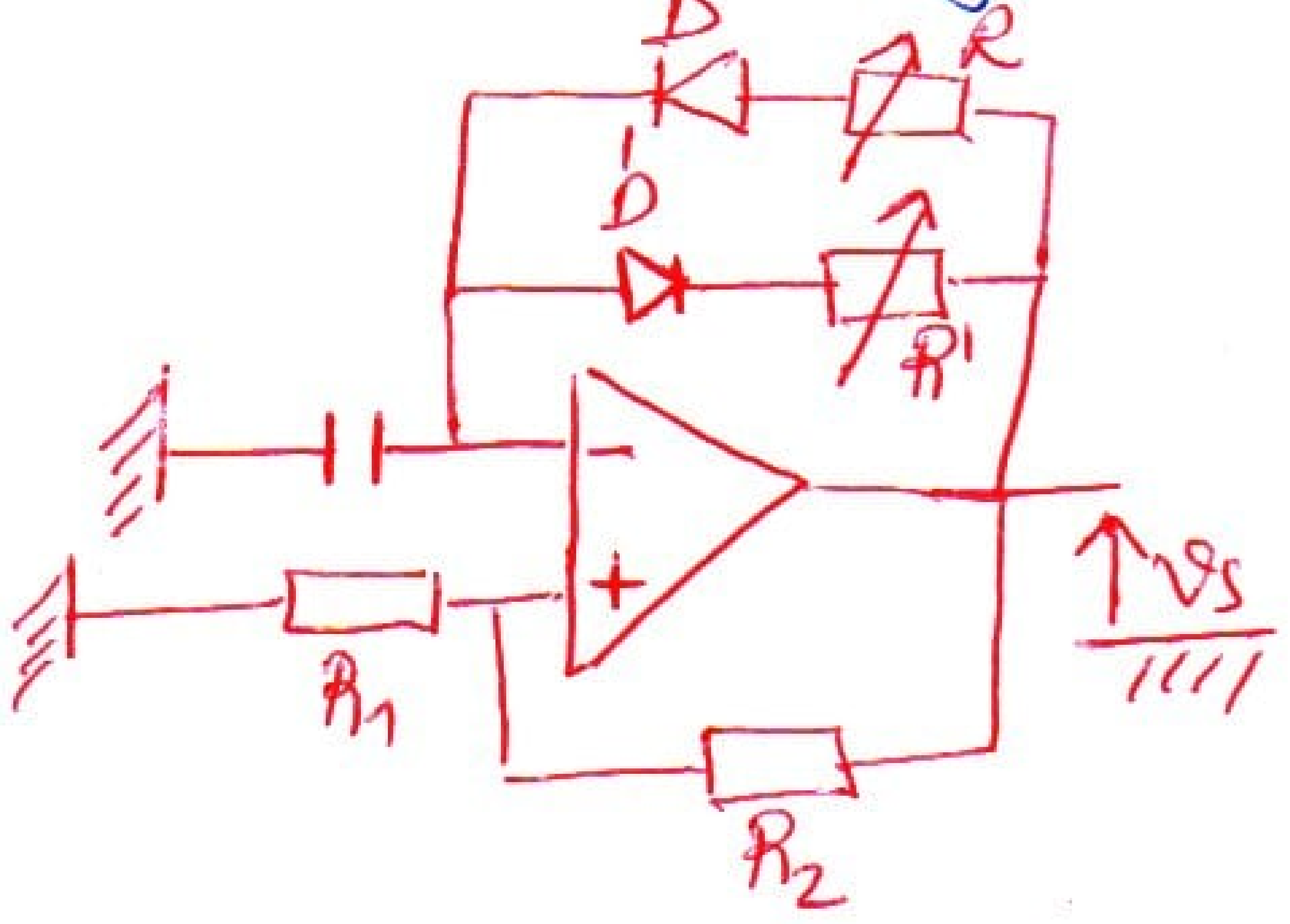
Exercice N° 3 (Suite)

• Ce système commutera sans cesse entre les deux états de saturation haut et bas avec une période T, et chacune des deux états est instable d'où la dénomination de la basule astable.

4. Le rapport cyclique n'est pas modifiable ; pour résoudre se problème on propose le montage à diodes. D et D'. Il conviendra pour obtenir des signaux symétriques. Ce circuit permet de modifier le rapport cyclique τ_H/τ_B par modification des résistances R et R'.

En effet, La constante de temps τ demeure $\underline{RC}$ lors de la charge et $\underline{R'C}$ lors de la décharge

$\Rightarrow \tau_H / \tau_B = \frac{R}{R'}$



Fiche TD N° 4

Exercice N° 4

$0 < E_0 < v_{saT}$

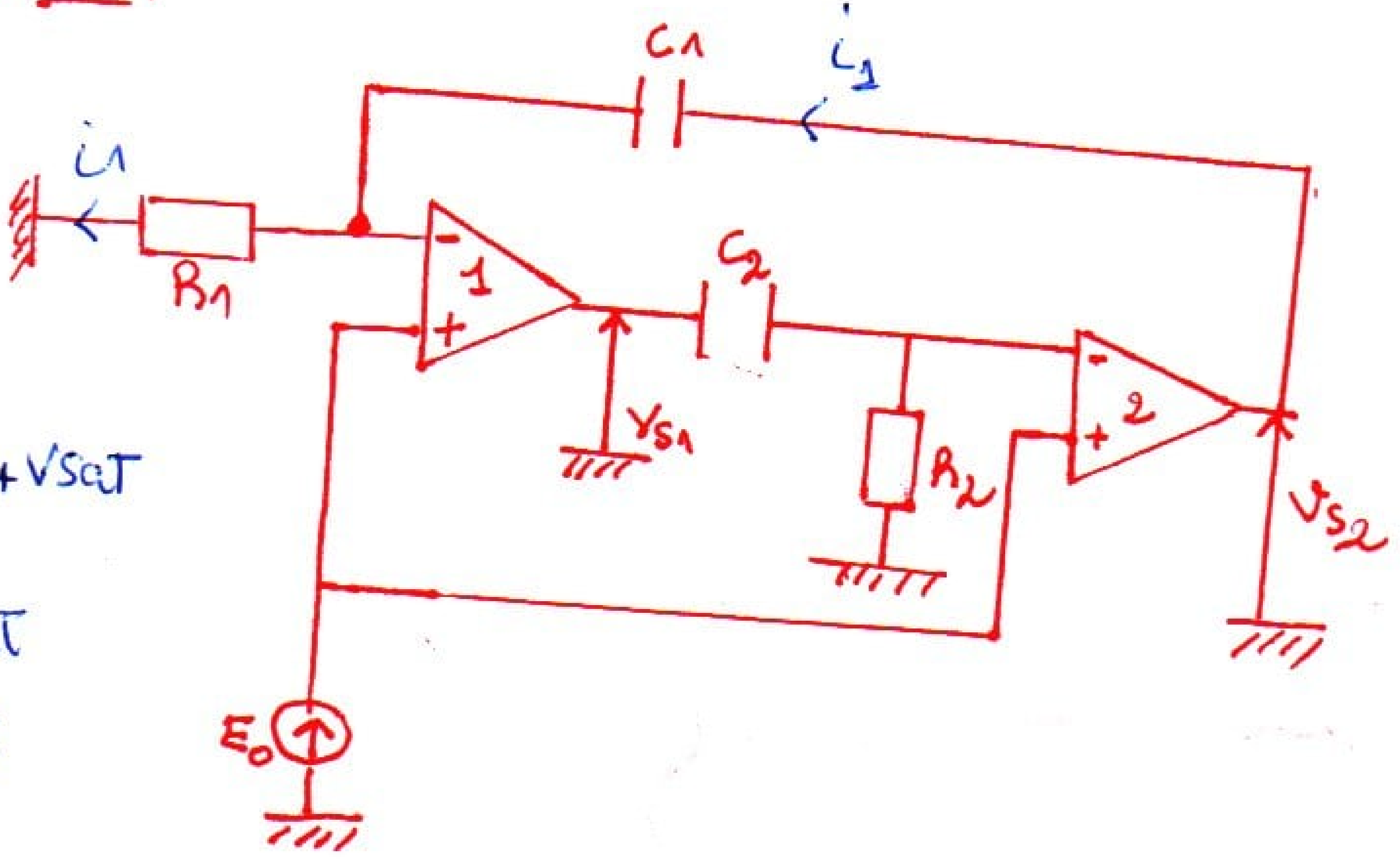
$v_{saT} = 12,6\,V$

$t=0 \quad (q_1 = q_2 = 0)$

$V_{S_2} = -V_{S_1} = +V_{saT}$

$V_{S_2} = +V_{saT}$

$V_{S_1} = -V_{saT}$



1.a/ Lois d'évolution $v_1^-(t)$, $v_2^-(t)$ dans $0 \leq t \leq t_1$

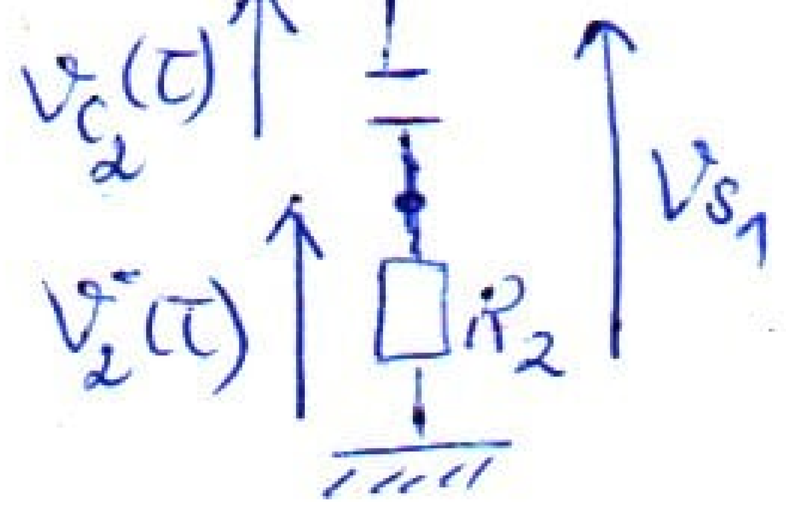
- $V_{S_2}(t) - v_1^-(t) = v_{C_1}(t) \Rightarrow v_1^-(t) = V_{S_2}(t) - V_{C_1}(t)$

Or $V_{C_1}(t) = v_\infty + (v_0 - v_\infty)e^{-t/R_1C_1}$; $\begin{cases} v_0 = 0 & \text{condensateur déchargé} \\ v_\infty = v_{saT} \end{cases}$

$\Rightarrow V_{C_1}(t) = v_{saT} + (0 - V_{saT})\, e^{-t/R_1C_1}$

$\Rightarrow V_{C_1}(t) = v_{saT}\left(1 - e^{-t/R_1C_1}\right)$

$\Rightarrow \boxed{v_1^-(t) = v_{saT}\, e^{-t/R_1C_1}} \quad -(1)$



- $v_{S_1}(t) = v_2^-(t) + v_{C_2}(t)$

$\Rightarrow v_2^-(t) = v_{S_1}(t) - v_{C_2}(t)$

$v_{C_2}(t) = v_\infty + (v_0 - v_\infty)\, e^{-t/R_2C_2}$ $\quad \begin{cases} v_0 = 0 & \text{(condensateur déchargé)} \\ v_\infty = -v_{saT} \end{cases}$

$v_{C_2}(t) = -v_{saT} + (0 + v_{saT})\, e^{-t/R_2C_2}$

$v_{C_2}(t) = v_{saT}\left(e^{-t/R_2C_2} - 1\right)$

$$\Rightarrow \boxed{v_2^-(t) = -V_{sat}\, e^{-t/R_2C_2}} \quad —(2)$$

1.b/ L'instant t_1 de basculement de l'AOP 1

à $t_1 \Rightarrow \varepsilon(t_1) = 0 \Rightarrow v_1^-(t_1) = v_1^+(t_1)$

$$\Rightarrow V_{sat}\, e^{-t_1/R_1C_1} = E_0$$

$$\Rightarrow e^{-t_1/R_1C_1} = \frac{E_0}{V_{sat}}$$

$$\Rightarrow \boxed{t_1 = R_1C_1 \ln \frac{V_{sat}}{E_0}} \quad —(3)$$

1.c/ Les tensions des noeuds N_2 et N_1 à l'instant t_1^+

à t_1^+ on a $V_{S_1}(t_1^+) = +V_{sat}$

$$v_2^-(t_1^+) = v_{S_1}(t_1^+) - V_{C_2}(t_1^+) = v_{S_1}(t_1^+) - \underline{V_{C_2}(t_1)}$$

$\boxed{V_{C_2}(t_1^+) = V_{C_2}(t_1^-) = V_{C_2}(t)}$: continuité de la charge pendant le basculement aux bornes de la capacité C_2 $\quad t_1 = t_1^+ = t_1^-$

$$\Rightarrow v_2^-(t_1^+) = V_{sat} - V_{sat}\left(e^{-t_1/R_2C_2} - 1\right)$$

$$\boxed{v_2^-(t_1^+) = 2V_{sat} - V_{sat}\, e^{-t_1/R_2C_2}}$$

$$v_2^-(t_1^+) = 2V_{sat} - V_{sat}\, e^{-\frac{R_1C_1 \ln \frac{V_{sat}}{E_0}}{R_2C_2}}$$

$$= 2V_{sat} - V_{sat}\left[e^{\ln \frac{E_0}{V_{sat}}}\right]^{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}$$

$$\boxed{v_2^-(t_1^+) = V_{sat}\left[2 - \left(\frac{E_0}{V_{sat}}\right)^{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right]}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_2^-(\tau) = -V_{sat}\, e^{-\tau/R_2C_2}} \quad —(2)$$

1.b/ L'instant τ_1 de basculement de l'AOP 1

à $\tau_1 \Rightarrow \varepsilon(t_1) = 0 \quad \Rightarrow V_1^-(\tau_1) = V_1^+(\tau_1)$

$$\Rightarrow V_{sat}\, e^{-\tau_1/R_1C_1} = E_0$$

$$\Rightarrow e^{-\tau_1/R_1C_1} = \frac{E_0}{V_{sat}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tau_1 = R_1C_1 \ln \frac{V_{sat}}{E_0}} \quad —(3)$$

1.c/ Les tensions des noeuds N_2 et N_1 à l'instant τ_1^+

à τ_1^+ on a $V_{S_1}(\tau_1^+) = +V_{sat}$

$$V_2^-(\tau_1^+) = V_{S_1}(\tau_1^+) - V_{C_2}(\tau_1^+) = V_{S_1}(\tau_1^+) - \underline{V_{C_2}(\tau_1)}$$

$\boxed{V_{C_2}(\tau_1^+) = V_{C_2}(\tau_1^-) = V_{C_2}(\tau)}$: continuité de la charge pendant le basculement aux bornes de la capacité C_2 $\quad \tau_1 = \tau_1^+ = \tau_1^-$

$$\Rightarrow V_2^-(\tau_1^+) = V_{sat} - V_{sat}\left(e^{-\tau_1/R_2C_2} - 1\right)$$

$$\boxed{V_2^-(\tau_1^+) = 2V_{sat} - V_{sat}\, e^{-\tau_1/R_2C_2}}$$

$$V_2^-(\tau_1^+) = 2V_{sat} - V_{sat}\, e^{-\frac{R_1C_1 \ln \frac{V_{sat}}{E_0}}{R_2C_2}}$$

$$= 2V_{sat} - V_{sat}\left[e^{\ln \frac{E_0}{V_{sat}}}\right]^{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}$$

$$\boxed{V_2^-(\tau_1^+) = V_{sat}\left[2 - \left(\frac{E_0}{V_{sat}}\right)^{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right]}$$

Fiche TD N°4

Exercice N° 4 (Suite)

- Exprimons la continuité de la tension aux bornes du condensateur C_1 au cour du basculement des AOs à l'instant t_1

$$V_{S_2}(t_1^-) - V_1^-(t_1^-) = V_{S_2}(t_1^+) - V_1^-(t_1^+)$$

$$V_{sat} - E_0 = -V_{sat} - V_1^-(t_1^+)$$

$$\boxed{V_1^-(t_1^+) = E_0 - 2V_{sat} < 0} \quad \text{--}(5)$$

Justification de basculement de l'AOP1

$\varepsilon_1 = E_0 - E_0 + 2V_{sat} > 0 \Rightarrow V_{S_1} = V_{sat}$ basculement de AOP1 de $-V_{sat}$ à $+V_{sat}$

- La tension differentielle ε_2 de l'AOP2 étant initialement positive car ($V_{S_2} = +V_{sat}$ si $t < t_1$)
à l'instant t_1^+ juste après le basculement de l'AOP1 elle devient négative car en effet

$$\varepsilon_2(t_1^+) = V_2^+(t_1^+) - V_2^-(t_1^+) = E_0 - 2V_{sat} + \underbrace{V_{sat}\left(\frac{E_0}{V_{sat}}\right)^{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}}_{< V_{sat} \text{ car } \frac{E_0}{V_{sat}} < V_{sat}}$$

donc $\varepsilon_2(t_1^+) < 0 \Rightarrow$ AOP2 bascule à l'instant t_1^+ de $V_{S_2} = +V_{sat}$ à $V_{S_2} = -V_{sat}$.

1.d/ $R_1 = 1K\Omega$, $R_2 = 2K\Omega$; $C_1 = 0,1\,\mu F$; $C_2 = 0,2\,\mu F$; $E_0 = 11$

τ_1 ?

$$\tau_1 = R_1 C_1 \ln \frac{V_{sat}}{E_0} = 13,6\,\mu s \; ; \; R_1 C_1 = R_2 C_2 / 4 = 1/4$$

$$V_1^-(\tau_1^+) = -14,2$$

$$V_2^-(\tau_1^+) = 12,6\left[2 - \left(\frac{11}{12,6}\right)^{1/4}\right] = 13,0\,V$$

2. A l'instant τ_2 ; $V_{S_2} = +V_{sat}$

2.a/ Les nouvelles lois d'évolution $V_1^-(\tau)$, $V_2^-(t)$ dans l'intervalle de temps $\tau_1 \leq \tau < \tau_2$

Puisque le même courant circule dans R_1 et C_1 (car $i_1^- = 0$)

donc $i_1 = \frac{V_1^-}{R_1} = \frac{dq_1}{d\tau} = C_1 \frac{d(V_{S_2} - V_1^-)}{d\tau} = -C_1 \frac{dV^-}{d\tau}$ ($V_{S_2} = cte$)

$$\Rightarrow \frac{dV_1^-}{d\tau} + \frac{V_1^-}{R_1 C_1} = 0$$

$$\Rightarrow V_1^-(\tau) = V_0\, e^{-(\tau - \tau_1)/R_1 C_1}$$

$V_0 = V_1^-(\tau_1^+)$ constante d'intégration dépend des conditions initiale

d'où la nouvelle loi d'évolution d'après (5)

$$\boxed{V_1^-(\tau) = (E_0 - 2V_{sat})\, e^{-(\tau - \tau_1)/R_1 C_1} = V_{sat}\left(1 - 2\frac{V_{sat}}{E_0}\right) e^{-\tau/R_1 C_1}}$$

Fiche TD N°4

Exercice N°4 (suite)

De même, l'équation

$$v_2^-(t) = v_2^-(t_1^+)\, e^{-\frac{t-t_1}{R_2C_2}}$$

$$\boxed{v_2^-(t) = v_{sat}\left[2 - \left(\frac{E_0}{V_{sat}}\right)^{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}}\right] e^{-\frac{t-t_1}{R_2C_2}} = V_{sat}\left[2\left(\frac{V_{sat}}{E_0}\right)^{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}} - 1\right] e^{-t/R_2C_2}}$$

2.b/ Le basculement de l'AO(2) se produit à l'instant t_2 où la tension différentielle s'annule

$$\varepsilon_2(t_2) = v_2^+(t_2) - v_2^-(t_2) = 0$$

$$\Rightarrow v_2^+(t_2) = v_2^-(t_2)$$

$$\Rightarrow v_{sat}\left[2\left(\frac{V_{sat}}{E_0}\right)^{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}} - 1\right] e^{-t_2/R_2C_2} = E_0$$

$$\boxed{t_2 = R_2C_2 \ln\left[\frac{v_{sat}}{E_0}\left[2\left(\frac{V_{sat}}{E_0}\right)^{\frac{R_1C_1}{R_2C_2}} - 1\right]\right]}$$

Application numérique $t_2 = 81,0\,\mu s$

3.a/ $R_1 = R_2 = R = 2\,k\Omega$

$C_1 = C_2 = C = 0,1\,\mu F$

pour $R_1C_1 = R_2C_2 = RC$

Les instants t_1 et t_2 deviennent

$$t_1 = RC \ln\left(V_{sat}/E_0\right)$$

$$t_2 = RC \ln\left(\left(\frac{2V_{sat}}{E_0} - 1\right)\left(\frac{V_{sat}}{E_0}\right)\right).$$

Puisque les deux AOPs échangent leurs rôle à chaque demi-période ; celle-ci vaut donc $\tau_2-\tau_1$.

La période de cet oscillateur est donc

$$T=\frac{1}{f}=2(\tau_2-\tau_1) \Rightarrow f=\frac{1}{T}=\frac{1}{2(\tau_2-\tau_1)}$$

$$\tau_2-\tau_1 = RC\ln\left[\left(\frac{2V_{saT}}{E_0}-1\right)\left(\frac{V_{saT}}{E_0}\right)\right]-RC\ln\frac{V_{saT}}{E_0}$$

$$= RC\ln\left(\left(\frac{2V_{saT}}{E_0}-1\right)\right)+RC\ln\left(\frac{V_{saT}}{E_0}\right)-RC\ln\left(\frac{V_{saT}}{E_0}\right)$$

$$\tau_2-\tau_1 = RC\ln\left(\frac{2V_{saT}}{E_0}-1\right)$$

$$\boxed{f=\frac{1}{2RC\ln\left(\frac{2V_{saT}}{E_0}-1\right)}}$$

Application numérique

$$\ln\left(\frac{2V_{saT}}{E_0}-1\right)=\frac{1}{2RCf} \Rightarrow \frac{2V_{saT}}{E_0}-1=e^{1/2RCf}$$

$$\Rightarrow \frac{2V_{saT}}{E_0}=e^{1/2RCf}+1 \Rightarrow \boxed{E_0=\frac{2V_{sat}}{1+e^{1/2RCf}}=10{,}0V}$$

On obtient pour $R_1=R_2=R$

$\tau_1=46\,\mu s$, $\tau_2=129{,}3\,\mu s$.

Fiche TD N° 4

Exercice N° 4 (Suite)

On a représenté les graphes $v_2^-(t)$ et $v_{s_2}(t)$ compte tenu des valeurs particulière

$v_2^-(t_1^-) = -E_0$ car $v_2^-(t_1) = -v_{sat}\, e^{-t_1/R_2C_2}$ d'après (2)

$v_2^-(t_1^+) = 2v_{sat} - E_0$ d'après (4)

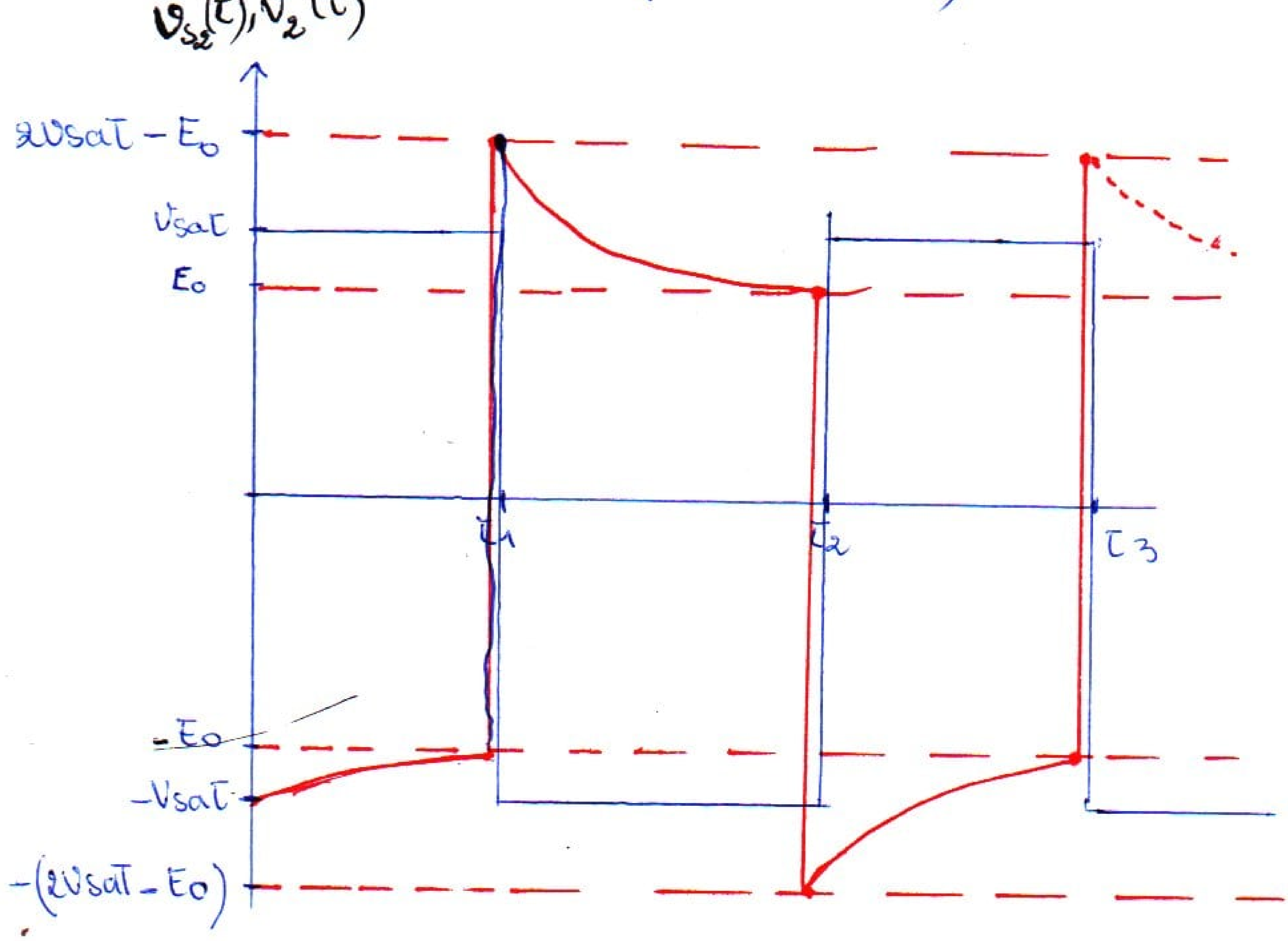
$v_2^-(t_2^-) = E_0$ d'après (7)

$v_2^-(t_2^+) = -(2v_{sat} - E_0)$ d'après la continuité de la tension aux bornes de C_2 à l'instant t_2

$$v_2^-(t_2^-) - v_{s_1}(t_2^-) = v_2^-(t_2^+) - v_{s_1}(t_2^+)$$

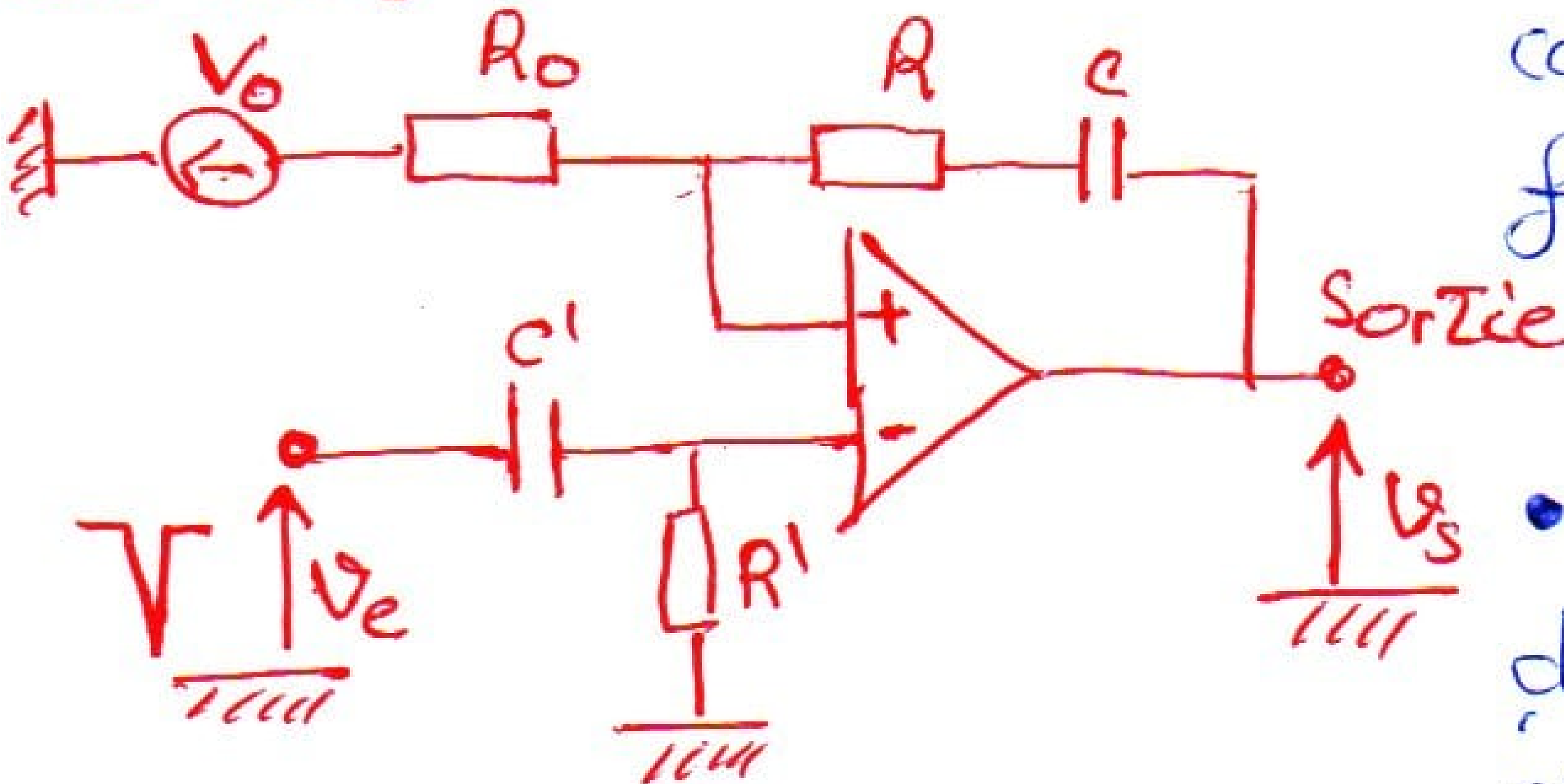
$$E_0 - v_{sat} = v_2^-(t_2^+) + v_{sat}$$

donc $v_2^-(t_2^+) = -(2v_{sat} - E_0)$



Fiche TD N°4

Exercice N°5



- La capacité C' est une capacité de filtrage filtre $R'C'$.

- V_e est une bref impulsion de qlq micro secondes. Elle ne dure pas longtempt pour permetre la charge et la déchage de C' $\Rightarrow V_C' = 0$.

- $V_e = 0$

  $V^- = 0$

  $V^+ = -V_0$

- à l'instant $t=0$ on applique une impulsion.

  $V_e < 0 \quad , \quad |V_e| > V_0$

1.a/ La charge $q(0)$ du condensateur de capacité C avant d'appliquer l'impulsion.

$$V_e = 0 \Rightarrow \varepsilon = V^+ - V^- = (-V_0) - 0 = -V_0 < 0 \Rightarrow V_s = -V_{saT}$$

on à

$$q = C\,(V_s - V^+) \quad ; \quad V^+ = -V_0$$
$$V_s = -V_{saT}$$

donc $q(0) = C(-V_{saT} + V_0)$

$$\Rightarrow \boxed{q(0) = -C\,(V_{saT} - V_0)}$$

donc le condensateur est chargé en régime permanant à $t=0$ avant l'application de l'impulsion. Il à été chargé en imposant un courant nul dans les résistances.

1.b/ La loi d'évolution au cours du temps de la charge $q(t)$ du condensateur C ;

à l'application de l'impulsion => basculement.

car : $\varepsilon = v^+ - v^- = (-v_0) - (-A) = A - v_0 > 0$

impulsion négative d'amplitude A $(A > v_0)$

$v_S = +v_{sat}$

$q(t) = C\,v_c(t)$

$v_c(t) = v_\infty + (v_0 - v_\infty)\, e^{-t/(R+R_0)C}$

$v_\infty = v_{sat} + v_0$

$v_0 = v_0 - v_{sat}$

$\Rightarrow v_c(t) = v_{sat} + v_0 + (v_0 - v_{sat} - v_{sat} - v_0)\, e^{-t/(R+R_0)C}$

$\Rightarrow v_c(t) = v_{sat} + v_0 - 2v_{sat}\, e^{-t/(R+R_0)C}$

$\Rightarrow v_c(t) = v_0 + v_{sat}\left[1 - 2e^{-t/(R+R_0)C}\right]$

donc $q(t) = C\left[v_0 + v_{sat}\left[1 - 2e^{-t/(R+R_0)C}\right]\right]$

1.c/ La loi d'évolution $v^+(t)$

$v^+(t) - (-v_0) = R_0 i \Rightarrow v^+(t) = R_0 i - v_0$

$i = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{-2C\,v_{sat}}{-(R+R_0)C}\, e^{-t/(R+R_0)C} = \dfrac{2v_{sat}}{R+R_0}\, e^{-t/(R+R_0)C}$

Fiche TD N° 4

Exercice N°5 (Suite)

donc $\boxed{v^+(t) = \frac{2R_0}{R+R_0} V_{sat}\, e^{-t/(R+R_0)C} - v_0}$

2. La durée θ du créneau délivré par le monovibrateur.

Le créneau $v_s = +V_{sat}$ engendré à la sortie par l'impulsion durera jusqu'à $t = \theta$ pour lequel le basculement à $-V_{sat}$ se produira

donc à l'instant $t = \theta \Rightarrow \varepsilon = v^+(\theta) - v^-(\theta) = 0$

$v^-(\theta) = 0$ car l'impulsion n'existe plus.

$$\Rightarrow v^+(\theta) = 0 \Rightarrow \frac{2R_0}{R+R_0} V_{sat}\, e^{-\theta/(R+R_0)C} - v_0 = 0$$

$$\Rightarrow e^{-\theta/(R+R_0)C} = \frac{v_0 (R+R_0)}{2R_0 V_{sat}}$$

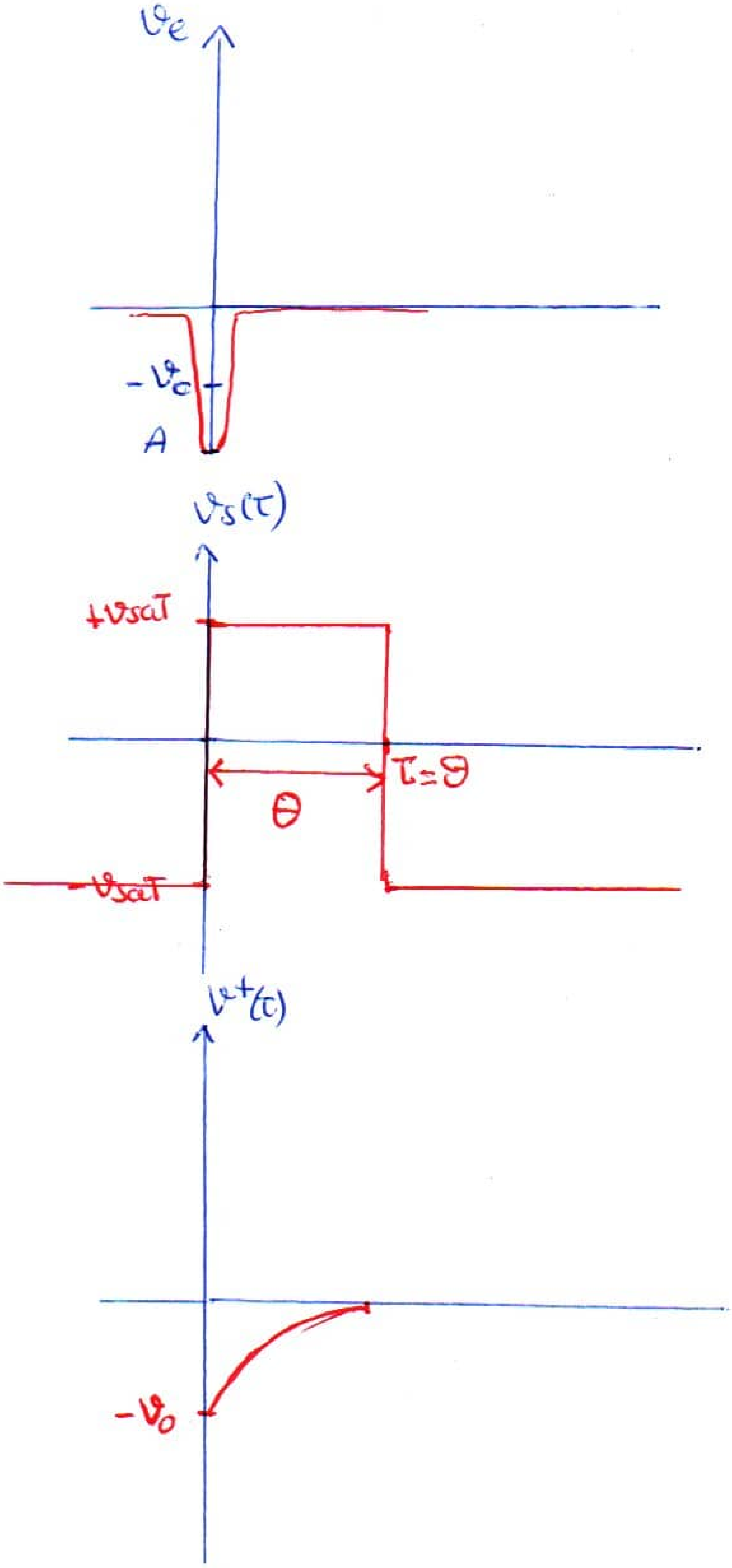
$$\Rightarrow \boxed{\theta = (R+R_0)C \ln\left[\frac{R_0}{R+R_0} \frac{2V_{sat}}{v_0}\right]}$$

Application numérique :

$V_{sat} = 13V$, $v_0 = 5V$, $R_0 = 400\Omega$, $R = 1200\Omega$, $C = 0{,}1\mu F$

$\theta = 1600 \cdot 10^{-7} \ln(1{,}3) \Rightarrow \boxed{\theta = 42\,\mu s}$

3.



Fiche TD N° 4

Exercice N° 5 (suite) :

4.a

fonctionnement normal du monovibrateur

$\theta > 0$

$$\theta = (R+R_0)C \ln\left[\frac{R_0}{R+R_0}\,\frac{2v_{sat}}{v_0}\right] > 0$$

$$\Rightarrow \frac{R_0}{R+R_0}\,\frac{2v_{sat}}{v_0} > 1 \Rightarrow \boxed{v_0 < 2v_{sat}\frac{R_0}{R+R_0}}$$

La valeur maximal de référence v_0 doit donc être

$$v_{0\,max} = 2v_{sat}\frac{R_0}{R+R_0} - \varepsilon = 6{,}5 - \varepsilon = 5{,}5V \qquad \varepsilon \to 0$$

4.b

$$i = \frac{2v_{sat}}{R+R_0}\,e^{-t/(R+R_0)C}$$

à $t=0 \Rightarrow i_{max} = \dfrac{2v_{sat}}{R+R_0}$

le courant i maximal doit être inférieur au courant limite $20mA$

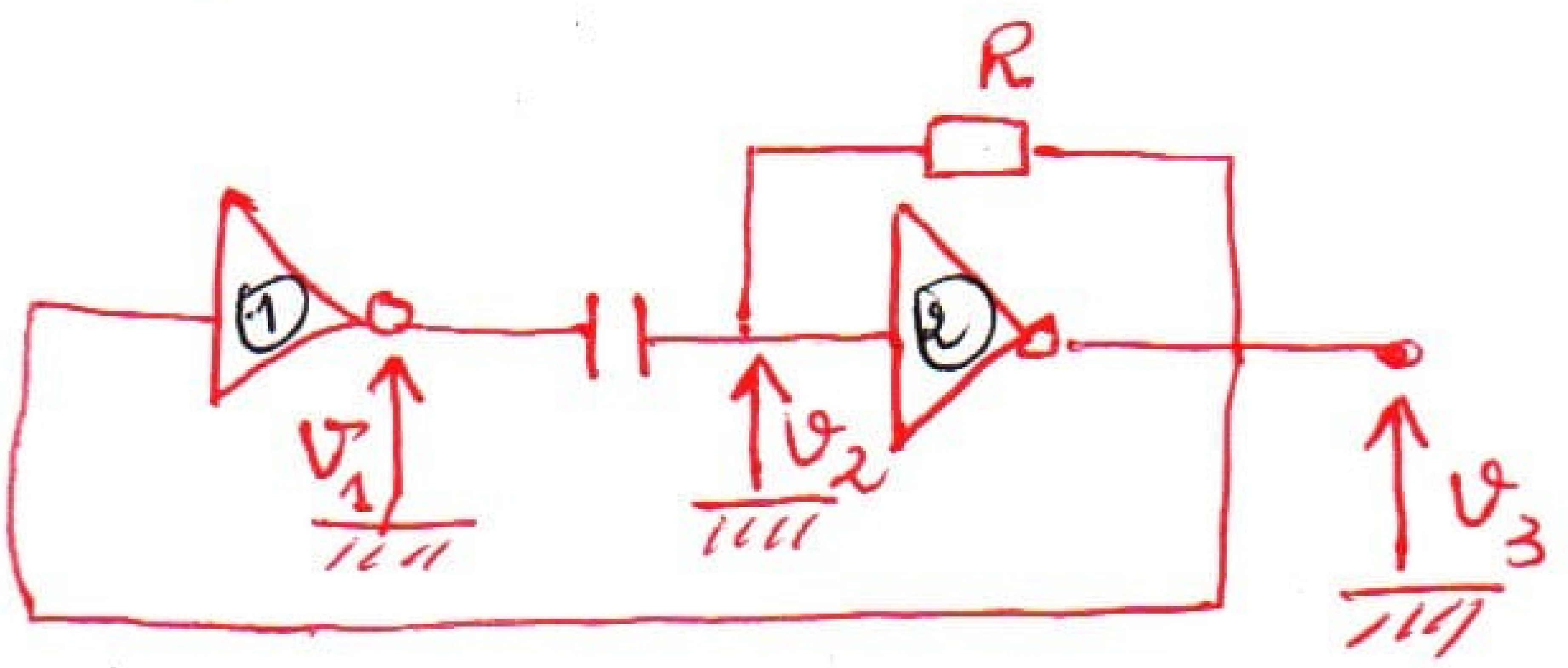
$$\Rightarrow \frac{2v_{sat}}{R+R_0} \leq 20.10^{-3} \Rightarrow R+R_0 \geq \frac{2v_{sat}}{20.10^{-3}}$$

donc $(R+R_0)_{minimal} = \dfrac{2v_{sat}}{20}.10^3$

AN : $\boxed{(R+R_0)_{min} = 1300 K\Omega}$

Fiche TD N° 4

Exercice N° 6

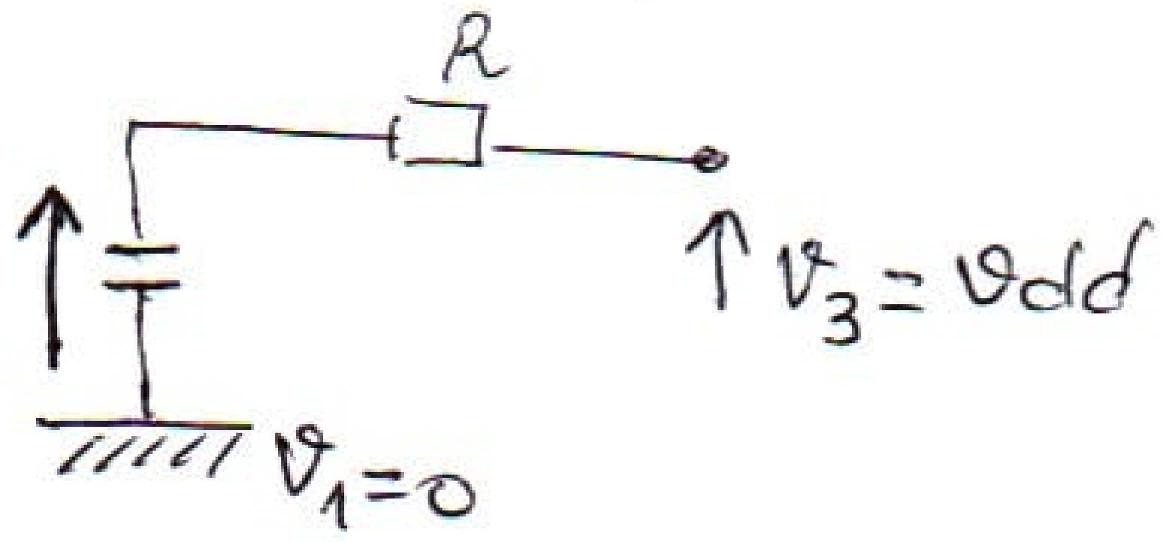


$V_c = V_2 - V_1$

$t = 0$ $\quad V_c = 0$ (condensateur déchargé

$V_1 = V_2 = 0$; $V_3 = V_{dd}$

1./ Loi d'évolution $V_c(t)$



C se charge à travers R jusqu'à normalement V_{dd}

selon la loi $V_c(t) = V_{dd} + (0 - V_{dd})\, e^{-t/RC}$

$$\boxed{V_c(t) = V_{dd}\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

$V_2(t) = V_c(t)$ (car $V_1(t) = 0$)

donc $\boxed{V_2(t) = V_{dd}\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$

2. Valeur de V_2 pour que les tensions V_3 et V_1 basculent

Il y a basculement de la porte (2) quand $V_2 = \frac{V_{dd}}{2}$

3. Au moment de basculement $V_c(t) = \frac{V_{dd}}{2}$

4. Lors du basculement

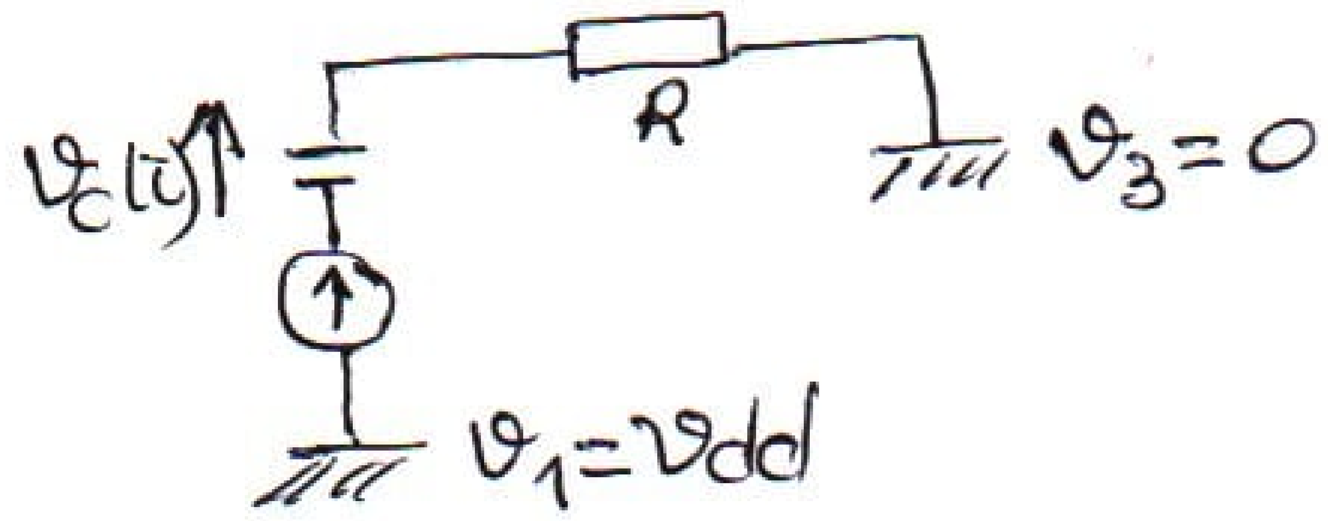
V_3 passe de Vdd à 0

V_1 passe de 0 à Vdd

$$V_c = V_2 - V_1 \Rightarrow V_2 = V_c + V_1 = \frac{Vdd}{2} + Vdd = \frac{3Vdd}{2}$$

V_2 passe de $\frac{Vdd}{2}$ à $\frac{3Vdd}{2}$

5. Aprés le basculement



Le condensateur essaye d'établir l'équilibre

$V_c(t)$ se décharge jusqu'a $-Vdd$

$$V_c(t) = -Vdd + \left(\frac{Vdd}{2} + Vdd\right) e^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_c(t) = -Vdd + \frac{3}{2} Vdd\, e^{-t/RC}}$$

$$V_2(t) = V_c(t) + V_1(t)$$

$$= -Vdd + \frac{3}{2} Vdd\, e^{-t/RC} + Vdd$$

$$\boxed{V_2(t) = \frac{3}{2} Vdd\, e^{-t/RC}}$$

6. Il y aura un nouveau basculement quand $V_2(t)$ sera de nouveau égale à $\frac{Vdd}{2}$ à l'instant $t = t_0$

$$\Rightarrow V_2(t_0) = \frac{3}{2} Vdd\, e^{-t_0/RC} = \frac{Vdd}{2}$$

$$\Rightarrow e^{-t_0/RC} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{t_0 = RC\ln 3 = 1{,}1RC}$$

Fiche TD N° 4

Exercice N° 6 (Suite)

7./ Les discontinuité lors du basculement subies par v_1, v_2 et v_3

V_3 passe de 0 à Vdd

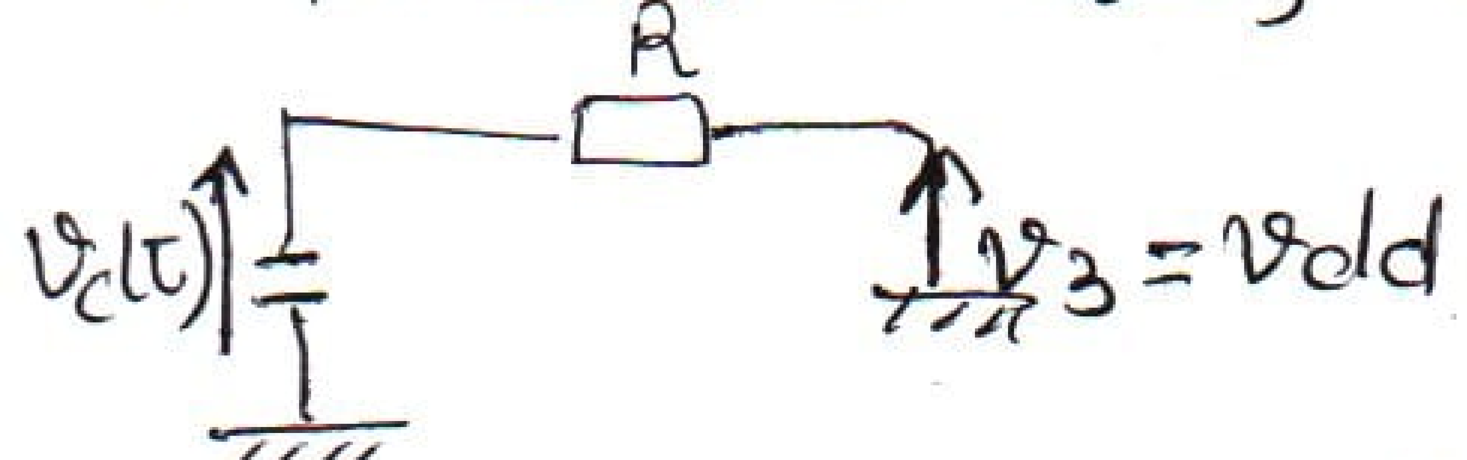
V_1 passe de Vdd à 0

$V_2 = V_C(t) + v_1 = -\frac{Vdd}{2} + 0 = -\frac{Vdd}{2}$

car $V_C(t_0) = -Vdd + \frac{3}{2} Vdd\, e^{-\frac{RC\ln 3}{RC}} = -Vdd + \frac{3}{2} Vdd\, e^{\ln\frac{1}{3}}$

$= -Vdd + \frac{Vdd}{2} = -\frac{Vdd}{2}$

8./ L'évolution de $v_C(t)$ et $v_2(t)$ après ce basculement



C essaye d'établir l'équilibre à nouveau en se chargeant jusqu'à Vdd

donc

$V_C(t) = Vdd + \left(-\frac{Vdd}{2} - Vdd\right) e^{-t/RC}$

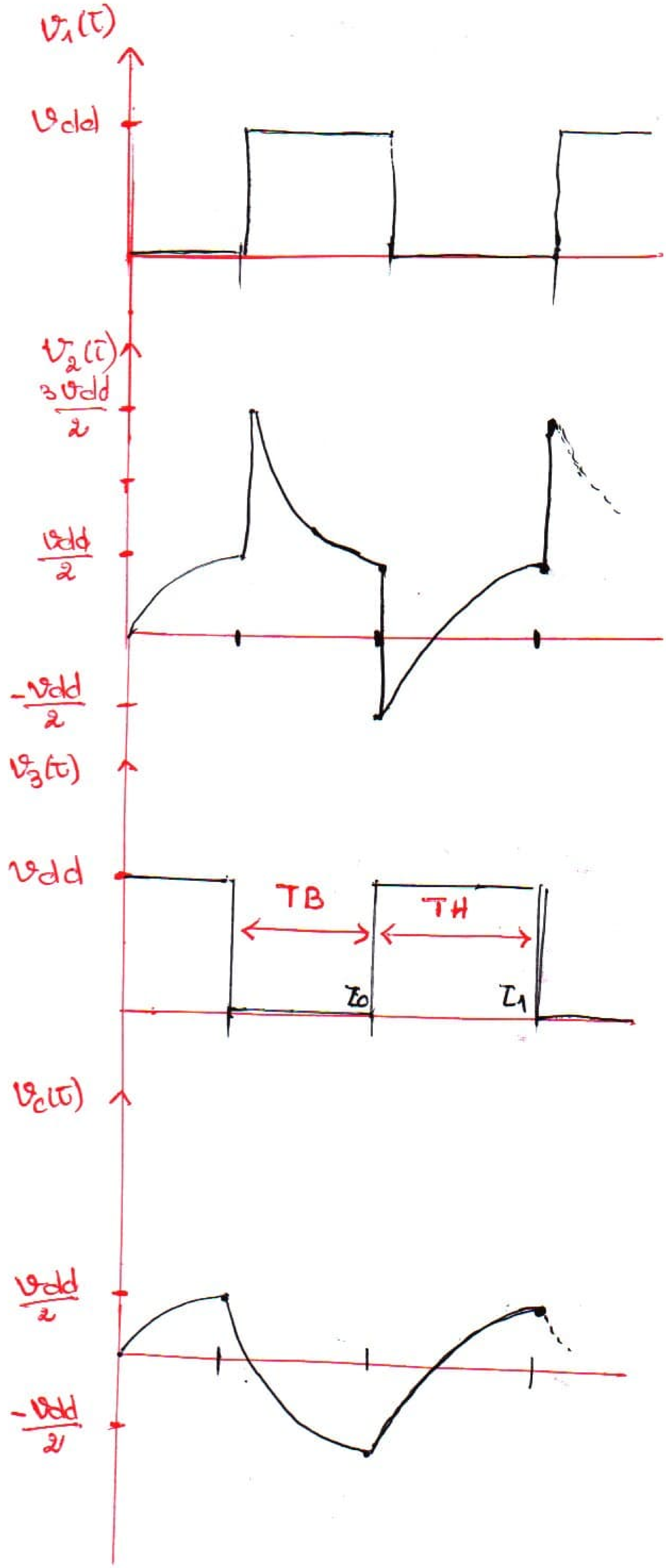
$= Vdd - \frac{3}{2} Vdd\, e^{-t/RC}$

$V_2(t) = V_C(t) + V_1(t)$; $V_1(t) = 0$

$\Rightarrow \boxed{V_2(t) = V_C(t) = Vdd - \frac{3}{2} Vdd\, e^{-t/RC}}$

Remarque

L'origine du Temps est décalée dans l'établissement des expressions des Tensions en fonction du Temps



$v_1(t)$
Vdd
$v_2(t)$
3Vdd/2
Vdd/2
-Vdd/2
$v_3(t)$
Vdd
TB
TH
t_0
t_1
$v_c(t)$
Vdd/2
-Vdd/2

Fiche TD N° 4

Exercice N° 6 (Suite)

La fonction réalisée par v_3 est astable.

$T_B = 1,1\,RC$ (calcule précedent du basculement

Calcule de T_H

à $t_0 \leq t \leq t_1$

$v_1(t) = 0 \Rightarrow v_C(t) = v_2(t)$

$$v_C(t) = Vdd + \left(-\frac{Vdd}{2} - Vdd\right) e^{-t/RC}$$

$$= Vdd - \frac{3}{2} Vdd\, e^{-t/RC}$$

à $t_1 = T_H$ $v_C(t_1) = \frac{Vdd}{2}$

$$\Rightarrow \quad Vdd - \frac{3Vdd}{2} e^{-T_H/RC} = \frac{Vdd}{2}$$

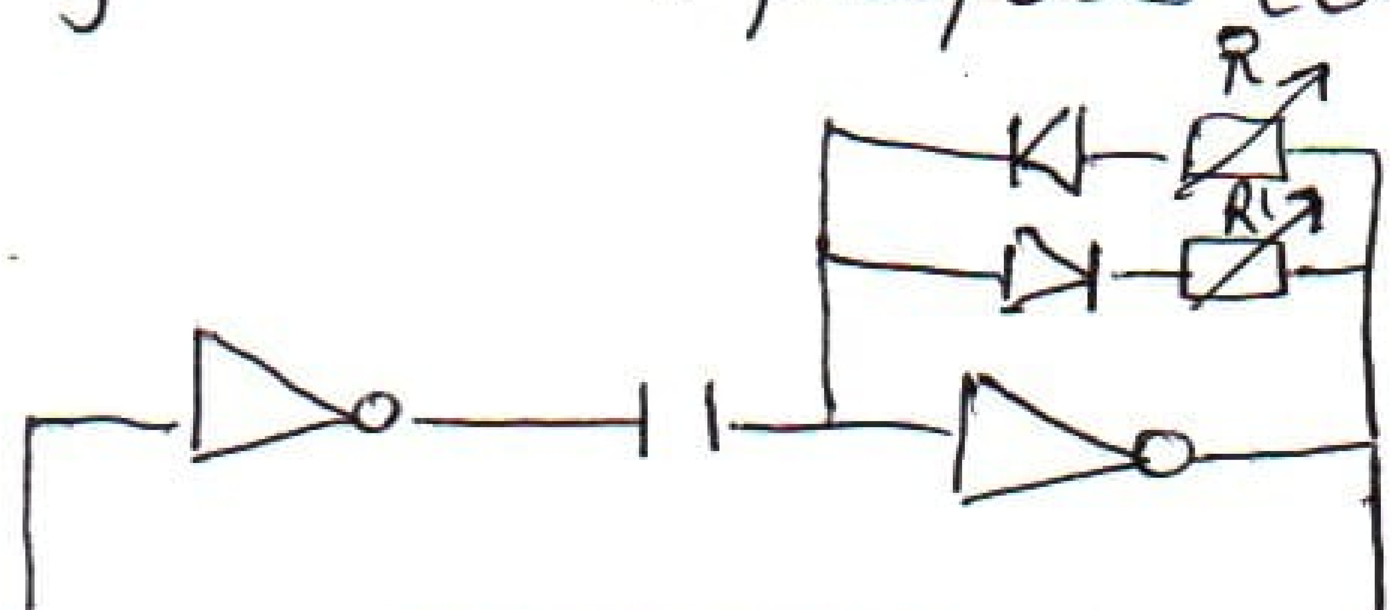
$$\Rightarrow T_H = RC\ln 3 = 1,1\,RC$$

$$T = T_H + T_B = 2,2\,RC$$

10/ rapport cyclique α de la Tension v_3

$$\alpha = \frac{T_H}{T} = \frac{T_B}{T} = 0,5$$

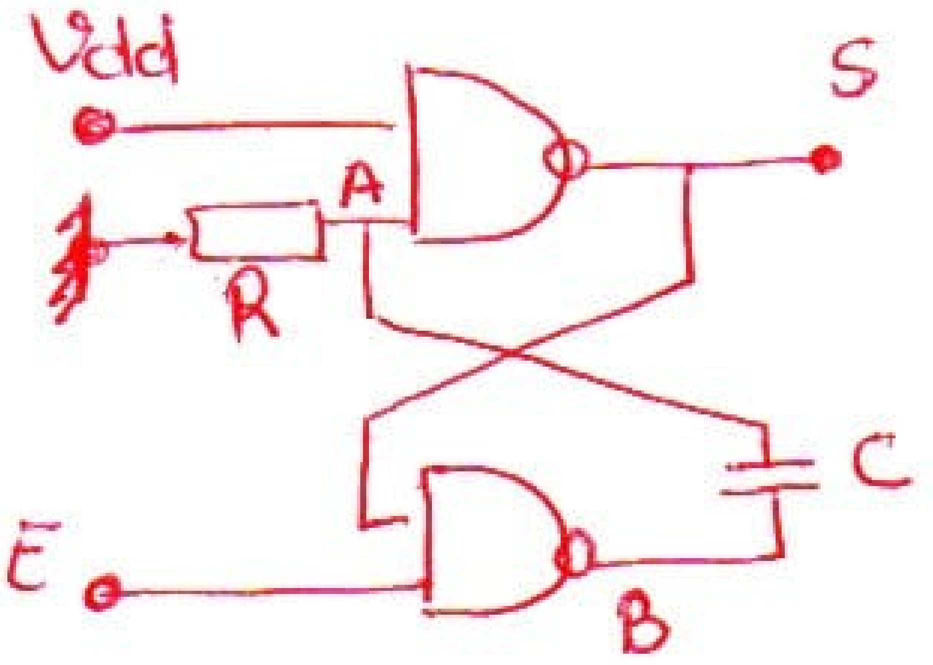
Pour modifier α on propose le montage suivant



Fiche TD N° 4

Exercice N° 7

à t = 0
E = 0
C déchargée



• L'état stable en sortie ?

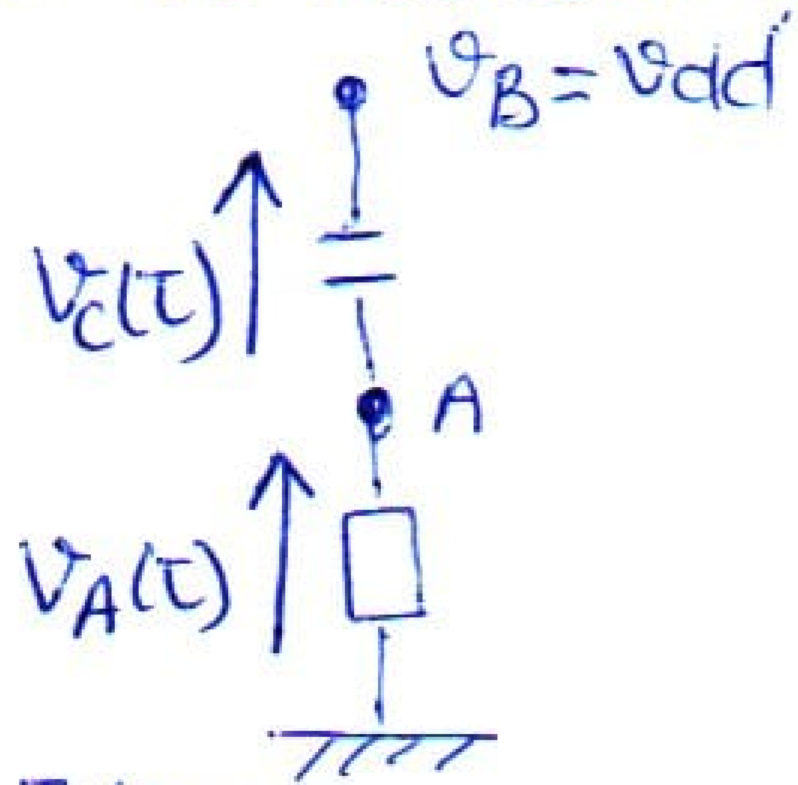
Raisonnement à partir de E

• E = 0 ⇒ B est au niveau haut (1) ∀ le niveau de S

on a la configuration suivante

C se charge normalement pour atteindre

Vdd



selon la loi $V_C(t) = Vdd + (0 - Vdd)\,e^{-t/RC}$

$$\Rightarrow \boxed{V_C(t) = Vdd\left(1 - e^{-t/RC}\right)}$$

$v_A = v_B - V_C(t) = Vdd\, e^{-t/RC}$

donc $v_A(t=0) = Vdd > \frac{Vdd}{2}$ donc v_A est au niveau haut

initialement ⇒ S est au niveau bas.

à $t = t_0 \Rightarrow v_A = \frac{Vdd}{2}$ ⇒ il y aura basculement de S

du niveau bas (0) au niveau haut (1)

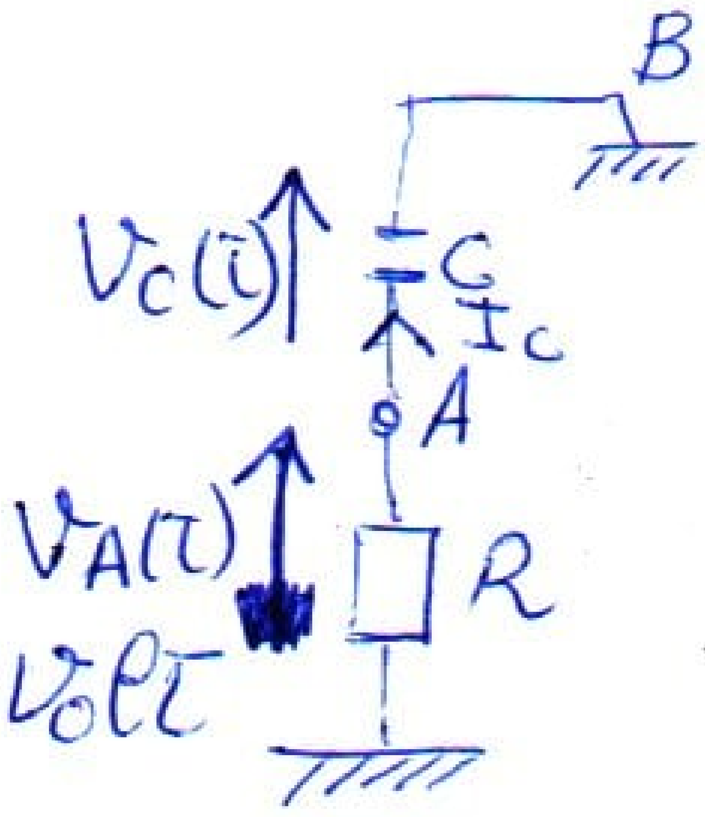
$t_0 = ?$ $\quad v_A(t_0) = Vdd\, e^{-t_0/RC} = \frac{Vdd}{2} \Rightarrow \boxed{t_0 = RC\ln 2 = 0{,}69RC}$

S reste au niveau haut $S=1$ Tant que $E=0$

- E passe au niveau haut (Vdd)

$$\begin{cases} E=1 \\ S=1 \end{cases} \Rightarrow V_B \text{ passe de Vdd à } 0$$

On aura la configuration suivante



c se décharge à travers R jusqu'à 0 Volt

$V_C(t) = 0 + (Vdd - 0)\,e^{-t/RC} = Vdd\,e^{-t/RC}$

$V_A(t) = -V_C(t) = -Vdd\,e^{-t/RC}$

$V_A(t)$ est négative ; $V_A(t) < \frac{Vdd}{2}$ donc il est considéré comme niveau bas $\Rightarrow V_A(t) = 0$

donc S reste au niveau haut $S=1 \Rightarrow$ le point B rest tjrs au niveau bas Tant que $E=1$

$(S=1 \;, B=0)$

- E repasse à 0 $\Rightarrow$ B passe à 1 $(V_B = Vdd)$

V_A passe à Vdd et le condensateur se charge pour atteindre Vdd à nouveau $\Rightarrow$ S passe à 0

il y aura basculement quand $V_A = \frac{Vdd}{2} \Rightarrow$ S passe à 1 et y reste tant que $E=0$

Fiche TD N° 4

Exercice 7 (suite) :

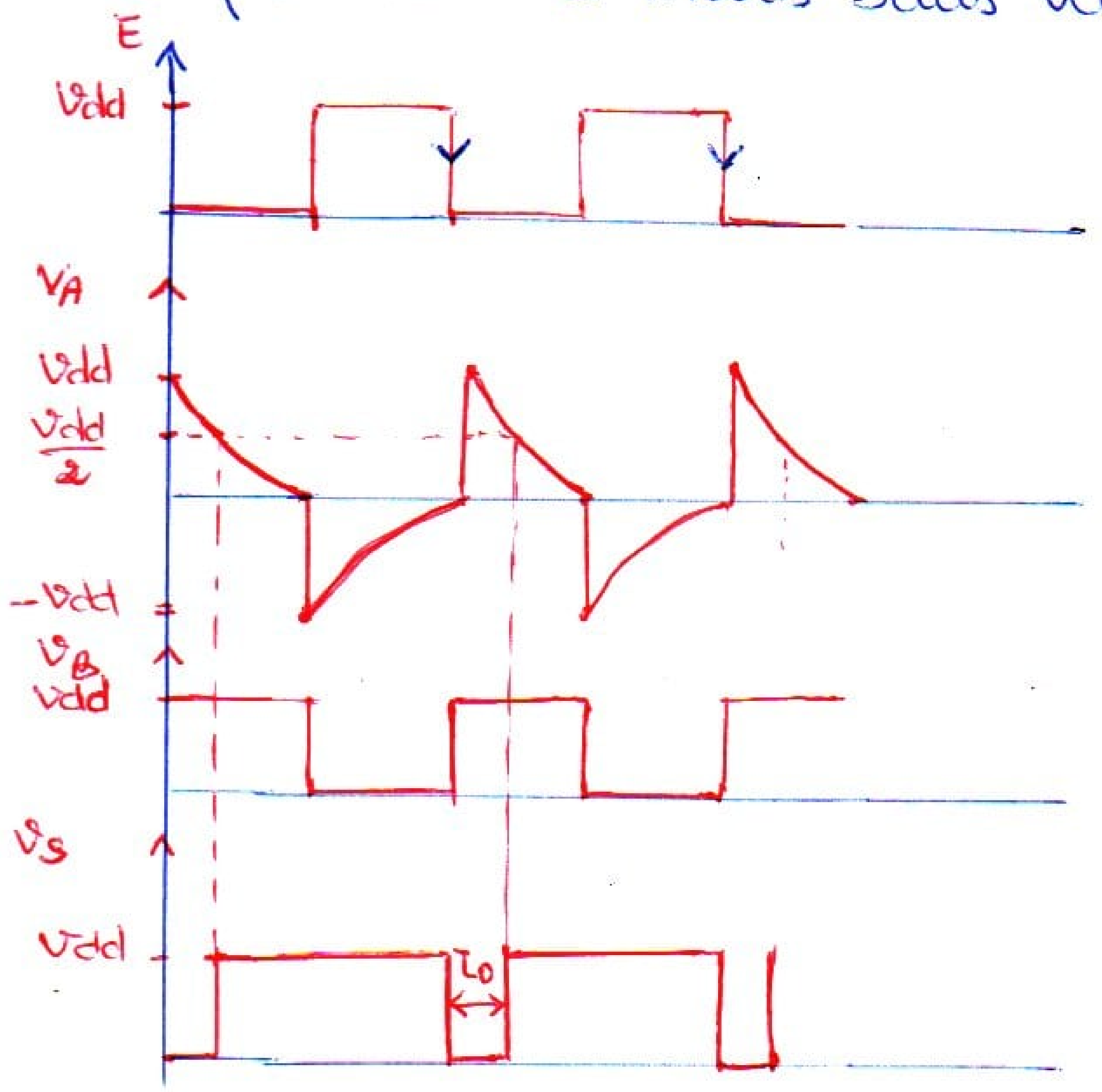
Conclusion :

S = 1 => état stable en sortie.

S = 0 => état astable de durée T_0.

On remarque que ∀ le signal au point E (0 ou 1) si ce signal est constant càd calé sur "1" ou "0", le potentiel au point A finit par revenir à "0" ($V_A < \frac{Vdd}{2}$) donc la sortie S finira par passer à "1" et y rester.

Alors l'état stable de S est "1" et ne dépend pas de la valeur E (0 ou Vdd mais sans varier)



- durée d'astable $T_0 = 0,69RC$
- Monostable de largeur d'impulsion "T_0" déclenché par un front descendent.

Fiche TD N° 4

Exercice No 8 :

- Condition initial $t = 0\,\mu s$

C déchargé

$V_C = 0 \Rightarrow V_6 = 0$, $V_2 = 0$ $\left(\begin{array}{l} V_6 = V_1^+ \text{ comparateur 1} \\ V_2 = V_2^- \text{ comparateur 2} \end{array}\right)$

$$\begin{array}{l} V_1^- = \frac{2}{3} V_{cc} \\ V_2^+ = \frac{1}{3} V_{cc} \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon_1 = -\frac{2}{3} V_{cc} < 0 \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{3} V_{cc} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R = 0 \\ S = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q = 1 \\ \overline{Q} = 0 \end{cases}$$

⇒ Transistor bloqué ⇒ collecteur du Transistor = circuit ouvert

⇒ Le condensateur se charge à travers $R_A + R_B$

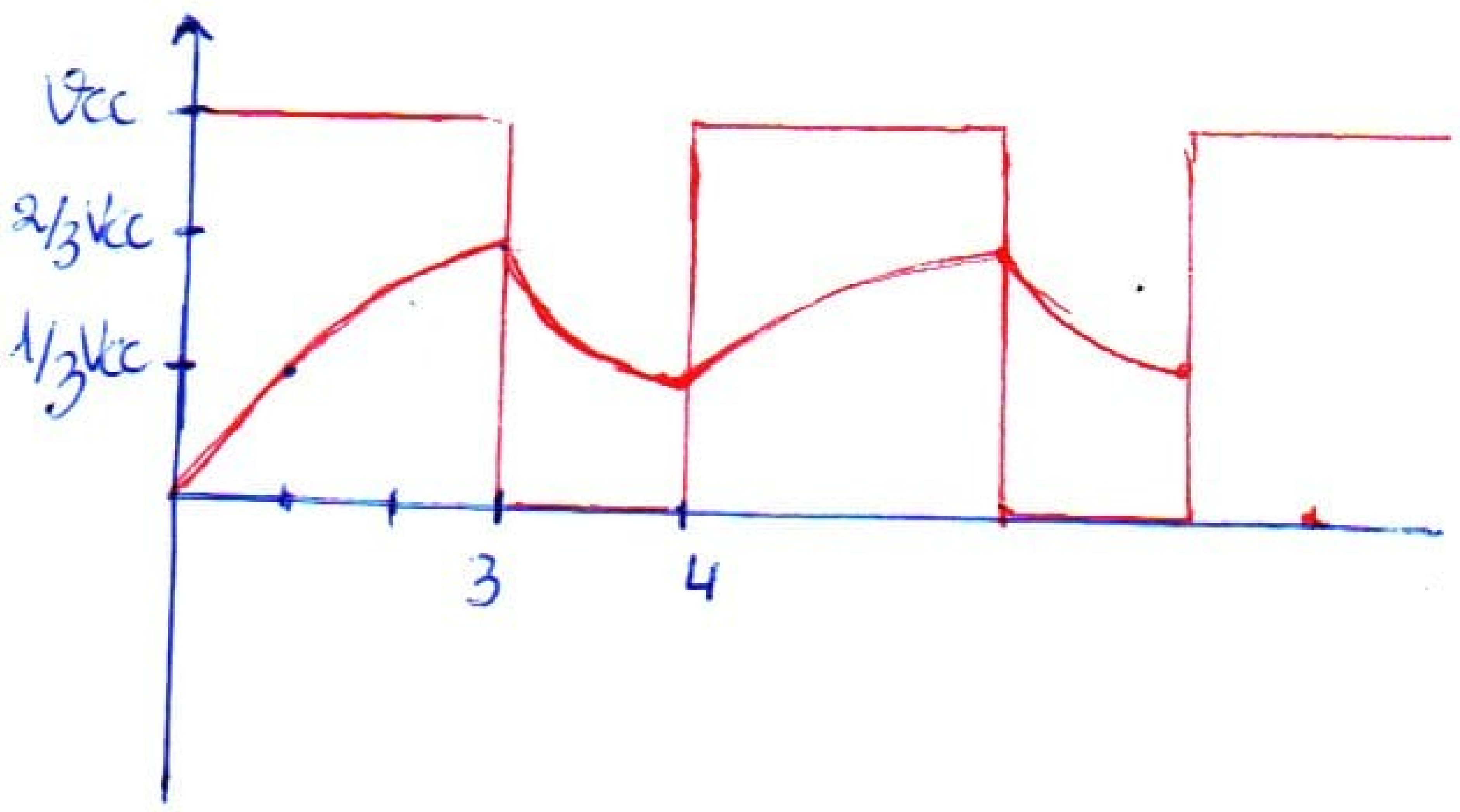
- $t = 3\,\mu s$

Le condensateur veut dépassé la tension $2/3\,V_{cc}$

⇒ Le comparateur 1 passe à 1 $\Rightarrow \begin{cases} R = 1 \\ S = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q = 0 \\ \overline{Q} = 1 \end{cases}$

Le transistor se sature est le condensateur va se déchargé à travers R_B.

- lorsque V_c veut aller au delà de $1/3\,V_{cc}$ le comparateur 2 passe à 1 $\Rightarrow \begin{cases} R = 0 \\ S = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Q = 1 \\ \overline{Q} = 0 \end{cases}$ ⇒ Le cycle recommence



- Charge du condensateur

$$V_c(t) = V_\infty + (V_0 - V_\infty)\, e^{-t/(R_A+R_b)C}$$

$$\begin{cases} V_\infty = V_{cc} \\ V_0 = 1/3\, V_{cc} \end{cases}$$

$$V_c(t) = V_{cc} + \left(\frac{1}{3} - V_{cc}\right) e^{-t/(R_A+R_B)C}$$

$$= V_{cc} - \frac{2}{3} V_{cc}\, e^{-t/(R_A+R_B)C}$$

$$\boxed{V_c(t) = V_{cc}\left(1 - \frac{2}{3} e^{-t/(R_A+R_B)C}\right)}$$

$$V_c(T_H) = \frac{2}{3} V_{cc} = V_{cc}\left(1 - \frac{2}{3}\, e^{-T_H/(R_A+R_B)C}\right)$$

$$T_H = (R_A+R_C)C\,Ln(2) \Rightarrow \boxed{T_H = 0{,}69\,(R_A+R_B)\,C}$$

- Décharge du condensateur

$$V_c(t) = V_\infty + (V_0 - V_\infty)\, e^{-t/R_bC}$$

$$\begin{cases} V_\infty = 0 \\ V_0 = 2/3\, V_{cc} \end{cases}$$

$$\boxed{V_c(t) = \frac{2}{3} V_{cc}\, e^{-t/R_bC}}$$

$$V_c(T_B) = \frac{1}{3} V_{cc} = \frac{2}{3} V_{cc}\, e^{-T_B/R_bC}$$

$$\Rightarrow T_B = 0{,}69\, R_B\, C$$

Fiche TD N° 4

Exercice N°8 (Suite)

on ça d'aprés le signal de la figure 10

$T_H = 3\mu s$

$T_B = 1\mu s$

On ça $T_B = 10^{-6} = 0,69 \cdot R_B \cdot C$

$$\Rightarrow R_B = \frac{10^{-6}}{0,69 \cdot 10^{-9}} = 1,44\,K\Omega \qquad \boxed{R_b = 1,44\,K\Omega}$$

$T_H = 3\mu s = 0,69 (R_A + R_B) C$

$$\Rightarrow R_A + R_B = \frac{3 \cdot 10^{-6}}{0,69 \cdot 10^{-9}} \Rightarrow \boxed{R_A = 2,90\,K\Omega}$$

Fiche TD N° 9

Exercice N° 9

- C se charge à travers RA

Car initialement C déchargé ⇒ Transistor bloqué

$$v_C(t) = V_\infty + (v_0 - v_\infty)\, e^{-t/R_A C}$$

$v_\infty = v_{CC}$

$v_0 = 1/3\, v_{CC}$ ⇒ $v_C(t) = v_{CC}\left(1 - \frac{2}{3} e^{-t/R_A C}\right)$

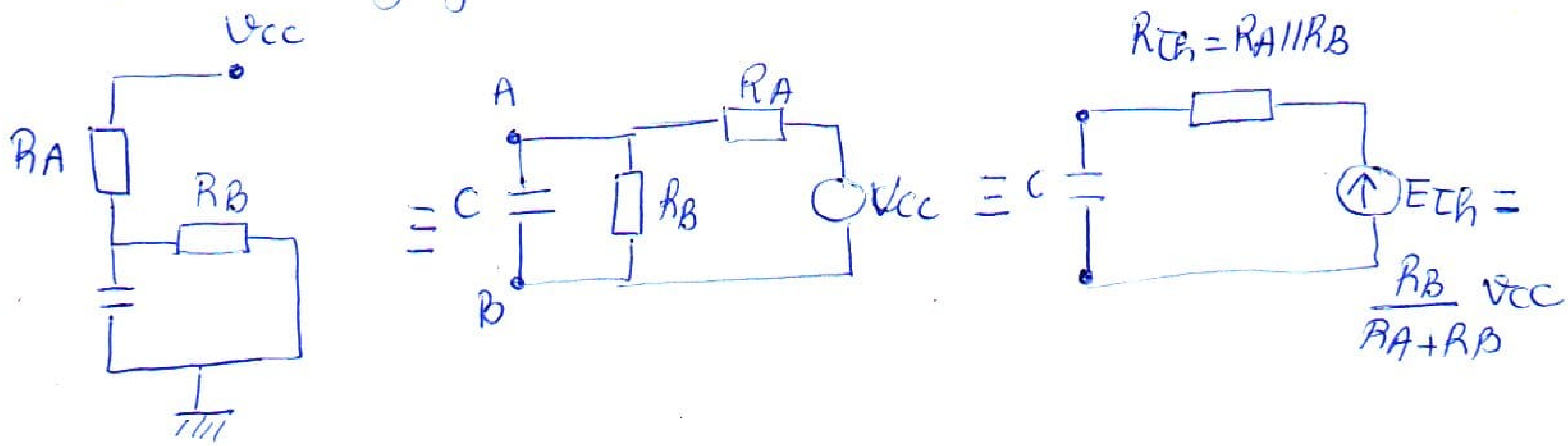
$T = T_H + T_B = 4\,\mu s$ (figure 10)

$v_C(T_H) = \frac{2}{3} v_{CC} = v_{CC}\left(1 - \frac{2}{3} e^{-T_H/R_A C}\right)$

$\Rightarrow T_H = R_A C \ln 2 \Rightarrow \boxed{T_H = 0{,}69 R_A C}$

- À la décharge :

On à la configuration suivante



C évoluera pour établir l'équilibre

déchargement à partir de $R_A \parallel R_B$ pour atteindre $\frac{R_B}{R_B+R_A} V_{cc}$

$$V_c(t) = V_\infty + (V_0 - V_\infty)\, e^{-t/(R_A \parallel R_B)C}$$

$$V_\infty = \frac{R_B}{R_A+R_B} V_{cc}$$

$$V_0 = \frac{2}{3} V_{cc}$$

donc

$$\boxed{V_c(t) = \frac{R_B}{R_A+R_B} V_{cc} + \left(\frac{2}{3} V_{cc} - \frac{R_B}{R_A+R_B} V_{cc}\right) e^{-t/(R_A \parallel R_B)C}}$$