

Soal:

Seorang investor ingin menginvestasikan uangnya sebesar Rp. 400 juta ke dalam satu portfolio keuangan yang terdiri dari: tabungan, obligasi, dan saham. Menurut informasi yang dia dapat, tabungan memberikan return sebesar 8% per tahun, obligasi sebesar 13% per tahun, dan saham sebesar 19.5% per tahun. Investor tersebut menginginkan return yang diperoleh dari portfolio yang dipunyainya lebih dari rata-rata inasi per tahun yang sebesar 12%: Karena obligasi dan saham merupakan surat berharga yang memuat risiko penurunan nilai, dia dapat menghitung risiko penurunan nilai kedua sekuritas tersebut dari nilai volatilitasnya yang masing-masing sebesar 5% dan 7%: Turunkan suatu portfolio keuangan yang dapat meminimumkan total risiko.

Jawaban:

Masalah optimisasi portfolio keuangan akan diselesaikan dengan metode simplek 2 fasa.

- Parameter:

Total uang yang diinvestasikan, bunga tabungan, obligasi, saham, inflasi.

- Variabel Keputusan:

x_1 : banyaknya uang yang disimpan dalam bentuk tabungan (dalam juta Rp)

x_2 : banyaknya uang yang disimpan dalam bentuk obligasi (dalam juta Rp)

x_3 : banyaknya uang yang disimpan dalam bentuk saham (dalam juta Rp)

- Kendala:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 400$$

$$0.08x_1 + 0.13x_2 + 0.195x_3 \geq 0.12(400)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

- Fungsi Objektif: Ukuran Risiko

$$0.05x_2 + 0.07x_3$$

- Masalah Optimisasi:

$$\min \quad 0.05x_2 + 0.07x_3$$

$$\text{s.t} \quad x_1 + x_2 + x_3 = 400$$

$$0.08x_1 + 0.13x_2 + 0.195x_3 \geq 0.12(400)$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$$

yang mempunyai bentuk baku

$$\min \quad 0.05x_2 + 0.07x_3$$

$$\text{s.t} \quad x_1 + x_2 + x_3 = 400$$

$$0.08x_1 + 0.13x_2 + 0.195x_3 - x_4 = 48$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0$$

- Fasa 1

Dalam fasa 1 dibuat artificial variables a_1 dan a_2 .

$$\min \quad a_1 + a_2$$

$$\text{s.t} \quad x_1 + x_2 + x_3 + a_1 = 400$$

$$0.08x_1 + 0.13x_2 + 0.195x_3 - x_4 + a_2 = 48$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0, a_1 \geq 0, a_2 \geq 0$$

- Initial Tableau (Matriks A)

$$A := \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 400 \\ 0.08 & 0.13 & 0.195 & -1 & 0 & 1 & 48 \end{bmatrix}$$

A_i merupakan matriks A setelah dilakukan sebanyak i OBE.

- A_1 : OBE matriks A dengan pivot baris 2 kolom 5 untuk memasukkan x_1 ke matriks baris

$$A_1 := \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -400 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 400 \\ 0.08 & 0.13 & 0.195 & -1 & 0 & 1 & 48 \end{bmatrix}$$

- A_2 : OBE matriks A dengan pivot baris 3 kolom 6 untuk memasukkan x_2 ke matriks baris

$$A_2 := \begin{bmatrix} -1.08 & -1.13 & -1.195 & 1 & 0 & 0 & -448 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 400 \\ 0.08 & 0.13 & 0.195 & -1 & 0 & 1 & 48 \end{bmatrix}$$

- A_3 : OBE matriks A dengan pivot baris 2 kolom 2

$$A_3 := \begin{bmatrix} 0. & -0.050000000 & -0.115000000 & 1. & 1.080000000 & 0. & -16.0000000 \\ 1. & 1. & 1. & 0 & 1 & 0 & 400 \\ 0. & 0.050000000 & 0.115000000 & -1. & -0.080000000 & 1. & 16.0000000 \end{bmatrix}$$

- A_4 : OBE matriks A dengan pivot baris 3 kolom 2

$$A_4 := \begin{bmatrix} 0. & 0. & 0. & 0. & 1.00000000 & 1.00000000 & 0. \\ 1. & 0. & -1.30000000 & 20.0000000 & 2.60000000 & -20.0000000 & 80.000000 \\ 0. & 0.050000000 & 0.115000000 & -1. & -0.080000000 & 1. & 16.0000000 \end{bmatrix}$$

- Ubah matriks A menjadi matriks kanonik dengan menghapus kolom 5, 6 dan mengganti vektor *reduced cost*. Kita definisikan matriks kanoniknya dengan Abaru.

$$Abaru := \begin{bmatrix} 0. & 0.05 & 0.07 & 0. & 0. \\ 1. & 0. & -1.30000000 & 20.0000000 & 80.000000 \\ 0. & 0.050000000 & 0.115000000 & -1. & 16.0000000 \end{bmatrix}$$

- Fasa 2

Fungsi objektif : $0.05x_2 + 0.07x_3$

Matriks Abaru belum memenuhi matriks kanonik. Agar berubah menjadi matriks kanonik Abaru dilakukan OBE dengan pivot baris 3 kolom 3.

$$Abaru1 := \begin{bmatrix} 0. & 0.01956521739 & 0. & 0.6086956522 & -9.739130435 \\ 1. & 0.5652173915 & 0. & 8.69565217 & 260.8695653 \\ 0. & 0.05000000000 & 0.1150000000 & -1. & 16.00000000 \end{bmatrix}$$

Matriks kanonik sudah didapatkan dengan x_1 dan x_3 sebagai basis. Dan matriks Abaru1 sudah optimal. Maka didapatkan hasil maksimal pada

$$x_1 = 260.8695653$$

$$x_2 = 0$$

$$x_3 = 139,1304347826087$$

$$z = 0.05 \cdot 0 + 0.07 \cdot 139,1304347826087 = 9,739130434782609$$