Отчёт по лабораторной работе 7

Гебриал Ибрам Есам Зекри НПИ-01-18

Содержание

List of Tables

List of Figures

1 Цель работы

Посмотреть модель распространения рекламы.

2 Задание

Вариант 42

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.605 + 0.000017n(t))(N - n(t))$.
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000065 + 0.209n(t))(N - n(t))$.
3. $\frac{dn}{dt} = (0.51sin(t) + 0.31 * t * n(t))(N - n(t))$.

При этом объем аудитории N=2200, в начальный момент о товаре знает 21 человек. Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Теоретические сведения

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытиться, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих.

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом:

$a_1(t)(N - n(t))$, где N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $a_1(t) > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $a_2(t)n(t)(N - n(t))$, эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре. Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (a_1(t) + a_2(t)n(t))(N - n(t))$$

При $\alpha 1(t)$»$\alpha 2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид (рис. 3.1):

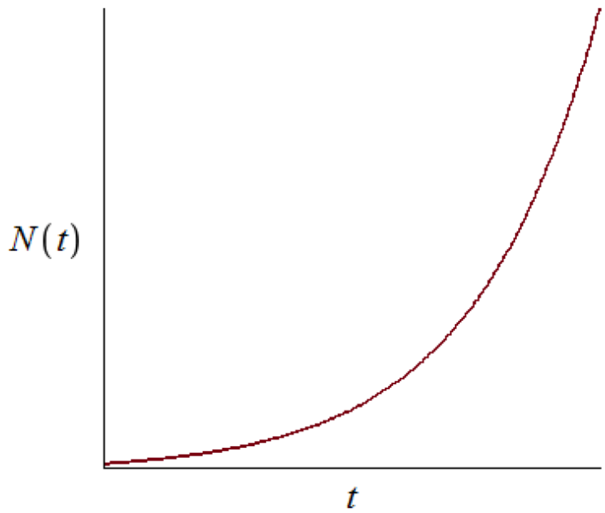

Figure 3.1: График решения уравнения модели Мальтуса

В обратном случае, при $\alpha 1(t)$«$\alpha 2(t)$ получаем уравнение логистической кривой (рис. 3.2):

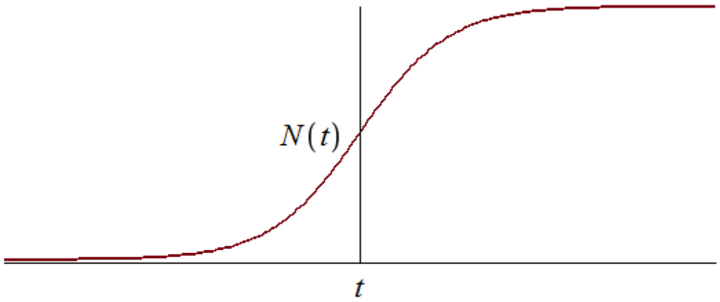

Figure 3.2: График логистической кривой

3.2 Выполнение работы

Нам в задании дано:

N=2200 -максимальное количество людей, которых может заинтересовать товар

x0=21 - количество людей, знающих о товаре в начальный момент времени

3.2.1 Первый случай $\alpha_1(t)$>$\alpha_2(t)$

$$\frac{dn}{dt} = (0.605 + 0.000017n(t))(N - n(t))$$

Начальные условия:

$\alpha_1 = 0.605$

$\alpha_2 = 0.000017$

Код программы

```
t0 = 0; //начальный момент времени
x0 = 21; // количество людей, знающих о товаре в начальный момент
времени
N = 2200; // максимальное количество людей, которых может
заинтересовать товар
t = 0: 0.1: 30; // временной промежуток (длительность рекламной
```

```
компании)
//функция, отвечающая за платную рекламу
function g=k(t);
g = 0.605;
endfunction
//функция, описывающая сарафанное радио
function v=p(t);
v = 0.000017;
endfunction
//уравнение, описывающее распространение рекламы
function xd=f(t, x);
xd = ( k(t) + p(t)*x )*( N - x );
endfunction
x = ode(x0, t0, t, f); //решение ОДУ
plot(t, x); //построение графика решения
```

График распространения рекламы для этого случая (рис. 3.3):

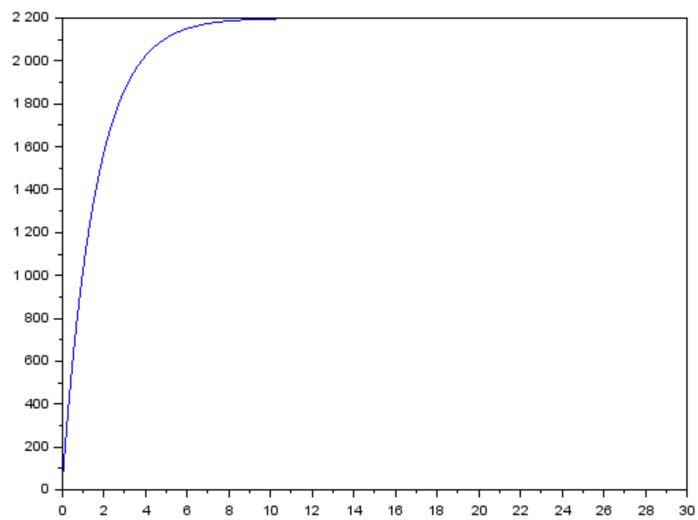

Figure 3.3: График распространения рекламы. Коэффициент α_1 = 0.605, коэффициент α_2 = 0.000017

Получил модель типа модели Мальтуса.

3.2.2 второй случай $\alpha_1(t)$<$\alpha_2(t)$

$$\frac{dn}{dt} = (0.000065 + 0.209n(t))(N - n(t))$$

Начальные условия:

$\alpha_1 = 0.000065$

$\alpha_2 = 0.209$

Код программы

```
t0 = 0; //начальный момент времени
x0 = 21; // количество людей, знающих о товаре в начальный момент
времени
N = 2200; // максимальное количество людей, которых может
заинтересовать товар
t = 0: 0.1: 30; // временной промежуток (длительность рекламной
компании)
//функция, отвечающая за платную рекламу
function g=k(t);
g = 0.000065;
endfunction
//функция, описывающая сарафанное радио
function v=p(t);
v = 0.209;
endfunction
//уравнение, описывающее распространение рекламы
function xd=f(t, x);
xd = ( k(t) + p(t)*x )*( N - x );
endfunction
x = ode(x0, t0, t, f); //решение ОДУ
```

```
plot(t, x); //построение графика решения
```

График распространения рекламы для этого случая (рис. 3.4):

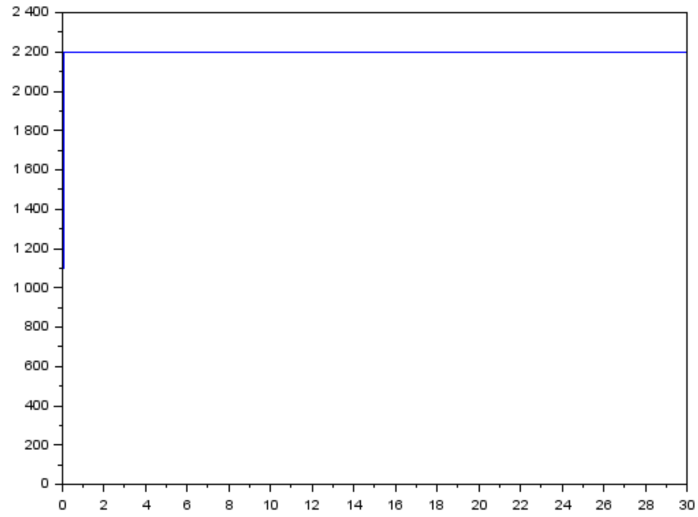

Figure 3.4: График распространения рекламы. Коэффициент α_1 = 0.000065, коэффициент α_2 = 0.209

Получил уравнение логистической кривой.

3.2.2.1 определиние в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Я добавил в программе чтобы построить график производной (рис. 3.5):

```
n=size(x,"c");
for i=1:n
  dx(i)=(k(t)+p(t)*x(i))*(N-x(i));
end
```

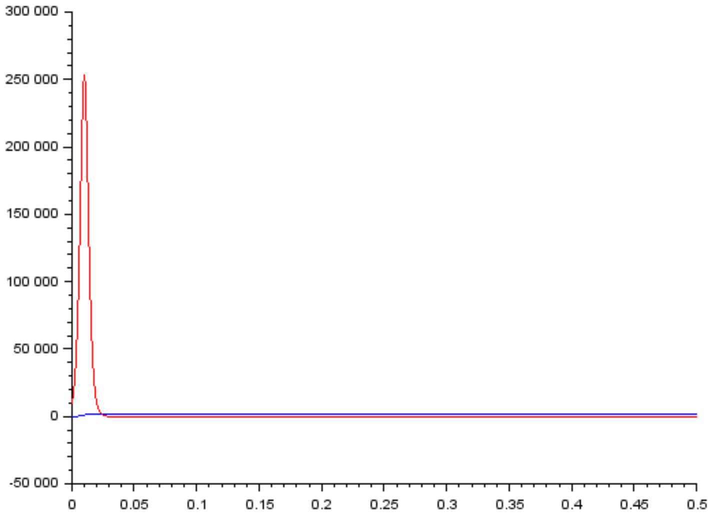

Figure 3.5: Гравик для определиние в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Маскимальное значение в момент времени t=0.01.

3.2.3 третий случай

$$\frac{dn}{dt} = (0.51 sin(t) + 0.31 * t * n(t))(N - n(t))$$

Начальные условия:

$\alpha_1 = 0.51 sin(t)$

$\alpha_2 = 0.31 * t$

Код программы

```
t0 = 0; //начальный момент времени
x0 = 21; // количество людей, знающих о товаре в начальный момент
времени
N = 2200; // максимальное количество людей, которых может
заинтересовать товар
t = 0: 0.1: 30; // временной промежуток (длительность рекламной
```

```
компании)
//функция, отвечающая за платную рекламу
function g=k(t);
g = 0.51;
endfunction
//функция, описывающая сарафанное радио
function v=p(t);
v = 0.31;
endfunction
//уравнение, описывающее распространение рекламы
function xd=f(t, x);
xd=(k(t)*sin(t)+p(t)*t*x)*(N-x);
endfunction
x = ode(x0, t0, t, f); //решение ОДУ
plot(t, x); //построение графика решения
```

График распространения рекламы для этого случая (рис. 3.6):

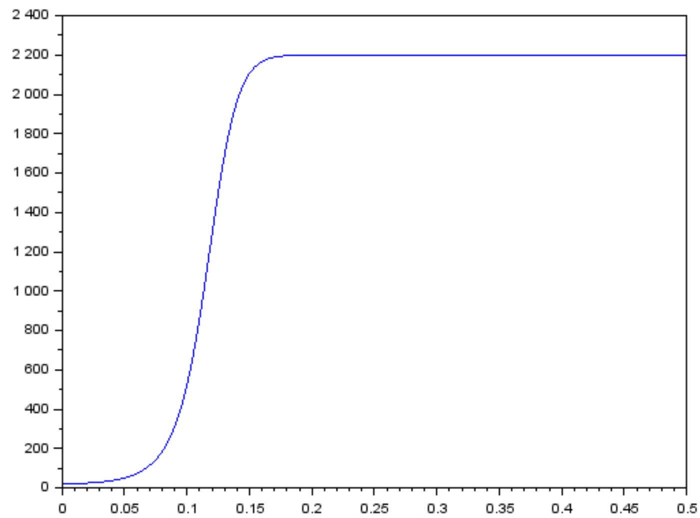

Figure 3.6: График распространения рекламы для третьего случая

Получаем уравнение логистической кривой.

3.3 Контрольные вопросы к лабораторной работе

1. Записать модель Мальтуса (дать пояснение, где используется данная модель).

модель типа модели Мальтуса:

$$\frac{dn}{dt} = (a_1(t) + a_2(t)n(t))(N - n(t))$$

В случае $\alpha_1(t)$»$\alpha_2(t)$.

Он широко используется в популяционной экологии как первый принцип популяционной динамики. Мальтус писал, что для всех форм жизни, располагающих избытком ресурсов, характерен экспоненциальный рост популяции. Тем не менее, в какой-то момент ресурсов начинает недоставать, и рост замедляется.

2. Записать уравнение логистической кривой (дать пояснение, что описывает данное уравнение).

$\frac{dn}{dt} = (a_1(t) + a_2(t)n(t))(N - n(t))$ при В случае $\alpha_1(t)$«$\alpha_2(t)$.

3. На что влияет коэффициент $\alpha_1(t)$ и $\alpha_2(t)$ в модели распространенияn рекламы.

Интенсивность рекламной кампании и сарафанное радио

4. Как ведет себя рассматриваемая модель при $a_1(t) >> a_2(t)$.

Модель типа модели Мальтуса (рис. 3.7):

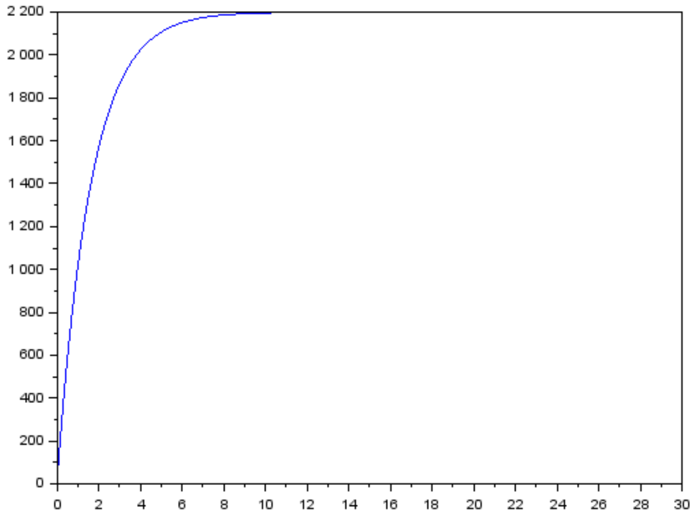

Figure 3.7: График распространения рекламы. типа модели Мальтуса

5. Как ведет себя рассматриваемая модель при $a_1(t) << a_2(t)$.

уравнение логистической кривой. (рис. 3.8):

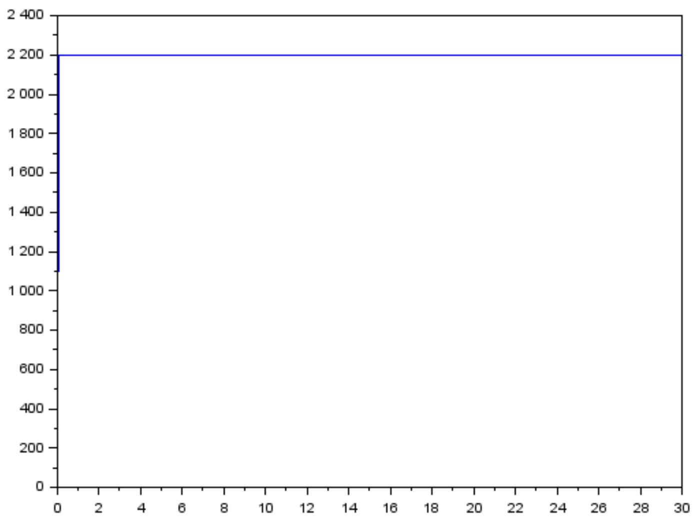

Figure 3.8: График распространения рекламы. Уравнение логистической кривой.

4 Выводы

Рассмотрел модель распространения рекламы.