

# **Отчёт по лабораторной работе 3**

Гебриал Ибрам Есам Зекри НПИ-01-18

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задание</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>7</b>
3.1	Постановка задачи . . . . .	7
3.2	Выполнение работы . . . . .	8
3.2.1	Модель боевых действий между регулярными войсками . .	9
3.2.2	Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов . . . . .	12
<b>4</b>	<b>Выводы</b>	<b>16</b>

## List of Tables

# List of Figures

3.1	График изменения численности войск . . . . .	12
3.2	График изменения численности войск . . . . .	15

# 1 Цель работы

Ознакомление с некоторыми простейшими моделями боевых действий – модели Ланчестера.

## 2 Задание

### Вариант 42

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями  $x(t)$  и  $y(t)$ . В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 45 000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 50 000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции. Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -0.29x(t) - 0.67y(t) + |\sin(t) + 1| \\ \frac{dy}{dt} &= -0.6x(t) - 0.38y(t) + |\cos(t) + 1|\end{aligned}$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= -0.31x(t) - 0.67y(t) + 2*|\sin(2t)| \\ \frac{dy}{dt} &= -0.42x(t) - 0.53y(t) + |\cos(t) + 1|\end{aligned}$$

## 3 Выполнение лабораторной работы

### 3.1 Постановка задачи

Рассмотрим некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера. В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Вот мы рассмотрим два случая:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов.

В первом случае численность регулярных войск определяется тремя факторами:

- скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
- скорость потерь, обусловленных боевыми действиями уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
- скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Потери, не связанные с боевыми действиями, описывают члены  $-a(t)x(t)$  и  $-h(t)y(t)$ , члены  $-b(t)y(t)$  и  $-c(t)x(t)$  отражают потери на поле боя. Коэффициенты  $b(t)$  и  $c(t)$  указывают на эффективность боевых действий со стороны  $y$  и  $x$  соответственно,  $a(t), h(t)$ -величины, характеризующие степень влияния различных факторов на потери. Функции  $P(t), Q(t)$  учитывают возможность подхода подкрепления к войскам  $X$  и  $Y$  в течение одного дня.

Во втором случае в борьбу добавляются партизанские отряды. Нерегулярные войска в отличии от постоянной армии менее уязвимы, так как действуют скрытно, в этом случае сопернику приходится действовать неизбирательно, по площадям, занимаемым партизанами. Поэтому считается, что тем потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан. В результате модель принимает вид:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

В этой системе все величины имеют тот же смысл, что и в системе первого случая.

## 3.2 Выполнение работы

У нас как дано в задании что в начальный момент времени страна  $X$  имеет армию численностью 45 000 человек, а в распоряжении страны  $Y$  армия численностью в 50 000 человек.

Для упрощения модели считаем, что коэффициенты  $a, b, c, h$  постоянны. Также считаем  $P(t)$  и  $Q(t)$  непрерывные функции.



### 3.2.1 Модель боевых действий между регулярными войсками

Дано:

$$\frac{dx}{dt} = -0.29x(t) - 0.67y(t) + |\sin(t)+1|$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.6x(t) - 0.38y(t) + |\cos(t)+1|$$

**Тогда у нас начальные условия:**

$$x_0 = 45000$$

$$y_0 = 50000$$

$$a = 0.29$$

$$b = 0.67$$

$$c = 0.6$$

$$h = 0.38$$

$$P(t) = \sin(t)+1$$

$$Q(t) = \cos(t)+1$$

**Код программы**

```
//начальные условия
```

```
x0=45000; //численность первой армии
```

```
y0=50000; //численность второй армии
```

```
t0=0; //начальный момент времени
```

```
//константа, характеризующая степень  
влияния различных факторов на потери
```

```
a=0.29;
```

```
//эффективность боевых действий армии y  
b=0.67;
```

```
//эффективность боевых действий армии x
```

```

с=0.6;

//константа, характеризующая степень
влияния различных факторов на потери
h=0.38;

//предельный момент времени
tmax=1;

//шаг изменения времени
dt=.05;

t=[t0:dt:tmax];

//возможность подхода подкрепления к армии x
function p=P(t)
    p=sin(t)+1;
endfunction

//возможность подхода подкрепления к армии y
function q=Q(t)
    q=cos(t)+1;
endfunction

//Система дифференциальных уравнений
function dy= syst(t,y)
//изменение численности первой армии
    dy(1)=-a*y(1)-b*y(2)+abs(P(t));
//изменение численности второй армии

```

```

        dy(2)=-c*y(1)-h*y(2)+abs(Q(t));
endfunction
//Вектор начальных условий
v0=[x0;y0];
//Решение системы
y=ode(v0,t0,t,syst);

//Построение графиков решений
scf(0);

//График изменения численности армии x(синий)
plot2d(t,y(1,:),style=2);

xtitle('Модель боевых действий между регулярными войсками');

//График изменения численности армии y (красный)
plot2d(t,y(2,:),style=5);

График изменения численности войск (армия x — синий, армия y — красный)(
fig. 3.1).

```

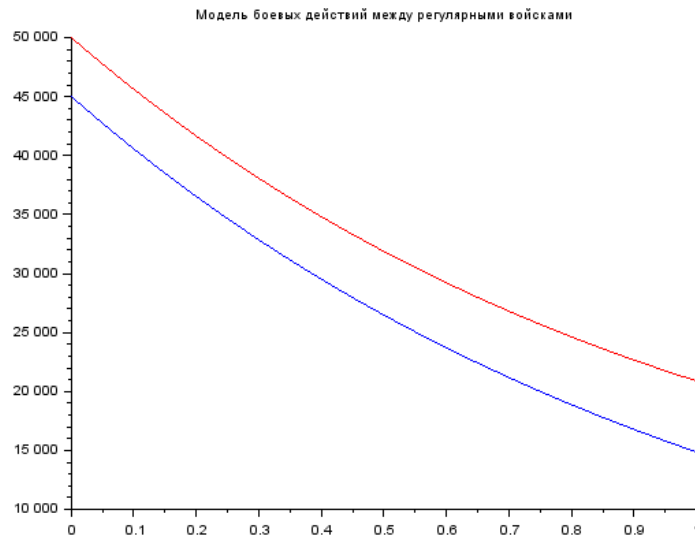


Figure 3.1: График изменения численности войск

### 3.2.2 Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов

Дано:

$$\frac{dx}{dt} = -0.31x(t) - 0.67y(t) + 2 \cdot |\sin(2t)|$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.42x(t) - 0.53y(t) + |\cos(t) + 1|$$

**Тогда у нас начальные условия:**

$$x_0 = 45000$$

$$y_0 = 50000$$

$$a = 0.31$$

$$b = 0.67$$

$$c = 0.42$$

$$h = 0.53$$

$$P(t) = \sin(2t)$$

$$Q(t) = \cos(t) + 1$$

**Код программы**

```

//начальные условия
x0=45000;//численность первой армии
y0=50000;//численность второй армии
t0=0;//начальный момент времени

//константа, характеризующая степень
влияния различных факторов на потери

a=0.31;

//эффективность боевых действий армии y
b=0.67;

//эффективность боевых действий армии x
c=0.42;

//константа, характеризующая степень
влияния различных факторов на потери
h=0.53;

//предельный момент времени
tmax=1;

//шаг изменения времени
dt=.05;

t=[t0:dt:tmax];

//возможность подхода подкрепления к армии x

```

```

function p=P(t)
    p=sin(2*t);
endfunction

//возможность подхода подкрепления к армии у
function q=Q(t)
    q=cos(t)+1;
endfunction

//Система дифференциальных уравнений
function dy= syst(t,y)
//изменение численности первой армии
    dy(1)=-a*y(1)-b*y(2)+2*(abs(P(t)));
//изменение численности второй армии
    dy(2)=-c*y(1)*y(2)-h*y(2)+abs(Q(t));
endfunction

//Вектор начальных условий
v0=[x0;y0];
//Решение системы
y=ode(v0,t0,t,syst);

//Построение графиков решений
scf(0);

//График изменения численности армии x(синий)
plot2d(t,y(1,:),style=2);

xtitle('Модель ведение боевых действий с участием
регулярных войск и партизанских отрядов');

```

```
//График изменения численности армии у (красный)  
plot2d(t,y(2,:),style=5);
```

Вот как мы видим что x побеждает

График изменения численности войск (армия x — синий, армия у — красный)(fig. 3.2).

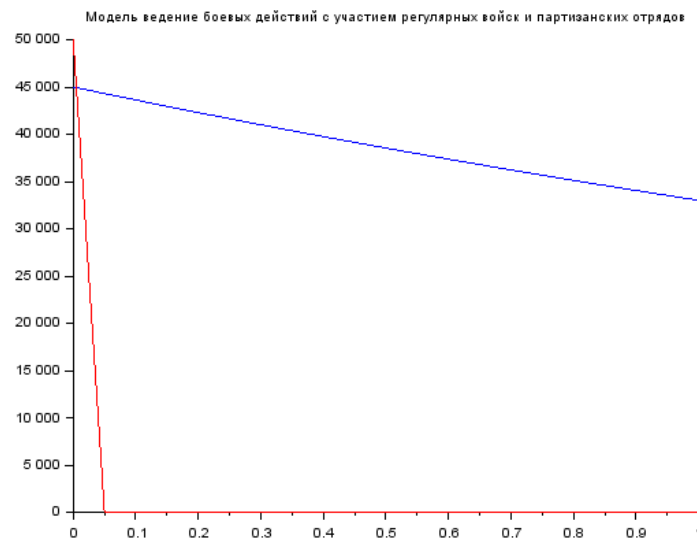


Figure 3.2: График изменения численности войск

## **4 Выводы**

Посмотрел некоторые простейшие модели боевых действий – модели Ланчестера.