

Отчёт по лабораторной работе 5

Гебриал Ибрам Есам Зекри НПИ-01-18

Содержание

1	Цель работы	5
2	Задание	6
3	Выполнение лабораторной работы	7
3.1	Постановка задачи	7
3.2	Выполнение работы	9
4	Выводы	14

List of Tables

List of Figures

3.1	Эволюция популяции жертв и хищников в модели Лотки-Вольтерры	8
3.2	График зависимости численности хищников от численности жертв	11
3.3	График изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 11, y_0 = 22$	12
3.4	График изменения численности хищников и численности жертв при стационарных состояниях системы	13

1 Цель работы

Построение модели хищник-жертва.

2 Задание

Вариант 42

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.56x(t) + 0.057x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.57x(t) - 0.056x(t)y(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 11, y_0 = 22$. Найдите стационарное состояние системы.

3 Выполнение лабораторной работы

3.1 Постановка задачи

Простейшая модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва» - модель Лотки-Вольтерры. Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв x и хищников y зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории).
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает.
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными.
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается.
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = cx(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$

(1)

В этой модели x – число жертв, y – число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-bxy$ и dx в правой части уравнения).

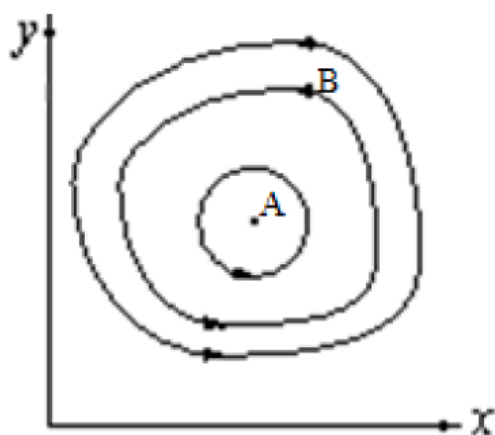


Figure 3.1: Эволюция популяции жертв и хищников в модели Лотки-Вольтерры

Математический анализ этой (жесткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние (A на рис. 3.1), всякое же другое начальное состояние (B) приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени система возвращается в состояние B.

Стационарное состояние системы (1) (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке: $x_0 = \frac{c}{d}$, $y_0 = \frac{a}{b}$.

Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда

колебаний и их период определяется начальными значениями численностей $x(0)$, $y(0)$. Колебания совершаются в противофазе.

3.2 Выполнение работы

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -ax(t) + bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = cx(t) - dx(t)y(t) \end{cases}$$
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.56x(t) + 0.057x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.57x(t) - 0.056x(t)y(t) \end{cases}$$

a, d - коэффициенты смертности

b, c - коэффициенты прироста популяции

У нас дано:

$a = 0.56$ (коэффициент естественной смертности хищников)

$b = 0.057$ (коэффициент увеличения числа хищников)

$c = 0.57$ (коэффициент естественного прироста жертв)

$d = 0.056$ (коэффициент смертности жертв)

Начальное число хищников – $x_0 = 11$, начальное число жертв – $y_0 = 22$.

Код программы

```
a=0.56;коэффициент естественной смертности хищников
```

```
b=0.057;коэффициент увеличения числа хищников
```

```
c=0.57;// коэффициент естественного прироста жертв
```

```
d=0.056;// коэффициент смертности жертв
```

```
function dx=syst2(t,x)
```

```
dx(1)=-a*x(1)+b* x(1)*x(2);
```

```

        dx(2)=c*x(2)-d* x(1)*x(2);
endfunction

t0=0;
//стационарное состояние системы.
x01=c/d;
y01=a/b;
//x0=[11;22];/////начальное значение x и y
    (популяция хищников и популяция жертв)
x0=[x01;y01];

t=[0:0.1:400];

y= ode(x0,t0,t,syst2);
n=size(y,"c");

//переписываем отдельно
for i=1:n
    y2(i)=y(2,i);
    y1(i)=y(1,i);
end
//xtitle('График зависимости численности
хищников от численности жертв');
//построение графика зависимости изменения
численности хищников от изменения численности жертв
//plot(y1,y2);
xtitle('Графики изменения численности
хищников и численности жертв');

```

```
//построение графика колебаний изменения
числа популяции хищников
plot2d(t,y1,style= color ('red'));

//построение графика колебаний изменения
числа популяции жертв
plot2d(t,y2,style= color ('blue'));
```

1. Постройл график зависимости численности хищников от численности жертв (рис. 3.2)

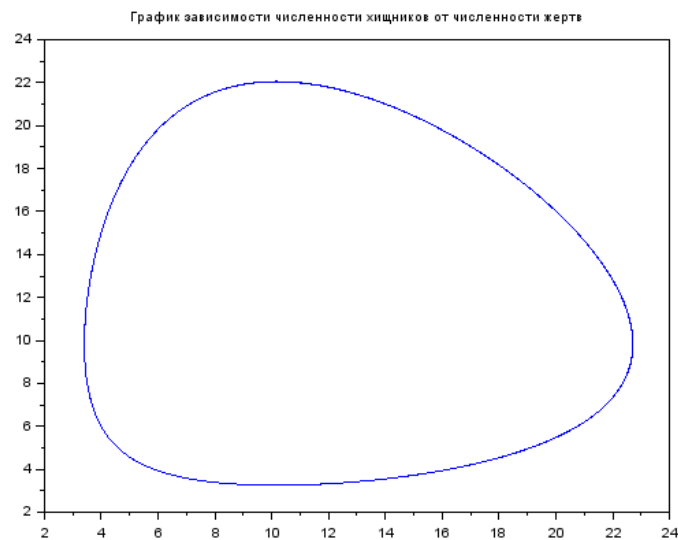


Figure 3.2: График зависимости численности хищников от численности жертв

2. Построил графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 11, y_0 = 22$ (рис. 3.3)

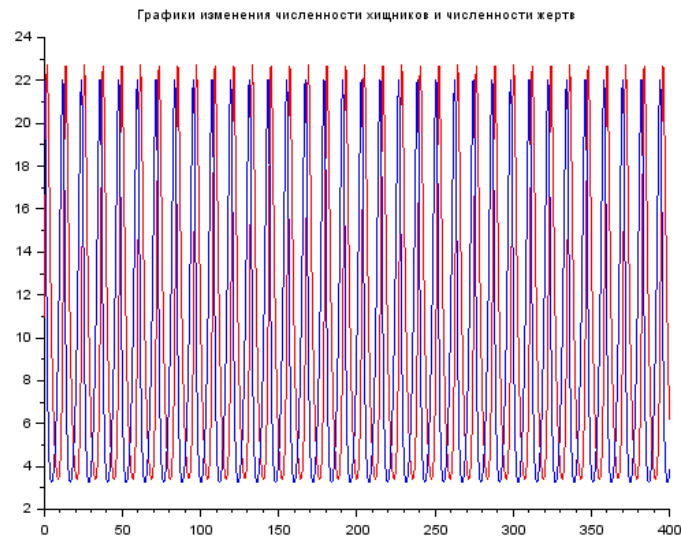


Figure 3.3: График изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 11, y_0 = 22$

3. Нашёл стационарное состояние системы

$x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}, x_0 = \frac{0.57}{0.056} = 10.1, y_0 = \frac{0.56}{0.057} = 9.8$ убедился что числа жертв и хищников не меняется во времени (рис. 3.4)

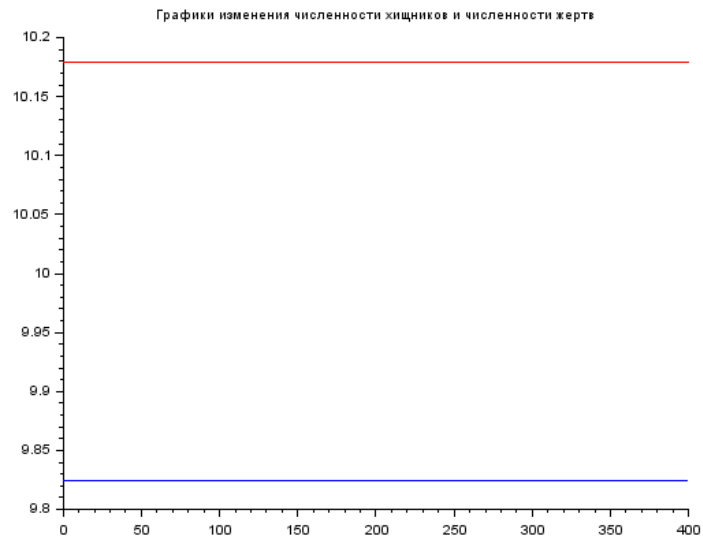


Figure 3.4: График изменения численности хищников и численности жертв при стационарных состояниях системы

4 Выводы

Постмотрел модели хищник-жертва и построил график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при начальных условиях и при стационарных состояниях системы.