

Courbes et surfaces**Exercice 1 : Bézier :**

1. On considère les points du plan A : (0,0), B : (0,1) et C : (1,1) D : (1,0).
A partir de ces points quelles sont les courbes de Bézier que l'on peut construire ?
2. Tracez à la main une approximation d'une courbe de Bézier quadratique C(t) dont les points de contrôle sont A, B, C.
3. Donnez les coordonnées du point C(0), C(1/2) et C(1).
4. Explicitez l'équation polynomiale de C(t).
5. Calculez l'expression de sa dérivée (l'exprimer en fonction \vec{AB} et \vec{BC}).
6. Donnez les tangentes en C(0), C(1/2) et C(1).
7. Nous souhaitons tracer une 2ème courbe de Bézier quadratique C2(t), se raccordant à la première (C(1)=C2(0)). Donnez les conditions pour que le raccord soit C1.
8. Tracez à la main une approximation d'une courbe de Bézier cubique dont les points de contrôle sont A, B, C et D.

Exercice 2 : De Casteljau pour les courbes de Bézier et courbes B-spline uniforme :

Le principe de l'algorithme de De Casteljau récursif est de subdiviser une courbe de Bézier en deux autres courbes de Bézier représentant chacune une partie de la courbe initiale. On cherche l'expression des points de contrôle des deux demi-courbes en fonction des points de contrôle de la courbe initiale.

1. Rappeler l'expression des polynômes de Bernstein de degré 2.
2. Donnez l'expression de ces polynômes dans la base canonique, i.e. donnez l'expression de la matrice M_B dans la formule $B(t) = (t^2 \ t \ 1) M_B$
3. Que représente $C(1/2) = B(1/2)P$ avec $t \in [0,1]$
4. Sachant que $M_B^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ donnez l'expression des points de contrôle des deux demi-courbes en fonction des points de contrôle de la courbe initiale.
5. Idem pour la courbe spline quadratique et cubique.
6. Utilisez les résultats de la spline cubique pour tracer la spline cubique de l'exercice 1.
7. Écrire un algorithme générique affichant une courbe polynomiale suivant le principe de l'algorithme de De Casteljau.

Exercice 3 : Questions diverses

1. Est-ce qu'une courbe de Bézier quadratique est plane ? Pourquoi ?
2. Mêmes questions pour une courbe Spline quadratique.
3. Mêmes questions pour une courbe de Bézier ou Spline cubique.