$A = \{$ l'ensemble des aliments $\}$

$X \in A \Rightarrow X = (x_1, \ldots, x_{16})$ //

⟹ chaque critère est à minimiser.

Plusieurs relations binaires sont définies sur A, nous allons les analyser afin de les classer et nous interroger sur les choix réalisés dans la définition de l'eco-score.

⟹ Utiliser un programme info en Python

⟹ " les données du projet AGRI_

Pareto - Dominance (PD).

- réflexivité :

soit $X = (x_i)_{i \in [1,161]} \in A$.

X ne peut être strictement meilleur que X sur un critère $\Rightarrow$ PD n'est pas réflexive.
en fait elle est irréflexive

- Symétrie :

Soit $X, Y \in A$.

$$X \, PD \, Y \iff \left| \begin{array}{ll} \bigwedge_{i \in [1,161]} x_i \leq y_i & ① \\ \bigvee_{i \in [1,161]} x_i < y_i & ② \end{array} \right.$$

$$① \Rightarrow \nexists \, y_i \ tq : \ y_i < x_i$$

$$\text{ie } \neg \left(\bigvee_{i \in [1,161]} y_i < x_i \right)$$

Donc PD n'est pas symétrique.

- transitivité :

soit $X, Y, Z \in A$.

on suppose

$X \, PD \, Y$ ①

$Y \, PD \, Z$ ②

① $\Rightarrow \bigwedge_{i \in [\![1,16]\!]} x_i \leq y_i$ et $\bigvee_{i \in [\![1,16]\!]} x_i < y_i$

② $\Rightarrow \bigwedge_{i \in [\![1,16]\!]} y_i \leq z_i$ et $\bigvee_{i \in [\![1,16]\!]} y_i < z_i$

$x_p < y_p$

$y_p \leq z_p$

$\Downarrow$

$x_p < z_p$

$\Downarrow$

$\bigwedge_{i \in [\![1,16]\!]} x_i \leq z_i$ $\qquad$ $\bigvee_{i \in [\![1,16]\!]} x_i < z_i$

PD est transitive.

- asymétrie :

soit $X, Y \in A$ tq

$X \, PD \, Y \Rightarrow \begin{cases} \bigwedge_{i \in [\![1,16]\!]} x_i \leq y_i & ① \\ \bigvee_{i \in [\![1,16]\!]} x_i < y_i & ② \end{cases}$

② $\Rightarrow \exists j$ tq $y_j > x_j \Rightarrow \underbrace{\neg \, Y \, PD \, X}_{\text{Par laplté de ①}}$

Donc PD est asymétrique (antisymétrie + irréflexive)

(1B) Pour montrer que la relation n'est pas une pté a, il faut trouver un contre exemple (ou le montrer).

Comme PD est asymétrique elle est antisymétrique et irréflexive.

• Négative-transitive :

soit X, Y, Z ∈ A.

on pose X PD Z

? X PD Y

? Y PD Z

X = (1, 2, 3, . , 16)

Z = (2, 3, . - 17).

Y = (0,9, 4, 3 . — — -)

⟹ Pas de négative-transitive.

- Fortement complète
  non car pas réflexive.
- complète
  $\Rightarrow$ non on peut prendre Z et Y donné dans la négation transitive précédent

la relation PD est donc asymétrique et transitive
$\Rightarrow$ c'est une relation d'ordre stricte.

$\forall a, b, c \in A$
$a R b \Rightarrow a o c R b o c$

$f(a) Z$

- Pour une alternative X donnée, son éco-indicateur s'obtient :

$$SP_{\hat{w}}(X) = \sum_{i \in [1,16]} \hat{w}_i x_i .$$

Pour répondre à la quest° 8) il faut calculer ce score pour chaque alternative.

et on a :

$$\text{Taux } 1/14 = -\frac{\Delta_1}{\Delta_{14}}.$$

où Δ_{14} = variation de l'éco-score due à une diminution de un pt du critère 14

De même, $\cdot$ $\text{Taux } 1/16 = -\frac{\Delta_1}{\Delta_{14}}$

$\cdot$ $\text{Taux } 14/16 = -\frac{\Delta_{14}}{\Delta_{16}}$

Pour calculer ces taux, nous utilisons les scores éco-indicat. pour chaque alternative et simuler une diminuti. d'un point pour chaque critère, en recalculant les scores éco-indicat à chaque fois et en utilisant les formules ci-dessus.

$$\Delta_1 = S_1 - S$$

$\uparrow$ score résultant de diminuti. d'un pt sur le critère 1

Faudrait plutôt utiliser la logique du cours 7 et calculer le taux des. car on a déja normalisé tous les critères.

9°/ Problème optimisation.

$$\min \|w - \hat{w}\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |w_i - \hat{w}_i|$$

subject to:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

$$\sum_{i \in [1,b]} w_i x_i \geq \sum_{i \in [1,b]} w_i y_i$$

$$w_i \geq 0.$$

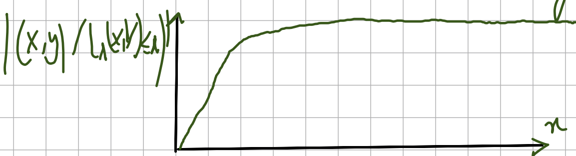
NB/

$$SP_{\hat{w}}(X) < SP_{\hat{w}}(Y)$$

→ X est donc jugé $\boxed{\text{"plus écologique"}}$ que Y (Par rapport au jeux de poids $\hat{w}$).

En résolvant le PL précédant, on cherche la robustesse de

Ce résultat est illustré au graphe de la 9-11°)



13°) Soit X et Y deux alternatives

$$SP(X) = \sum_{i \in [1,16]} w_i x_i$$

$$MPO(X) = \sum_{i \in [1,16]} w_i x_{\sigma(i)}$$

N.B Distances et propriété

$d : E \times E \to \mathbb{R}$.

$\forall x, y \in E$

$d(x,y) = d(y,x)$: Symetric

$d(x,y) = 0$ ssi $x = y$

$d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y) \quad \forall z \in E$.

On note $E = \{ R \,/\, R$ est un ordre fort $\}$

soit $R, R', R'' \in E$.

* **positivité :**

Par définite $d_{KT}(R,R') \geq 0$.

* **Symétrie :**

On a :

$$d_{KT}(R,R') = \sum_{(i,j) \in A^2} \underbrace{0.5(iRj \wedge jR'i)}_{1^{er}\ \text{terme}} + 0.5 \underbrace{[(iRj \wedge \neg iR'j) \vee (\neg jRi \wedge jR'i)]}_{2^{\text{ème}}\ \text{terme}}$$

Si $(i,j) \in A^2$ participe à calculer $d_{KT}(R,R')$ alors il est clair qu'il fait de même pour $d_{KT}(R',R)$ Car on aura aussi $jR'i \wedge iRj$ (Pour le 1er terme)

De même pour le 2ème terme Car on a :

$(iRj \wedge \neg(iR'j)) \vee ((\neg jRi \wedge jR'i)$ dans R

$\Leftrightarrow (jR'i \wedge \neg jRi) \vee (\neg iR'j \wedge iRj)$ dans R'

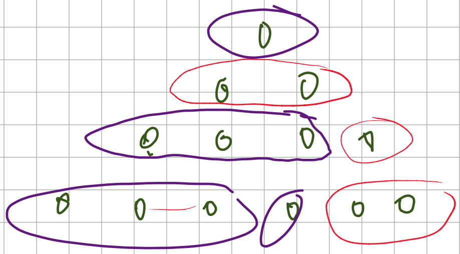
En effet c'est (j,i) qui participe à la même valeur pour tout (i,j) participant à calcul $d_{KT}(R,R')$.

Donc $\underline{d_{KT}(R,R') = d_{KT}(R',R)}$. * symétrie vu.

* Transitivité :

soit $R, R', R'' \in E$.

il faut montrer que $d_{KT}(R,R'') \leq d_{KT}(R,R') + d_{KT}(R',R'')$



17°)

En appliquant la m̃ stratégie qu'au question 9-11) :

On voit qu'en faisant varier $\hat{w}$ on atteind une seuil du nbre d'alternatives ayant changer de catégorie ; mais ce seuil n'est atteind qu'avec une bonne variation de $\hat{w}$.