



$A = \{ \text{l'ensemble des aliments} \}$

$X \in A \Leftrightarrow X = (\underline{x_1}, \dots, x_{16}) //$

C> chaque critère est à minimiser.

Plusieurs relations binaires sont définies sur  $A$ , nous allons les analyser afin de les classer et nous interroger sur les choix réalisés dans la définition de l'eco-score.

C> Utiliser Un programme info en Python  
C> " les données du projet AGRI -



## Pareto Dominance (PD)

• réflexivité:

soit  $X = (x_i)_{i \in [1,6]}$   $\in A$ .

$X$  ne peut être strictement meilleur que  $X$  sur un critère  $\Rightarrow$  PD n'est pas réflexive.

• symétrie.

en fait elle est irréflexive

soit  $X, Y \in A$ .

$$X PD Y \Leftrightarrow \begin{cases} \bigwedge_{i \in [1,6]} x_i \leq y_i & (1) \\ \bigvee_{i \in [1,6]} x_i < y_i & (2) \end{cases}$$

$$(2) \Rightarrow \nexists y_i \text{ tq : } y_i < x_i \\ i \in \left( \bigvee_{i \in [1,6]} y_i < x_i \right)$$

Donc PD n'est pas symétrique.

• transitivité:

soit  $X, Y, Z \in A$ .

on suppose

$$X P D Y \quad (2)$$

$$Y P D Z \quad (3)$$

$$(2) \Rightarrow \bigwedge_{i \in [1, n]} x_i \leq y_i \quad \text{et} \quad \bigvee_{i \in [1, n]} x_i < y_i$$

$$(3) \Rightarrow \bigwedge_{i \in [1, n]} y_i \leq z_i \quad \text{et} \quad \bigvee_{i \in [1, n]} y_i < z_i$$

$$\bigwedge_{i \in [1, n]} x_i \leq z_i$$

$$\bigvee_{i \in [1, n]} x_i < z_i$$

$$\begin{aligned} x_p &< y_p \\ y_p &\leq z_q \\ \hline x_p &< z_p \end{aligned}$$

PD est transitive.

• asymétrique :

soit  $X, Y \in A$ . ta

$$X P D Y \Rightarrow \left( \bigwedge_{i \in [1, n]} x_i \leq y_i \quad (2) \right. \\ \left. \bigvee_{i \in [1, n]} x_i < y_i \quad (3) \right)$$

$$(2) \Rightarrow \exists j \text{ ta } y_j > x_j \Rightarrow \neg Y P D X$$

Pour la pte de (3)

Donc PD est asymétrique. (antisymétrique + irréflexive)

**(B)** Pour montrer que la relation n'est pas une pte a, il faut trouver un contre exemple (ou le montrer).

Comme PD est asymétrique elle est antisymétrique et irréflexive.

est négative transitive:

soit  $x, y, z \in A$ .

on pose  $x PD z$

?  $x PD y$

? ~~y~~  $PD z$

$x = (1, 2, 3, \dots, 16)$

$z = (2, 3, \dots, 17)$ .

$y = (0.9, 4, 3, \dots, \dots)$

$\Rightarrow$  Pas de négative transitive.

• Fortement complète  
non car Pas réflexive.

• complète

C> non on peut prendre  $z$  et  $y$   
donné dans la négation transitive précédent

la relation PD est donc asymétrique  
et transitive

C> c'est une relation d'ordre strict.

• Pour une alternative  $X$  donnée,  
son éco.-indicateur s'obtient :

$$SP_w(X) = \sum_{i \in [1,6]} w_i x_i.$$

Pour répondre à la quest<sup>n</sup> 8) il  
faut calculer ce score pour chaque  
alternative.

et on a :

$$Taux\ 1/14 = - \frac{\Delta_1}{\Delta_{14}}.$$

où  $\Delta_{14}$  = variation de l'éco-score due  
à une diminution de <sup>un</sup> rpt du critère 1.

$$\text{De même, } Taux\ 1/16 = - \frac{\Delta_1}{\Delta_{14}}$$

$$, Taux\ 14/16 = - \frac{\Delta_{14}}{\Delta_{16}}$$

Pour calculer ces taux, nous utilisons les scores éco-indicat - pour chaque alternative et simulons une diminution d'un point pour chaque critère, en recalculant les scores éco-indicat à chaque fois et en utilisant les formules ci-dessus.

$$D_1 = S_1 - S$$

score résultat de diminution d'un pt  
sur le critère 1



g) Probleme optimieren.

$$\min \|w - \hat{w}\|_1 = \sum_{i=1}^n |w_i - \hat{w}_i|$$

subject to:  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

$$\sum_{i \in [1, n]} w_i x_i \geq \sum_{i \in [1, n]} w_i y_i$$

$$w_i \geq 0.$$

