Serie de ejercicios 18: Estructura de control iterativa

26 de octubre de 2023

Objetivo

Representar algoritmos mediante diagramas de flujo y pseudocódigo utilizando estructuras de control iterativas.

Ejercicios

Utilizando estructuras de control iterativas, resuelve cada uno de los siguientes problemas con un algoritmo representado mediante un diagrama de flujo y su correspondiente pseudocódigo.

Ejercicio 1. En matemáticas, se llama serie armónica a la que suma los inversos multiplicativos de los enteros positivos, denotándola con la siguiente serie infinita:

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \cdots$$

Dado un número entero positivo n, calcula el valor de la serie armónica utilizando los primeros n términos de la serie anterior. Por ejemplo, si $n \leftarrow 5$, el valor de la serie armónica es:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} = \sum_{k=1}^{5} \frac{1}{k} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

Ejercicio 2. El máximo común divisor (MCD) de dos números enteros es el número mayor que divide exactamente a ambos números. Un método sencillo para encontrar el MCD de dos números es elegir al más pequeño de ambos y buscar algún número que los divida de forma exacta. Dados dos números enteros a y b mayores que 1, encontrar su MCD.

Ejercicio 3. Hay n hot cakes, todos de diferentes tamaños, que se apilan uno encima del otro. Puedes deslizar una espátula debajo de uno de los hot cakes y voltear toda la pila que está sobre la espátula. El objetivo es ordenar los hot cakes según su tamaño, con el más grande en la parte inferior.

Ejercicio 4. Dado un número entero a mayor que 1, encontrar los divisores de a y sumarlos (incluyendo a 1, pero no a a). Para saber si un número x es divisor de a, la división a/x debe ser exacta, es decir, el residuo de la división debe ser cero.

Ejercicio 5. Dada una secuencia de letras $X \leftarrow x_1 x_2 \dots x_m$ y una palabra $Y \leftarrow y_1 y_2 \dots y_n$, $m > n$, decir si la palabra Y está contenida en X. Por ejemplo, si $X \leftarrow$ "$a\, b\, c\, d\, e\, f\, g\, h\, i\, j\, k\, l\, m\, n\, o\, p\, q\, r\, s\, t\, u\, v\, w\, x\, y\, z$" y $Y \leftarrow$ "$i\, j\, k\, l\, m$", entonces Y está contenida en X, pero si $Y \leftarrow$ "$o\, q\, s\, u$", entonces Y no está contenida en X.

Ejercicio 6. La constante π representa la razón de la longitud de una circunferencia con respecto a su radio. Existen varias formas de calcular este valor que son útiles para diversos problemas de ingeniería. Una aproximación ampliamente usada es la fórmula de Leibniz:

$$\pi = 4 \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \cdots\right)$$

La cual es una serie alternada de la forma:

$$\pi = 4 \times \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{2 \times i + 1}$$

Como podemos ver, esta es una serie infinita, por lo tanto no podemos calcularla. Consecuentemente, tenemos que utilizar la aproximación:

$$\pi \approx 4 \times \sum_{i=0}^{n-1} \frac{(-1)^i}{2 \times i + 1}$$

Esta aproximación utiliza sólamente n términos de la serie para calcular una aproximación de π. Dado un número entero positivo n, calcula el valor de π utilizando los primeros n términos de la fórmula de Leibniz. Por ejemplo, si $n \leftarrow 5$, la serie es:

$$\pi \approx 4 \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9}\right)$$

Ejercicio 7. Dados dos números enteros positivos x y n, calcula e^x mediante una serie de Taylor de orden n. La serie de Taylor para calcular e^x tiene la forma:

$$e^x \approx \sum_{i=0}^{n} \frac{x^i}{i!}$$

Por ejemplo, si $n \leftarrow 5$ y $x \leftarrow 3$, la serie para calcular e^3 es:

$$e^3 \approx \sum_{i=0}^{5} \frac{3^i}{i!} = 1 + 3 + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{3^4}{4!} + \frac{3^5}{5!}$$