实验 5、RBF 网络自适应控制仿真实验

（3 学时）

（1） 实验目的

通过该实验，让学生熟悉机器人在 MATLAB 开发环境下采用 RBF 网络进行自适应控制的基本操作，掌握神经网络自适应控制方法。

（2） 实验内容

1、RBF 网络自适应控制原理

考虑如下的动力学系统：

$$\ddot{\theta} = f\left(\theta,\dot{\theta}\right)+u$$

式中，θ 为转动角度，u 为控制输入。

写成状态方程形式为

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2\\ \dot{x}_2 &= f\left(x\right)+u\end{aligned}$$

式中，$f\left(x\right)$ 为未知函数。

位置指令为 x_d，则误差及其导数为 $e = x_1 - x_d$， $\dot{e} = x_2 - \dot{x}_d$

定义误差函数为 $s = \lambda e + \dot{e}$， $\lambda > 0$

则， $\dot{s} = \lambda\dot{e} + \ddot{e} = \lambda\dot{e} + \dot{x}_2 - \ddot{x}_d = \lambda\dot{e} + f\left(x\right) + u - \ddot{x}_d$

由此可见，如果 $s \to 0$，则 $e \to 0$ 且 $\dot{e} \to 0$。

采用 RBF 网络逼近 $f\left(x\right)$，算法为

$$h_j = \exp\left(\frac{\left\|x - c_j{}^T\right\|^2}{2b_j{}^2}\right)$$

$$f\left(x\right) = W^{*T}h + \varepsilon$$

式中，x 为网络的输入，j 为网络隐含层的第 j 个节点；$h = \left[h_1 \ \cdots \ h_j\right]^T$ 为网络的高斯基函数输出；c_j 为网络的第 j 个节点的中心向量；W^* 为网络的理想权值；ε 为网络的逼近误差，$\varepsilon < \varepsilon_N$。

网络输入取 $x = \left[x_1 \ x_2\right]^T$，则网络输出为 $\hat{f}\left(x\right) = \hat{W}^T h$。

由于

$$f\left(x\right) - \hat{f}\left(x\right) = W^{*T}h + \varepsilon - \hat{W}^T h = -\tilde{W}^T h + \varepsilon$$

定义 Lyapunov 函数为$V=\frac{1}{2}s^2+\frac{1}{2\gamma}\tilde{W}^T\tilde{W}$

式中，$\gamma>0$，$\tilde{W}=\hat{W}-W^*$，则

$$\dot{V}=s\dot{s}+\frac{1}{\gamma}\tilde{W}^T\dot{\hat{W}}=s\left(\lambda\dot{e}+f\left(x\right)+u-\ddot{x}_d\right)+\frac{1}{\gamma}\tilde{W}^T\dot{\hat{W}}$$

设计如下的控制律：

$$u=-\lambda\dot{e}-\hat{f}\left(x\right)+\ddot{x}_d-\eta\,\mathrm{sgn}\left(s\right)$$

则

$$\begin{aligned}\dot{V}&=s\left(f\left(x\right)-\hat{f}\left(x\right)-\eta\,\mathrm{sgn}\left(s\right)\right)+\frac{1}{\gamma}\tilde{W}^T\dot{\hat{W}}\\&=s\left(-\tilde{W}^Th+\varepsilon-\eta\,\mathrm{sgn}\left(s\right)\right)+\frac{1}{\gamma}\tilde{W}^T\dot{\hat{W}}\\&=\varepsilon s-\eta\left|s\right|+\tilde{W}^T\left(\frac{1}{\gamma}\dot{\hat{W}}-sh\right)\end{aligned}$$

取$\eta>\varepsilon_N$，自适应控制律为

$$\dot{\hat{W}}=\gamma sh$$

则$\dot{V}=\varepsilon s-\eta\left|s\right|\le 0$。

由于当且仅当$s=0$时，$\dot{V}=0$，即当$\dot{V}\equiv 0$时，$s\equiv 0$。根据 LaSalle 不变性原理，闭环系统为渐进稳定，即当$t\to\infty$时，$s\to 0$，系统的收敛速度取决于η。

由于$V\ge 0,\dot{V}\le 0$，则当$t\to\infty$时，V有界，从而$\tilde{W}$有界。

2、仿真过程与结果

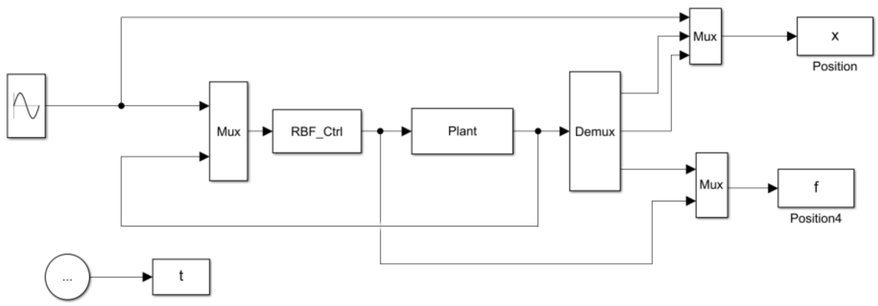
考虑如下被控对象：

$$\begin{aligned}\dot{x}_1&=x_2\\\dot{x}_2&=f\left(x\right)+u\end{aligned}$$

式中，假设$f\left(x\right)=10x_1x_2$。

位置指令为$x_d=\sin t$，采用上述的控制律和自适应律，取$\lambda=10$，$\gamma=500$，$\eta=0.5$。根据网络输入x_1和x_2的实际范围来设计高斯基函数的参数，参数c_j和b_j取值分别为$\left[-2,-1,0,1,2\right]$和3.0。网络权值中各个元素的初始值取0.1。

源程序如下：



RBF_Ctrl.m

```
% 构造RBF控制器的S-函数

function [sys,x0,str,ts] = spacemodel(t,x,u,flag)
switch flag,
case 0,
    [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes;
case 1,
    sys=mdlDerivatives(t,x,u);
case 3,
    sys=mdlOutputs(t,x,u);
case {2,4,9}
    sys=[];
otherwise
    error(['Unhandled flag = ',num2str(flag)]);
end
function [sys,x0,str,ts]=mdlInitializeSizes
global b c lama
sizes = simsizes;
sizes.NumContStates  = 5;
sizes.NumDiscStates  = 0;
sizes.NumOutputs     = 2;
sizes.NumInputs      = 4;
sizes.DirFeedthrough = 1;
sizes.NumSampleTimes = 1;
sys = simsizes(sizes);
x0  = 0.1*ones(1,5);
str = [];
ts  = [0 0];
c=0.5*[-2 -1 0 1 2;
       -2 -1 0 1 2];
b=3.0;
lama=10;
function sys=mdlDerivatives(t,x,u)
```

```
global b c lama
xd=sin(t);
dxd=cos(t);

x1=u(2);
x2=u(3);
e=x1-xd;
de=x2-dxd;
s=lama*e+de;  % 定义误差函数

W=[x(1) x(2) x(3) x(4) x(5)]'; % 权重向量
xi=[x1;x2];

h=zeros(5,1);  % 隐层初始化
for j=1:1:5
    h(j)=exp(-norm(xi-c(:,j))^2/(2*b^2));  % 高斯基函数
end

gama=1500;
for i=1:1:5
    sys(i)=gama*s*h(i);
end

function sys=mdlOutputs(t,x,u)
global b c lama
xd=sin(t);
dxd=cos(t);
ddxd=-sin(t);

x1=u(2);
x2=u(3);
e=x1-xd;
de=x2-dxd;
s=lama*e+de;

W=[x(1) x(2) x(3) x(4) x(5)];
xi=[x1;x2];

h=zeros(5,1);
for j=1:1:5
    h(j)=exp(-norm(xi-c(:,j))^2/(2*b^2));
end
fn=W*h;
xite=1.50;
```

```
%fn=10*x1+x2;  %Precise f
ut=-lama*de+ddxd-fn-xite*sign(s);

sys(1)=ut;
sys(2)=fn;
```

运行结果如下：