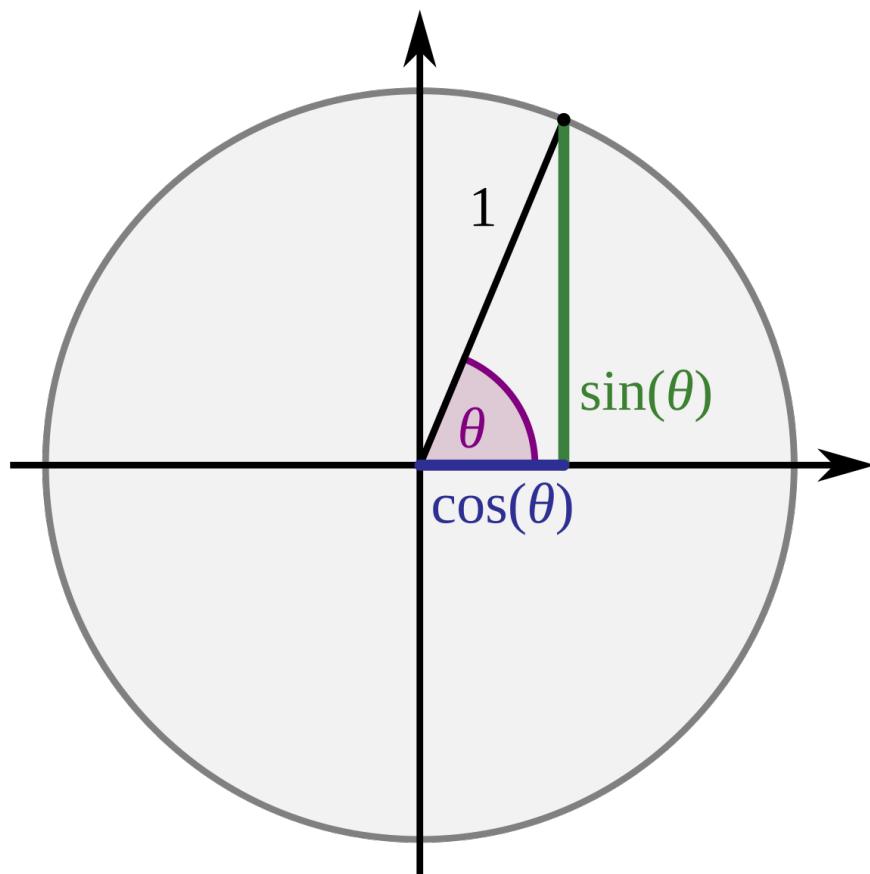


# Unidad Didáctica: Trigonometría

4º ESO Matemáticas B



Adrián Álvarez Ramiro

Isabel María Cacho Correa

Lucía García Nogales

Daniel Serrano Serrano

# Índice

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. Datos generales identificativos . . . . .	3
1.2. Marco normativo . . . . .	3
1.3. Características del aula . . . . .	3
1.4. Conocimientos previos . . . . .	4
<b>2. Objetivos didácticos</b>	<b>5</b>
<b>3. Competencias Específicas</b>	<b>6</b>
<b>4. Contribución de la UD a la adquisición de las competencias clave</b>	<b>8</b>
<b>5. Saberes Básicos</b>	<b>9</b>
<b>6. Metodología</b>	<b>10</b>
6.1. Tipo de metodología . . . . .	10
6.2. Aspectos metodológicos particulares del tema . . . . .	10
6.3. Recursos materiales . . . . .	11
6.4. Organización de las sesiones . . . . .	11
<b>7. Secuenciación y Temporalización</b>	<b>12</b>
<b>8. Actividades de Enseñanza y Aprendizaje</b>	<b>14</b>
8.1. 1 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	14
8.2. 2 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	14
8.3. 3 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	15
8.4. 4 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	16
8.5. 5 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	17
8.6. 6 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	18
8.7. 7 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	18
8.8. 8 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	19
8.9. 9 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	20
8.10. 10 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	20
8.11. 11 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	21
8.12. 12 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	22
8.13. 13 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	23
8.14. 14 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	23
8.15. 15 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	23
8.16. 16 <sup>a</sup> sesión: . . . . .	23
<b>9. Evaluación</b>	<b>24</b>
9.1. Criterios de evaluación . . . . .	24
9.2. Instrumentos de evaluación . . . . .	26
9.3. Examen final y su resolución: . . . . .	27
9.4. Criterios de calificación . . . . .	34
9.5. Rúbrica de evaluación de la situación de aprendizaje . . . . .	35
<b>10.Bibliografía y Webgrafía</b>	<b>37</b>

# **1. Introducción**

En el tercer nivel de concreción curricular, abordaremos la programación de aula en la asignatura "Matemáticas B". La Unidad Didáctica (UD) que vamos a presentar aborda el tema de "Trigonometría" para el alumnado de 4º de Educación Secundaria Obligatoria. Este bloque de contenidos representa un punto muy importante en la progresión matemática del alumnado, ya que establece parte de las bases necesarias para el estudio posterior de las Matemáticas en el Bachillerato.

## **1.1. Datos generales identificativos**

- **Título:** Trigonometría
- **Nivel educativo:** 4º ESO
- **Materia:** Matemáticas B
- **Bloque:** Geometría
- **Temporalización:** 2º trimestre
- **Duración:** 16 sesiones

## **1.2. Marco normativo**

El pilar de todo el sistema educativo actual es la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre. Esta ley establece los principios y fines de la educación y, en sus disposiciones, sienta las bases para la creación del currículo. El Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, actúa como el referente inmediato. Este Real Decreto fija los contenidos esenciales, las competencias clave y los perfiles de salida que constituyen las enseñanzas mínimas para la etapa de Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O.) en el conjunto del territorio nacional.

Las directrices estatales son adaptadas y completadas a las características y necesidades de la Comunidad Autónoma; en el caso de Extremadura, el Decreto 110/2022, de 22 de agosto, es la norma que materializa esta adaptación. Este Decreto establece la ordenación completa y el currículo específico de la Educación Secundaria Obligatoria, conformando el marco curricular definitivo para su implementación en el aula.

## **1.3. Características del aula**

El entorno de implementación de esta Unidad Didáctica es un grupo de 27 estudiantes de 4º de E.S.O. caracterizado por una notable homogeneidad académica.

Este alumnado presenta un perfil de motivación y rendimiento consistente, sin la presencia de estudiantes identificados con necesidades específicas de apoyo educativo (como altas capacidades o adaptaciones curriculares significativas).

El grupo está claramente orientado hacia estudios académicos posteriores; su principal objetivo es superar la Educación Secundaria Obligatoria para poder acceder al Bachillerato de Ciencia y Tecnología. Esta meta implica una predisposición

positiva hacia los contenidos de la asignatura, facilitando el desarrollo y la profundización de la unidad sobre Trigonometría.

#### **1.4. Conocimientos previos**

Para abordar con éxito la unidad didáctica de Trigonometría correspondiente a la asignatura de Matemáticas B de 4ºESO (basada en material de elaboración propia), es imprescindible que el alumnado domine ciertos conocimientos geométricos previos. Se requiere, entre otros aspectos, un manejo fluido de la clasificación de triángulos y la propiedad de la suma de sus ángulos, así como la comprensión profunda de la semejanza, el Teorema de Tales y el Teorema de Pitágoras.

Se realizará una evaluación inicial para conocer cómo de asentados están esos conocimientos y reforzar aquello que veamos conveniente.

## 2. Objetivos didácticos

Los objetivos didácticos de esta unidad se han diseñado para garantizar la adquisición de los saberes básicos y el desarrollo de las competencias clave, tomando como referencia el contenido específico elaborado para el alumnado. Se clasifican en dos ámbitos principales:

- **Dominar los sistemas de medida angular:** Comprender el concepto de radián como unidad del Sistema Internacional y realizar conversiones fluidas con el sistema sexagesimal para su aplicación en fórmulas matemáticas.
- **Extender las razones trigonométricas:** Definir el seno, coseno y tangente no solo en triángulos rectángulos, sino en cualquier ángulo de la circunferencia goniométrica, identificando correctamente sus signos en los cuatro cuadrantes y realizando reducciones al primer cuadrante.
- **Resolver situaciones de medida indirecta:** Aplicar la trigonometría para calcular alturas y distancias inaccesibles en el entorno real (árboles, edificios), modelizando la situación mediante triángulos rectángulos.
- **Dominar la resolución de triángulos cualesquiera:** Identificar y seleccionar la estrategia óptima (Teorema del Seno o Teorema del Coseno) para resolver triángulos oblicuángulos, analizando críticamente la posibilidad de soluciones múltiples.
- **Conectar herramientas algebraicas y geométricas:** Utilizar las relaciones fundamentales ( $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ) para transformar expresiones y calcular razones desconocidas sin dependencia exclusiva de la calculadora.
- **Integrar la tecnología en el aprendizaje:** Emplear la calculadora científica con precisión y utilizar software dinámico (GeoGebra) para visualizar conceptos abstractos y comprobar resultados.
- **Valorar el legado histórico:** Reconocer la trigonometría como una construcción cultural humana, apreciando las aportaciones de la Grecia clásica, la India y el mundo islámico explicadas en la introducción del tema.
- **Fomentar el rigor y la precisión:** Desarrollar una actitud crítica ante los resultados obtenidos, verificando su coherencia con la realidad (por ejemplo, distancias positivas o ángulos válidos).
- **Trabajar en equipo:** Participar activamente en la situación de aprendizaje, asumiendo responsabilidades en el grupo y respetando las aportaciones de los compañeros.

### 3. Competencias Específicas

Las Competencias Específicas de la materia de Matemáticas B, definidas en el Anexo III del Decreto 110/2022 de Extremadura, constituyen el eje vertebrador del currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. Estas competencias representan el nexo esencial entre los Saberes Básicos, el Perfil de Salida del alumnado y los Criterios de Evaluación. A través de su desarrollo, se busca que los estudiantes no solo adquieran conocimientos teóricos, sino que demuestren la capacidad de integrar dichos saberes, destrezas y actitudes para interpretar situaciones, modelizar fenómenos y resolver problemas.

1. Interpretar, modelizar y resolver problemas de la vida cotidiana y propios de las matemáticas, aplicando individual o colectivamente diferentes estrategias y formas de razonamiento, explorando distintas soluciones posibles y diferentes maneras de proceder.

Esta competencia se trabaja a lo largo de toda nuestra UD cuando vemos ejercicios, ya que la trigonometría permite al alumnado interpretar problemas de la vida cotidiana (como calcular alturas o distancias desconocidas) y traducirlos a un modelo geométrico (el triángulo), utilizando para ello las razones trigonométricas y sus identidades.

2. Analizar las soluciones de un problema usando diferentes técnicas y herramientas, evaluando con ayuda las respuestas obtenidas, verificando su validez e idoneidad desde un punto de vista lógico y su repercusión global.

El alumno debe saber si el resultado obtenido es válido, teniendo en cuenta lo aprendido en la UD. Muchas de los resultados que se obtienen tienen un rango de valores, por ejemplo, el seno y el coseno oscilan entre 0 y 1. Por tanto, el alumno debe identificar cuando un resultado no es válido y calcularlo nuevamente.

5. Reconocer y utilizar conexiones entre los diferentes elementos matemáticos, interconectando conceptos y procedimientos, con una visión integral de las matemáticas en situaciones y contextos diversos.

La Trigonometría exige al alumnado integrar contenidos del bloque de Geometría con los bloques de Álgebra y Análisis. El estudiante debe emplear procedimientos algebraicos avanzados, como el despeje de incógnitas en fórmulas complejas (Teoremas del Seno y del Coseno) o la manipulación de identidades ( $\operatorname{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ), para resolver los cálculos que surgen de la modelización geométrica.

6. Identificar las matemáticas implicadas en otras materias y en situaciones reales susceptibles de ser abordadas en términos matemáticos, interrelacionando conceptos y procedimientos, para aplicarlos en situaciones diversas.

Esta competencia específica se trabaja ya que el alumnado debe traducir fenómenos del mundo físico (como el cálculo de distancias inaccesibles, alturas de torres o navegación, como se ilustra en las aplicaciones de topografía ) a modelos geométricos resolubles.

7. Representar conceptos, procedimientos, información y resultados matemáticos sencillos y presentes en situaciones cotidianas o académicas usando diferentes tecnologías, tanto individual como colaborativamente consiguiendo así visualizar ideas y estructurar procesos matemáticos.

Es patente el uso de triángulos para la modelización de situaciones reales y la circunferencia goniométrica como herramienta clave para visualizar las razones en los cuatro cuadrantes. También entra aquí el uso de la calculadora y GeoGebra.

9. Identificar y gestionar emociones, valorando el error como parte del proceso de aprendizaje, adaptándose a situaciones de incertidumbre que ocurren durante la resolución de retos, basados en contextos reales o científicos, en los que se aplican las matemáticas, con perseverancia y disfrutando en su aprendizaje.
10. Desarrollar destrezas sociales reconociendo y respetando las emociones y experiencias de los demás, participando activa y reflexivamente en proyectos en equipos heterogéneos con funciones asignadas, para construir una identidad positiva como estudiante de matemáticas, fomentar el bienestar personal y grupal y crear relaciones saludables.

Para el correcto desarrollo de las sesiones, el respeto, el compañerismo y la participación activa deben estar presentes.

## 4. Contribución de la UD a la adquisición de las competencias clave

### Competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería.

Entraña la comprensión del mundo utilizando los métodos científicos, el pensamiento matemático y la tecnología e ingeniería para transformar el entorno.

- Transformación de problemas de la vida cotidiana en modelos geométricos resolubles mediante razones trigonométricas.
- Desarrollo de estrategias heurísticas (descomposición en figuras más simples) para resolver problemas geométricos complejos.
- Uso del razonamiento deductivo para probar identidades trigonométricas sencillas y justificar la coherencia de los resultados obtenidos.
- Generalización del concepto de ángulo y razón trigonométrica a los cuatro cuadrantes mediante el uso de la circunferencia goniométrica.

### Competencia en comunicación lingüística

Se refiere a la habilidad para utilizar la lengua, expresar ideas e interactuar con otras personas de manera oral o escrita.

- Comprensión del enunciado para resolver problemas, usando vocabulario técnico preciso.
- Comunicación de forma oral y escrita.

### Competencia digital

Implica el uso seguro, saludable, sostenible, crítico y responsable de las tecnologías digitales.

- Uso eficiente de la calculadora científica y GeoGebra para la comprobación de resultados y visualización de conceptos.
- Uso instrumental de entornos digitales y aplicaciones de gamificación para la realización de diagnósticos de aprendizaje.

### Competencia personal, social y de aprender a aprender

Capacidad de reflexionar sobre uno mismo para autoconocerse, aceptarse, colaborar con otros y gestionar el tiempo y el aprendizaje a lo largo de la vida.

- Habilidad para aprender de forma tanto colaborativa como autónoma.
- Organización de la tarea y el tiempo para desarrollar la situación de aprendizaje.

## 5. Saberes Básicos

- Bloque A. Sentido numérico
  - A.2.4.3. Diferentes representaciones de una misma cantidad.
  - A.3.4.1. Operaciones con números reales en la resolución de situaciones contextualizadas.
  - A.4.4.2. Propiedades de las operaciones aritméticas: cálculos con números reales, incluyendo con herramientas digitales.
- Bloque B. Sentido de la medida
  - B.3.4.1. Razones trigonométricas de un ángulo agudo y sus relaciones: aplicación a la resolución de problemas.
- Bloque C. Sentido espacial
  - C.1.4.1. Propiedades geométricas de objetos de la vida cotidiana: investigación con programas de geometría dinámica.
  - C.2.4.1. Figuras y objetos geométricos de dos dimensiones: representación y análisis de sus propiedades utilizando la geometría analítica.
  - C.4.4.1. Modelos geométricos: representación y explicación de relaciones numéricas y algebraicas en situaciones diversas.
  - C.4.4.2. Modelización de elementos geométricos de la vida cotidiana con herramientas tecnológicas como programas de geometría dinámica, realidad aumentada...
- Bloque D. Sentido algebraico
  - D.1.4.1. Patrones, pautas y regularidades: observación, generalización y término general en casos sencillos.
  - D.4.4.2. Formas equivalentes de expresiones algebraicas en la resolución de ecuaciones, sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales y no lineales sencillas.
  - D.4.4.3. Estrategias de discusión y búsqueda de soluciones en ecuaciones lineales y no lineales sencillas en situaciones de la vida cotidiana.
  - D.6.4.1. Resolución de problemas mediante la descomposición en partes, la automatización y el pensamiento algorítmico.
  - D.6.4.3. Formulación y análisis de problemas de la vida cotidiana mediante programas y otras herramientas.
- Bloque F. Sentido socioafectivo
  - F.1.4.1. Gestión emocional: emociones que intervienen en el aprendizaje de las matemáticas. Autoconciencia y autorregulación. Superación de bloqueos emocionales en el aprendizaje de las matemáticas.
  - F.1.4.2. Estrategias de fomento de la curiosidad, la iniciativa, la perseverancia y la resiliencia en el aprendizaje de las matemáticas.

## **6. Metodología**

### **6.1. Tipo de metodología**

Para el desarrollo de la Unidad Didáctica, utilizaremos una metodología tradicional y expositiva, explicando el contenido del tema en el aula y resolviendo ejercicios en la pizarra. Se fomentará el espíritu inquisitivo y la participación para asegurar la comprensión de la materia.

Además, abordaremos actividades de carácter voluntario e individual a las cuales hemos llamado *Retos*, así como una situación de aprendizaje en grupo para aplicar los conocimientos adquiridos a lo largo del tema.

### **6.2. Aspectos metodológicos particulares del tema**

En primer lugar, se realizará al alumnado una prueba de evaluación inicial con el objetivo de conocer su nivel de conocimientos previos en el ámbito de la trigonometría. Los alumnos deben saber que esta prueba tendrá un carácter exclusivamente informativo para el profesorado y no será calificada.

Desarrollaremos el tema a lo largo de distintas sesiones estructuradas en las siguientes líneas:

- Resolución de posibles dudas, ya sea debido al temario dado en la sesión anterior o en los ejercicios propuestos.
- Desarrollo del temario planteado para cada sesión.
- Resolución de ejercicios en la pizarra relacionados con el temario dado para afianzar dichos conocimientos.
- Ejercicios propuestos para la siguiente sesión.

La estructura de las sesiones podrá cambiar según las necesidades de los alumnos y del profesor.

Se tendrá en cuenta de manera complementaria la realización de aquellos ejercicios denominados *Retos*. De este modo, el alumnado con mayor destreza en la materia podrá afrontar tareas de mayor complejidad que le supongan un desafío personal.

Además, se llevará a cabo una situación de aprendizaje que permitirá evaluar competencias clave del alumnado. Entre ellas se incluyen las relacionadas con el trabajo en equipo, como la capacidad de comunicarse de manera efectiva, colaborar y cooperar con los compañeros, así como asumir responsabilidades compartidas. Lo más importante aquí es razonar sobre problemas prácticos utilizando los conceptos aprendidos, tomar decisiones fundamentadas y transferir lo aprendido a distintos contextos.

### **6.3. Recursos materiales**

Para poder desarrollar correctamente la Unidad Didáctica, será imprescindible contar en el aula con una pizarra digital y un proyector que permitan acceder a recursos digitales no incluidos en el tema elaborado, pero que resultarán de gran utilidad para la visualización espacial.

Los recursos materiales utilizados serán:

- Tema de trigonometría elaborado por el profesorado.
- Pizarra tradicional, para la resolución de problemas, y pizarra digital.
- Calculadora científica.
- Material empleado durante la situación de aprendizaje, como cuadrante, transportador de ángulos, cinta métrica, cuerdas, aros, etc.
- Recursos digitales: Kahoot para la evaluación inicial, Geogebra para la representación de figuras geométricas.

### **6.4. Organización de las sesiones**

Generalmente, las sesiones estarán organizadas en 3 partes:

#### **1. Resolución de dudas**

Se resolverán posibles dudas derivadas del temario o de los ejercicios asignados en la sesión anterior.

#### **2. Desarrollo del temario**

Una vez resueltas las dudas, se procederá con la exposición del contenido correspondiente a la sesión.

#### **3. Resolución de ejercicios y propuestas para la siguiente sesión**

Por último, se resolverán ejercicios relacionados con el temario tratado y se propondrán nuevos ejercicios para afianzar los conocimientos.

Como se mencionó anteriormente, la estructura de las sesiones puede variar según las necesidades del aula, por ejemplo, en caso de falta de tiempo.

Además de las sesiones dedicadas al temario teórico, se reservarán sesiones específicas para otras actividades:

- Para comenzar la sesión de aprendizaje se utilizará la sesión 6.
- Se dedicará la última parte de la sesión 11 a terminar de explicar para qué necesitan el teorema de los senos en la situación de aprendizaje.
- La sesión 13 se empleará para repasar el temario, resolver ejercicios y aclarar dudas, con el fin de preparar la prueba escrita de la sesión 15.
- La sesión 16 será una sesión de reserva, que podrá utilizarse para impartir temario en caso de retrasos o, en caso contrario, para dedicar más tiempo a la resolución de dudas antes de la prueba teórica, de manera que se disponga de dos sesiones de aclaración de dudas en lugar de una.

## 7. Secuenciación y Temporalización

FASE	SESIÓN	CONTENIDO
Introducción	1 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Evaluación inicial.</li> <li>▪ Introducción a la Trigonometría.</li> </ul>
Desarrollo	2 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Sistemas de medida de ángulos.</li> </ul>
	3 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Razones trigonométricas directas.</li> <li>▪ Razones trigonométricas directas de <math>30^\circ</math> y <math>60^\circ</math>.</li> </ul>
	4 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Razones Trigonométricas de <math>45^\circ</math>.</li> <li>▪ Regla nemotécnica.</li> <li>▪ Uso de la calculadora en trigonometría.</li> </ul>
	5 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Resolución de triángulos rectángulos.</li> <li>▪ Aplicaciones al cálculo de distancias.</li> </ul>
	6 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Situación de aprendizaje.</li> </ul>
	7 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Circunferencia goniométrica.</li> <li>▪ Razones de un ángulo cualquiera.</li> </ul>
	8 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Relaciones fundamentales.</li> </ul>
	9 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Otras funciones trigonométricas.</li> <li>▪ Otras relaciones.</li> <li>▪ Ejercicios.</li> </ul>
	10 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Reducción al primer cuadrante.</li> <li>▪ Ángulos asociados.</li> </ul>
	11 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Teorema de los senos.</li> <li>▪ Situación de aprendizaje.</li> </ul>
	12 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Teorema de los cosenos.</li> <li>▪ Resolución de triángulos cualesquiera.</li> </ul>

FASE	SESIÓN	CONTENIDO
Síntesis	13 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Repaso general.</li> <li>■ Ejercicios finales.</li> <li>■ Resolución de dudas.</li> </ul>
Evaluación	14 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Prueba escrita (Examen).</li> </ul>
	15 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Entrega de notas.</li> <li>■ Resolución del examen en pizarra.</li> </ul>
Sesión de reserva	16 <sup>a</sup> Sesión	<ul style="list-style-type: none"> <li>■ Sesión adicional.</li> </ul>

## 8. Actividades de Enseñanza y Aprendizaje

A continuación procederemos a indicar las actividades que se pretenden realizar en cada sesión. Aquellas que no aparecen nombradas serán ejercicios mandados para casa o de refuerzo.

### 8.1. 1<sup>a</sup> sesión:

Realizaremos una evaluación inicial haciendo uso de la herramienta digital Kahoot. Esta prueba será meramente informativa y servirá para conocer los conocimientos previos de los alumnos.

**Misión Trigonometría**

Prueba de diagnóstico de conocimientos previos. **⚠ NO cuenta para nota. ¡Relájate, confía en tu intuición y disfruta!**

¿Cómo se llama el teorema que afirma que estos dos triángulos son SEMEJANTES (proporcionales)?

Teorema de Pitágoras      Teorema de Tales

Teorema de Euclides      Teorema de la Altura

¿Cómo se llama el triángulo que tiene dos lados iguales y uno desigual?

Equilátero      Isósceles

Escaleno      Regular

¡Rápido! Sin calculadora. ¿Cuánto mide el lado "x" (la hipotenusa)?

14 cm      10 cm

100 cm      48 cm

Para el ver el resto de preguntas se puede acceder aquí:

<https://create.kahoot.it/share/pruebainicial/ecaabb4-f5e-e-453b-ac0f-97cce7fc45>.

Como la evaluación inicial no ocupará mucho tiempo de la sesión, en la segunda parte se procederá a introducir brevemente el concepto de trigonometría y su procedencia.

### 8.2. 2<sup>a</sup> sesión:

Se abordarán los dos sistemas de medida de ángulos: sexagesimal e internacional. Se verán algunas secciones de los ejercicios propuestos:

1. Pasa las siguientes medidas de grados a radianes:

- |                |                |                |
|----------------|----------------|----------------|
| a) $45^\circ$  | e) $720^\circ$ | i) $20^\circ$  |
| b) $90^\circ$  | f) $315^\circ$ | j) $100^\circ$ |
| c) $180^\circ$ | g) $-30^\circ$ | k) $150^\circ$ |
| d) $270^\circ$ | h) $210^\circ$ | l) $60^\circ$  |

$m) 50^\circ$

$\tilde{n}) 320^\circ$

$p) 280^\circ$

$n) 120^\circ$

$o) 350^\circ$

$q) 340^\circ$

2. Pasa las siguientes medidas de radianes a grados:

$a) \pi \text{ rad}$

$g) \frac{2\pi}{5} \text{ rad}$

$m) \frac{\pi}{9} \text{ rad}$

$b) 3\pi \text{ rad}$

$h) \frac{\pi}{2} \text{ rad}$

$n) \frac{2\pi}{9} \text{ rad}$

$c) \frac{\pi}{4} \text{ rad}$

$i) 2\pi \text{ rad}$

$\tilde{n}) \frac{3\pi}{5} \text{ rad}$

$d) \frac{2\pi}{3} \text{ rad}$

$j) \frac{3\pi}{2} \text{ rad}$

$o) \frac{\pi}{10} \text{ rad}$

$e) \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$

$k) 8\pi \text{ rad}$

$p) \frac{6\pi}{9} \text{ rad}$

$f) \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

$l) \frac{\pi}{5} \text{ rad}$

$q) 200\pi \text{ rad}$

y se mandarán para casa los siguientes ejercicios del apartado 6 (Ejercicios y problemas) del tema:

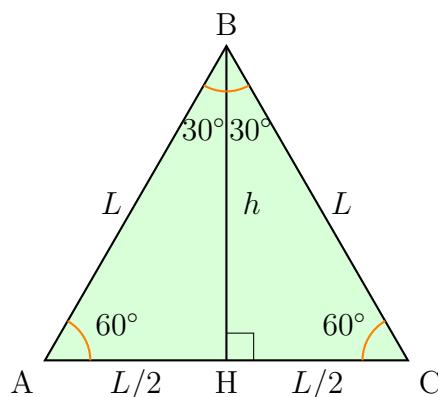
1. Pasa de radianes a grados:  $\pi/4, \pi/2, 4\pi, \frac{2}{3}\pi$  rad.
2. Pasa de grados a radianes:  $30^\circ, 200^\circ, 500^\circ, 60^\circ, 45^\circ$ .
4. Halla el área de un sector circular de ángulo central  $1.86$  rad en un círculo de  $3.1$  m de radio.

### 8.3. 3<sup>a</sup> sesión:

Primero se abordará el apartado de razones trigonométricas directas de un ángulo agudo, apoyándonos en los ejercicios propuestos de *Piensa y Practica*:

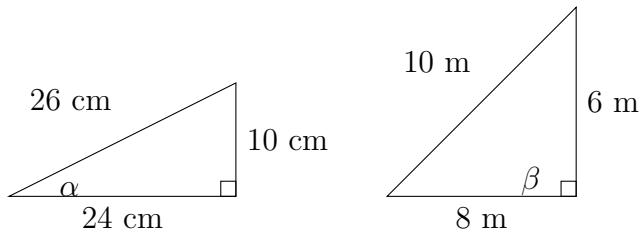
1. Averigua los ángulos de un triángulo isósceles sabiendo que el distinto mide  $2\pi/7$  rad.
2. Dibuja sobre un ángulo de  $45^\circ$ , un triángulo rectángulo cuya hipotenusa mida  $10$  cm. ¿Cuánto vale la tangente? Explica brevemente por qué.

En la segunda parte de la sesión, comenzaremos con las razones trigonométricas de ángulos de  $30^\circ$  y  $60^\circ$ . Se presenta el siguiente dibujo:



Para terminar, mandaremos los siguientes ejercicios del final del tema:

8. Expresa con una fracción cada una de las razones trigonométricas de  $\alpha$  y  $\beta$ .



9. Halla las razones trigonométricas de los ángulos agudos de estos triángulos rectángulos donde  $a$  es la hipotenusa y  $b$  y  $c$  los catetos:

- a)  $b = 56$  cm;  $a = 62,3$  cm
- b)  $b = 33,6$  cm;  $c = 4,5$  cm
- c)  $c = 16$  cm;  $a = 36$  cm

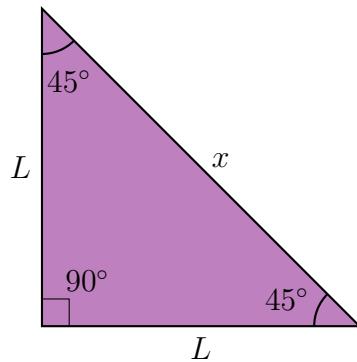
13. Completa en tu cuaderno la siguiente tabla:

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$			
$\cos \alpha$			
$\tan \alpha$			

Se les indicará que en el ejercicio 13 sólo deben hacer las de  $30^\circ$  y  $60^\circ$ .

#### 8.4. 4<sup>a</sup> sesión:

Para dar por finalizado el apartado 3.2. *Razones trigonométricas de  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $60^\circ$* , en la 4<sup>a</sup> sesión se explicarán las razones trigonométricas de un ángulo de  $45^\circ$  utilizando el triángulo:



Se les hablará de las reglas mnemotécnicas para recordar de manera sencilla los valores del sen y cos para los ángulos notables.

Por último, se les hablará a los alumnos del uso de la calculadora en trigonometría (página 10 de nuestro tema de elaboración propia).

Los ejercicios propuestos para esta sesión serán:

1. Terminar de completar el cuadro del ejercicio 13.
14. Completa la tabla en tu cuaderno siendo  $\alpha < 90^\circ$ . Utiliza fracciones y radicales.

$\text{sen } \alpha$	$\frac{2}{3}$		
$\cos \alpha$		$\frac{\sqrt{2}}{3}$	
$\tan \alpha$			2

18. Halla, con la calculadora, las otras razones trigonométricas del ángulo  $\alpha < 90^\circ$  en cada caso:

a) $\text{sen } \alpha = 0,23$	d) $\text{sen } \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$
b) $\cos \alpha = 0,74$	e) $\tan \alpha = \sqrt{3}$
c) $\tan \alpha = 1,75$	f) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

## 8.5. 5<sup>a</sup> sesión:

Explicaremos a los alumnos la resolución de triángulos rectángulos. Será importante apoyarse en dibujos para que los alumnos también lo hagan.

Se complementa la explicación teórica con los siguientes ejercicios:

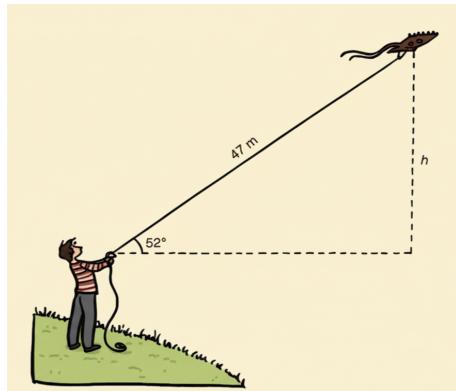
1. Los dos catetos de un triángulo rectángulo miden 48 cm y 71 cm. Halla los dos ángulos agudos. Representa el triángulo con todas sus medidas y ángulos.
2. En un triángulo rectángulo, un ángulo mide  $37^\circ$ , y el cateto opuesto, 87 cm. Halla el otro cateto y la hipotenusa. Representa el triángulo con todas sus medidas y ángulos.

Los ejercicios propuestos para casa en esta sesión son:

19. Resuelve los siguientes triángulos rectángulos ( $\hat{C} = 90^\circ$ ) hallando la medida de todos los elementos desconocidos:
  - a)  $a = 5$  cm,  $b = 12$  cm. Halla  $c$ ,  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ .
  - b)  $a = 43$  m,  $\hat{A} = 37^\circ$ . Halla  $b$ ,  $c$ ,  $\hat{B}$ .
  - c)  $c = 5,8$  km,  $\hat{A} = 71^\circ$ . Halla  $a$ ,  $b$ ,  $\hat{B}$ .

Además, se mandará como trabajo para casa leer el apartado del tema *3.4 Aplicaciones de la resolución de triángulos rectángulos al cálculo de distancias* y realizar el siguiente ejercicio de la parte final del tema:

35. Alfonso está haciendo volar su cometa. Ha soltado ya 47 m de hilo y el ángulo que forma la cuerda de la cometa con la horizontal es de  $52^\circ$ . ¿Cuál es la altura  $h$  a la que se encuentra la cometa?



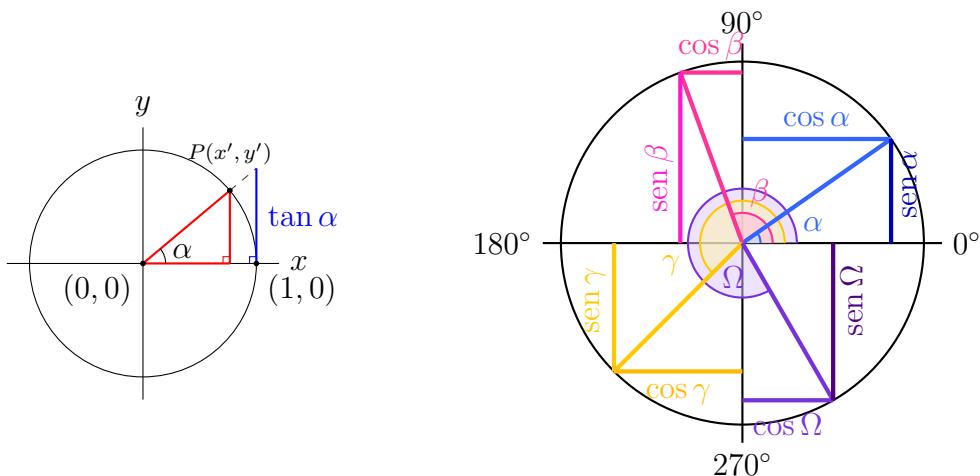
## 8.6. 6<sup>a</sup> sesión:

Aprovecharemos esta sesión para explicar en qué consiste la situación de aprendizaje, organizando a los alumnos en grupos de 3 para que puedan comenzar a tomar medidas en los distintos espacios del instituto.

## 8.7. 7<sup>a</sup> sesión:

En la séptima sesión se abordará el concepto de circunferencia goniométrica y las razones trigonométricas de un ángulo cualquiera. También veremos cómo se relacionan seno, coseno y tangente.

Nos apoyaremos en las siguientes figuras:



yharemos uso de la herramienta digital *GeoGebra* para la visualización un ejercicio de ángulos en diferentes cuadrantes (<https://www.geogebra.org/m/rwsTkMqN>).

Se realizarán los siguientes ejercicios en clase:

1. Dibujo el cuadrante en el que se encuentran los ángulos:  $35, \frac{\pi}{4}, 183, 120, \frac{5\pi}{3}$ . Indica el signo del sen, cos y de la tan para cada uno de ellos.
2. Calcula  $\cos \alpha$  sabiendo que el  $\sen \alpha = -0,45$  y que el ángulo  $\alpha$  está en el tercer cuadrante.

Y los ejercicios propuestos en esta sesión serán:

26. Sitúa en la circunferencia goniométrica estos ángulos e indica el signo de sus razones trigonométricas. Comprueba con la calculadora.

a) $128^\circ$	d) $98^\circ$	g) $1320^\circ$
b) $198^\circ$	e) $285^\circ$	h) $740^\circ$
c) $87^\circ$	f) $305^\circ$	i) $-105^\circ$
27. Explica en qué cuadrante está  $\alpha$ , en cada caso, y calcula las restantes razones trigonométricas:

a) $\sen \alpha = 0,6$ ; $\cos \alpha < 90^\circ$	c) $\tan \alpha = -2$ ; $\sen \alpha > 0^\circ$
b) $\cos \alpha = 2/3$ ; $\tan \alpha > 270^\circ$	d) $\cos \alpha = -1/3$ ; $\tan \alpha < 0^\circ$
28. Justifica en qué cuadrante está  $\alpha$ , en cada caso, y calcula las restantes razones trigonométricas:

a) $\sen \alpha = 4/5$ ; $\alpha < 90^\circ$	c) $\tan \alpha = 3$ ; $\alpha > 180^\circ$
b) $\cos \alpha = 2/3$ ; $\alpha > 270^\circ$	d) $\cos \alpha = -3/4$ ; $\alpha < 180^\circ$

## 8.8. 8<sup>a</sup> sesión:

Aprovechando lo visto en la sesión anterior, pasaremos a explicar las relaciones fundamentales. Se explicará la primera y segunda relación fundamental ayudándonos de los ejercicios resueltos:

- Sabiendo que  $\cos(\alpha) = 0,63$ , calcula  $\sen(\alpha)$  y  $\tan(\alpha)$ .
- Sabiendo que  $\tan(\alpha) = 2$ , calcula  $\sen(\alpha)$  y  $\cos(\alpha)$ .

Los ejercicios propuestos en esta sesión serán:

1. Si  $\sen(\beta) = \frac{4}{5}$ , ¿cuánto valen  $\cos(\beta)$  y  $\tan(\beta)$ ?
2. Si  $\tan(\beta) = 0,53$ , ¿cuánto valen  $\cos(\beta)$  y  $\sen(\beta)$ ?

## 8.9. 9<sup>a</sup> sesión:

Terminaremos de ver otras funciones trigonométricas y el resto de las relaciones fundamentales. Una vez dada la parte teórica, se pasará a la resolución de ejercicios en la pizarra relacionados con las últimas dos sesiones.

Se utilizarán los ejercicios de *Piensa y Practica* de la página 10 del temario:

1. Sabiendo que  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ , calcula las razones trigonométricas secante, cosecante y cotangente de  $\alpha$ .
2. Si  $\cotan \alpha = 2$ , calcula las cinco razones trigonométricas del ángulo  $\alpha$ .

Además, utilizaremos ejercicios resueltos relacionados con el temario extraídos de <https://www.sangakoo.com/es/temas/razones-trigonometricas-inversas-cosecante-secante-y-cotangente/ejercicios> como el siguiente:

- Dado el triángulo  $ABC$ , cuyos lados valen  $a = 3$ ,  $b = 4$  y  $c = 5$ , siendo  $\alpha$  el ángulo del vértice  $A$ , calcular los siguientes valores:

a) $\sen \alpha$	b) $\cos \alpha$	c) $\tan \alpha$
d) $\cosec \alpha$	e) $\sec \alpha$	f) $\cotan \alpha$

Se mandarán a casa los siguientes ejercicios:

3. Demuestra que  $\cosec^2 \alpha = 1 + \cotan^2 \alpha$ .
- Calcula el seno, el coseno y la tangente del ángulo  $\alpha$ , que cumple las siguientes condiciones:

a) $\cotan \alpha = \frac{1}{2}$ , con $180^\circ < \alpha < 270^\circ$ .	b) $\sec \alpha = -\frac{5}{4}$ , con $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ .	c) $\cosec \alpha = -\frac{5\sqrt{3}}{3}$ , con $270^\circ < \alpha < 360^\circ$ .
---	---	--

Este último ejercicio está sacado de la página web: [http://ieslacontraviesa.es/wp-content/uploads/2020/04/SOLUCIONES\\_U7\\_MATES\\_ACAD\\_4ESO.pdf](http://ieslacontraviesa.es/wp-content/uploads/2020/04/SOLUCIONES_U7_MATES_ACAD_4ESO.pdf).

## 8.10. 10<sup>a</sup> sesión:

En la sesión 10, veremos la reducción de cualquier ángulo del segundo, tercer o cuarto cuadrante al primero. En la segunda parte de la clase, se verán los diferentes tipos de ángulos: complementarios, suplementarios, opuestos y de más de  $360^\circ$ .

Para ambos casos, nos ayudaremos de *GeoGebra* (<https://www.geogebra.org/m/HMM2ef78y> <https://www.geogebra.org/m/AbpeHuyd>) para poder visualizarlo y entenderlo mejor.

Los ejercicios propuestos para casa serían los siguientes:

1. Sitúa el ángulo dado sobre la circunferencia goniométrica y calcula sus razones:

- |                |                 |                |
|----------------|-----------------|----------------|
| a) $150^\circ$ | b) $240^\circ$  | c) $300^\circ$ |
| d) $225^\circ$ | e) $1920^\circ$ | f) $-30^\circ$ |

2. Relaciona las razones trigonométricas con las de un ángulo  $\alpha$  del primer cuadrante:

- |                             |                              |                              |
|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|
| a) $\frac{\pi}{2} + \alpha$ | b) $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ | c) $\frac{3\pi}{2} + \alpha$ |
|-----------------------------|------------------------------|------------------------------|

1. Halla las razones trigonométricas del ángulo de  $\frac{5\pi}{12}$ , sabiendo que las razones de  $\frac{\pi}{12}$  son:

$$\sin \frac{\pi}{12} = 0,259 \quad ; \quad \cos \frac{\pi}{12} = 0,966 \quad ; \quad \tan \frac{\pi}{12} = 0,268$$

2. Obtén las razones trigonométricas del ángulo  $\alpha = -20$ .

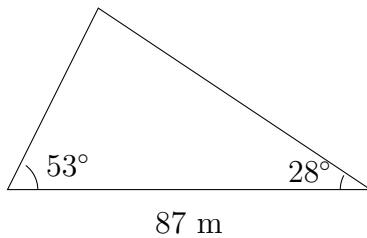
3. Sin usar la calculadora y sabiendo que  $\sin 20^\circ = 0,342$ ,  $\cos 20^\circ = 0,939$  y  $\tan 20^\circ = 0,364$ , calcula:

- |                      |                     |
|----------------------|---------------------|
| a) $\sin 160^\circ$  | b) $\cos 200^\circ$ |
| c) $\tan(-20^\circ)$ | d) $\tan 70^\circ$  |

## 8.11. 11<sup>a</sup> sesión:

Para la 11<sup>a</sup> sesión, veremos el teorema del seno y procederemos con su demostración. Una vez realizada la demostración, veremos ejercicios resueltos para su completa comprensión :

- Hallar los lados desconocidos de este triángulo

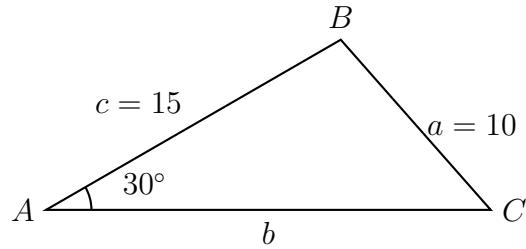


- En el siguiente triángulo de lados  $c = 15$  cm y  $a = 10$  cm. Calcular cuánto mide el ángulo  $\hat{C}$  sabiendo que el ángulo  $\hat{A}$  mide  $30^\circ$ .

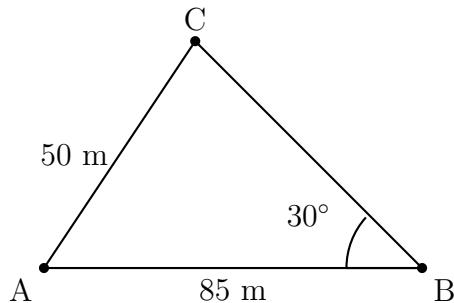
El ejercicio propuesto para esta sección es:

1. Aplica el teorema de los senos para resolver los siguientes triángulos:

- a) Halla los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  de un triángulo  $ABC$  sabiendo que  $\overline{AC} = 100$  cm,  $\hat{A} = 42^\circ$  y  $\hat{C} = 18^\circ$ .



b) ¡Atención! Hay dos soluciones.

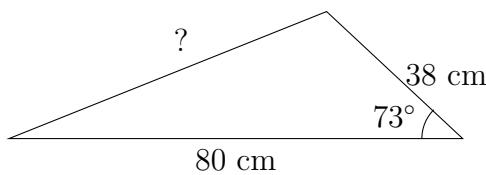


Para finalizar la clase, relacionaremos el teorema del seno con la resolución de la situación de aprendizaje. Entonces, se establecerá la fecha de entrega del informe.

### 8.12. 12<sup>a</sup> sesión:

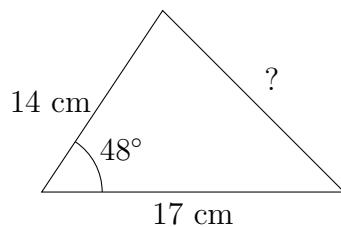
En la primera mitad de esta sesión, veremos el teorema del coseno (únicamente la parte teórica porque la demostración no se verá en esta unidad) apoyándonos en ejercicios resueltos como el siguiente:

- Hallar los elementos desconocidos en este triángulo.



En la otra mitad trataremos la resolución de triángulos cualesquiera viendo otro ejercicio resuelto:

- Resolver el triángulo aplicando la estrategia de la altura



Se propondrán los siguientes ejercicios para trabajar en casa:

1. En un triángulo  $ABC$ , halla el lado  $\overline{BC}$  conociendo los lados  $\overline{AB} = 37\text{ cm}$  y  $\overline{AC} = 50\text{ cm}$  y el ángulo  $\widehat{A} = 32^\circ$ .
2. Halla los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  de un triángulo  $ABC$  sabiendo que el lado  $\overline{AC} = 100\text{ cm}$  y los ángulos  $\widehat{A} = 42^\circ$  y  $\widehat{C} = 18^\circ$ .
5. Resuelve los siguientes triángulos:
  - a)  $a = 12\text{ cm}$ ,  $b = 16\text{ cm}$ ,  $c = 10\text{ cm}$
  - b)  $b = 22\text{ cm}$ ,  $a = 7\text{ cm}$ ,  $\widehat{C} = 40^\circ$
  - c)  $b = 4\text{ cm}$ ,  $c = 3\text{ cm}$ ,  $\widehat{A} = 105^\circ$

### 8.13. 13<sup>a</sup> sesión:

Para la última sesión de la fase de síntesis, se tratarán dudas del temario que tenga el alumnado y se procederá con el resto de ejercicios de la unidad que no se hayan realizado a lo largo del resto de sesiones.

En caso de no presentarse ningún contratiempo durante las sesiones impartidas, se utilizará la sesión de reserva, sesión 16, como sesión de síntesis antes de la prueba de evaluación.

### 8.14. 14<sup>a</sup> sesión:

La sesión 14 será utilizada para la realización de la prueba escrita. El examen realizado se encuentra en el apartado *9.3 Examen final y su resolución*: de este mismo documento.

### 8.15. 15<sup>a</sup> sesión:

Por último, se procederá con la entrega de notas de la prueba realizada en la sesión anterior para, posteriormente, pasar a la resolución de este. La resolución de la prueba escrita se encuentra en el apartado *9.3 Examen final y su resolución*: de este documento.

### 8.16. 16<sup>a</sup> sesión:

No estará especificado su uso debido a que es una sesión de reserva, es decir, su uso dependerá de cómo se hayan desarrollado el resto de sesiones. Si no se ha presentado ningún imprevisto, la sesión 16 será utilizada como una sesión de síntesis antes de la evaluación. En caso contrario, esta sesión será utilizada para desarrollar temario.

## 9. Evaluación

### 9.1. Criterios de evaluación

A continuación, se relacionan los criterios de evaluación oficiales de la materia de Matemáticas B de 4º ESO (Decreto 110/2022) seleccionados para esta unidad, los cuales se consideran equiponderados, junto con las evidencias concretas extraídas del desarrollo de la unidad didáctica:

Criterio de Evaluación (Decreto 110/2022)	Evidencias y Concreción en la UD
<b>1.1.</b> Reformular de forma verbal y gráfica problemas matemáticos, interpretando los datos y preguntas planteadas.	<b>Traducción de enunciados.</b> Dibujar esquemas a partir de la realidad (toma de medidas) y de enunciados escritos. <i>Evidencia:</i> Sesión 6 (Situación de Aprendizaje) y problema de las sombras (Pág. 4).
<b>1.2.</b> Utilizar herramientas digitales adecuadas para representar matemáticamente la información más relevante de un problema resolviendo situaciones problematizadas.	<b>Uso de Software Dinámico.</b> Visualización de conceptos mediante tecnología. <i>Evidencia:</i> Uso de <b>GeoGebra</b> para visualizar los cuadrantes (Pág. 17, 21 y 23) integrado en las sesiones.
<b>1.3.</b> Analizar y seleccionar diferentes herramientas y estrategias elaboradas para resolver un mismo problema valorando su eficiencia.	<b>Selección de la estrategia óptima.</b> Decidir cuándo aplicar la definición de razón, el T <sup>a</sup> del seno o el T <sup>a</sup> del coseno según los datos. <i>Evidencia:</i> Esquema de decisión Resolución de triángulos cualesquiera (Pág. 32).
<b>1.4.</b> Obtener todas las soluciones matemáticas de un problema movilizando los conocimientos necesarios y las herramientas tecnológicas necesarias.	<b>Análisis de soluciones múltiples.</b> Identificación del caso ambiguo (dos soluciones) en triángulos. <i>Evidencia:</i> Explicación en la Sesión 11 sobre las dos soluciones del seno (Pág. 27 y 28, Ejercicios Resueltos).
<b>2.1.</b> Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema.	<b>Validación de resultados.</b> Verificar coherencia (suma de ángulos = 180°, hipotenusa > catetos). <i>Evidencia:</i> Ejercicios resueltos en Sesiones 5 y 12.

Criterio de Evaluación (Decreto 110/2022)	Evidencias y Concreción en la UD
<p><b>4.2.</b> Modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz interpretando, modificando, generalizando y creando algoritmos.</p>	<p><b>Modelización de la realidad.</b> Modelizar problemas de navegación y topografía. <i>Evidencia:</i> Problemas de barcos, faros y pendientes (Pág. 40-41).</p>
<p><b>5.1.</b> Conectar los conocimientos y experiencias matemáticas entre sí para formar un todo coherente.</p>	<p><b>Conexiones internas.</b> Relacionar trigonometría con álgebra (ecuaciones). <i>Evidencia:</i> Relaciones fundamentales (<math>\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1</math>) en <b>Sesiones 8 y 9</b>.</p>
<p><b>5.2.</b> Analizar y poner en práctica conexiones entre diferentes procesos matemáticos aplicando conocimientos y experiencias previas.</p>	<p><b>Interdisciplinariedad.</b> Aplicación a la Física (velocidad, fuerzas). <i>Evidencia:</i> Reto 1 sobre velocidad en nudos y navegación (Pág. 42).</p>
<p><b>6.3.</b> Valorar la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad y su contribución a la superación de los <i>Retos</i> que demanda la sociedad actual.</p>	<p><b>Contexto Histórico.</b> Valoración del desarrollo de la trigonometría. <i>Evidencia:</i> Introducción histórica (Grecia, India, Arabia) en la <b>Sesión 1</b> (Pág. 3).</p>
<p><b>7.1.</b> Representar matemáticamente la información más relevante de un problema, los conceptos, los procedimientos y los resultados matemáticos.</p>	<p><b>Representación Gráfica.</b> Capacidad para bocetar el triángulo con los datos en la posición correcta antes de operar. <i>Evidencia:</i> "Plantea un dibujo del ejercicio" (Ejercicios Pág. 15).</p>
<p><b>7.2.</b> Seleccionar entre diferentes herramientas, incluidas las digitales, y formas de representación valorando su utilidad para compartir información.</p>	<p><b>Elección de soporte.</b> Alternar entre cálculo manual (examen) y digital (GeoGebra) según la tarea. <i>Evidencia:</i> Alternancia de métodos en las <b>Sesiones 7 y 14</b>.</p>
<p><b>8.1.</b> Comunicar ideas, conclusiones, conjeturas y razonamientos matemáticos, utilizando diferentes medios, incluidos los digitales...</p>	<p><b>Terminología precisa.</b> Uso correcto de grados/radianes y notación (<math>\sin, \cos, \tan</math>). <i>Evidencia:</i> Expresión escrita en el Examen (<b>Sesión 14</b>).</p>
<p><b>10.1.</b> Colaborar activamente y construir relaciones trabajando con las matemáticas en equipos heterogéneos...</p>	<p><b>Trabajo Colaborativo.</b> Cooperación en la resolución de problemas de campo. <i>Evidencia:</i> Situación de Aprendizaje en <b>Sesiones 6 y 11</b>.</p>

Criterio de Evaluación (Decreto 110/2022)	Evidencias y Concreción en la UD
<b>10.2.</b> Gestionar el reparto de tareas en el trabajo en equipo, aportando valor, favoreciendo la inclusión y la escucha activa.	<p><b>Gestión de roles.</b> Asignación de funciones (medidor, anotador, calculador) en la práctica de campo. <i>Evidencia:</i> Organización interna del grupo durante la toma de medidas (<b>Sesión 6</b>).</p>

## 9.2. Instrumentos de evaluación

A lo largo de la unidad didáctica, emplearemos distintas herramientas e instrumentos que nos permitirán realizar una evaluación continua y formativa de las competencias adquiridas por el alumnado. A continuación, se enumeran dichos instrumentos:

- **Resolución de las actividades de desarrollo:** se evaluará la realización diaria de los ejercicios propuestos en las secciones *Piensa y Practica* y la batería final de “*Ejercicios y problemas*”. Se valorará positivamente el esfuerzo, el orden en el cuaderno y la justificación lógica de los pasos, más allá del resultado numérico final.
- **Situación de Aprendizaje (Práctica de Campo):** instrumento fundamental desarrollado en las **Sesiones 6 y 11**, que evalúa competencias grupales y de aplicación real. El alumnado deberá trabajar en equipo para tomar medidas en el entorno y aplicar los teoremas trigonométricos (Seno y Coseno) para calcular distancias inaccesibles. Se valorará la precisión y el informe de resultados.
- **Actividad de profundización (Retos):** resolución de los problemas complejos planteados en diferentes secciones denominados *Retos* (pág. 22 y 42), donde se relacionan, por ejemplo, las matemáticas con la navegación y la física. Esta actividad permitirá valorar la excelencia y la capacidad de conectar saberes, como un positivo la calificación final.
- **Observación directa y participación:** se evaluará la actitud proactiva en clase, el respeto a los compañeros durante el trabajo colaborativo y la participación en la corrección de ejercicios en la pizarra.
- **Prueba final escrita:** se realizará en la **Sesión 14** y contendrá una evaluación general de las competencias descritas en la UD, incluyendo cuestiones teóricas y resolución de triángulos.

### 9.3. Examen final y su resolución:

Seguidamente, presentamos el modelo de prueba escrita correspondiente a la Sesión 14:

## TRIGONOMETRÍA. 2<sup>a</sup> EVALUACIÓN.

## MATEMÁTICAS B. 4º ESO.

Nombre y Apellidos: ..... Fecha: .....

1. (1 punto) Expresa en grados o en radianes, según corresponda:

$$60^\circ; \quad 300^\circ; \quad \frac{7\pi}{6} \text{ rad}; \quad 4 \text{ rad}$$

2. (2 puntos) En el triángulo ABC, rectángulo en A, conocemos:

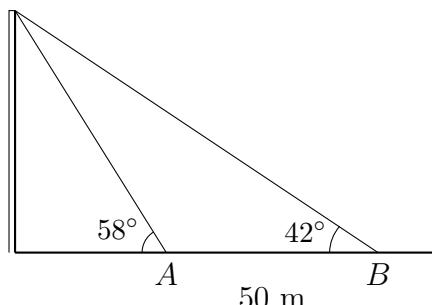
- a)  $\hat{B} = 30^\circ$ ,  $b = 6$  cm. Calcula  $a$ .
- b)  $\hat{C} = 55^\circ$ ,  $b = 4$  cm. Calcula  $c$ .
- c)  $b = 7$  cm,  $a = 10$  cm. Calcula el ángulo  $\hat{C}$ .
- d)  $b = 3$  cm,  $a = 5$  cm. Calcula el ángulo  $\hat{B}$ .

(Realiza, en cada caso, un dibujo para recoger los datos)

3. (1,5 puntos) Los brazos de un compás, que miden 12 cm, forman un ángulo de  $50^\circ$ . ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa abertura?

4. (1,5 puntos) Las diagonales de un rombo miden 12 cm y 6 cm respectivamente. Calcula el lado del rombo y sus ángulos.

5. (2 puntos) Para hallar la altura de una antena, medimos desde el punto A el ángulo de elevación y obtenemos  $58^\circ$ . Nos alejamos 50 m y el nuevo ángulo de elevación es de  $42^\circ$ . ¿Cuál es la altura de la antena?



6. (1 punto) Indica el cuadrante o cuadrantes al que pertenece el ángulo  $\alpha$  en cada caso:

- a) Si  $\sin \alpha < 0$  y  $\tan \alpha < 0$
- b) Si  $\sin \alpha > 0$
- c) Si  $\tan \alpha < 0$
- d) Si  $\cos \alpha < 0$  y  $\tan \alpha > 0$

7. (1 punto) Calcula el valor exacto de las restantes razones trigonométricas del ángulo del tercer cuadrante  $\alpha$ , sabiendo que  $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ .

A continuación, mostramos la resolución de dicho examen:

1. (1 punto) Expresa en grados o en radianes, según corresponda:

$$60^\circ; \quad 300^\circ; \quad \frac{7\pi}{6} \text{ rad}; \quad 4 \text{ rad}$$

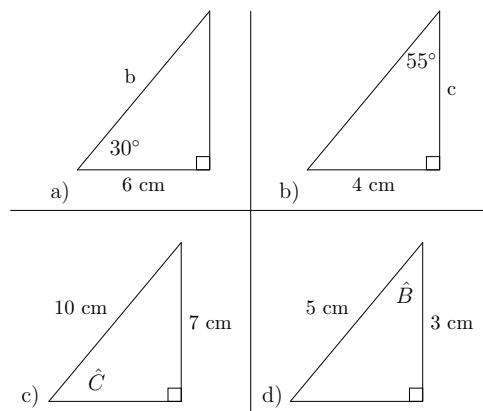
*Solución:*

- $60^\circ = 60^\circ \cdot \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$
- $300^\circ = 300^\circ \cdot \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = \frac{5\pi}{3} \text{ rad}$
- $\frac{7\pi}{6} \text{ rad} = \frac{7\pi}{6} \text{ rad} \cdot \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} = 210^\circ$
- $4 \text{ rad} = 4 \text{ rad} \cdot \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} = \frac{720^\circ}{\pi} \approx 229,18^\circ$

2. (2 puntos) En el triángulo ABC, rectángulo en A, conocemos:

- a)  $\hat{B} = 30^\circ$ ,  $b = 6 \text{ cm}$ . Calcula  $a$ .
- b)  $\hat{C} = 55^\circ$ ,  $b = 4 \text{ cm}$ . Calcula  $c$ .
- c)  $b = 7 \text{ cm}$ ,  $a = 10 \text{ cm}$ . Calcula el ángulo  $\hat{C}$ .
- d)  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $a = 5 \text{ cm}$ . Calcula el ángulo  $\hat{B}$ .

*Solución:*



Hechos los dibujos, procedemos a resolver.

$$a) \ \sin 30^\circ = \frac{6}{b} \Rightarrow b = \frac{6}{\sin 30^\circ} = \frac{6}{1/2} = 12 \text{ cm.}$$

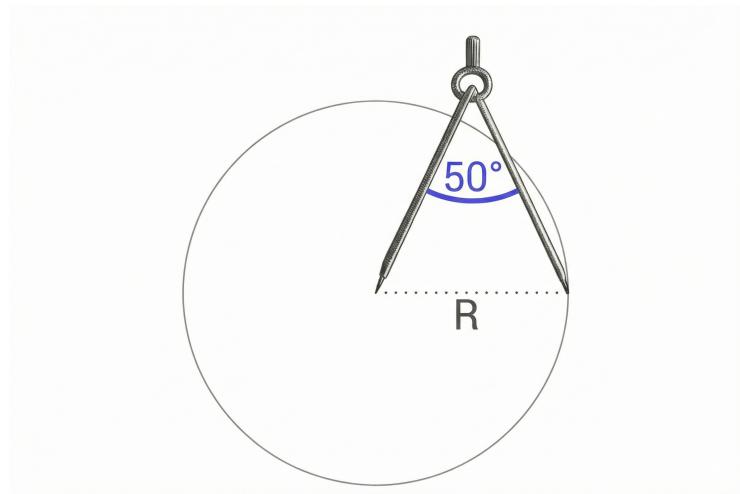
$$b) \ \tan 55^\circ = \frac{4}{c} \Rightarrow c = \frac{4}{\tan 55^\circ} \approx 2,8 \text{ cm.}$$

$$c) \ \sin \hat{C} = \frac{7}{10} \Rightarrow \hat{C} = \arcsen 0,7 = 44,43^\circ.$$

$$d) \ \cos \hat{B} = \frac{3}{5} \Rightarrow \hat{B} = \arccos 0,6 = 53,13^\circ.$$

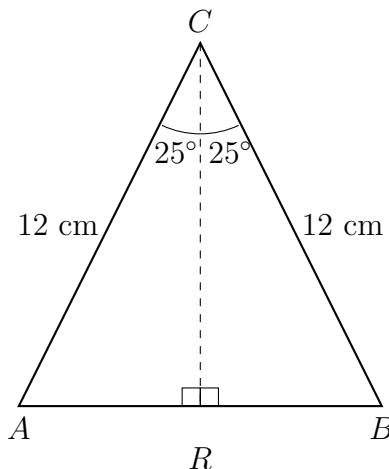
3. (1,5 puntos) Los brazos de un compás, que miden 12 cm, forman un ángulo de  $50^\circ$ . ¿Cuál es el radio de la circunferencia que puede trazarse con esa abertura?

*Solución:*



Basándonos en la imagen anterior, observamos que la abertura del compás forma un triángulo isósceles. Para hallar el valor de  $R$  (el radio), dividimos este triángulo en dos triángulos rectángulos iguales trazando la altura desde el vértice superior.

El triángulo que tenemos es el siguiente:



Los datos para el triángulo rectángulo resultante son:

- **Hipotenusa:** Es la longitud del brazo, 12 cm.
- **Ángulo superior:** Es la mitad del ángulo total:  $\frac{50^\circ}{2} = 25^\circ$ .
- **Cateto opuesto:** Es la mitad del radio:  $R/2$ .

Aplicamos la razón trigonométrica del seno:

$$\sin(25^\circ) = \frac{R/2}{12}$$

Despejamos  $R$  paso a paso:

$$\frac{R}{2} = 12 \cdot \operatorname{sen}(25^\circ)$$

$$R = 2 \cdot 12 \cdot \operatorname{sen}(25^\circ)$$

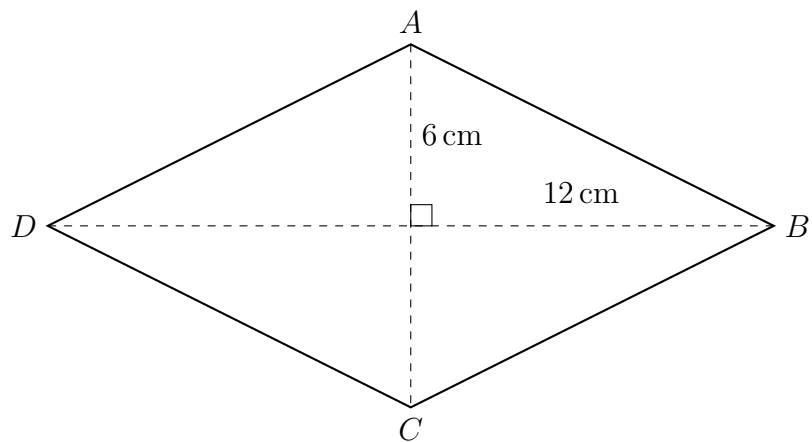
$$R = 24 \cdot 0,4226$$

$$R \approx 10,14 \text{ cm}$$

El radio de la circunferencia trazada es de aproximadamente 10,14 cm.

4. **(1,5 puntos)** Las diagonales de un rombo miden 12 cm y 6 cm respectivamente. Calcula el lado del rombo y sus ángulos.

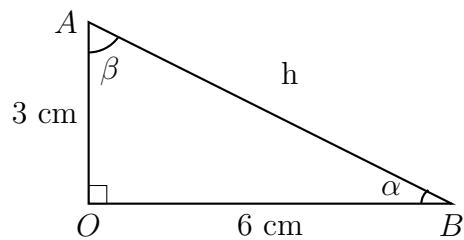
*Solución:*



Las diagonales de un rombo se cortan perpendicularmente y se cortan mutuamente. Por tanto, cada semidiagonal mide:

$$\frac{12}{2} = 6 \text{ cm}, \quad \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}.$$

Entonces me queda el siguiente triángulo rectángulo:



El lado del rombo se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo formado por las semidiagonales:

$$h = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{36 + 9} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \approx 6,71 \text{ cm.}$$

Para los ángulos, si llamamos  $\alpha$  al ángulo agudo del rombo, en el triángulo rectángulo formado por las semidiagonales:

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2},$$

de donde

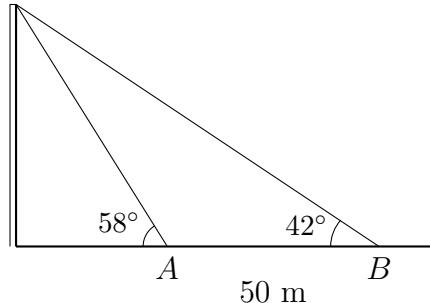
$$\frac{\alpha}{2} = \arctan\left(\frac{1}{2}\right), \quad \alpha = 2 \arctan\left(\frac{1}{2}\right) \approx 53,13^\circ.$$

El ángulo obtuso es  $\beta = 180^\circ - \alpha \approx 126,87^\circ$ .

$h = 3\sqrt{5} \approx 6,71 \text{ cm}$

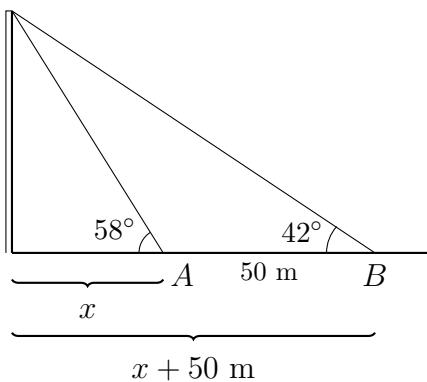
Ángulos  $\approx 53,13^\circ$  y  $126,87^\circ$

5. **(2 puntos)** Para hallar la altura de una antena, medimos desde el punto  $A$  el ángulo de elevación y obtenemos  $58^\circ$ . Nos alejamos  $50 \text{ m}$  y el nuevo ángulo de elevación es de  $42^\circ$ . ¿Cuál es la altura de la antena?



*Solución:*

Sea  $h$  la altura de la antena y  $x$  la distancia desde el primer punto de observación  $A$  a la base de la antena, tendríamos entonces que la distancia desde la base de la antena hasta el punto  $B$  sería  $x + 50m$ ,



Podemos entonces calcular:

$$\tan(58^\circ) = \frac{h}{x} \Rightarrow h = x \cdot \tan(58^\circ)$$

$$\tan(42^\circ) = \frac{h}{x+50} \Rightarrow h = (x+50) \cdot \tan(42^\circ)$$

Si igualamos ambas expresiones de  $h$ , nos queda la siguiente igualdad:

$$x \cdot \tan(58^\circ) = (x+50) \cdot \tan(42^\circ)$$

$$x \cdot \tan(58^\circ) = x \cdot \tan(42^\circ) + 50 \cdot \tan(42^\circ)$$

$$x \cdot (\tan(58^\circ) - \tan(42^\circ)) = 50 \cdot \tan(42^\circ)$$

$$x = \frac{50 \cdot \tan(42^\circ)}{\tan(58^\circ) - \tan(42^\circ)}$$

$$x = \frac{50 \cdot 0,9004}{1,6003 - 0,9004} = \frac{45,02}{0,6999} \approx 64,32 \text{ m}$$

Una vez obtenido el valor de  $x$  podemos calcular la altura,  $h$ , de la antena:

$$h = x \cdot \tan(58^\circ) = 64,32 \cdot 1,6003 \approx 102,93 \text{ m}$$

$$h \approx 103 \text{ m}$$

6. **(1 punto)** Indica el cuadrante o cuadrantes al que pertenece el ángulo  $\alpha$  en cada caso:

- a) Si  $\sin \alpha < 0$  y  $\tan \alpha < 0$
- b) Si  $\sin \alpha > 0$
- c) Si  $\tan \alpha < 0$
- d) Si  $\cos \alpha < 0$  y  $\tan \alpha > 0$

*Solución:*

Si recordamos la tabla de signos para cada cuadrante:

Cuadrante	sen	cos	tan
I	+	+	+
II	+	-	-
III	-	-	+
IV	-	+	-

Tendremos entonces que:

- a)  $\alpha$  pertenece al IV cuadrante.
- b)  $\alpha$  puede pertenecer al I cuadrante y al II cuadrante.
- c)  $\alpha$  puede pertenecer al II cuadrante y al IV cuadrante.
- d)  $\alpha$  pertenece al III cuadrante.

7. (1 punto) Calcula el valor exacto de las restantes razones trigonométricas del ángulo del tercer cuadrante  $\alpha$ , sabiendo que  $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ .

*Solución:*

Sabemos que  $\alpha$  está en el tercer cuadrante, por lo que:

$$\sin \alpha < 0, \quad \cos \alpha < 0, \quad \tan \alpha > 0$$

Sabes que:

$$\cos \alpha = -\frac{2}{5}.$$

Primero, usamos la identidad fundamental:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \left(-\frac{2}{5}\right)^2 = 1$$

$$\sin^2 \alpha + \frac{4}{25} = 1$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \frac{4}{25} = \frac{25}{25} - \frac{4}{25} = \frac{21}{25}$$

$$\sin \alpha = -\sqrt{\frac{21}{25}} = -\frac{\sqrt{21}}{5}$$

**Nota:** El signo negativo porque  $\alpha$  está en el tercer cuadrante.

Ahora calculamos las demás razones trigonométricas:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-\frac{\sqrt{21}}{5}}{-\frac{2}{5}} = \frac{\sqrt{21}}{2} > 0$$

$$\operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} = -\frac{5}{\sqrt{21}}$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} = -\frac{5}{2}$$

$$\cotan \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} = \frac{2}{\sqrt{21}}$$

$\sin \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$	$\cos \alpha = -\frac{2}{5}$	$\tan \alpha = \frac{\sqrt{21}}{2}$
$\operatorname{cosec} \alpha = -\frac{5}{\sqrt{21}}$	$\sec \alpha = -\frac{5}{2}$	$\cotan \alpha = \frac{2}{\sqrt{21}}$

## 9.4. Criterios de calificación

La calificación del alumnado se determinará a partir del grado de consecución de las competencias trabajadas en la UD. Todas las competencias tendrán el mismo peso en la calificación. Para ello, se empleará la siguiente tabla de registro que permite el seguimiento de varios alumnos simultáneamente:

Criterios	Alumnos			
	1	2	3	...
1.1. Reformular de forma verbal y gráfica problemas matemáticos, interpretando los datos y preguntas planteadas.				
1.2. Utilizar herramientas digitales adecuadas para representar matemáticamente la información más relevante de un problema resolviendo situaciones problematizadas.				
1.3. Analizar y seleccionar diferentes herramientas y estrategias elaboradas para resolver un mismo problema valorando su eficiencia.				
1.4. Obtener todas las soluciones matemáticas de un problema movilizando los conocimientos necesarios y las herramientas tecnológicas necesarias.				
2.1. Comprobar la corrección matemática de las soluciones de un problema.				
4.2. Modelizar situaciones y resolver problemas de forma eficaz interpretando, modificando, generalizando y creando algoritmos.				
5.1. Conectar los conocimientos y experiencias matemáticas entre sí para formar un todo coherente.				
5.2. Analizar y poner en práctica conexiones entre diferentes procesos matemáticos aplicando conocimientos y experiencias previas.				

Criterios	Alumnos			
	1	2	3	...
6.3. Valorar la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad y su contribución a la superación de los retos que demanda la sociedad actual.				
7.1. Representar matemáticamente la información más relevante de un problema, los conceptos, los procedimientos y los resultados matemáticos.				
7.2. Seleccionar entre diferentes herramientas, incluidas las digitales, y formas de representación valorando su utilidad para compartir información.				
8.1. Comunicar ideas, conclusiones, conjeturas y razonamientos matemáticos, utilizando diferentes medios, incluidos los digitales, con coherencia, claridad y terminología apropiada.				
10.1. Colaborar activamente y construir relaciones trabajando con las matemáticas en equipos heterogéneos.				
10.2. Gestionar el reparto de tareas en el trabajo en equipo, aportando valor, favoreciendo la inclusión y la escucha activa.				

## 9.5. Rúbrica de evaluación de la situación de aprendizaje

Esta rúbrica evalúa la práctica de campo realizada en el patio (Sesiones 6 y 11), centrada en la medición de un objeto mediante dos métodos (directo y trigonométrico), su comparación y la elaboración del informe final.

Criterios	Excelente (2 p)	Bueno (1,5 p)	Regular (1 p)	Deficiente (0 p)
<b>Ejecución de las mediciones (Campo)</b>	Realiza con precisión tanto la medición directa (cinta métrica) como la toma de datos del método trigonométrico (ángulos/bases), registrando todo con orden y unidades.	Toma las medidas de ambos métodos correctamente, aunque con pequeños errores de precisión o desorden en el registro de datos.	Realiza las mediciones con dificultad o falta precisión en uno de los métodos (directo o indirecto), afectando al resultado.	No realiza las mediciones solicitadas o los datos recogidos son inventados/incoherentes.

Criterios	Excelente (2 p)	Bueno (1,5 p)	Regular (1 p)	Deficiente (0 p)
<b>Resolución Matemática</b>	Aplica correctamente el método trigonométrico asignado, resolviendo el triángulo y obteniendo una altura/anchura coherente con la realidad.	Plantea bien el método trigonométrico, pero comete errores leves de cálculo o redondeo en la obtención del resultado final.	Tiene dificultades para aplicar el método trigonométrico o el resultado obtenido es muy dispar respecto a la medida directa.	No logra resolver el problema trigonométrico o el cálculo no tiene relación con los datos.
<b>Análisis Comparativo y Crítico</b>	Compara explícitamente los resultados de ambos métodos, analizando el margen de error y justificando las posibles causas de las diferencias encontradas.	Compara los resultados y detecta si hay diferencias, pero el análisis de las causas o del error es superficial.	Se limita a poner los dos resultados sin compararlos o sin reflexionar sobre cuál es más fiable.	No realiza la comparación entre métodos o no entiende la finalidad de usar dos estrategias distintas.
<b>Informe Final y Comunicación</b>	El informe está bien estructurado, incluye croquis claros de la situación, todos los cálculos detallados y una redacción precisa con lenguaje matemático.	El informe es correcto y contiene los cálculos y el planteamiento, pero la presentación es mejorable o faltan detalles en el croquis.	El informe es incompleto, desordenado o faltan partes esenciales (como la comparación o el planteamiento gráfico).	No entrega el informe o este carece de estructura y contenido matemático mínimo.
<b>Trabajo en Equipo</b>	Participa activamente en la medición y en la redacción, colaborando con los compañeros y respetando los roles asignados.	Colabora en la tarea, aunque asume un rol pasivo en alguna de las fases (medición o redacción).	Participa poco en el trabajo grupal o dificulta la dinámica del equipo.	No colabora con el grupo o delega todo el trabajo.

## 10. Bibliografía y Webgrafía

- ANAYA EDUCACIÓN (s.f.). *Solucionario: Matemáticas orientadas a las Enseñanzas Académicas 4º ESO (Ref. 03841)*. Documento PDF. Archivo de trabajo. Descargado de Yo Quiero Aprobar.
- APUNTES MAREA VERDE (2021). *Trigonometría. 4º ESO B (LOMLOE)*. Capítulo 8. URL: [https://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/LOMLOE/4B/08\\_Trigonometria.pdf](https://www.apuntesmareaverde.org.es/grupos/mat/LOMLOE/4B/08_Trigonometria.pdf) (Recuperado el 25 de oct. de 2023).
- ARANDA, Leopoldo (s.f.). *Relaciones trigonométricas fundamentales*. Recurso interactivo en GeoGebra. URL: <https://www.geogebra.org/m/pyPGsGVc> (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- CAYETANO RODRÍGUEZ, Javier (s.f.). *Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera*. Recurso interactivo en GeoGebra. URL: <https://www.geogebra.org/m/HMM2ef78> (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- COLERA JIMÉNEZ, José, Ignacio GAZTELU ALBERO, María José OLIVEIRA GONZÁLEZ y Ramón COLERA CAÑAS (2023). *Matemáticas B 4º ESO. Operación Mundo*. Madrid: Anaya.
- CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN DE CANARIAS (2015). *Ejercicios de matemáticas resueltos en videos*. URL: <https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoescuela/recursosdigitales/2015/02/26/ejercicios-de-matematicas-resueltos-en-videos/> (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS IES OJA (2013). *Hoja 06: Trigonometría (4º ESO B)*. URL: [https://matematicasiesoja.wordpress.com/wp-content/uploads/2013/10/hoja06\\_4esob.pdf](https://matematicasiesoja.wordpress.com/wp-content/uploads/2013/10/hoja06_4esob.pdf) (Recuperado el 25 de oct. de 2023).
- GEOGEBRA (s.f.). *Relaciones trigonométricas fundamentales*. Recurso interactivo. URL: <https://www.geogebra.org/m/rwsTkMqN> (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- GONZÁLEZ, Alfonso (2023). *Matemáticas I: Tema 6 - Trigonometría*. Apuntes de clase. URL: <http://www.alfonsogonzalez.es/> (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- IES LA CONTRAVIESA (2020). *Soluciones Unidad 7: Matemáticas Académicas 4º ESO*. URL: [http://ieslacontraviesa.es/wp-content/uploads/2020/04/SOLUCIONES\\_U7\\_MATES\\_ACAD\\_4ESO.pdf](http://ieslacontraviesa.es/wp-content/uploads/2020/04/SOLUCIONES_U7_MATES_ACAD_4ESO.pdf) (Recuperado el 25 de oct. de 2023).
- JEFATURA DEL ESTADO (30 de dic. de 2020). *Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre, por la que se modifica la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación (LOMLOE)*. Ley Orgánica de Educación. URL: <https://www.boe.es/eli/es/lo/2020/12/29/3> (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- JUAN ANTONIO (s.f.). *Resolución de triángulos rectángulos*. Recurso interactivo en GeoGebra. URL: <https://www.geogebra.org/m/n3magrae> (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- JUNTA DE EXTREMADURA (25 de ago. de 2022). *Decreto 110/2022, de 22 de agosto, por el que se establecen la ordenación y el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria para la Comunidad Autónoma de Extremadura*. Normativa autonómica. URL: <https://doe.juntaex.es/pdfs/doe/2022/1640o/22040165.pdf> (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- KAHOOT! (2023). *Evaluación Inicial Matemáticas 4º ESO*. Cuestionario interactivo. URL: <https://kahoot.com/explore/collections/math-kahoot-playlist/> (Recuperado el 25 de oct. de 2023).

- KLINE, Morris (1972). *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Vol. 1. Madrid: Alianza Editorial.
- MATEMÁTICAS IES (s.f.). *Ejercicios de Trigonometría*. URL: [https://matematicasies.com/Trigonometria-72?debut\\_articles=25#pagination\\_articles](https://matematicasies.com/Trigonometria-72?debut_articles=25#pagination_articles) (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- MATERIAL COMPLEMENTARIO (s.f.[a]). *Actividades de Matemáticas* (Ref. 34216). Documento PDF. Archivo de trabajo.
- MATERIAL COMPLEMENTARIO (s.f.[b]). *Ejercicios de refuerzo: Trigonometría* (Ref. 03686). Documento PDF. Archivo de trabajo.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y FORMACIÓN PROFESIONAL (30 de mar. de 2022). *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*. Normativa estatal básica. URL: <https://www.boe.es/eli/es/rd/2022/03/29/217> (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- PÉREZ, Javier (s.f.). *Signo de las razones trigonométricas*. Recurso interactivo en GeoGebra. URL: <https://www.geogebra.org/m/AbpeHuyd> (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- RECURSOS DIDÁCTICOS JIMDO (2018). *Unidad 2: Trigonometría I (Material Alumnado)*. URL: <https://s1f52e18cc141402b.jimcontent.com/download/version/1493321344/module/11922260587/name/3TrigoElementalAlumnado.pdf> (Recuperado el 25 de oct. de 2023).
- SANGAKOO (s.f.). *Razones trigonométricas inversas: cosecante, secante y cotangente*. URL: <https://www.sangakoo.com/es/temas/razones-trigonometricas-inversas-cosecante-secante-y-cotangente/ejercicios> (Recuperado el 5 de dic. de 2025).
- YO QUIERO APROBAR (s.f.). *Curso completo de Matemáticas 4º ESO*. URL: [https://www.yoquieroaprobar.es/34curso\\_completo.html](https://www.yoquieroaprobar.es/34curso_completo.html) (Recuperado el 5 de dic. de 2025).