

LISTA DE ATIVIDADE I

1 Sequências & Séries

Questão 1. Na Figura 1 temos uma espiral¹ formada por semicírculos cujos centros pertencem ao eixos das abscissas. Se o raio do primeiro semicírculo é igual a 1 e o raio de cada semicírculo é igual a metade do semicírculo anterior, determine:

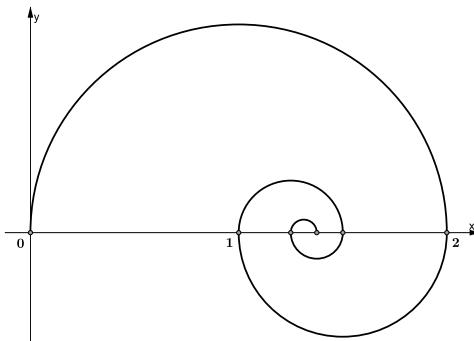


Figura 1: Um tipo de espiral

- (a) o comprimento da espiral.
- (b) a abscissa do ponto assintótico da espiral.

Resp.: 2π

Resp.: $4/3$

Questão 2. Uma sequência $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ é dita *Sequência de Cauchy* quando:

Dado arbitrariamente um número real $\varepsilon > 0$, pode-se obter $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que:

$$m > n_0 \text{ e } n > n_0 \implies |x_m - x_n| < \varepsilon.$$

- (a) Mostre que toda sequência convergente é de Cauchy.

Questão 3. Classifique as afirmações abaixo com **V** (Verdadeiro) ou **F** (Falso). Justificando cada uma. Procure justificar as afirmações falsas com um contra exemplo.

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> toda sequência decrescente limitada é convergente e seu limite é zero. | <input type="checkbox"/> toda sequência limitada é convergente. |
| <input type="checkbox"/> toda sequência divergente é não limitada. | <input type="checkbox"/> toda sequência limitada é monótona. |
| <input type="checkbox"/> toda sequência alternada é divergente. | <input type="checkbox"/> toda sequência monótona é convergente. |
| <input type="checkbox"/> toda sequência convergente é limitada. | <input type="checkbox"/> toda sequência divergente é não monótona. |

2 Cálculo Vetorial e Integral

2.1 Integrais Triplos

2.1.1 Coordenadas Cilíndricas e Esféricas

Questão 4. Use coordenadas esféricas e calcule as seguintes integrais:

¹<https://en.wikipedia.org/wiki/Spiral>

$$(a) \int_{-2}^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{8-x^2-y^2}} (x^2 + y^2 + z^2) \, dz \, dy \, dx.$$

Resp.: $\frac{256\pi}{5} (\sqrt{2} - 1/2)$

$$(b) \int_0^{\sqrt{2}} \int_y^{\sqrt{4-y^2}} \int_0^{\sqrt{4-x^2-y^2}} \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dz dx dy.$$

Resp.: π

2.2 Integrais de Linha

Questão 5. Seja Γ o segmento de reta que liga a origem ao ponto $A = (1, 1, 1)$. Calcule $\int_{\Gamma} \vec{F} d\Gamma$, onde:

$$\vec{F}(x, y, z) = xy \cdot \vec{i} - y \cdot \vec{j} + 1 \cdot \vec{k}.$$

3 Álgebra Linear

3.1 Sistemas Lineares

Questão 6. (Fuvest-SP-Adap.) Considerando o sistema

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 4y + 5z = 23, \\ 6z = 18 \end{cases}$$

então o valor de x é igual a:

Questão 7. (IBMEC) Num prédio existem 12 andares, todos ocupados. Alguns, por 4 pessoas, outros, por apenas 2 pessoas, num total de 38 pessoas. O número de andares ocupados por 2 pessoas é:

- (a) 4 (d) 8
(b) 5 (e) 19
(c) 6

4 Estatística

Questão 8. Uma pesquisa realizada sobre a preferência dos consumidores por três categorias de veículos A, B e C de uma indústria automobilística revelou que dos 500 entrevistados:

- I) 210 preferiam o veículo A.
II) 230 preferiam o veículo B.
III) 160 preferiam o veículo C.
IV) 90 preferiam o veículo A e B.
V) 90 preferiam os veículos A e C.
VI) 70 preferiam os veículos B e C.

Um consumidor é selecionado ao acaso entre os entrevistados. Calcule a probabilidade de que:

- (a) Ele prefira as três categorias.
 - (b) Ele prefira somente uma das categorias.
 - (c) Ele prefira apenas a categoria A.

Questão 9. Cinco corredores foram examinados para determinar a quantidade máxima de aspiração de oxigênio, que é uma medida usada para caracterizar a situação cardiovascular de uma pessoa. Os resultados estão na Tabela 1, onde “x” é o número de segundos no melhor tempo feito em um quilômetro e “y” é o número de mililitros por minuto, por quilograma de peso corporal da aspiração máxima de oxigênio do corredor.

- (a) Trace o diagrama de dispersão.

Tabela 1: Segundos por melhor corredor

	Corredor A	Corredor B	Corredor C	Corredor D	Corredor E
x	300,5	350,6	407,3	326,2	512,8
y	350,2	325,8	375,6	418,5	400,2

- (b) Ache a reta de regressão para os dados da tabela.
- (c) Use a reta de regressão para estimar a máxima aspiração de oxigênio de um corredor, cujo melhor tempo em uma milha é de 340,4 s.

5 Variáveis Complexas

Questão 10. (UFMS-adap.) Sobre o número complexo z que satisfaz a equação

$$2z + iz + 1 - i = 0,$$

julgue os itens abaixo em **V** (verdadeiro) ou **F** (falso).

- () $|z| = \sqrt{z}$. () $z = -1 + i$. () $z^2 = i$.
- () $\operatorname{Re}(z) + \operatorname{Im}(z) = 0$. () z é um número real.

Questão 11. Sendo $\varphi: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$, definida por $\varphi(t) = 1 + e^{it}$, tal que $\Phi = \varphi([0, 2\pi])$, encontre:

$$\oint_{\Phi} \frac{1}{z^2 - 1} dz$$

de duas formas:

- (a) Diretamente (usando parametrização).
- (b) Usando o Teorema da Integral de Cauchy.