

Lista 7 - Ícaro Lima Kuchanovicz

LISTA 7 - ICARO

a) $\{(P \rightarrow q), (P \wedge R)\} \vdash q$ b) $\{(P \wedge q), ((P \vee R) \rightarrow S)\} \vdash (P \wedge S)$

1) $(P \rightarrow q)$ 5) MP 1-3 \Rightarrow \boxed{q}
 2) $(P \wedge R)$ 6) MP 2-5 $\Rightarrow S$
 3) SIMP 2 $\Rightarrow P$ 7) CONJ 3-6 $\Rightarrow \boxed{P \wedge S}$
 4) SIMP 2 $\Rightarrow R$

1) $P \wedge q$ 5) ADD 3 $\Rightarrow P \vee R$
 2) $(P \vee R) \rightarrow S$ 6) MP 2-5 $\Rightarrow S$
 3) SIMP 1 $\Rightarrow P$ 7) CONJ 3-6 $\Rightarrow \boxed{P \wedge S}$
 4) SIMP 1 $\Rightarrow q$

c) $\{(P \rightarrow (q \rightarrow r)), (P \rightarrow q), p\} \vdash r$

1) $P \rightarrow (q \rightarrow r)$ 5) MP 1-3 $\Rightarrow q \rightarrow r$
 2) $P \rightarrow q$ 6) MP 1-5 $\Rightarrow \boxed{r}$
 3) P
 4) MP 2-3 $\Rightarrow q$

d) $\{((P \vee q) \rightarrow r), ((r \vee q) \rightarrow (P \rightarrow (S \leftrightarrow T))), (P \wedge S)\} \vdash (S \leftrightarrow T)$

1) $(P \vee q) \rightarrow r$ 5) SIMP 3 $\Rightarrow S$ 9) MP 2-8 $\Rightarrow P \rightarrow (S \leftrightarrow T)$
 2) $(r \vee q) \rightarrow (P \rightarrow (S \leftrightarrow T))$ 6) ADD 4 $\Rightarrow P \vee q$ 10) MP 4-9 $\Rightarrow \boxed{(S \leftrightarrow T)}$
 3) $P \wedge S$ 7) MP 1-6 $\Rightarrow r$
 4) SIMP 3 $\Rightarrow P$ 8) ADD 7 $\Rightarrow r \vee q$

e) $\{(P \rightarrow \neg q), (\neg P \rightarrow (R \rightarrow \neg q)), ((\neg S \vee \neg R) \rightarrow \neg \neg q), \neg S\} \vdash \neg R$

1) $P \rightarrow \neg q$ 5) ADD 4 $\Rightarrow \neg S \vee \neg R$ 9) MT 8-6 $\Rightarrow \boxed{\neg R}$
 2) $\neg P \rightarrow (R \rightarrow \neg q)$ 6) MP 3-5 $\Rightarrow \neg \neg q$
 3) $(\neg S \vee \neg R) \rightarrow \neg \neg q$ 7) MT 1-6 $\Rightarrow \neg P$
 4) $\neg S$ 8) MP 4-2 $\Rightarrow R \rightarrow \neg q$

f) $\{((P \wedge q) \rightarrow r), (r \rightarrow s), (t \rightarrow \neg u), t, (\neg s \vee u)\} \models \neg(P \wedge q)$

1) $(P \wedge q) \rightarrow r$	5) $\neg s \vee u$	9) SH 1-2 $\Rightarrow (P \wedge q) \rightarrow s$
2) $r \rightarrow s$	6) t	10) DD 2-3-5 $\Rightarrow \neg r \vee \neg t$
3) $t \rightarrow \neg u$	7) MP 3-6 $\Rightarrow \neg u$	11) SD 6-10 $\Rightarrow \neg r$
	8) SD 5-7 $\Rightarrow s$	12) MT 1-11 $\Rightarrow \neg(P \wedge q)$

g) $\{(P \rightarrow q), (q \rightarrow r), (s \rightarrow t), (p \vee s)\} \models (r \vee t)$

1) $P \rightarrow q$	5) DC 1-3-4 $\Rightarrow q \vee t$
2) $q \rightarrow r$	6) SH 1-2 $\Rightarrow P \rightarrow r$
3) $s \rightarrow t$	7) DC 6-3-4 $\Rightarrow r \vee t$
4) $p \vee s$	

h) $\{(P \rightarrow q), (\neg r \rightarrow (s \rightarrow t)), (r \vee (p \vee s)), \neg r\} \models (q \vee t)$

1) $P \rightarrow q$	5) SD 3-4 $\Rightarrow p \vee s$
2) $\neg r \rightarrow (s \rightarrow t)$	6) MP 2-4 $\Rightarrow s \rightarrow t$
3) $r \vee (p \vee s)$	7) DC 1-5-6 $\Rightarrow q \vee t$
4) $\neg r$	

i) $\{(P \rightarrow r), (q \rightarrow s), \neg r, (p \vee q) \wedge (r \vee s)\} \models s$

1) $P \rightarrow r$	5) $r \vee s$	9) SD 3-8 $\Rightarrow s$
2) $q \rightarrow s$	6) MT 1-3 $\Rightarrow \neg P$	
3) $\neg r$	7) SD 4-6 $\Rightarrow q$	
4) $p \vee q$	8) DC 1-2-4 $\Rightarrow r \vee s$	

j) $\{(P \rightarrow q), (q \rightarrow r), (r \rightarrow s), \neg s, (p \vee t)\} \models t$

1) $P \rightarrow q$	4) $\neg s$	7) MT 2-6 $\Rightarrow \neg q$
2) $q \rightarrow r$	5) $p \vee t$	8) MT 1-7 $\Rightarrow \neg p$
3) $r \rightarrow s$	6) MT 3-4 $\Rightarrow \neg r$	9) SD 8-5 $\Rightarrow t$

K) $\{(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S), (T \rightarrow U), (U \rightarrow V), \neg Q \vee \neg V\} \vdash \neg P \vee \neg T$

1) $P \rightarrow Q$	5) $\neg Q \vee \neg V$
2) $R \rightarrow S$	6) DD 1-4-5 $\Rightarrow \neg P \vee \neg U$
3) $T \rightarrow U$	7) SH 3-4 $\Rightarrow T \rightarrow V$
4) $U \rightarrow V$	8) DD 1-4-5 $\Rightarrow \boxed{\neg P \vee \neg T}$

L) $\{(P \wedge Q), (P \rightarrow R)\} \vdash (P \wedge R)$

1) $P \wedge Q$	MP 2-3 $\Rightarrow R$
2) $P \rightarrow R$	6) CONS 5-3 $\Rightarrow \boxed{P \wedge R}$
3) SIM 1 $\Rightarrow P$	
4) SIM 1 $\Rightarrow Q$	

M) $\{(\neg P \wedge Q), (R \rightarrow P)\} \vdash (\neg P \wedge \neg R)$

1) $\neg P \wedge Q$	5) MT 2-3 $\Rightarrow \neg R$
2) $R \rightarrow P$	6) CONS 5-3 $\Rightarrow \boxed{\neg P \wedge \neg R}$
3) $\neg P$	
4) Q	

N) $\{(\neg P \rightarrow Q), \neg(R \wedge S), (P \rightarrow (R \wedge S))\} \vdash \neg P \wedge Q$

1) $\neg P \rightarrow Q$	5) MP 1-4 $\Rightarrow Q$
2) $\neg(R \wedge S)$	6) CONS 4-5 $\Rightarrow \boxed{\neg P \wedge Q}$
3) $P \rightarrow (R \wedge S)$	
4) MT 2-3 $\Rightarrow \neg P$	

o) $\{(P \vee q), \neg n, (q \rightarrow n)\} \vdash P$

- | | |
|--------------------------------|---|
| 1) $P \vee q$ | 5) SD 4-1 \Rightarrow P |
| 2) $\neg n$ | |
| 3) $q \rightarrow n$ | |
| 4) MT 2-3 $\Rightarrow \neg q$ | |

p) $\{(P \wedge q), (n \vee s), (P \rightarrow \neg s)\} \vdash n$

- | | |
|---------------------------|---|
| 1) $P \wedge q$ | 5) q |
| 2) $n \vee s$ | 6) MP 3+4 $\Rightarrow \neg s$ |
| 3) $P \rightarrow \neg s$ | 7) SD 6+2 \Rightarrow n |
| 4) P | |

q) $\{P, (P \rightarrow \neg q), (q \vee n)\} \vdash P \wedge n$

- | | |
|--------------------------------|---|
| 1) P | 5) SD 3+4 $\Rightarrow n$ |
| 2) $P \rightarrow \neg q$ | 6) CONS 1-5 \Rightarrow P \wedge n |
| 3) $q \vee n$ | |
| 4) MP 1-2 $\Rightarrow \neg q$ | |

r) $\{\neg P, (P \vee (q \vee n)), \neg n\} \vdash q$

- | | |
|----------------------------------|---|
| 1) $\neg P$ | 5) SD 3+4 \Rightarrow q |
| 2) $P \vee (q \vee n)$ | |
| 3) $\neg n$ | |
| 4) SD 1-2 $\Rightarrow q \vee n$ | |

s) $\{P \vee \neg q, \neg \neg q, (P \rightarrow (n \wedge s))\} \vdash s$

- | | |
|---------------------------------|---|
| 1) $P \vee \neg q$ | 5) MP 3+4 $\Rightarrow n \wedge s$ |
| 2) $\neg \neg q$ | 6) SIMP 5 \Rightarrow s |
| 3) $P \rightarrow (n \wedge s)$ | |
| 4) SD 1-2 $\Rightarrow P$ | |



t) $\{(P \rightarrow q), \neg q, (p \vee r)\} \models r$

1) $P \rightarrow q$ | 5) SD 3+ $\Rightarrow \boxed{r}$

2) $\neg q$

3) $P \vee r$

4) MT 1-2 $\Rightarrow \neg P$

u) $\{(P \vee \neg q), (r \rightarrow \neg p), r\} \models \neg q$

1) $P \vee \neg q$ | 5) SD 1+ $\Rightarrow \boxed{\neg q}$

2) $r \rightarrow \neg p$

3) r

4) MP 2-3 $\Rightarrow \neg p$

v) $\{\neg p \vee \neg q, \neg \neg q, (r \rightarrow p)\} \models r$

1) $\neg p \vee \neg q$ | 5) MT 3+ $\Rightarrow \boxed{\neg r}$

2) $\neg \neg q$

3) $r \rightarrow p$

4) SD 1-2 $\Rightarrow \neg p$

w) $\{(P \rightarrow \neg q), \neg \neg q, (r \rightarrow (r \vee s))\} \models (r \vee s)$

1) $P \rightarrow \neg q$ | 5) MP 3+ $\Rightarrow \boxed{r \vee s}$

2) $\neg \neg q$

3) $r \rightarrow (r \vee s)$

4) MT 1-2 $\Rightarrow \neg P$

x) $\{(P \wedge q), (P \rightarrow r), (r \wedge s) \rightarrow \neg t, (q \rightarrow s)\} \models \neg t$

1) $P \wedge q$ | 5) P | 9) conj 7+8 $\Rightarrow r \wedge s$

2) $P \rightarrow r$

3) $(r \wedge s) \rightarrow \neg t$

4) $q \rightarrow s$

6) q

7) MP 2-5 $\Rightarrow r$

8) MP 6+4 $\Rightarrow s$

10) MP 3-9 $\Rightarrow \boxed{\neg t}$