UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
CAMPUS DE JOÃO MONLEVADE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

CEA 582 – FUNDAMENTOS DE COMUNICAÇÕES

EXPERIÊNCIA 1

ESPECTRO DE FREQUÊNCIA

Prof.ª Sarah

Parte Teórica

1. INTRODUÇÃO

Os sinais elétricos, tais como tensão e corrente, são grandezas que variam no tempo. A descrição destes sinais, por outro lado, pode ser feita tanto no domínio do tempo quanto no da frequência. A análise espectral, baseada em séries e transformadas de Fourier, é uma ferramenta muito importante na engenharia de comunicações. A série de Fourier lida com sinais periódicos, enquanto que a transformada de Fourier lida com sinais não periódicos. Neste experimento serão analisados sinais periódicos.

2. SÉRIE DE FOURIER

Seja *v(t)* um sinal periódico com período T_0. Sua representação em série de Fourier é dada por

$$v(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2\left|C_n\right| \cos\left(2\pi n f_0 t + \Phi_n\right) \qquad f_0 = \frac{1}{T_0}, \tag{1}$$

onde C_n e Φ_n são dados por

$$C_n = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)\ e^{-j2\pi n f_0 t}\,dt \qquad \text{para n = 0, 1, 2,...} \tag{2}$$

$$\Phi_n = \angle C_n = -\arctan\left(\frac{\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)\,sen(2\pi n f_0 t)\,dt}{\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)\cos(2\pi n f_0 t)\,dt}\right). \tag{3}$$

Uma forma alternativa de se representar o sinal periódico *v(t)* em série de Fourier segue:

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(2\pi n f_0 t\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n sen\left(2\pi n f_0 t\right), \tag{4}$$

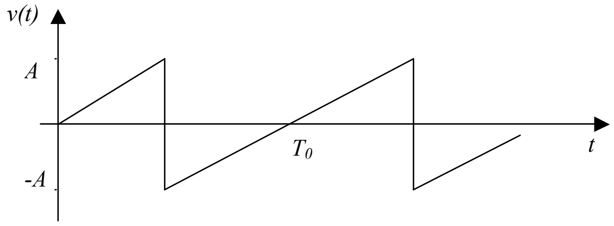
onde

$$a_0 = \frac{1}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)\ dt \tag{5}$$

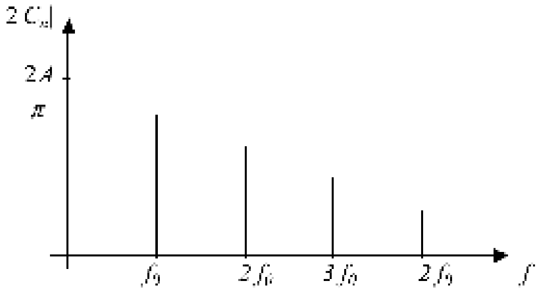
$$a_n = \frac{2}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)\ \cos\left(2\pi n f_0 t\right) dt \tag{6}$$

$$b_n = \frac{2}{T_0}\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)\ sen\left(2\pi n f_0 t\right) dt. \tag{7}$$

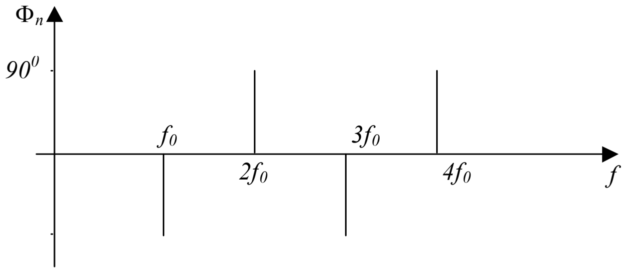
Assim, um sinal periódico no tempo é completamente caracterizado pela amplitude e fase de cada uma de suas harmônicas, isto é, de suas componentes de frequências nf_0 (n = 0, 1, 2,...). A Figura 1 ilustra uma onda do tipo dente-de-serra nos domínios do tempo e da frequência.



a) Onda dente-de-serra no domínio do tempo



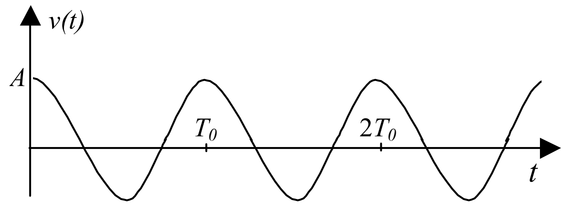
b) Espectro unilateral de magnitude



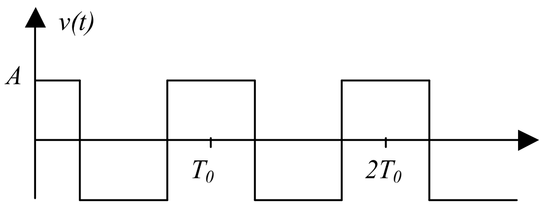
c) Espectro unilateral de fase

Figura 1: Onda dente-de-serra nos domínios do tempo e da frequência.

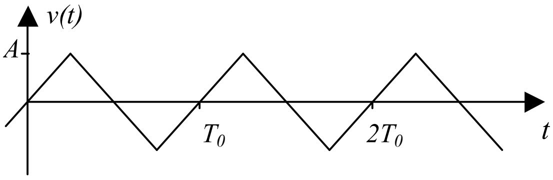
A Figura 2 mostra outras formas de onda e suas representações em termos da série de Fourier.



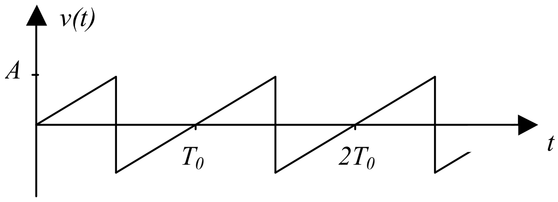
$$v(t) = A\cos(\omega_0 t)$$



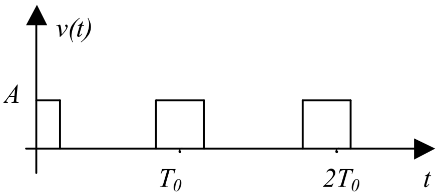
$$v(t) = \frac{4A}{\pi}\left[\cos(\omega_0 t) - \frac{1}{3}\cos(3\omega_0 t) + \ldots\right]$$



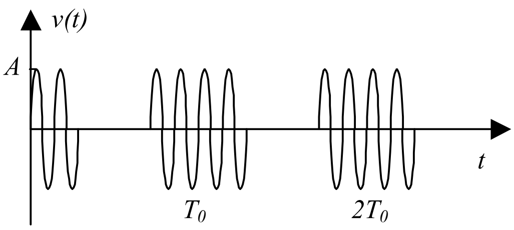
$$v(t)=\frac{8A}{\pi^2}\left[sen(\omega_0 t)-\frac{sen(3\omega_0 t)}{3^2}+\ldots\right]$$



$$v(t)=\frac{2A}{\pi}\left[sen(\omega_0 t)-\frac{sen(2\omega_0 t)}{2}+\ldots\right]$$



$$v(t)=\frac{A\tau}{T_0}+\frac{2A\tau}{T_0}\left[\begin{array}{l}\sin c\left(\frac{\tau}{T_0}\right)\cos(\omega_0 t)+\\ +\sin c\left(\frac{2\tau}{T_0}\right)\cos(2\omega_0 t)+\ldots\end{array}\right]$$



$$v(t)=\frac{16A}{\pi}\left[\begin{array}{l}-\frac{1}{63}sen(\omega_0 t)+\frac{1}{55}sen(3\omega_0 t)+\\ -\frac{1}{39}sen(5\omega_0 t)+\frac{1}{15}sen(7\omega_0 t)+\\ -\frac{\pi}{32}sen(8\omega_0 t)+\frac{1}{17}sen(9\omega_0 t)+\\ -\frac{1}{57}sen(11\omega_0 t)+\frac{1}{105}sen(13\omega_0 t)+\\ -\frac{1}{161}sen(15\omega_0 t)+\ldots\end{array}\right]$$

Figura 2: Sinais periódicos com suas respectivas representações em série de Fourier.

Finalmente, note que se uma onda periódica satisfaz:

$$x(t)=-x\left(t+\frac{T_0}{2}\right) \tag{8}$$

então essa onda não possui as harmônicas pares. Note que este é o caso da onda quadrada e da onda triangular.

Estudo Preliminar

1) Utilize o Matlab (ou um programa similar) para encontrar o módulo do espectro de magnitude dos seguintes sinais (considere a amplitude de $0.5V_p$ e frequência 100 kHz):

- Onda senoidal
- Onda quadrada
- Onda triangular
- Pulso (com *duty cycle* de 10%)
- Sinc

2) Pesquise o significado e o uso de cada uma dessas unidades: dB, dBm, dBmV, dBuV.

3) Pesquise a diferença entre as janelas Retangular, Hamming, Hanning e Blackman.

Material

- Gerador de Função
- Osciloscópio Digital de Fósforo
- Analisador de Espectro
- Cabos de conexão

Parte Prática

Utilize o esquema da Figura 3 para a caracterização de sinais periódicos nos domínios do tempo e da frequência.

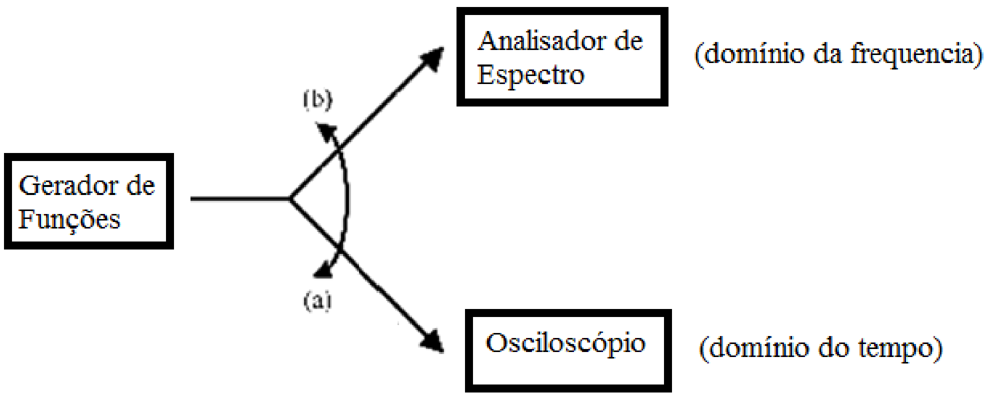


Figura 3: Caracterizando sinais periódicos no domínio do tempo e da frequência.

As formas de onda no tempo devem ser vistas no osciloscópio digital enquanto que o espectro do sinal é visto no analisador de espectro. Os sinais devem ser salvos em *pen-drive* para o relatório. Ajuste primeiramente a forma de onda desejada ligando um cabo coaxial da saída do gerador de funções até o osciloscópio digital. Para ver o espectro, posteriormente, utilize o mesmo cabo coaxial.

1. Onda Senoidal

Ajuste o gerador de funções para produzir uma onda senoidal de 0,5 Volt de pico (V_p) e frequência f_0 de 100 kHz.

Observe no osciloscópio a onda senoidal, utilize a função de medição automática e confira a frequência e a amplitude da onda senoidal. Salve a forma de onda observada no osciloscópio, com informação de amplitude e frequência.

Ative a função MATH no osciloscópio e visualize a FFT do sinal. Observe que é possível visualizar a FFT do sinal na escala linear e na escala dBV. Note ainda que é possível selecionar diversos tipos de janelamento. Visualize o que ocorre com a FFT para cada tipo de janela: Retangular, Hamming, Hanning e Blackman.

Ative a função de medição para a função matemática e meça o pico da primeira harmônica. Com os cursores verticais meça a duração do sinal.

Conecte agora o cabo coaxial ao analisador de espectro. Ajuste adequadamente os parâmetros do analisador para permitir uma boa visualização do espectro em frequência do sinal medido:

- No menu FREQUENCY centralize a forma de onda em um valor adequado (100 kHz).
- Em seguida, pressione o botão SPAN e escolha um valor apropriado.
- Ajuste a amplitude no menu AMPLITUDE. Observe que é possível mudar a unidade da escala de amplitude em UNITS.
- No menu Measures acione o marcador na primeira harmônica em PEAK SEARCH .
- Visualize o espectro do sinal na escala [dBm].

Utilize o marcador de pico para identificar o valor da primeira harmônica.

Salve os espectros, compare e comente em relação à visão temporal. Justifique os valores declarados pelo marcador, fazendo uma comparação com os valores esperados teoricamente.

2. Onda Quadrada

Selecione no gerador de funções uma onda quadrada de 0,5 V_p e frequência 100 kHz. Observe a onda no osciloscópio antes de injetá-la no analisador. Salve. Visualize a FFT na escala linear. Meça a magnitude das 3 primeiras harmônicas com o auxílio do "Cursor". Antes, faça os ajustes para uma melhor visualização espectral e salve os resultados no tempo e na frequência. Faça uma tabela comparando os valores práticos com os teóricos esperados. Comente.

3. Onda Triangular

Selecione no gerador de funções uma onda triangular de 0,5 V_P e frequência 100 kHz. Meça a magnitude das 3 primeiras harmônicas. Compare os resultados medidos com a teoria e comente.

4. Pulsos

Selecione no gerador de funções uma onda tipo pulso de 0,5 V_P e frequência 100 kHz. Faça o fator de ocupação (*duty cycle*) igual a 10%. Avalie os tempos τ e T_0. Meça a magnitude das 3 primeiras harmônicas. Compare os resultados medidos com a teoria e comente. Altere adequadamente a FFT do sinal no osciloscópio para observar a função *sinc* (ou *sampling*). Interprete o resultado e comente o que está ocorrendo.

5. Sinc

Selecione no gerador de funções uma onda tipo Sinc de 0,5 V_P e frequência 100 kHz. Observe a FFT do sinal. Compare os resultados medidos com a teoria e comente.