



**ICEA**  
Instituto de Ciências Exatas e  
Aplicadas - Campus João Monlevade

**UFOP**

Universidade Federal  
de Ouro Preto

# Elementos Armazenadores de Energia

---

JOÃO PAULO ASSUNÇÃO DE SOUZA

# Introdução

---

Até agora estudamos circuitos resistivos.

A partir de agora estudaremos dois novos elementos passivos: indutores e capacitores.

Deferentemente dos resistores, indutores e capacitores não dissipam energia, mas armazenam a mesma.



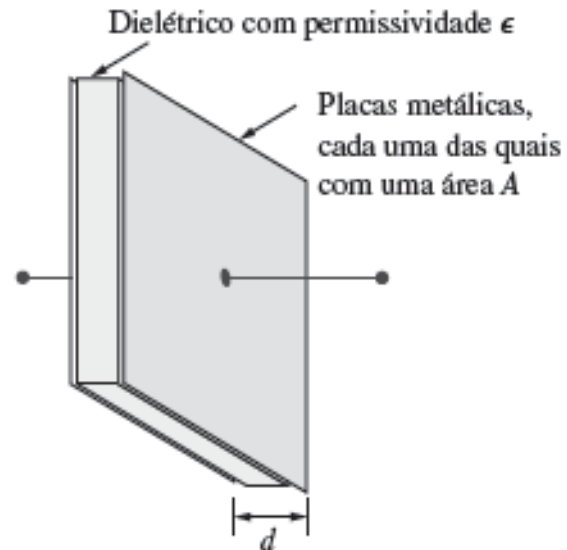
# Capacitores

---

O capacitor é um elemento passivo projetado para armazenar energia em seu campo elétrico.

São largamente utilizados na engenharia elétrica, de sistemas microeletrônicos a sistemas de potência.

Consistem em duas placas condutoras separadas por um material dielétrico.



# Capacitância

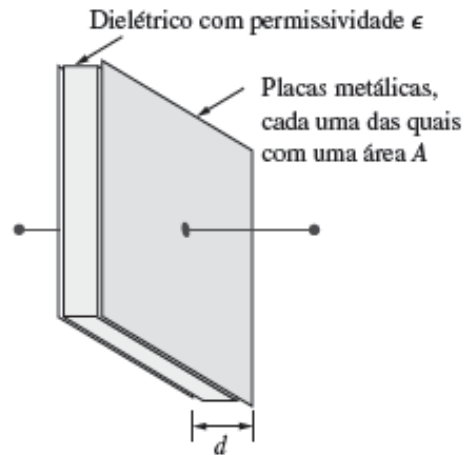
---

Capacitância é a relação entre a carga depositada em uma placa de um capacitor e a diferença de potencial entre as duas placas, medidas em *farads* (F).

A capacitância não depende da tensão ou da carga no capacitor, mas sim, de suas dimensões físicas.

$$q = Cv$$

Para um capacitor de placas paralelas:



$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

# Relações Matemáticas

---

$$i = C \frac{dv}{dt}$$



$$v(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + v(t_0)$$

$$w = \frac{1}{2} C v^2$$

Energia armazenada em um capacitor

# Comportamento físico

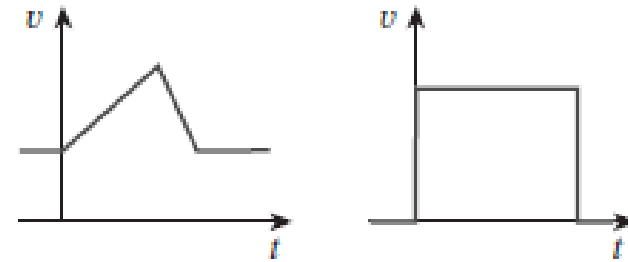
---

1. Um capacitor se comporta como um circuito aberto em corrente contínua quando está carregado.

# Comportamento físico

---

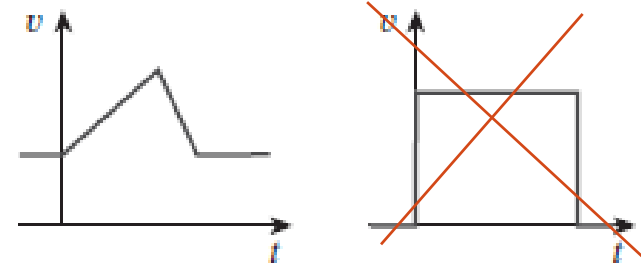
1. Um capacitor se comporta como um circuito aberto em corrente contínua quando está carregado.
2. A tensão do capacitor não pode mudar abruptamente.



# Comportamento físico

---

1. Um capacitor se comporta como um circuito aberto em corrente contínua quando está carregado.
2. A tensão do capacitor não pode mudar abruptamente.





# Comportamento físico

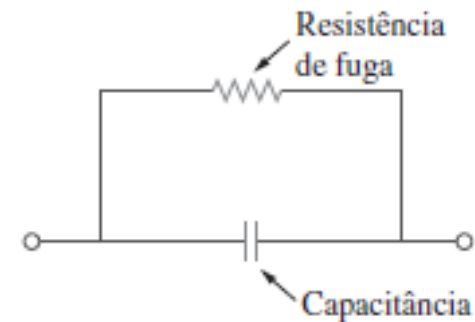
---

1. Um capacitor se comporta como um circuito aberto em corrente contínua quando está carregado.
2. A tensão do capacitor não pode mudar abruptamente.
3. O capacitor ideal não dissipa energia, mas absorve a potência do circuito e a armazena em forma de energia.

# Comportamento físico

---

1. Um capacitor se comporta como um circuito aberto em corrente contínua quando está carregado.
2. A tensão do capacitor não pode mudar abruptamente.
3. O capacitor ideal não dissipa energia, mas absorve a potência do circuito e a armazena em forma de energia.
4. Um capacitor real possui uma resistência de fuga em paralelo. Esta resistência tem valores bastante elevados, podendo chegar a  $100\text{ M}\Omega$ . Na maioria das aplicações práticas, pode ser desprezada.



# Exemplo

---

A tensão em um capacitor de  $5\ \mu\text{F}$  é  $v(t) = 10\cos(6000t)$ . Determine a corrente que passa por ele.

# Exemplo

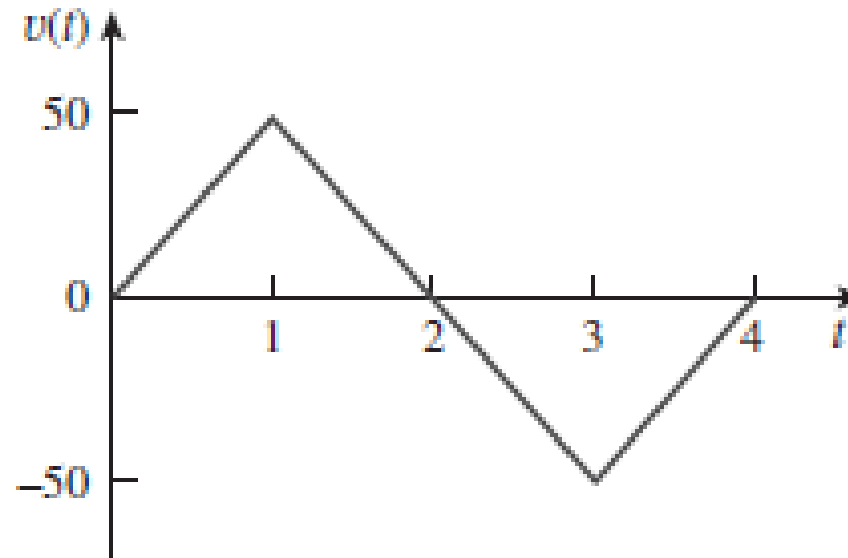
---

Determine a tensão através de um capacitor de  $2\text{ }\mu\text{F}$  se a corrente através dele for  $i(t) = 6e^{-3000t}$  mA. A tensão inicial no capacitor é zero.

# Exemplo

---

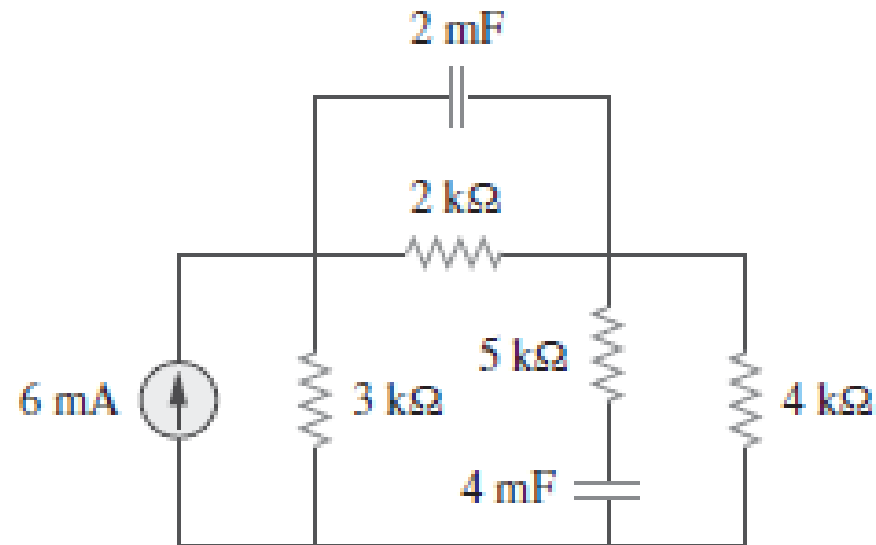
Determine a corrente através de um capacitor de  $200\ \mu\text{F}$  cuja tensão é mostrada abaixo:



# Exemplo

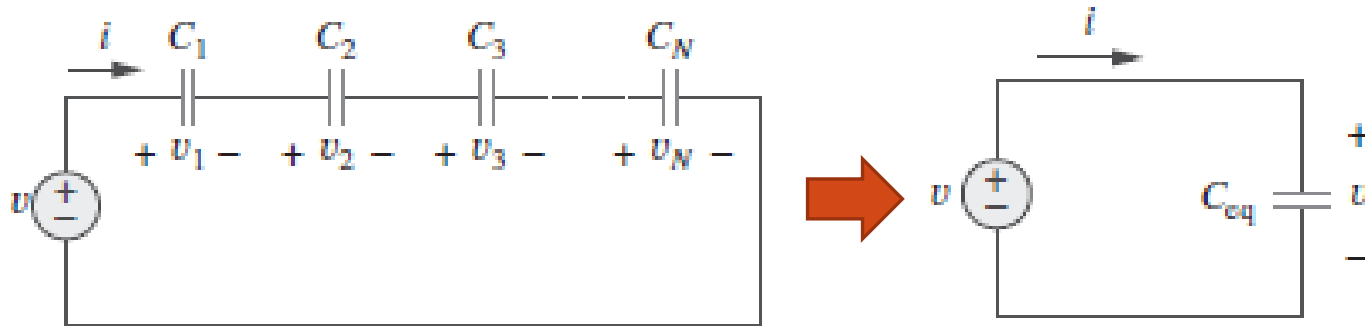
---

Obtenha a energia armazenada nos capacitores do circuito abaixo. Suponha que os mesmos estão carregados.

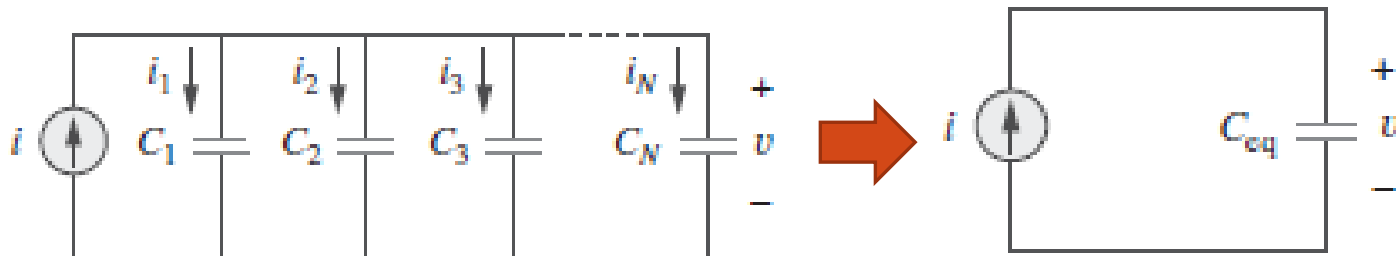


# Capacitores em série e em paralelo.

○ Associação em série:

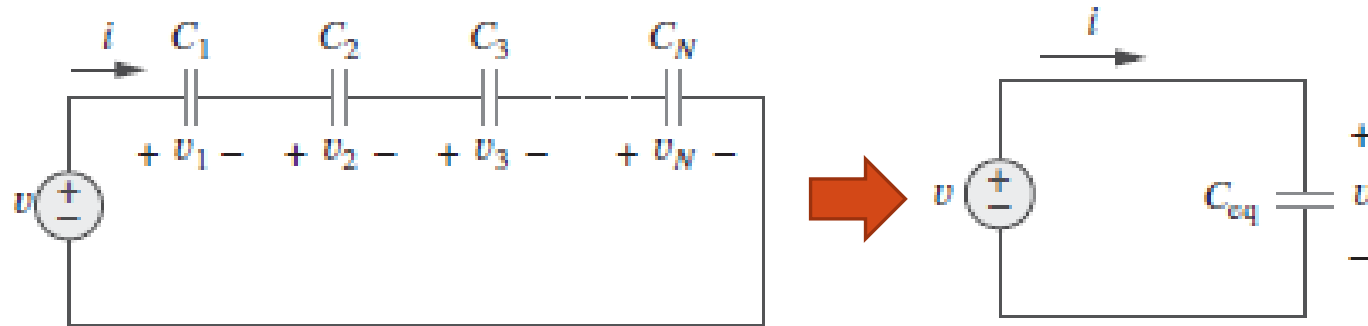


○ Associação em paralelo:



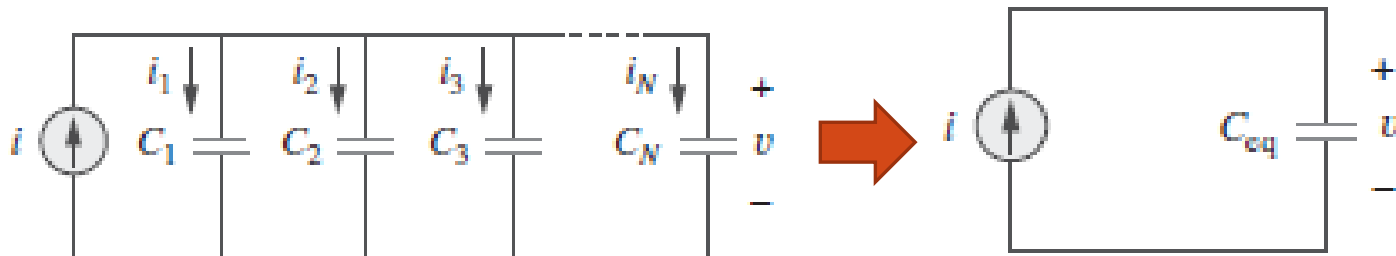
# Capacitores em série e em paralelo.

○ Associação em série:



$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_N}$$

○ Associação em paralelo:



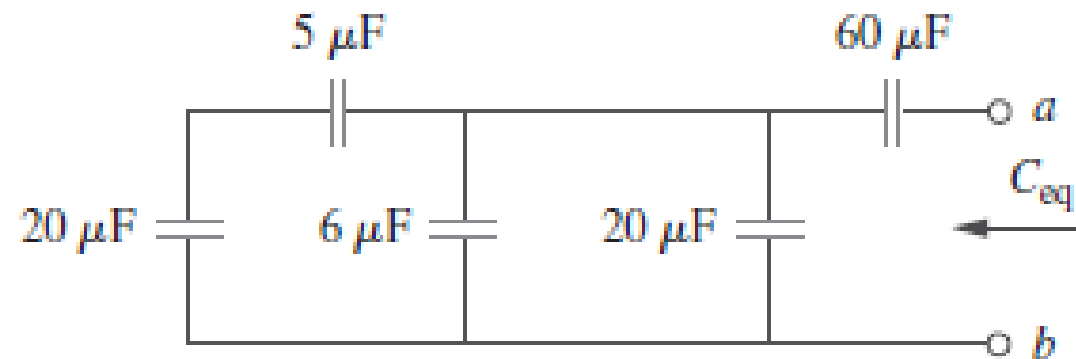
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N$$



# Exemplo

---

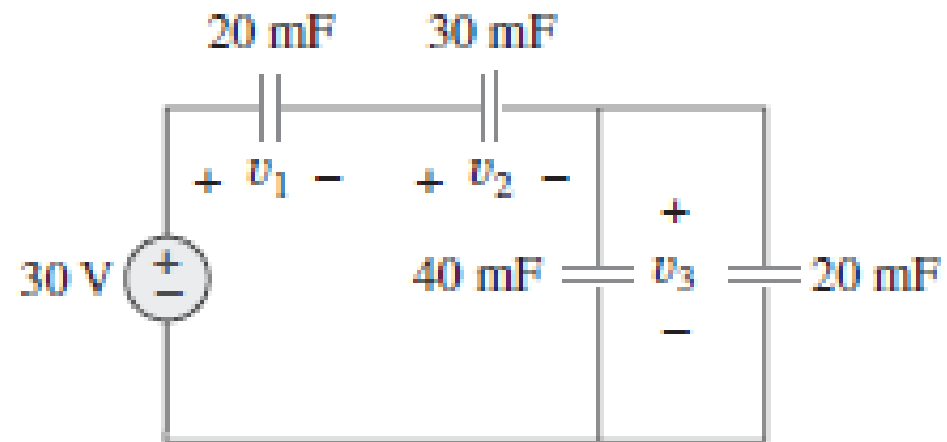
Determine a capacitância equivalente do circuito abaixo:



# Exemplo

---

Determine a tensão em cada capacitor no circuito abaixo.

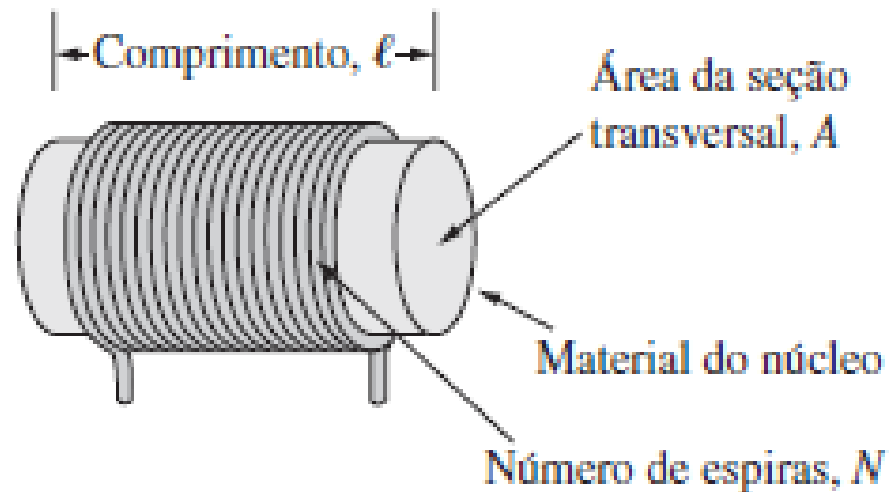


# Indutores

---

São elementos passivos projetados para armazenar energia em seu campo magnético.

Qualquer condutor de corrente elétrica possui propriedades indutivas, mas, para maximizar estas propriedades, um indutor geralmente é formado por uma bobina de várias espiras.

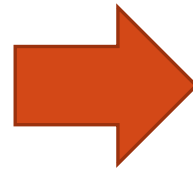
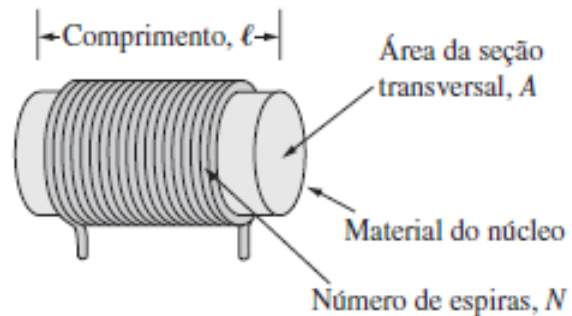


# Indutância

---

Indutância é a propriedade segundo o qual o indutor se opõe à mudança do fluxo de corrente através do mesmo, medida em *henrys* (H).

A indutância porém não depende da corrente que passa pelo indutor, mas das dimensões físicas do mesmo.

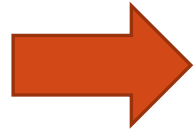


$$L = \frac{N^2 \mu A}{\ell}$$

# Relações matemáticas

---

$$v = L \frac{di}{dt}$$



$$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau + i(t_0)$$

$$w = \frac{1}{2} Li^2$$

Energia armazenada em um indutor

# Comportamento Físico

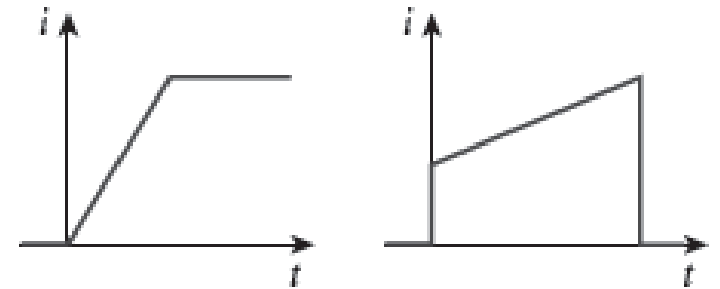
---

1. Um indutor quando está carregado atua como um curto-circuito em corrente contínua.

# Comportamento Físico

---

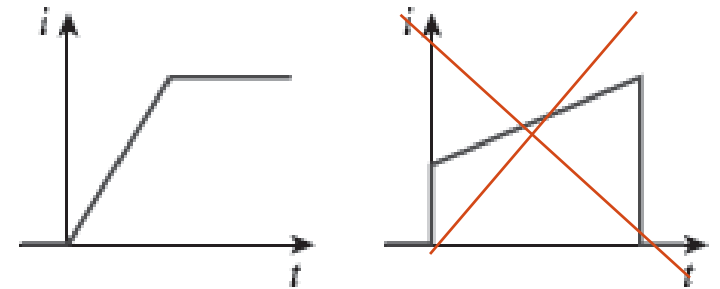
1. Um indutor quando está carregado atua como um curto-circuito em corrente contínua.
2. A corrente em um indutor não pode mudar instantaneamente.



# Comportamento Físico

---

1. Um indutor quando está carregado atua como um curto-circuito em corrente contínua.
2. A corrente em um indutor não pode mudar instantaneamente.





# Comportamento Físico

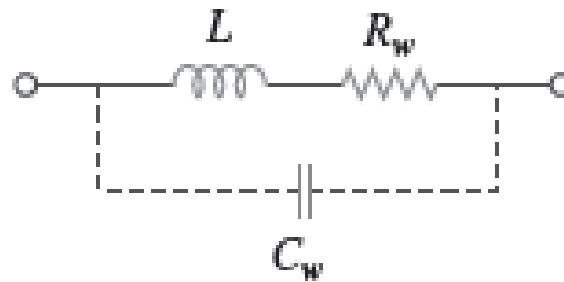
---

1. Um indutor quando está carregado atua como um curto-circuito em corrente contínua.
2. A corrente em um indutor não pode mudar instantaneamente.
3. Um indutor ideal não dissipa energia, apenas a armazena, sendo que esta energia pode ser utilizada posteriormente.

# Comportamento Físico

---

1. Um indutor quando está carregado atua como um curto-circuito em corrente contínua.
2. A corrente em um indutor não pode mudar instantaneamente.
3. Um indutor ideal não dissipa energia, apenas a armazena, sendo que esta energia pode ser utilizada posteriormente.
4. O indutor real possui uma resistência e um capacitância associada, porém, como seus efeitos são mínimos, na maioria dos casos podemos ignorar a existência destes efeitos. Em altas frequência, o efeito capacitivo necessita ser considerado.



# Exemplo

---

A corrente que passa por um indutor de 0,1 H é  $i(t) = 10te^{-5t}$ . Calcule a tensão no indutor e a energia armazenada nele.

# Exemplo

---

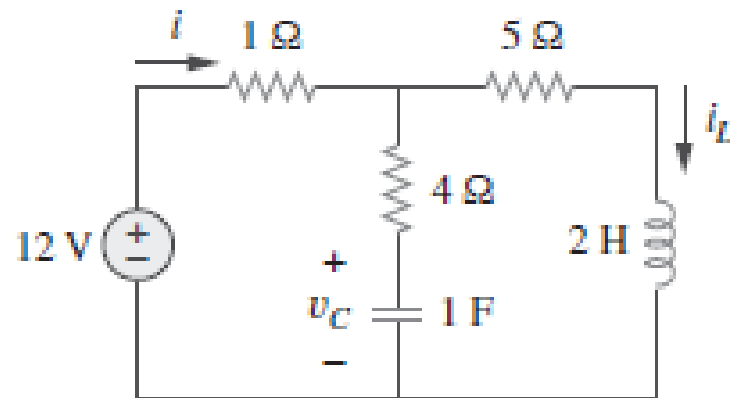
Determine a corrente através de um indutor de 5 H se a tensão nele for:

$$v(t) = \begin{cases} 30t^2, & t > 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Em seguida determine a energia armazenada em  $t=5$  segundos.

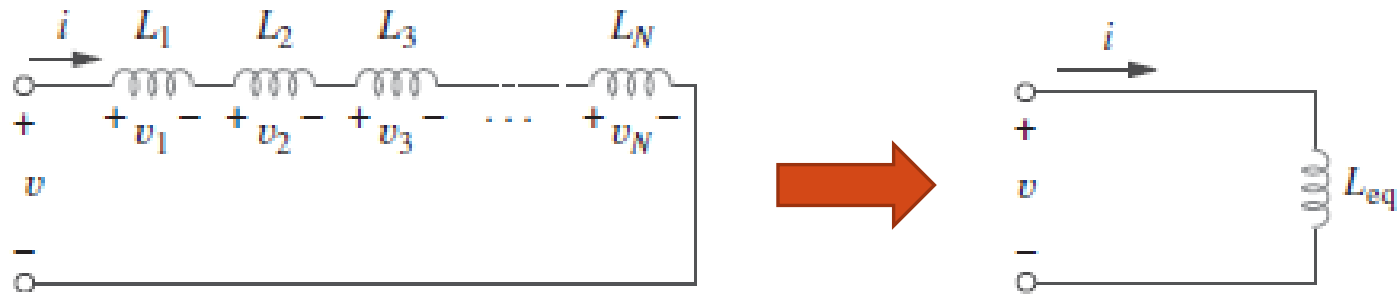
# Exemplo

Considere o circuito abaixo e determine a corrente  $i$ , a tensão no capacitor, a corrente no indutor e a energia armazenada em ambos os elementos. Tanto o capacitor quando o indutor estão completamente carregados.

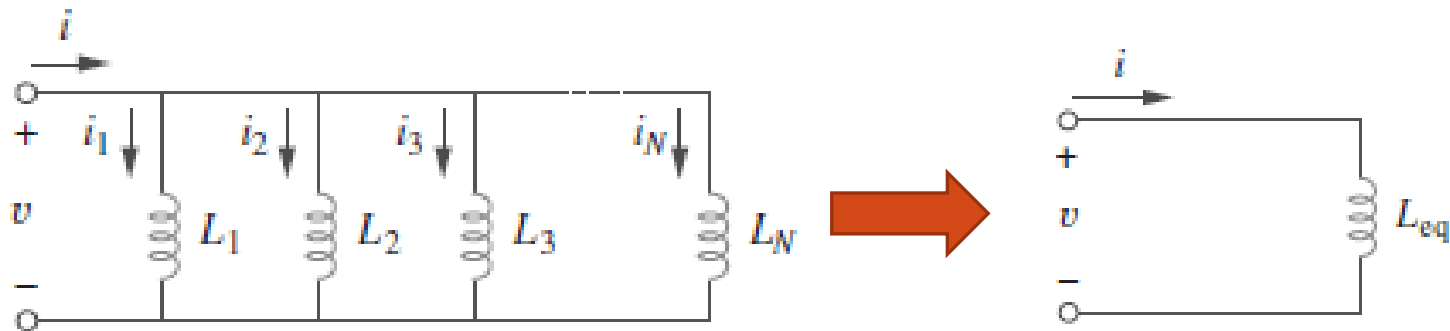


# Indutores em série e em paralelo

○ Associação em série:

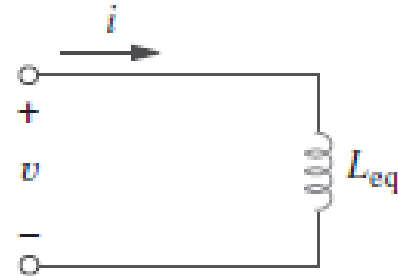
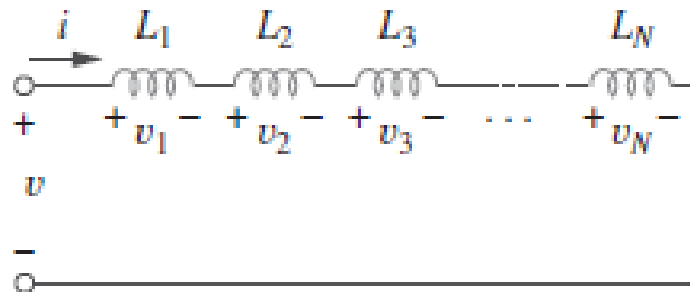


○ Associação em paralelo:



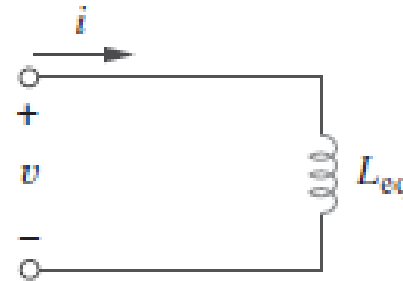
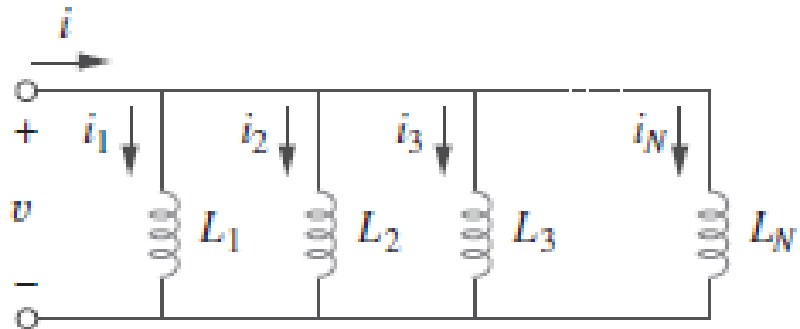
# Indutores em série e em paralelo

○ Associação em série:



$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N$$

○ Associação em paralelo:

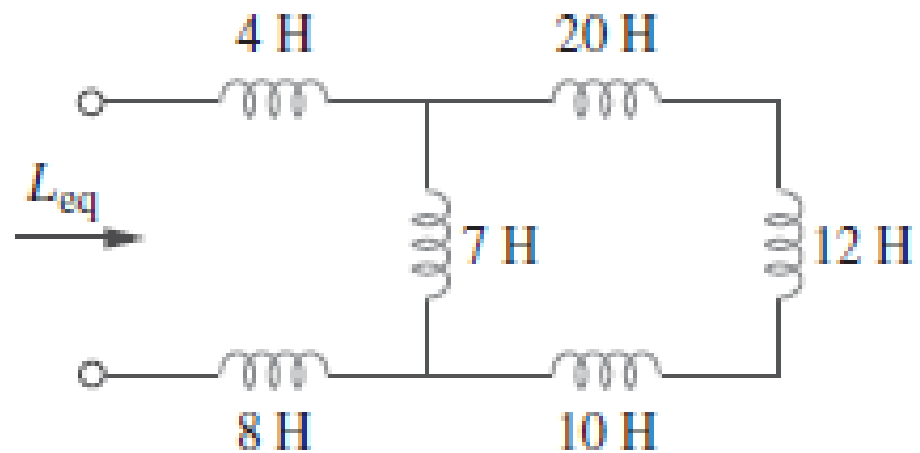


$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

# Exemplo

---

Determine a indutância equivalente do circuito abaixo:



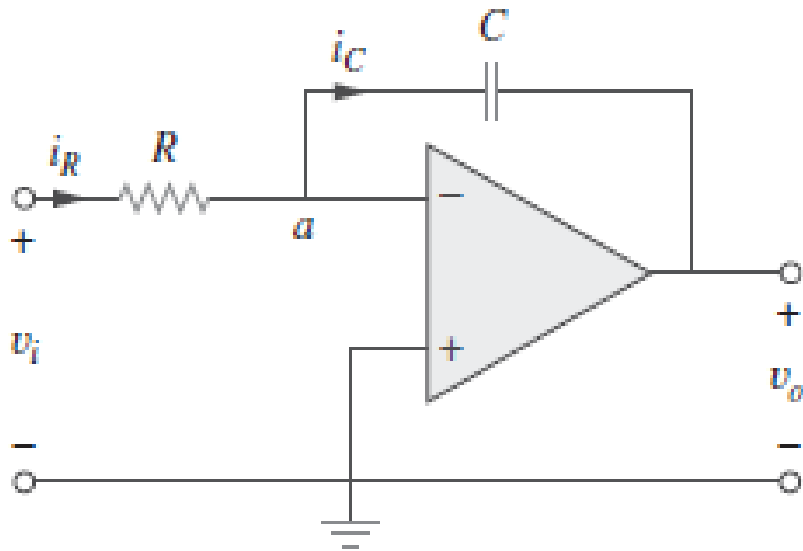


# Resumo:

| Relação   | Resistor (R)                         | Capacitador (C)                                       | Indutor (L)   |
|---|--------------------------------------|---|---|
| $v-i$ :   | $v = iR$                             | $v = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + v(t_0)$ | $v = L \frac{di}{dt}$                                 |
| $i-v$ :   | $i = v/R$                            | $i = C \frac{dv}{dt}$                                 | $i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau + i(t_0)$ |
| $p$ ou $w$ :  | $p = i^2 R = \frac{v^2}{R}$          | $w = \frac{1}{2} C v^2$                               | $w = \frac{1}{2} L i^2$                               |
| Série:  | $R_{eq} = R_1 + R_2$                 | $C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$                  | $L_{eq} = L_1 + L_2$                                  |
| Paralelo:   | $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ | $C_{eq} = C_1 + C_2$                                  | $L_{eq} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$                  |
| Em CC:  | Idem                                 | Circuito aberto                                       | Curto-circuito  |
| Variável do<br>cicuito que não<br>pode mudar<br>abruptamente: | Não se aplica                        | $v$   | $i$   |

# Circuito integrador

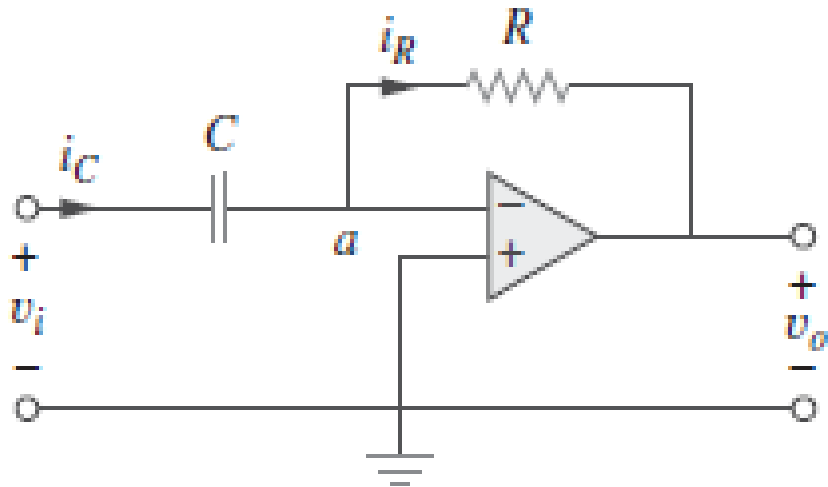
Circuito integrador é um circuito com amplificador operacional cuja a saída é proporcional à integral do sinal de entrada.



$$v_o = -\frac{1}{RC} \int_0^t v_i(\tau) d\tau$$

# Circuito diferenciador

Se trata de um circuito com amplificador operacional cuja saída é proporcional à taxa de variação do sinal de entrada.



$$v_o = -RC \frac{dv_i}{dt}$$

# Tarefas

---

Fazer os exemplos 6.14; 6.13; 6.12; 6.7 da referência [1].

# Lista de exercícios

---

Problemas 6.5; 6.6; 6.8; 6.11; 6.13; 6.15; 6.16; 6.17; 6.25; 6.31; 6.35; 6.38; 6.48; 6.51; 6.53; 6.57; 6.67; 6.72

# Bibliografia

---

- [1] SADIKU, M.N.O; ALEXANDER, A, K. Fundamentos de Circuitos Elétricos. 5ª edição, AMGH Editora LTDA, 2013. 840 p.