

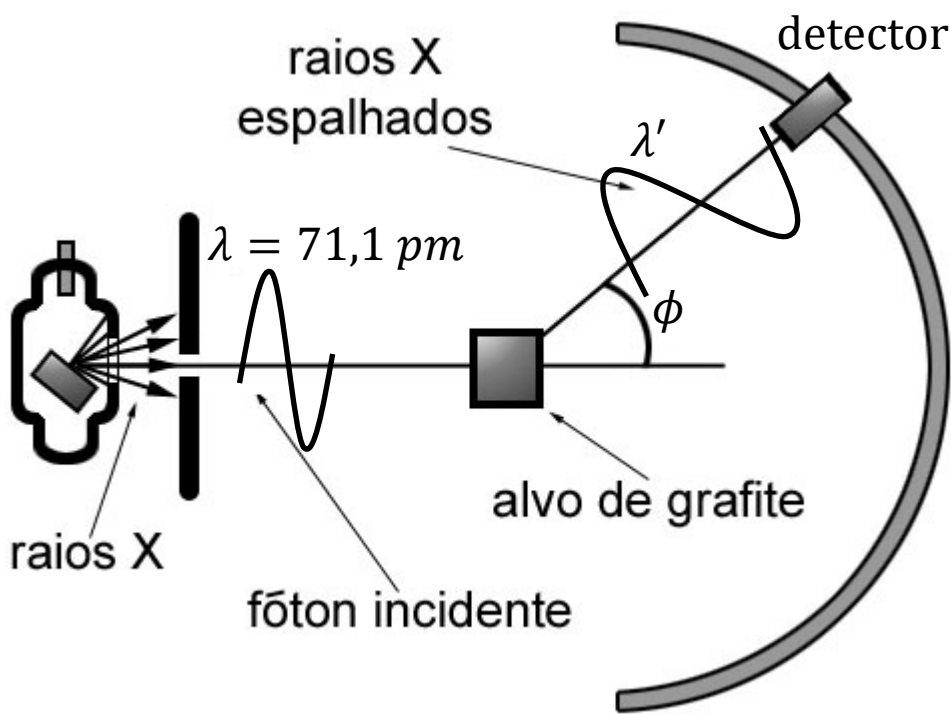
# 38.4 Os Fótons Possuem Momento

Em 1916, Einstein ampliou o conceito de quantum de luz (fóton) ao propor que um quantum de luz possui momento linear. Para um fóton de energia  $hf$ , o módulo do momento linear  $p$  é dado por

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}. \text{ (momento linear do fóton) } \quad (38.7)$$

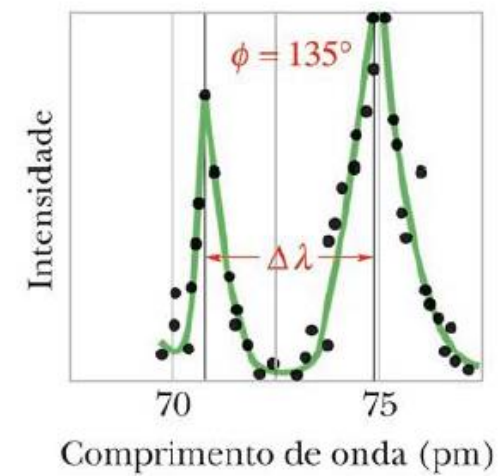
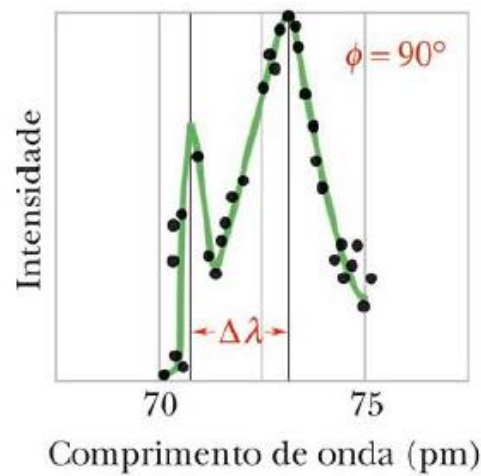
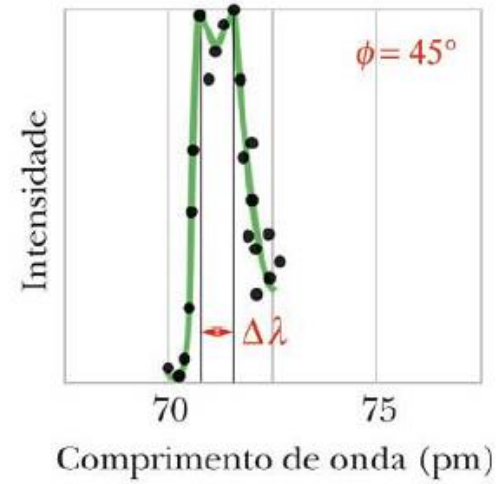
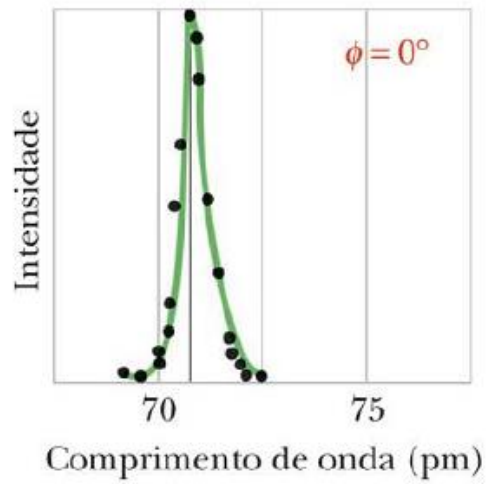
Em 1923, Arthur Compton executou um experimento que confirmou a previsão de Einstein de que os fótons possuem energia e momento linear.

Compton fez incidir um feixe de raios X de comprimento de onda  $\lambda = 71,1 \text{ pm}$  em um alvo de carbono (grafite). Compton mediu os comprimentos de onda  $\lambda'$  e as intensidades dos raios X espalhados pelo alvo de carbono em diversas direções (veja a figura ao lado).



As figuras ao lado mostram os resultados obtidos por Compton.

Embora existe um único comprimento de onda ( $\lambda = 71,1 \text{ pm}$ ) no feixe incidente, os raios X espalhados contém vários comprimentos de onda com dois picos de intensidade. Um dos picos corresponde ao comprimento de onda do feixe incidente; o outro, a um comprimento de onda  $\lambda'$  maior que  $\lambda$ . A diferença entre os comprimentos de onda dos dois picos,  $\Delta\lambda$ , conhecida com **deslocamento de Compton**, depende do ângulo para o qual os raios X espalhados foram medidos.



Compton interpretou o espalhamento de raios X pelo alvo de grafite em termos de transferência de energia e de momento linear, através de fótons, do feixe incidente para elétrons quase livres do alvo.

Considere a interação de um fóton do feixe de raios X incidente (de energia  $E = hf$ ) com um elétron livre estacionário. No caso mais geral, a direção de propagação do fóton é alterada (os raios X são espalhados) e o elétron entra em movimento, o que significa que parte da energia do fóton é transferida para o elétron. Como a energia deve ser conservada na interação, a energia do fóton espalhado ( $E' = hf'$ ) é menor que a energia do fóton incidente. Os raios X espalhados têm, portanto, uma frequência  $f'$  menor e um comprimento de onda  $\lambda'$  maior que o dos raios X incidentes, o que está de acordo com os resultados obtidos por Compton, mostrados na figura do slide anterior.

### Antes da colisão

**Energia inicial do sistema:**  $E_i = E_{\text{fóton}} + E_{\text{elétron}}$

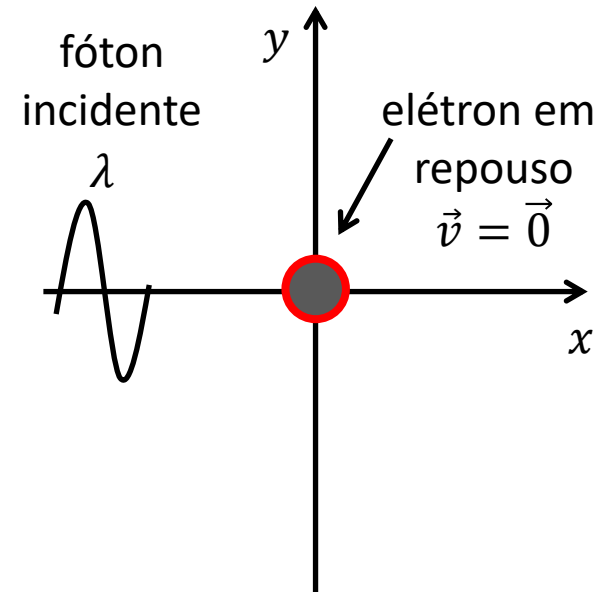
$$E_{\text{fóton}} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E_{\text{elétron}} = mc^2$$

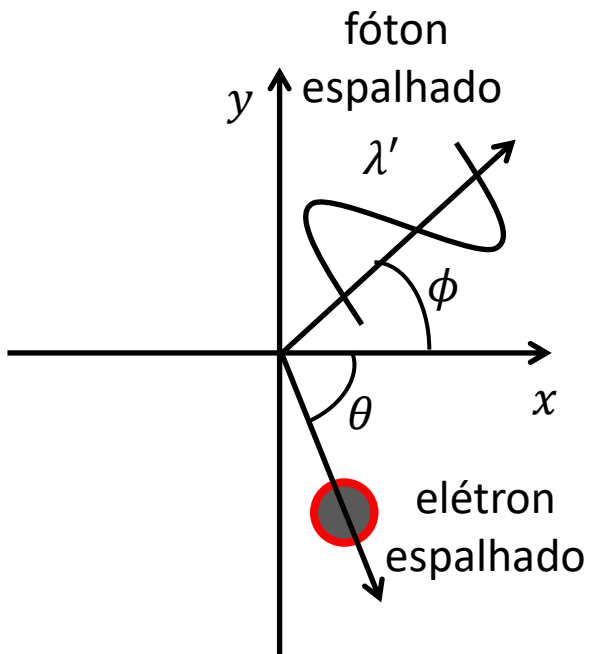
**Momento linear inicial do sistema:**  $\vec{p}_i = \vec{p}_{\text{fóton}} + \vec{p}_{\text{elétron}}$

$$\vec{p}_{\text{fóton}} = \frac{hf}{c} \hat{x} = \frac{h}{\lambda} \hat{x}$$

$$\vec{p}_{\text{elétron}} = m\vec{v}\gamma = \vec{0}$$



## Depois da colisão



**Energia final do sistema:**  $E_f = E_{\text{fóton}} + E_{\text{elétron}}$

$$E_{\text{fóton}} = hf' = \frac{hc}{\lambda'}$$

$$E_{\text{elétron}} = mc^2 + K$$

**Momento linear final do sistema:**  $\vec{p}_f = \vec{p}_{\text{fóton}} + \vec{p}_{\text{elétron}}$

$$\vec{p}_{\text{fóton}} = \frac{h}{\lambda'} \cos \phi \hat{x} + \frac{h}{\lambda'} \sin \phi \hat{y}$$

$$\vec{p}_{\text{elétron}} = mv\gamma \cos \theta \hat{x} - mv\gamma \sin \theta \hat{y}$$

**Conservação da energia do sistema:**  $E_f = E_i$

$$\frac{hc}{\lambda'} + \cancel{mc^2} + K = \frac{hc}{\lambda} + \cancel{mc^2} \quad \longrightarrow \quad \frac{hc}{\lambda'} + mc^2(\gamma - 1) = \frac{hc}{\lambda}. \quad (38.8)$$

**Conservação do Momento do sistema:**  $\vec{p}_f = \vec{p}_i$

$$mv\gamma \cos \theta \hat{x} - mv\gamma \sin \theta \hat{y} + \frac{h}{\lambda'} \cos \phi \hat{x} + \frac{h}{\lambda'} \sin \phi \hat{y} = \frac{h}{\lambda} \hat{x}$$

**eixo x:**  $mv\gamma \cos \theta + \frac{h}{\lambda'} \cos \phi = \frac{h}{\lambda}. \quad (38.9)$

**eixo y:**  $-mv\gamma \sin \theta + \frac{h}{\lambda'} \sin \phi = 0. \quad (38.10)$

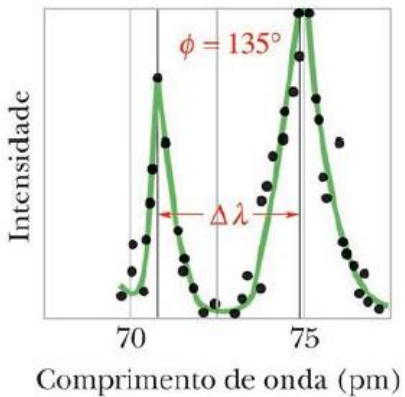
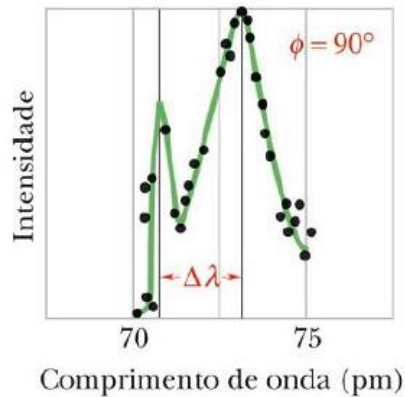
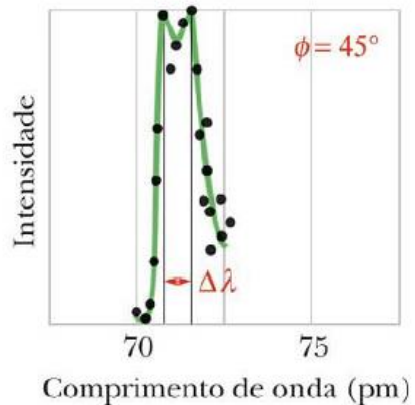
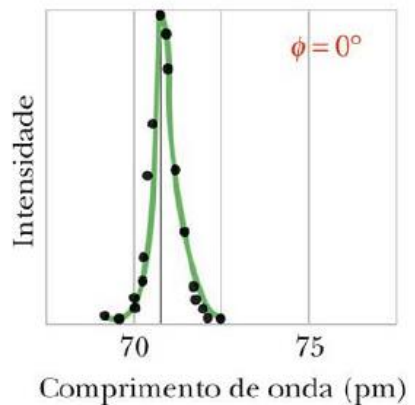
**deslocamento de Compton** ( $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ )

**Comprimento de onda de Compton**

$$\Delta\lambda = \boxed{\frac{h}{mc}} (1 - \cos \phi). \quad (38.11)$$

# O Outro Pico

Resta explicar o pico da figura ao lado que corresponde ao comprimento de onda da radiação incidente ( $\lambda = 71,1 \text{ pm}$ ). Esse pico não está associado a interações da radiação incidente com elétrons quase livres do alvo de carbono, mas sim com interações com elétrons firmemente presos aos núcleos de carbono do alvo. Nesse caso, tudo se passa como se a colisão ocorresse entre um fóton do feixe incidente e um átomo do alvo. Fazendo  $m$  da equação (38.11) igual à massa do átomo de carbono (que é aproximadamente 22.000 vezes maior que a massa do elétron), vemos que  $\Delta\lambda$  se torna 22.000 vezes menor que o deslocamento de Compton para um elétron livre, ou seja, um deslocamento tão pequeno que não pode ser medido. Assim, em colisões desse tipo os fótons espalhados têm praticamente o mesmo comprimento de onda que os fótons incidentes.

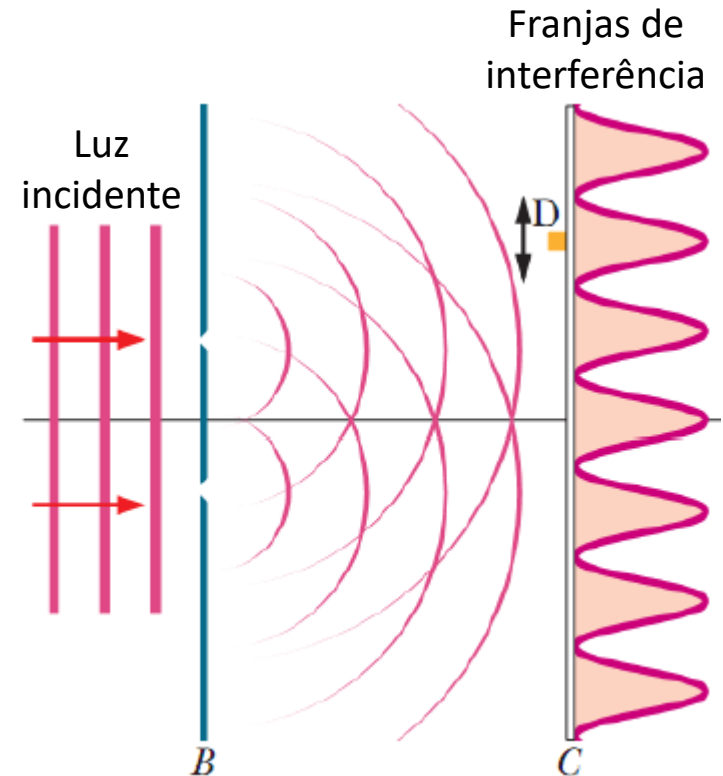


## 38.5 A Luz como uma Onda de Probabilidade

### A Versão Original

Um feixe ilumina o anteparo  $B$ , que contém duas fendas finas ( $a \ll \lambda$ ) paralelas. As ondas luminosas que atravessam as fendas se combinam na tela  $C$ , onde produzem uma figura de interferência. Um pequeno detector de fótons  $D$  produz um estalido cada vez que absorve um fóton.

Quando deslocamos o detector de fótons para cima e para baixo ao longo da tela, observamos que o número de estalidos por unidade de tempo aumenta e diminui, passando por máximos e mínimos que correspondem exatamente aos máximos e mínimos da figura de interferência. Não podemos prever em que instante um fóton será detectado em um determinado ponto da tela  $C$ . Em cada ponto da tela  $C$  os fótons são detectados em intervalos irregulares. Entretanto, sabemos que:

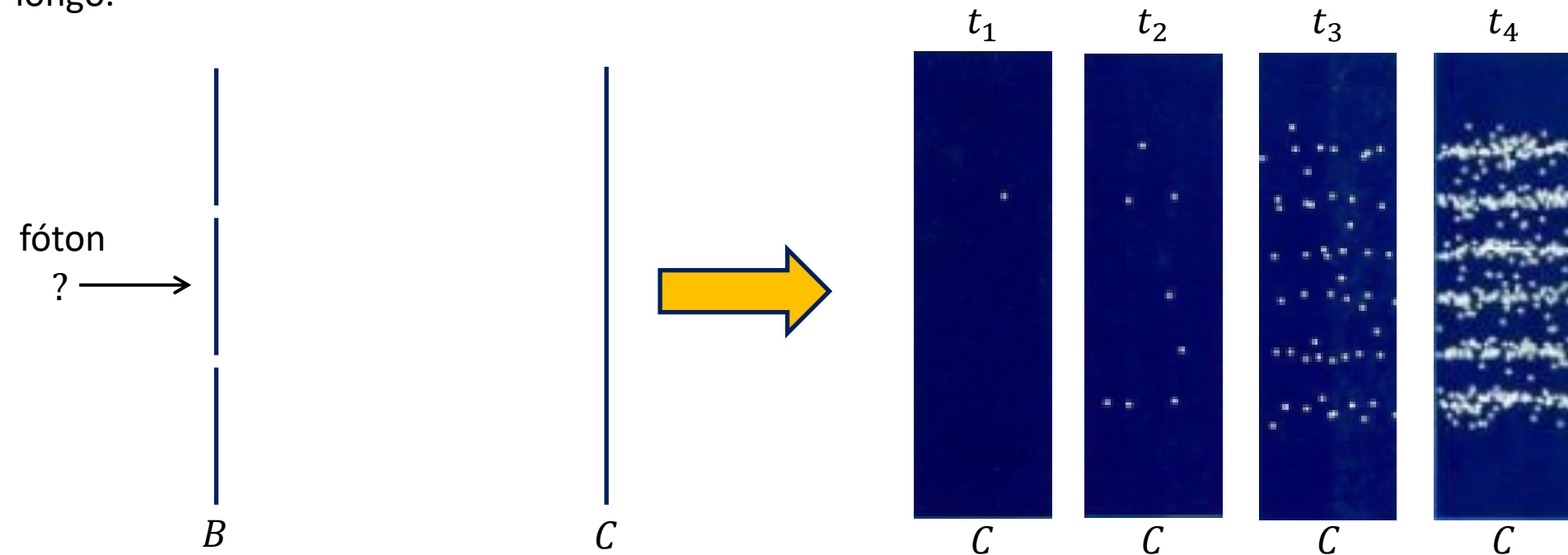


❖ A probabilidade (por unidade de tempo) de que um fóton seja detectado em um pequeno volume com o centro em um dado ponto de uma onda luminosa é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico associado à onda no mesmo ponto, ou seja,

$$P \propto |E|^2$$

# A Versão para Fótons Isolados

Na versão do experimento de fenda dupla para fótons isolados, a fonte luminosa é tão fraca que emite apenas um fóton de cada vez, a intervalos aleatórios. Surpreendentemente, franjas de interferência aparecem na tela  $C$  se o experimento é executado por um tempo suficientemente longo.



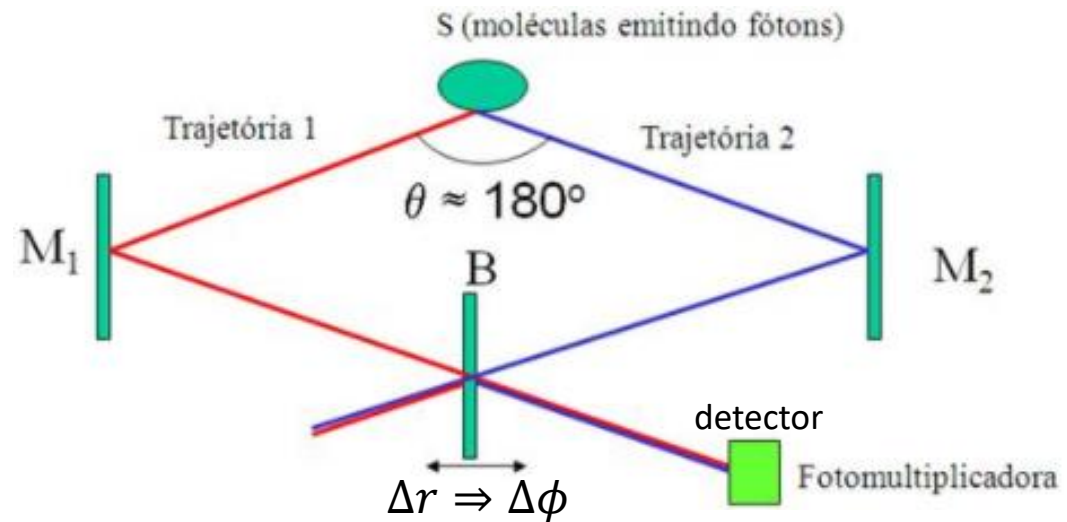
## Perguntas:

1. Por qual fenda do anteparo  $B$  passa um dado fóton?
2. Como o fóton pode “saber” que existe outra fenda além daquela pela qual passou, uma condição necessária para que a interferência exista?
3. Será que um fóton pode passar pelas duas fendas ao mesmo tempo e interferir com ele mesmo?



# A Nova Versão para Fótons Isolados

Na figura ao lado, o espelho  $B$  é deslocado lentamente na direção horizontal e o sinal de saída do detector é registrado. O deslocamento do espelho  $B$  modifica as distâncias percorridas pelos fótons ao longo das trajetórias 1 e 2, o que muda a diferença de fase entre as ondas que chegam ao detector, fazendo com que máximos e mínimos de interferência apareçam no sinal de saída do detector.



A luz associada a um único fóton emitido pela fonte  $S$  percorre duas trajetórias distintas e interfere com ela mesma na fotomultiplicadora depois de ser recombinada no espelho semitransparente  $B$ .

❖ Os resultados das três versões do experimento de dupla fenda podem ser explicadas se supusermos (1) que a luz é gerada na forma de fótons, (2) que a luz é detectada na forma de fótons e (3) que a luz se propaga na forma de uma onda de probabilidade.



# 38.6 Elétrons e Ondas de Matéria

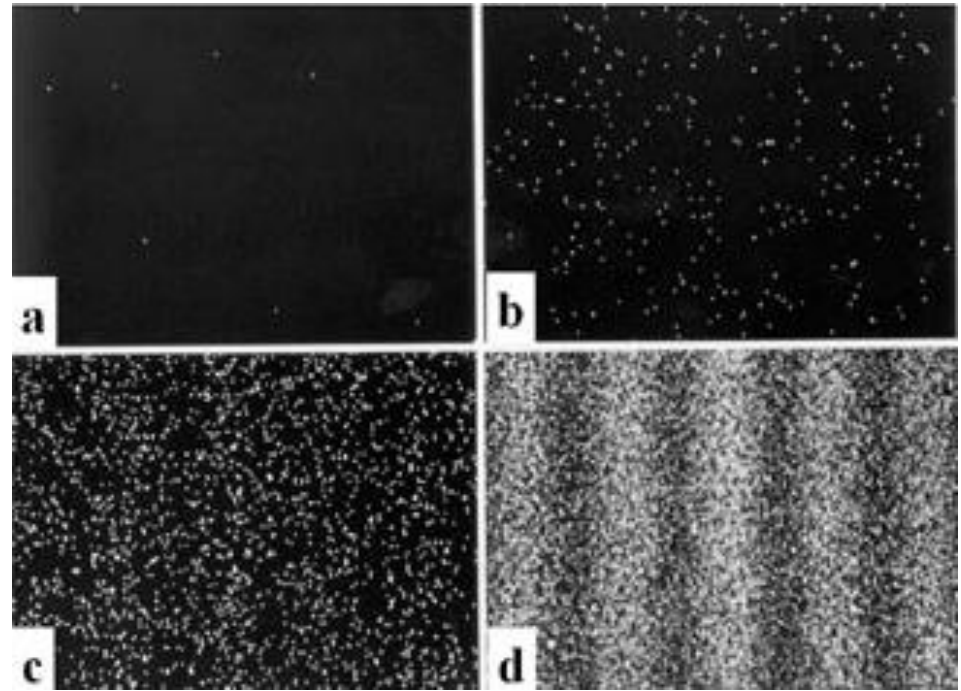
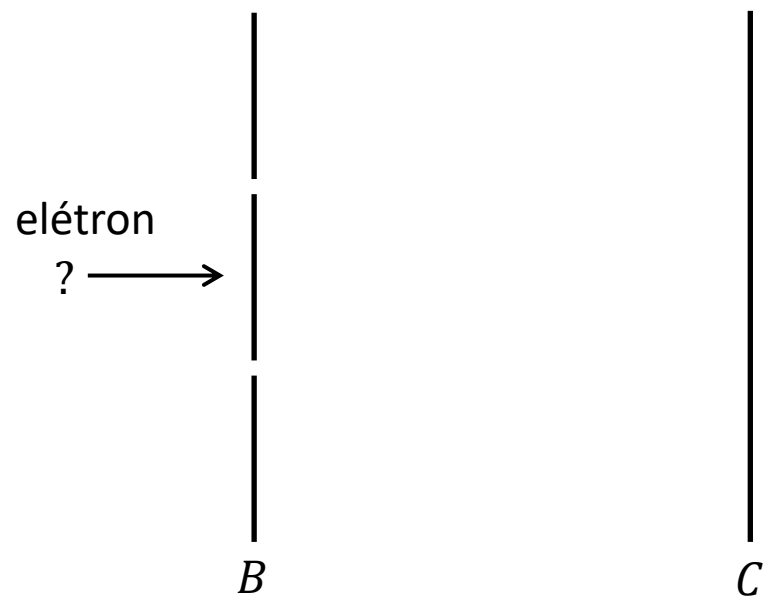
$$p = \frac{h}{\lambda} \cdot (38.7)$$

Em 1924, Louis de Broglie propôs a seguinte linha de raciocínio: um feixe luminoso é uma onda, mas transfere energia e momento linear à matéria através de “pacotes” chamados fótons. Por que um feixe de partículas não pode ter as mesmas propriedades? Em outras palavras, por que não podemos pensar em um elétron, ou mesmo qualquer outra partícula, como uma **onda de matéria**?

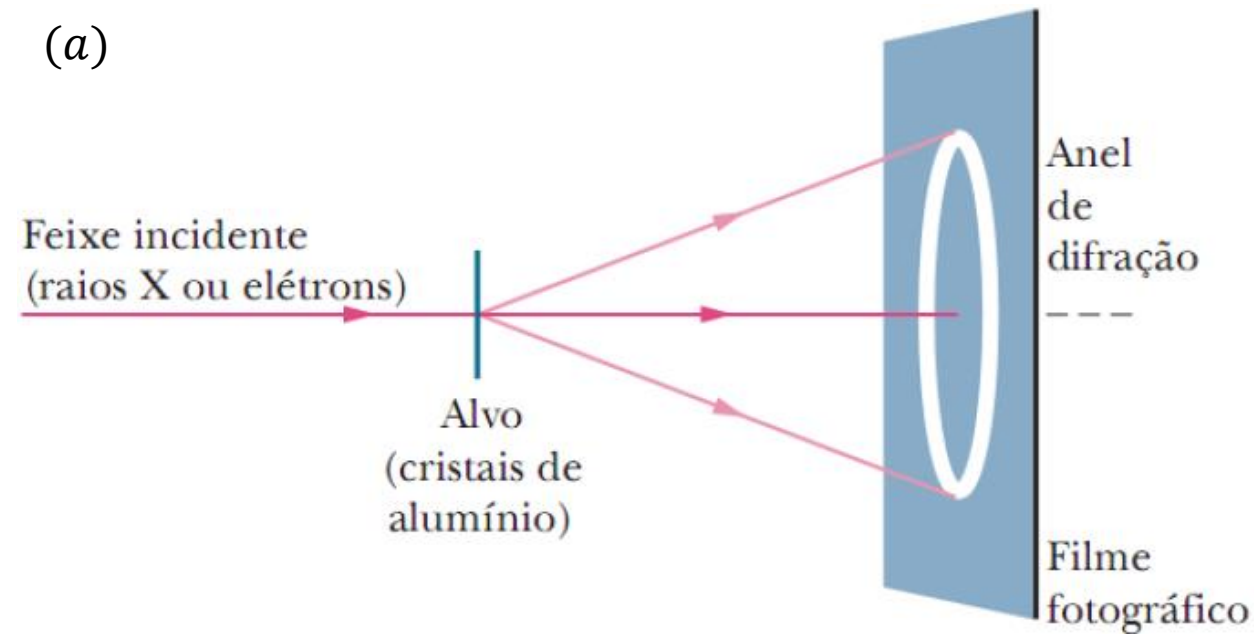
Em particular, de Broglie sugeriu que a equação (38.7) fosse aplicada não só aos fótons, mas também aos elétrons. A ideia de de Broglie era usá-la na forma,

$$\lambda = \frac{h}{p}, \text{ (comprimento de onda de de Broglie) } (38.13)$$

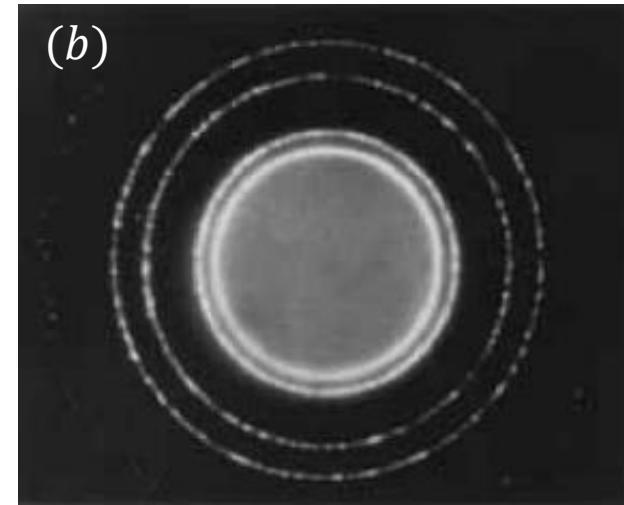
para atribuir um comprimento de onda  $\lambda$  a uma partícula de momento linear  $p$ .



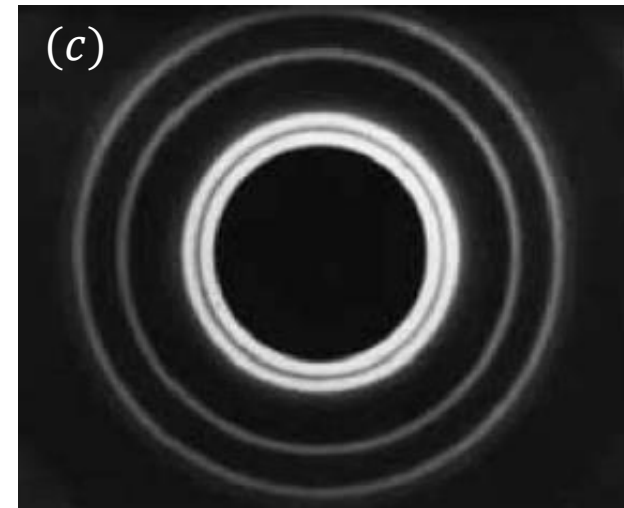
(a)



(b)



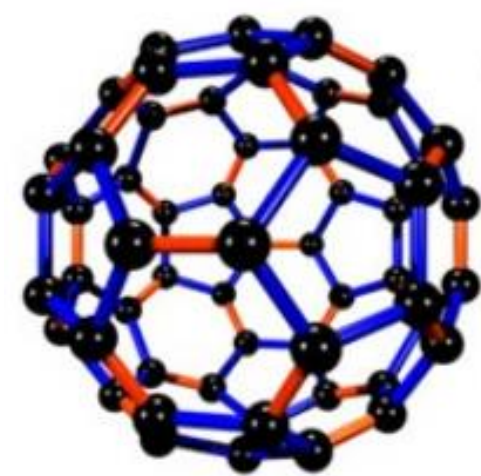
(c)



(a) Montagem experimental usada para demonstrar, por técnicas de difração, o carácter ondulatório do feixe incidente. As fotografias mostram as figuras de difração obtidas (b) com um feixe de raios X (ondas eletromagnéticas) e (c) com uma feixe de elétrons (ondas de matéria). Observe que as duas figuras de difração são muito parecidas. Isso acontece porque o comprimento de onda dos raios X é igual ao comprimento de onda de de Broglie dos elétrons.

# Difração de fulereno

Fulereo ( $C_{60}$ ) é uma molécula com 60 átomos de carbono!



$C_{60}$

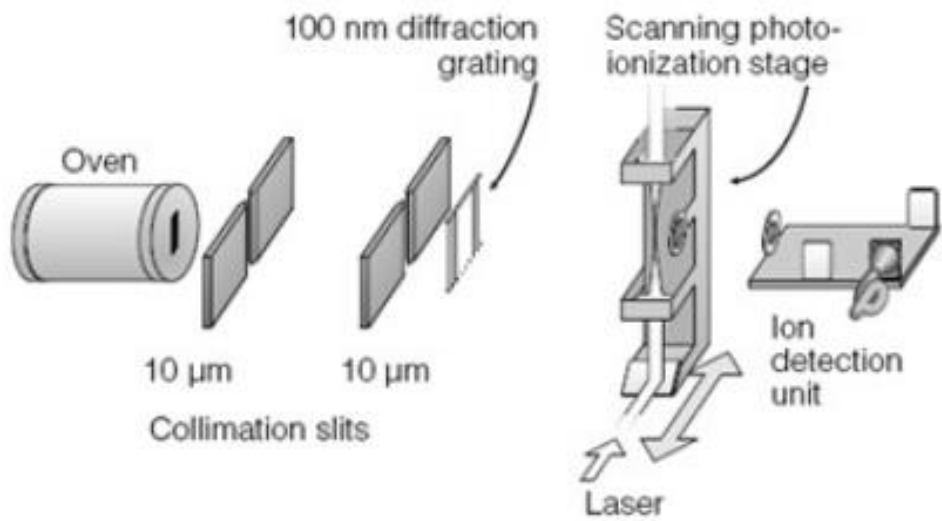
**letters to nature**

**Wave-particle duality of  $C_{60}$  molecules**

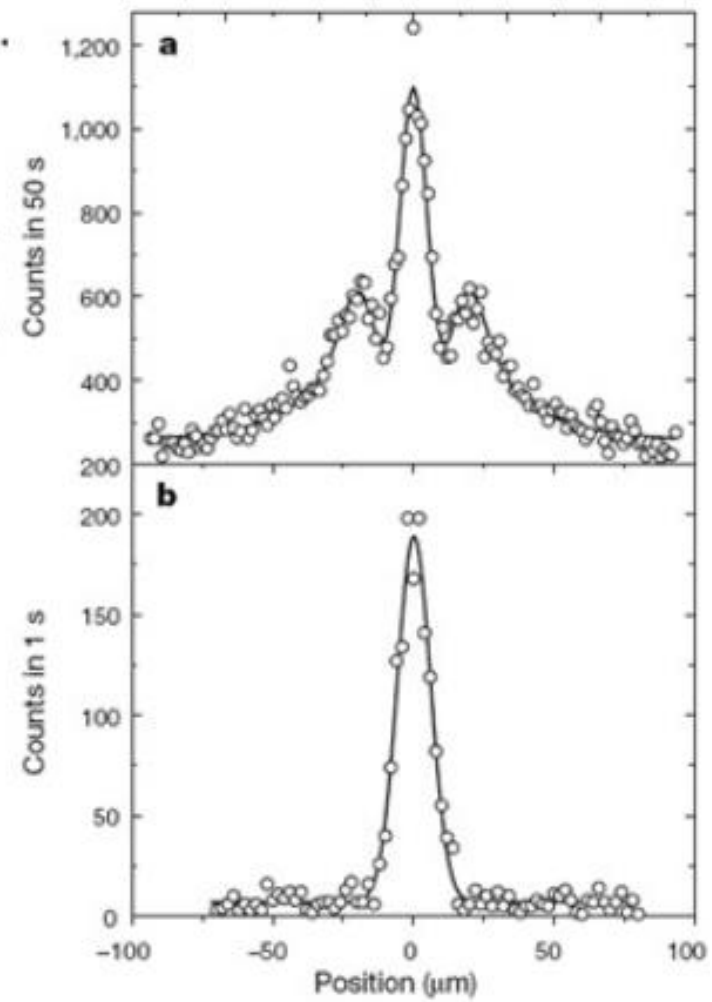
Markus Arndt, Olaf Nairz, Julian Vos-Andreae, Claudia Keller, Gerbrand van der Zouw & Anton Zeilinger

*Institut für Experimentalphysik, Universität Wien, Boltzmannngasse 5, A-1090 Wien, Austria*

$v = 210 \text{ m/s} \rightarrow \lambda_{dB} = 2,5 \text{ pm} !$

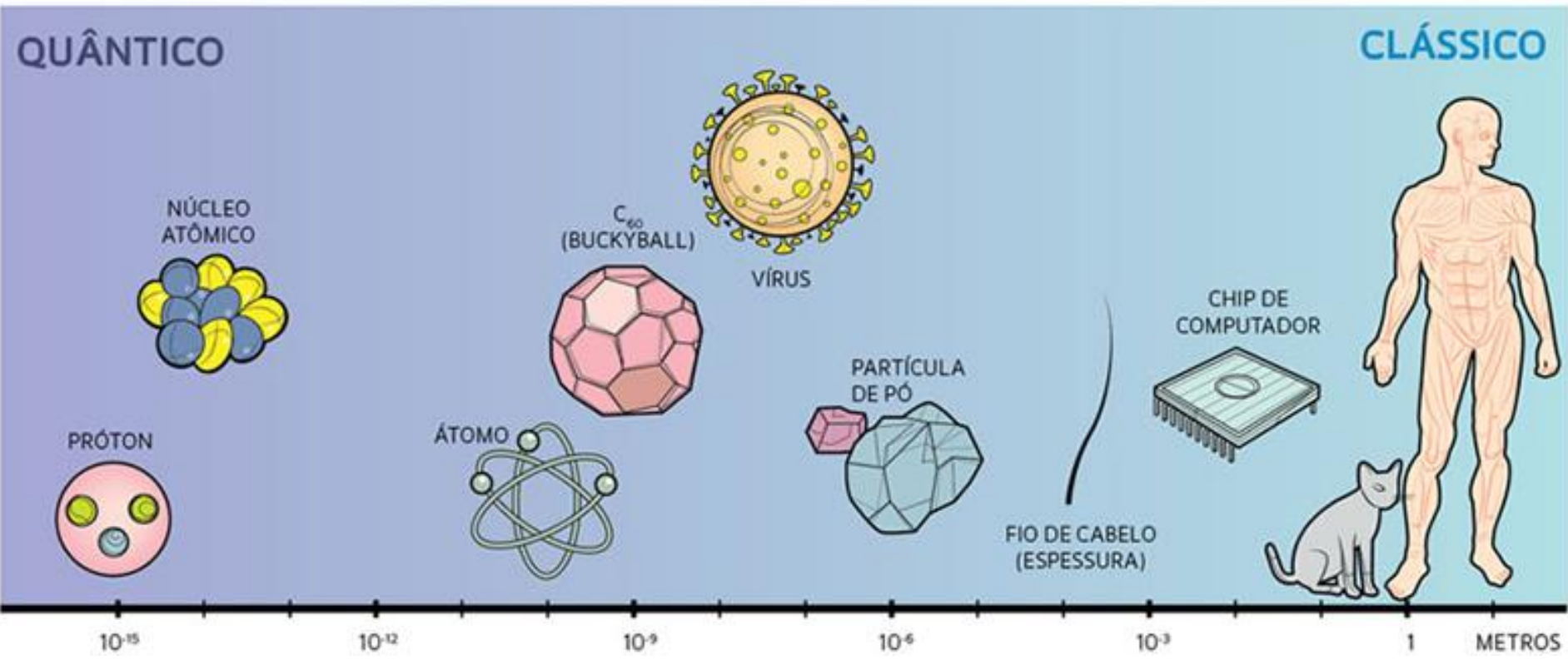


a - Com a rede de difração  
b - Sem a rede de difração



# Na fronteira dos dois domínios

Efeitos quânticos foram observados em objetos tão grandes como uma *buckyball*, mas não em vírus. Tamanho pode não ser um limite para entrar no mundo quântico – desde que um objeto se mantenha isolado do ambiente



Exercícios sugeridos das Seções 38.4 e 38.6: 27, 29, 30, 31, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 50, 53 e 55.

**29)** Um feixe luminoso com uma comprimento de onda de  $2,4\text{ pm}$  incide em um alvo que contém elétrons livres. **(a)** Determine o comprimento de onda da luz espalhada a  $30^\circ$  com a direção do feixe incidente. **(b)** Faça o mesmo para um ângulo de espalhamento de  $120^\circ$ .

Dicas:  $\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi)$ .

Respostas: (a)  $\lambda' = 2,73\text{ pm}$ . (b)  $\lambda' = 6,04\text{ pm}$ .

