

1. Para cada uma das linguagens a seguir construa um autômato de pilha determinístico, se possível. Se não for possível, justifique e construa um autômato de pilha não determinístico.
 - (a) $\{0^n 1^n 2^k \mid n \geq 0, k \geq 0\}$;
 - (b) $\{0^{3n} 1^{2n} \mid n \geq 0\}$;
 - (c) $\{w 0 w^R \mid w \in \{1, 2\}^*\}$;
 - (d) $\{0^m 1^n \mid m > n\}$;
 - (e) $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\} \cup \{0^n 1^{2n} \mid n \geq 0\}$;
 - (f) $\{w w^R \mid w \in \{1, 2\}^*\}$;
 - (g) $\{0^m 1^n \mid m < n\}$;
 - (h) $\{a^n b^m c^p \mid n = m \text{ ou } m = p\}$;
 - (i) $\{a^{3n} c b^{2(n+m)} a c^m\}$.
2. Construa autômatos de pilha que reconheça as linguagens do Exercício 1:
 - (a) por estado final;
 - (b) por pilha vazia.
3. Sejam M_1 e M_2 APNs. Mostre como construir APNs para:
 - (a) $L(M_1) \cup L(M_2)$;
 - (b) $L(M_1)L(M_2)$;
 - (c) $L(M_1)^*$.

4. Uma autômato de fila é semelhante ao autômato de pilha, porém ao invés de ter uma pilha como estrutura auxiliar do autômato usa-se uma fila¹. Assim, uma transição $\delta(e_1, a, b) = [e_2, z]$ no autômato de fila significa que há transição do estado e_1 para o estado e_2 sob (consumindo) o símbolo do alfabeto de entrada a , retirando o primeiro elemento da fila, b , e adicionando ao final da fila a palavra z .

Toda linguagem que é reconhecida por um autômato de pilha também é reconhecida por um autômato de fila, pois é possível simular o comportamento da pilha, inserindo um elemento no início da fila. Para inserir um elemento no início da fila basta colocá-lo no final e retirar todos que estão a sua frente e adicioná-los ao final.

Seja o **autômato de pilha** $M = (\{1, 2\}, \{a, b, c, d\}, \{A, C\}, \delta, \{1\}, \{1, 2\})$, em que δ está definida nos seguintes pontos:

$$\begin{aligned}\delta(1, a, \lambda) &= [1, A]; \\ \delta(1, c, \lambda) &= [1, C]; \\ \delta(1, b, A) &= [2, \lambda]; \\ \delta(1, d, C) &= [2, \lambda]; \\ \delta(2, b, A) &= [2, \lambda]; \\ \delta(2, d, C) &= [2, \lambda];\end{aligned}$$

Mostre como um **autômato de fila** pode ser construído a partir do autômato M , que reconheça a linguagem $L(M)$. Para isto, simule o comportamento de inserir no início da fila, como mencionado acima.

5. Seja a linguagem $L = \{w w^R \mid w \in \{0, 1, 2\}^*\}$. Faça o que se pede:
 - (a) Construa um autômato de pilha que reconhece L por estado final e pilha vazia.

¹A fila é uma estrutura de dados em que um elemento sempre é adicionado ao final e retirado do início.

- (b) A partir do autômato construído no item anterior, construa um autômato de pilha que reconhece L por estado final, usando o método visto em sala de aula ou do livro texto.
- (c) A partir do autômato construído no item anterior, construa um autômato de pilha que reconhece $L \cup \{\lambda\}$ por pilha vazia, usando o método visto em sala de aula ou do livro texto.
6. Sejam um APN $M_1 = (E_1, \Sigma, \Gamma, \delta_1, I, F_1)$ e um AFD $M_2 = (E_2, \Sigma, \delta_2, i, F_2)$. A partir de M_1 e M_2 é possível construir um APN $M_3 = (E_1 \times E_2, \Sigma, \Gamma, \delta, I \times \{i\}, F_1 \times F_2)$, em que δ contém as seguintes transições:
- para cada par de transições $[e_2, z] \in \delta_1(e_1, a, A)$ e $\delta_2(e_3, a) = e_4$, em que $e_1, e_2 \in E_1$, $e_3, e_4 \in E_2$, $a \in \Sigma$, $A \in \Gamma \cup \{\lambda\}$, e $z \in \Gamma^*$, há uma transição $[(e_2, e_4), z] \in \delta((e_1, e_3), a, A)$;
 - para cada transição λ , $[e_2, z] \in \delta_1(e_1, \lambda, A)$, há transições $[(e_2, e_3), z] \in \delta((e_1, e_3), \lambda, A)$ para cada $e_3 \in E_2$.

O APN M_3 , construído como descrito acima reconhece a linguagem $L(M_1) \cap L(M_2)$. A partir destas informações, faça o que se pede:

- (a) Construa um autômato de pilha que reconheça a linguagem $L_1 = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem mais a's que b's}\}$;
- (b) Construa um AFD que reconheça a linguagem $L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| = 2n, n \geq 0\}$;
- (c) Usando o método descrito acima e os autômatos construídos nos itens anteriores, defina formalmente e apresente o diagrama de estados de um AP que reconheça $L_1 \cap L_2$.