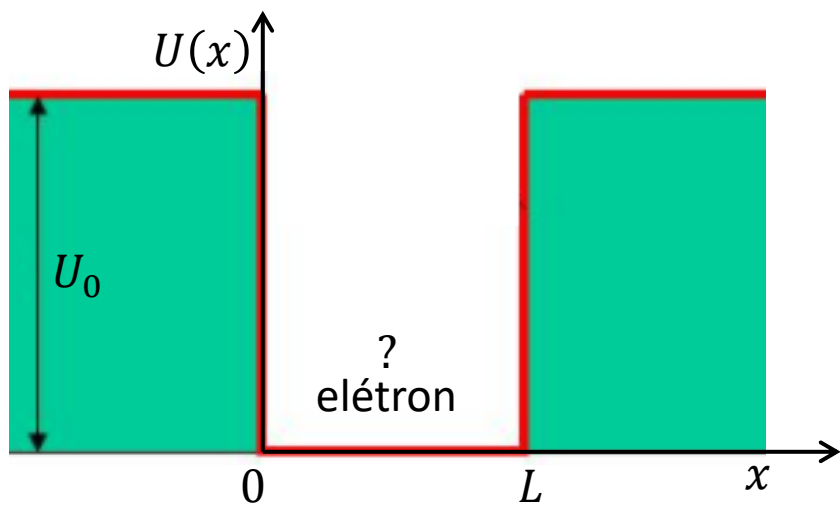


39.5 Um Elétron em um Poço Finito

A figura abaixo mostra um poço de potencial (finito) de largura L mais realista, no qual a energia potencial do elétron do lado de fora do poço não é infinitamente grande, mas possui um valor finito U_0 , conhecido como **profundidade do poço**.



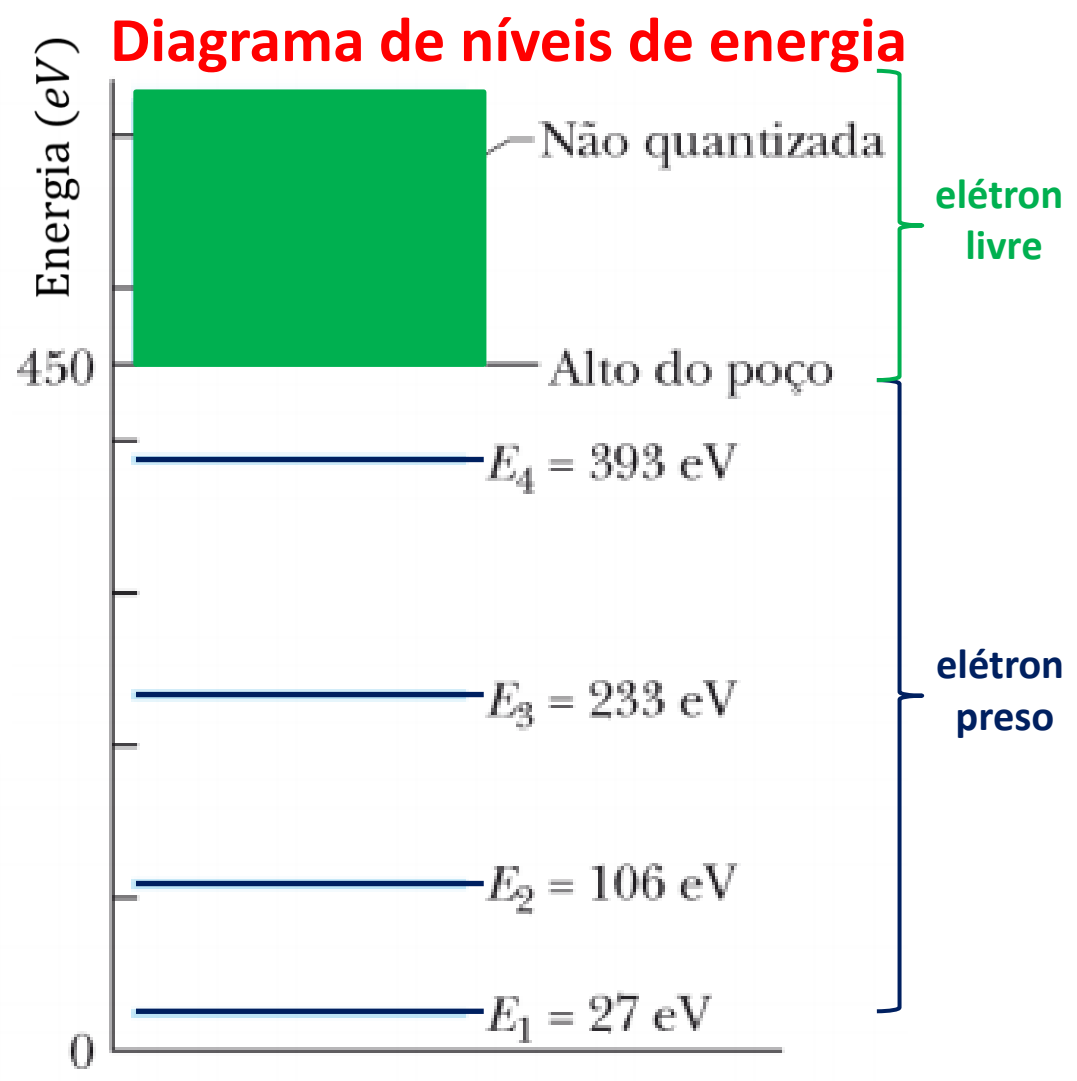
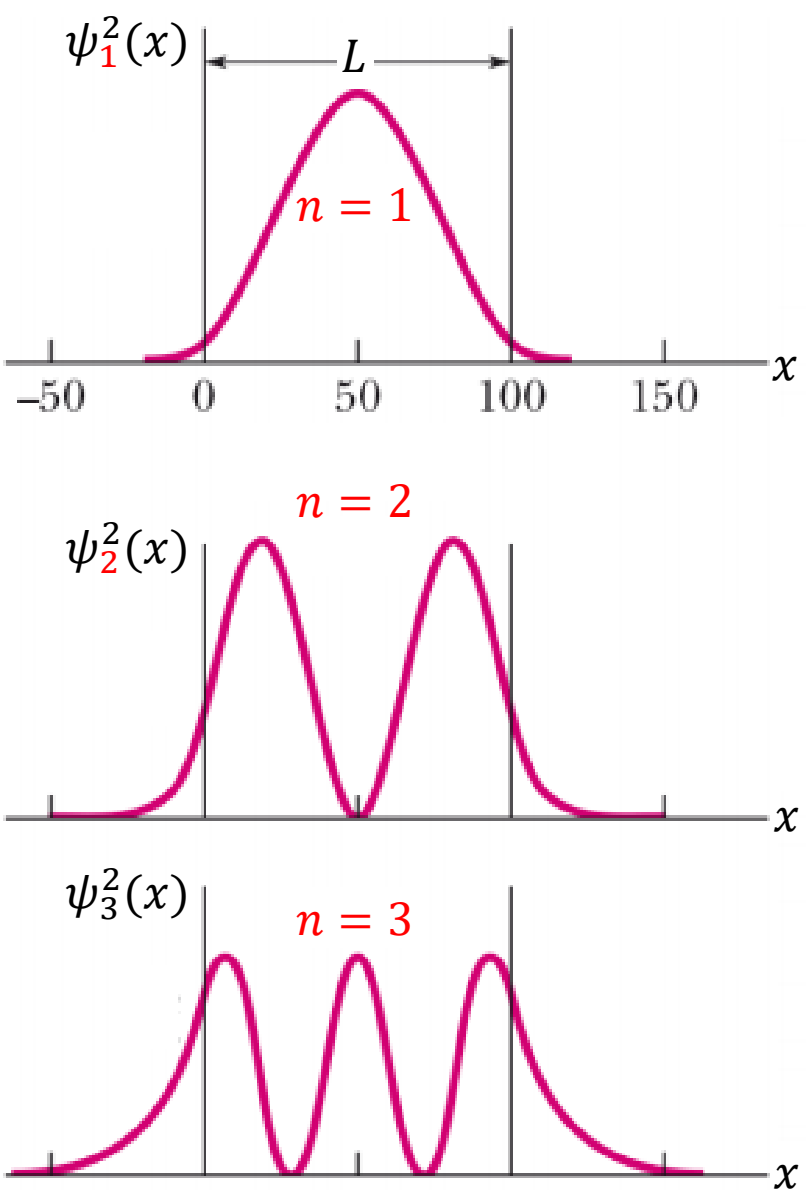
$$U(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 \leq x \leq L. \\ U_0, & \text{se } x \leq 0 \text{ ou } x \geq L. \end{cases}$$

Para determinar as funções de onda que descrevem os estados quânticos de um elétron no poço finito da figura acima devemos resolver a equação de Schrödinger para movimento em uma dimensão:

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2} [E - U(x)]\psi(x) = 0.$$

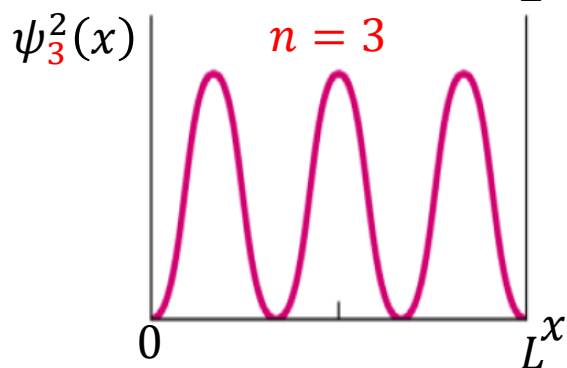
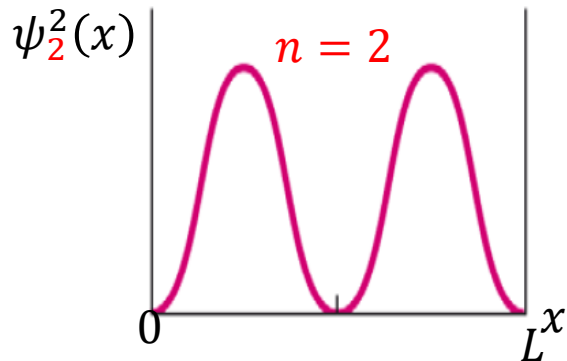
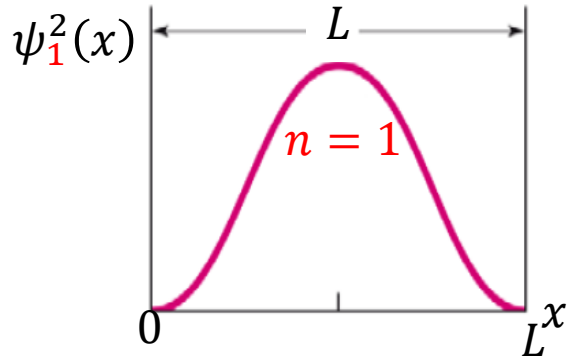
Em vez de resolver essa equação para o poço finito (a solução é muito trabalhosa), vamos nos limitar a fornecer os resultados para valores numéricos particulares de U_0 e L .

As figuras abaixo mostram as densidades de probabilidade $\psi_n^2(x)$ e diagrama de níveis de energia E para um elétron confinado em um poço de potencial finito de profundidade $U_0 = 450 \text{ eV}$ e largura $L = 100 \text{ pm}$. Quando $E \geq 450 \text{ eV}$, o elétron deixa de estar confinado (ou seja, o elétron tem energia suficiente para sair do poço) e pode ter qualquer energia.

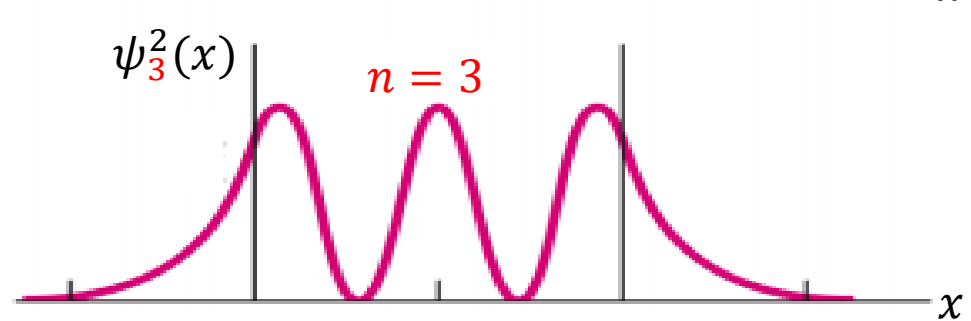
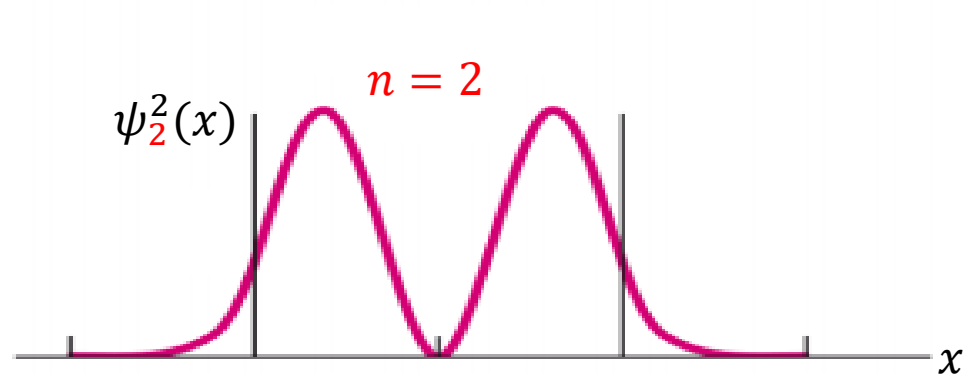
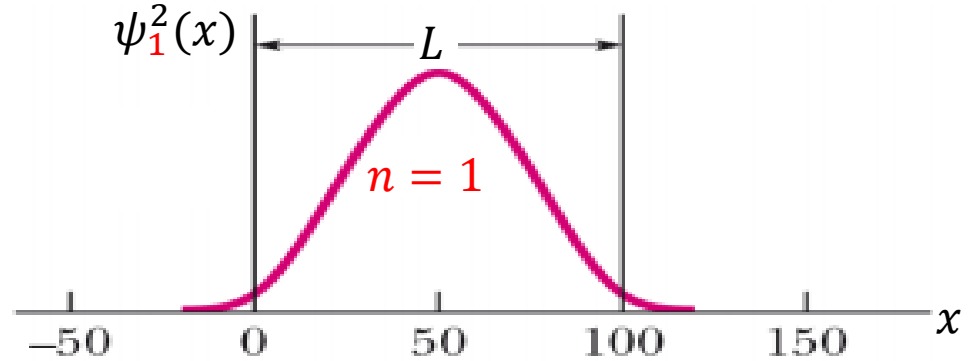


Comparação entre $\psi_n^2(x)$ para alguns estados quânticos do poço de potencial infinito com os do poço de potencial finito

$\psi_n^2(x)$ para um elétron confinado em um poço de potencial infinito de profundidade $U_0 = \infty \text{ eV}$ e largura $L = 100 \text{ pm}$.



$\psi_n^2(x)$ para um elétron confinado em um poço de potencial finito de profundidade $U_0 = 450 \text{ eV}$ e largura $L = 100 \text{ pm}$.

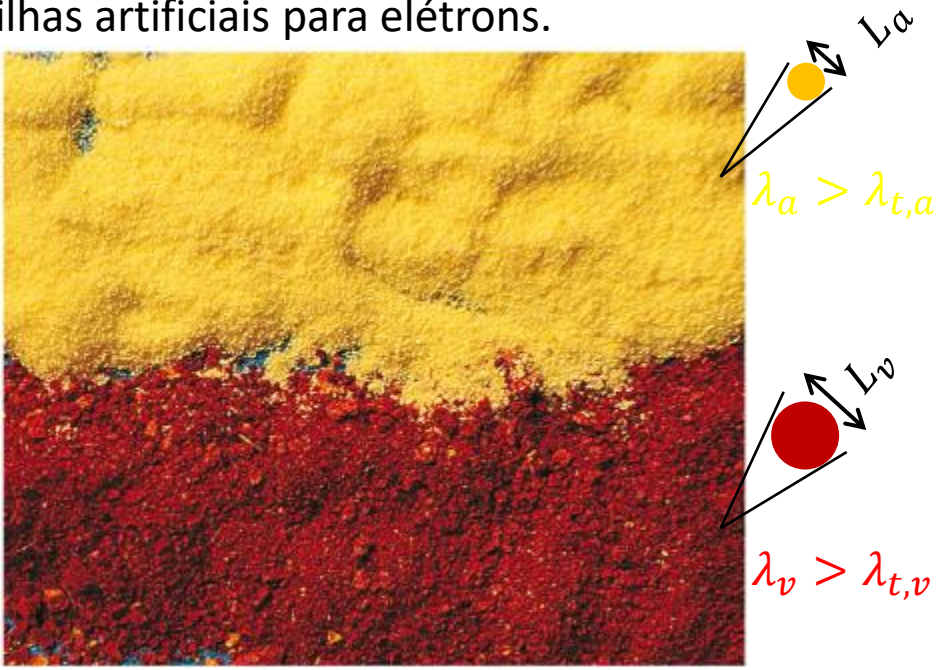


39.6 Outras Armadilhas para Elétrons

Vamos discutir agora outros três tipos de armadilhas artificiais para elétrons.

1) Nanocristalitos

De acordo com a equação $E_n = h^2 n^2 / 8mL^2$, podemos aumentar os valores dos níveis de energia de um elétron aprisionado em um poço infinito diminuindo a largura L do poço. Isso também aumenta a energia dos fótons que o elétron pode absorver e reduz os comprimentos de onda correspondentes. Esses resultados também se aplicam a poços formados por nanocristalitos.



L diminui $\Rightarrow E_n$ aumenta $\Rightarrow \Delta E$ aumenta $\Rightarrow hf$ aumenta $\Rightarrow \lambda$ diminui $\Rightarrow L_a < L_v \Rightarrow \lambda_a < \lambda_v$

λ_a (λ_v) é o menor comprimento de onda espalhado pelo nanocristalito amarelo (vermelho)

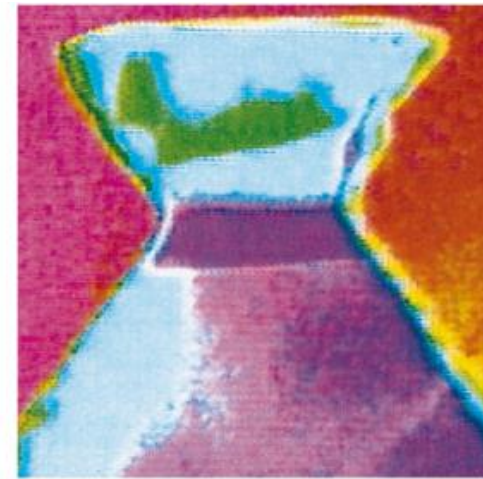
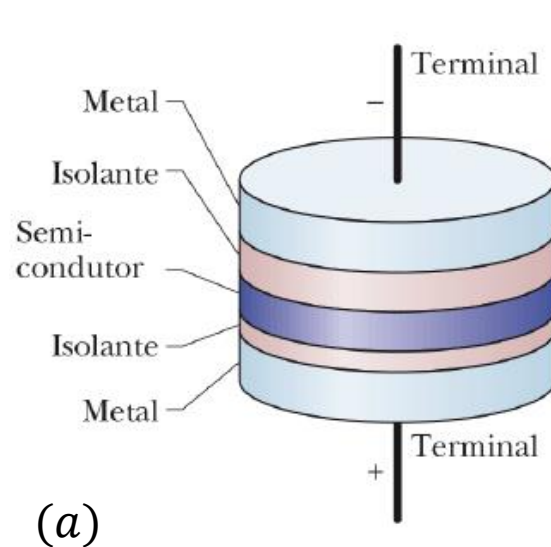
➤ Um nanocristalito pode absorver fótons com uma energia maior que um certo limiar $E_t (= hf_t)$ e, portanto, com um comprimento de onda menor que um certo limiar λ_t , dado por

$$\lambda_t = \frac{c}{f_t} = \frac{ch}{E_t}.$$

Ondas luminosas com comprimento de onda maior que λ_t são espalhadas pelo nanocristalito, em vez de serem absorvidas. A cor que atribuímos ao nanocristalito é determinada pelos comprimentos de onda presentes na luz espalhada.

2) Pontos Quânticos

- Os materiais representados na figura (a) são escolhidos de modo a assegurar que a energia potencial de um elétron na camada central **semicondutora** seja menor que nas camadas isolantes, o que faz com que a camada central se comporte como um poço de potencial.



- A camada isolante inferior da figura (a) é tão estreita que os elétrons podem atravessá-la por efeito túnel se uma diferença de potencial apropriada for aplicada às extremidades do dispositivo. Dessa forma é possível controlar o número de elétrons confinados no poço. O arranjo material se comporta como um átomo cujo número de elétrons pode ser controlado.

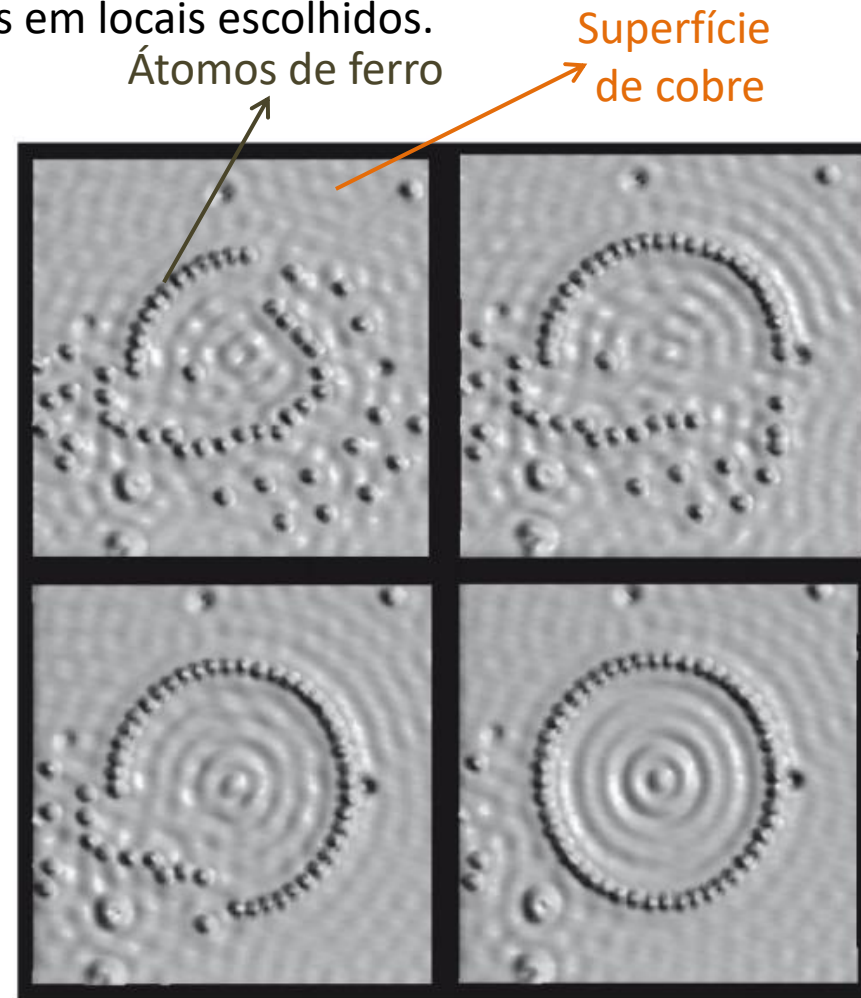
Um ponto quântico ou “átomo artificial”. (a) A camada **semicondutora** central forma um poço de potencial no qual o elétron é confinado. A camada isolante de baixo é suficientemente estreita para permitir que elétrons sejam introduzidos ou retirados da camada central por tunelamento quando uma tensão apropriada é aplicada aos terminais do dispositivo. (b) Fotografia de um ponto quântico real. A faixa roxa central é a região onde os elétrons são confinados.

3) Currais Quânticos

Quando um microscópio de tunelamento está operando, a agulha exerce uma pequena força sobre os átomos isolados que se projetam sobre uma superfície lisa. Manipulando a posição da agulha é possível “arrastar” os átomos e depositá-los em locais escolhidos.

Usando essa técnica os cientistas da IBM movimentaram átomos de ferro em uma superfície de cobre até que formassem um círculo, que recebeu o nome de **curral quântico**. O resultado aparece na figura que abre este capítulo. O **curral quântico** foi fabricado em baixas temperaturas para (cerca de 4 K) para diminuir a tendência dos átomos de ferro de se deslocarem aleatoriamente na superfície devido à agitação térmica.

As ondulações no interior do **curral quântico** se devem às ondas de matéria associadas a elétrons que podem se mover na superfície do cobre, mas estão confinadas pela barreira de potencial associada aos átomos de ferro. As dimensões das ondulações estão perfeitamente de acordo com as previsões teóricas.



Quatro estágios de construção de um curral quântico. As ondulações no interior do curral se devem ao confinamento dos elétrons.

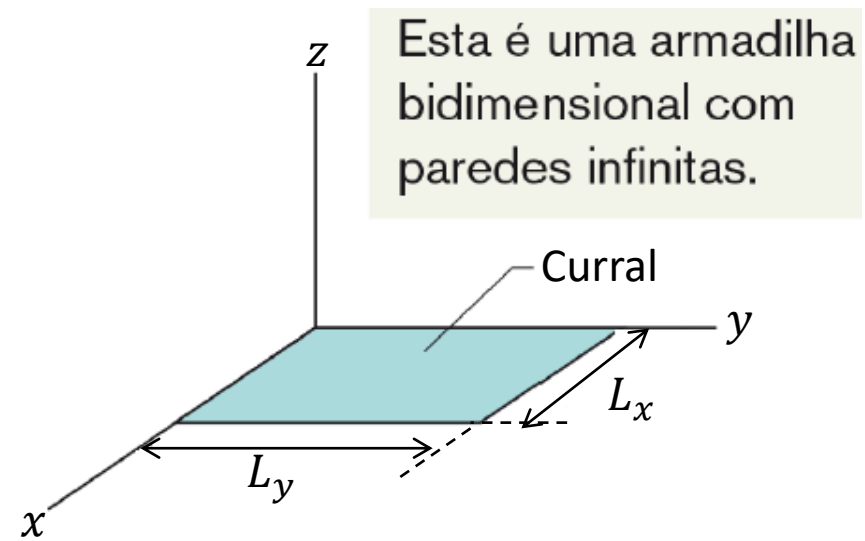
39.7 Armadilhas Eletrônicas Bidimensionais e Tridimensionais

Curral Retangular

A figura ao lado mostra a região à qual um elétron é confinado por um poço de potencial infinito bidimensional de larguras L_x e L_y . Um poço desse tipo é conhecido como **curral retangular**.

A energia do elétron que está dentro do curral é dada por

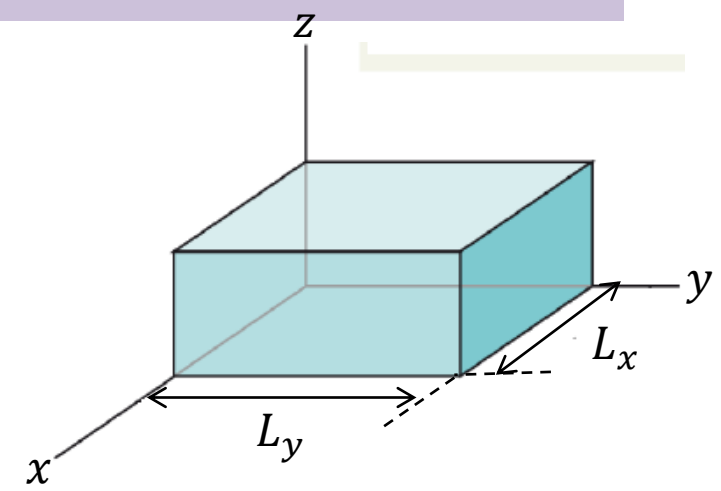
$$E_{n_x,n_y} = \left(\frac{h^2}{8mL_x^2}\right)n_x^2 + \left(\frac{h^2}{8mL_y^2}\right)n_y^2, \quad n_x = 1, 2, \dots \text{ e } n_y = 1, 2, \dots$$



Caixa Retangular

Um elétron também pode ser confinado em um poço de potencial infinito tridimensional, ou seja, em uma “caixa”. Nesse caso, a solução da equação de Schrödinger mostra que as energias possíveis do elétron que está no interior da caixa retangular são dadas por

$$E_{n_x,n_y,n_z} = \left(\frac{h^2}{8mL_x^2}\right)n_x^2 + \left(\frac{h^2}{8mL_y^2}\right)n_y^2 + \left(\frac{h^2}{8mL_z^2}\right)n_z^2, \quad n_x = 1, 2, \dots, n_y = 1, 2, \dots \text{ e } n_z = 1, 2, \dots$$



Exercícios sugeridos das Seções 39.5 e 39.7: 17, 19, 20, 21, 23, 24, 25, 27, 28, 29 e 30.

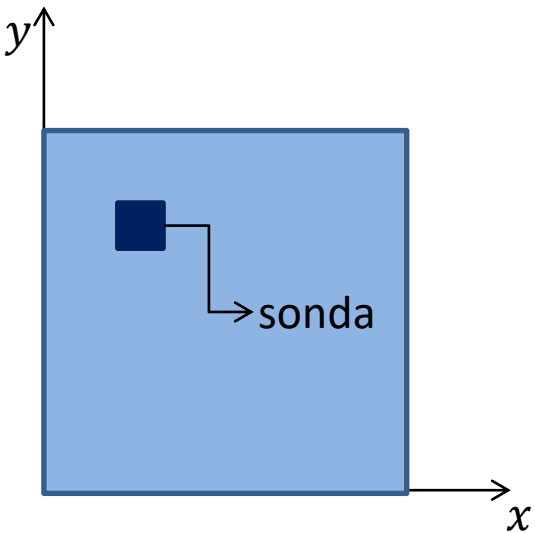
29) O curral bidimensional infinito da figura abaixo tem a forma de um quadrado de lado $L = 150 \text{ pm}$. Uma sonda quadrada, com $5,00 \text{ pm}$ de lado, e lados paralelos aos eixos x e y , é instalada com o centro no ponto $(0,200L; 0,800L)$. Qual é a probabilidade de que seja detectado um elétron que se acha no estado de energia $E_{1,3}$?

Dicas: $E_{n_x,n_y} = \frac{h^2 n_x^2}{8mL_x^2} + \frac{h^2 n_y^2}{8mL_y^2}$, com $n_x = 1, n_y = 3, L_x = L_y = L = 150 \text{ pm}$.

$$\psi_{n_x,n_y}(x,y) = \sqrt{\frac{2}{L_x}} \sin\left(\frac{n_x \pi x}{L_x}\right) \sqrt{\frac{2}{L_y}} \sin\left(\frac{n_y \pi y}{L_y}\right)$$

$$p_{n_x,n_y}(x,y) = \psi_{n_x,n_y}^2(x,y)$$

Resposta: $P = 1,38 \times 10^{-3}$.



$$n_x = 1, n_y = 3, L_x = L_y = L = 150 \text{ pm}$$

