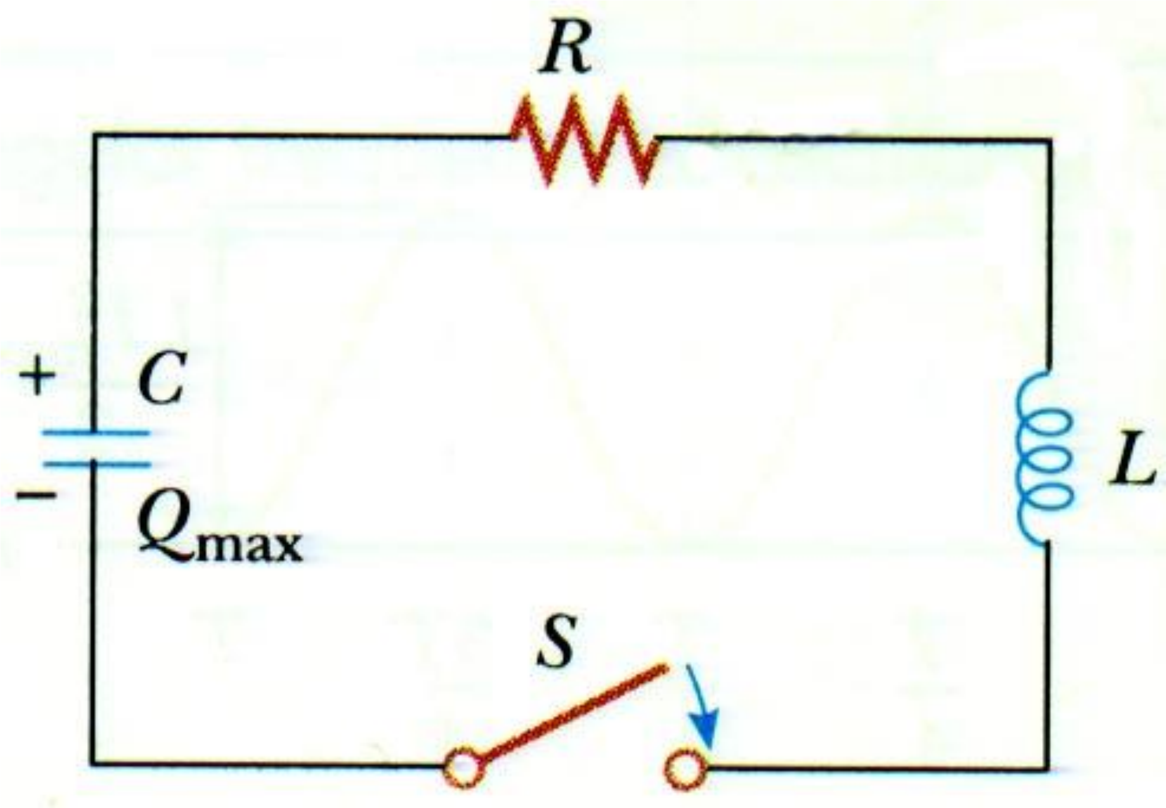
Capítulo 33 – Oscilações Eletromagnéticas e Corrente Alternada

33.5 Oscilações Amortecidas em um Circuito RLC



Quando a carga contida no circuito RLC oscila em um ou em outro sentido através da resistência, a energia eletromagnética é dissipada como energia térmica, amortecendo as oscilações (ou seja, diminuindo a amplitude das oscilações).

33.5 Oscilações Amortecidas em um Circuito RLC

$$U = U_B + U_E = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2C}q^2, \qquad (33.22)$$

$$\frac{dU}{dt} = -Ri^2 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2C}q^2\right) \Rightarrow Li\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}q\frac{dq}{dt} = -Ri^2, \qquad (33.23)$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C}q + R\frac{dq}{dt} = 0. \qquad (33.24)$$

Solução Geral: $q(t) = Qe^{-Rt/2L}\cos(\omega' t + \phi), \qquad (33.25)$

onde $\omega' = \sqrt{\omega^2 - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$ e $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \qquad (33.26)$

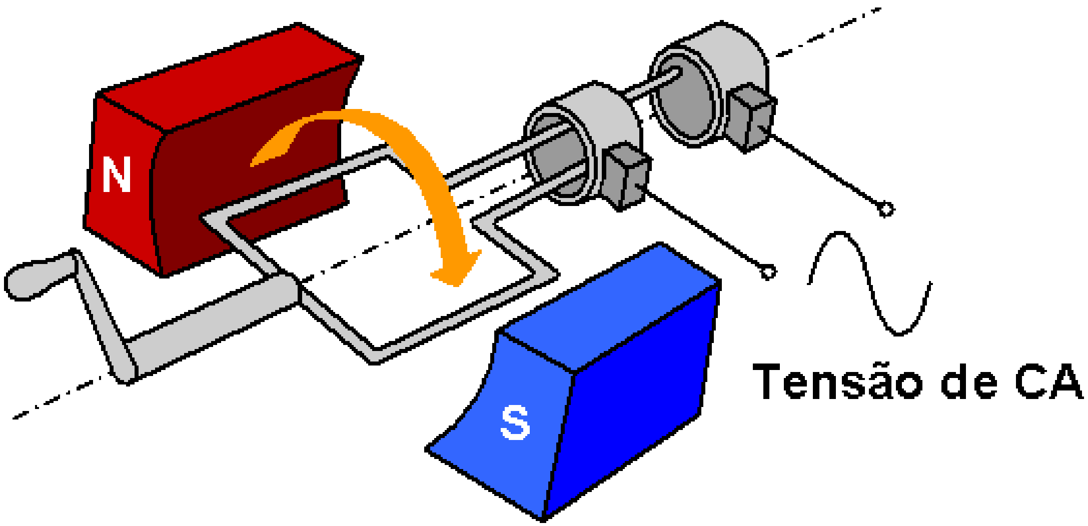
$$i(t) = \frac{d}{dt}\left[Qe^{-Rt/2L}\cos(\omega' t + \phi)\right] = -Qe^{-Rt/2L}\left(\omega' \operatorname{sen}(\omega' t + \phi) + \frac{R}{2L}\cos(\omega' t + \phi)\right)$$

$$U_E(t) = \frac{1}{2C}q^2(t) = \frac{Q^2}{2C}e^{-Rt/L}\cos^2(\omega' t + \phi), \qquad (33.27)$$

$$U_B(t) = \frac{1}{2}Li^2(t) = \frac{LQ^2}{2}e^{-Rt/L}\left(\omega' \operatorname{sen}(\omega' t + \phi) + \frac{R}{2L}\cos(\omega' t + \phi)\right)^2$$

Exercícios sugeridos da seção 33.5: 24E, 25E, 26P, 27P, 28P e 29P.

33.6 Corrente Alternada



Nos geradores de **corrente alternada**, uma espira condutora é forçada a girar na presença de um campo magnético externo. Na prática, a fem induzida em uma bobina com muitas espiras torna-se acessível por meio de anéis deslizantes (anéis coletores) presos à espira que gira. Cada anel está ligado a uma extremidade do fio da espira e está ligado eletricamente ao resto do circuito do gerador por uma escova condutora contra qual ele desliza quando a espira (e ele próprio) gira.

Lei de Faraday: $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi_B}{dt}$

amplitude da fem

fem oscilatória induzida na espira: $\varepsilon(t) = \varepsilon_m \operatorname{sen} \omega_d t \qquad (33.28)$

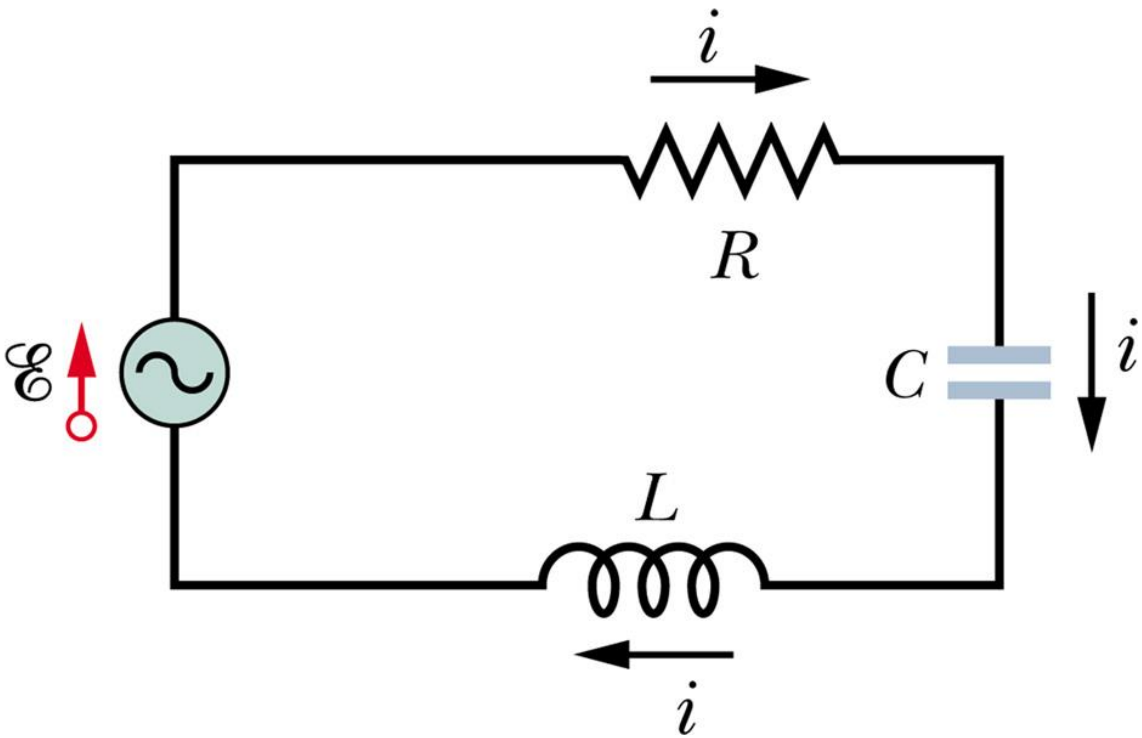
$\boldsymbol{\omega_d = \omega}$ **com que a espira está girando.**

Se a espira giratória é parte de um percurso condutor fechado, esta fem excita uma corrente:

$$i(t) = I \operatorname{sen}(\omega_d t - \phi). \qquad (33.29)$$

frequência angular de excitação

33.7 Oscilações Forçadas



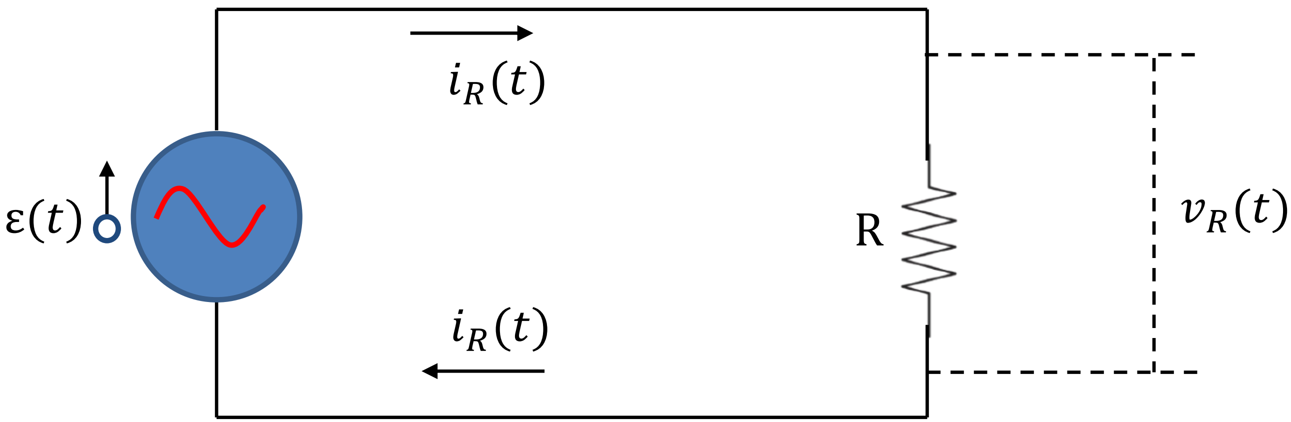
Circuito de malha simples contendo um resistor (R), um capacitor (C), e um indutor (L). Um gerador (ε), representado por uma onda senoidal em um círculo, produz uma fem alternada que estabelece uma corrente alternada; os sentidos da fem e corrente são indicados na figura em apenas um instante.

Qualquer que seja a frequência angular natural ω de um circuito, oscilações forçadas de carga, corrente e ddp no circuito sempre ocorrem na frequência angular de excitação ω_d.

$$\omega_d = \omega \quad \textbf{(Ressonância)}$$

33.8 Três Circuitos Simples: 1) Carga Resistiva

Circuito formado por um resistor e um gerador de **CA**.



Resistor real

$$\varepsilon(t) - v_R(t) = 0 \quad \text{(Regra da malhas)}$$

Como $\varepsilon(t) = \varepsilon_m \operatorname{sen} \omega_d t \Rightarrow v_R(t) = \varepsilon_m \operatorname{sen} \omega_d t$ ou $v_R(t) = V_R \operatorname{sen} \omega_d t\,.$ (33.30)

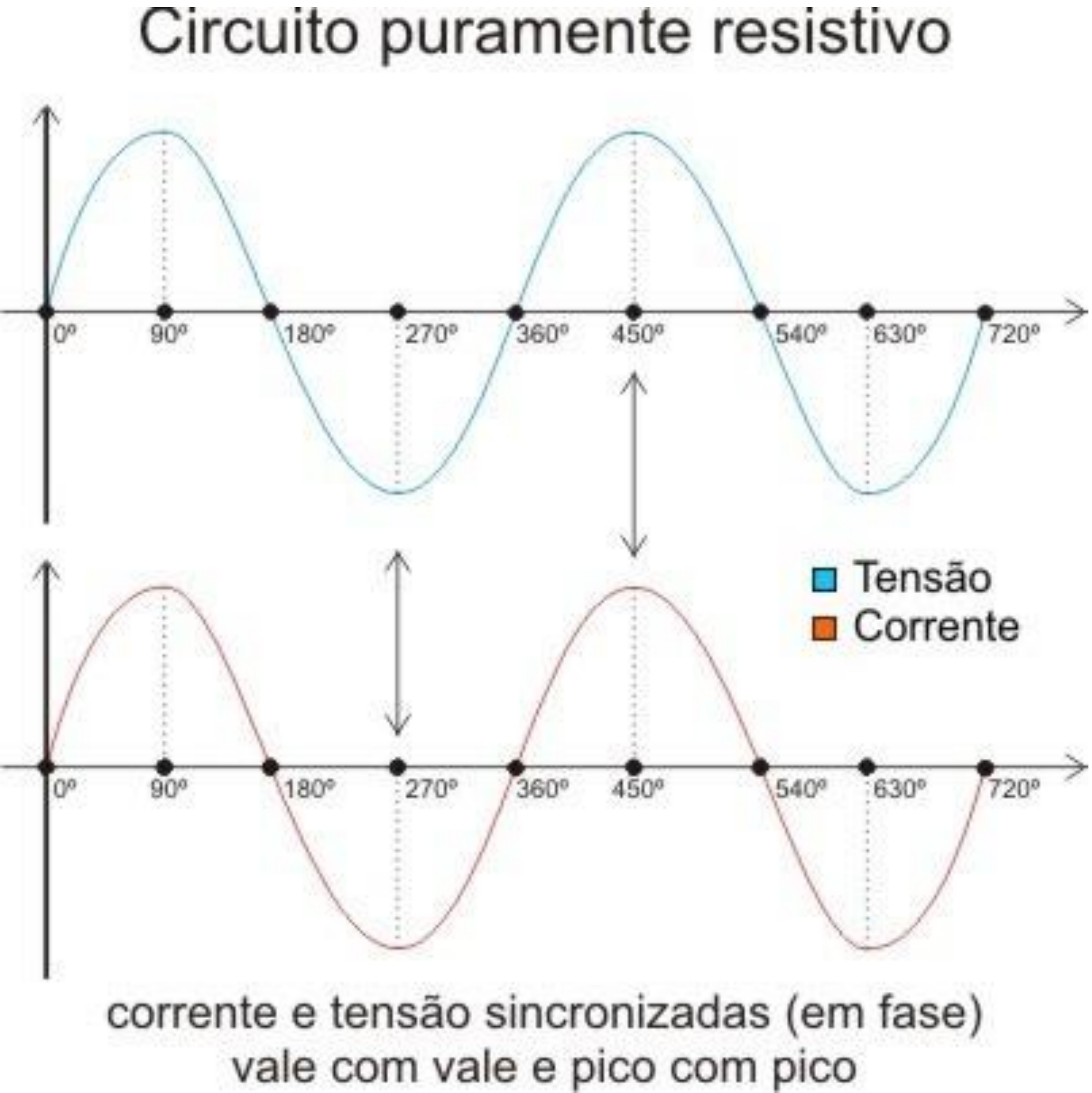
Mas $v_R(t) = R\, i_R(t) \Rightarrow i_R(t) = \dfrac{v_R(t)}{R} = \dfrac{V_R}{R} \operatorname{sen} \omega_d t\,.$ (33.31)

Da eq. (33.29), podemos escrever

$$i_R(t) = I_R \operatorname{sen}(\omega_d t - \phi). \qquad (33.32) \quad \Longrightarrow \quad \phi = 0° \text{ e } \mathrm{V_R} = I_R R. \qquad (33.33)$$

- **As grandezas variáveis com o tempo, $v_R(t)$ e $i_R(t)$, estão em fase!**

33.8 Três Circuitos Simples: 1) Carga Resistiva

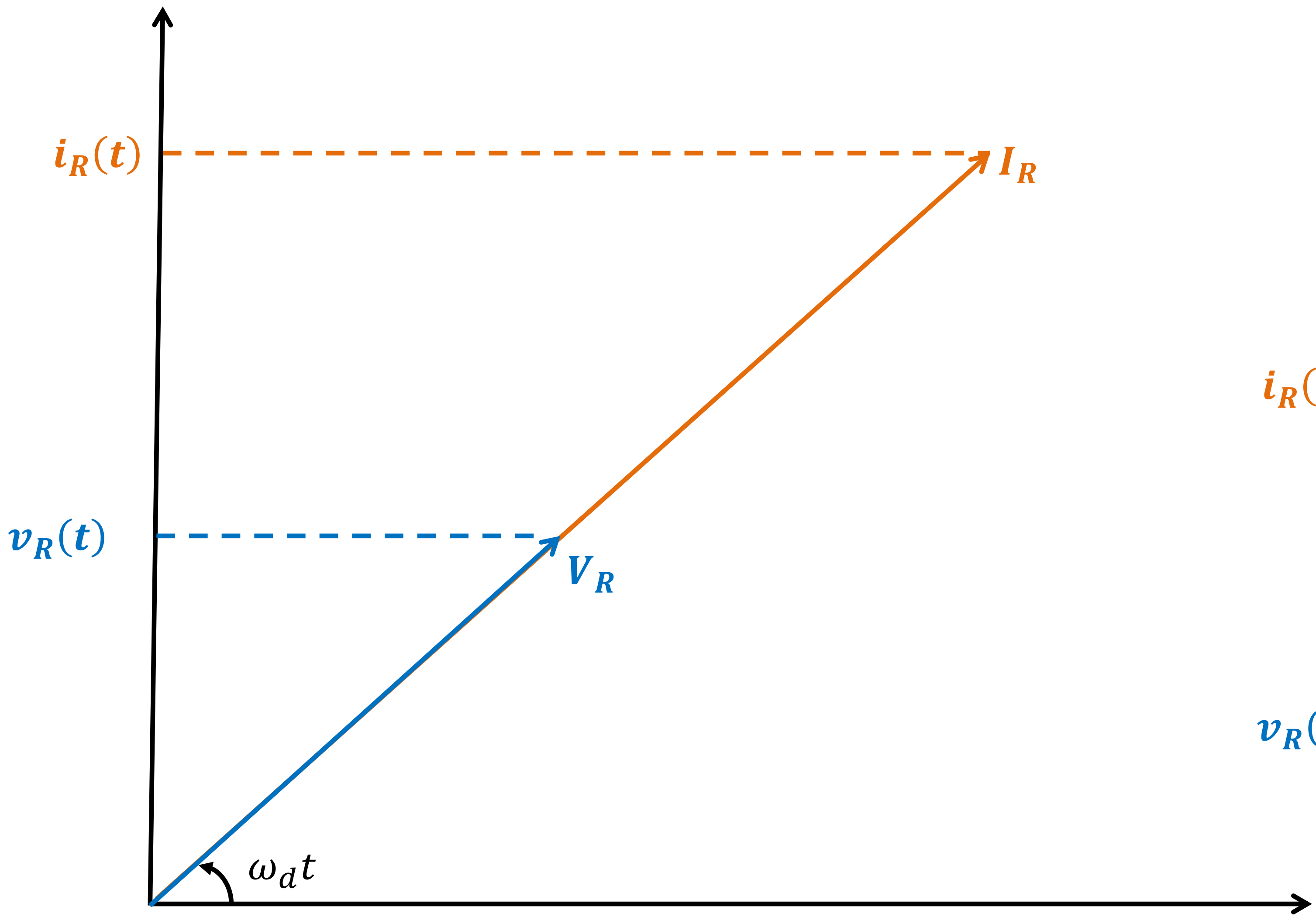


$$v_R(t) = V_R \, sen \, \omega_d t$$

$$i_R(t) = I_R \, sen \, \omega_d t$$

33.8 Três Circuitos Simples: 1) Carga Resistiva

Diagrama fasorial para $v_R(t)$ e $i_R(t)$.

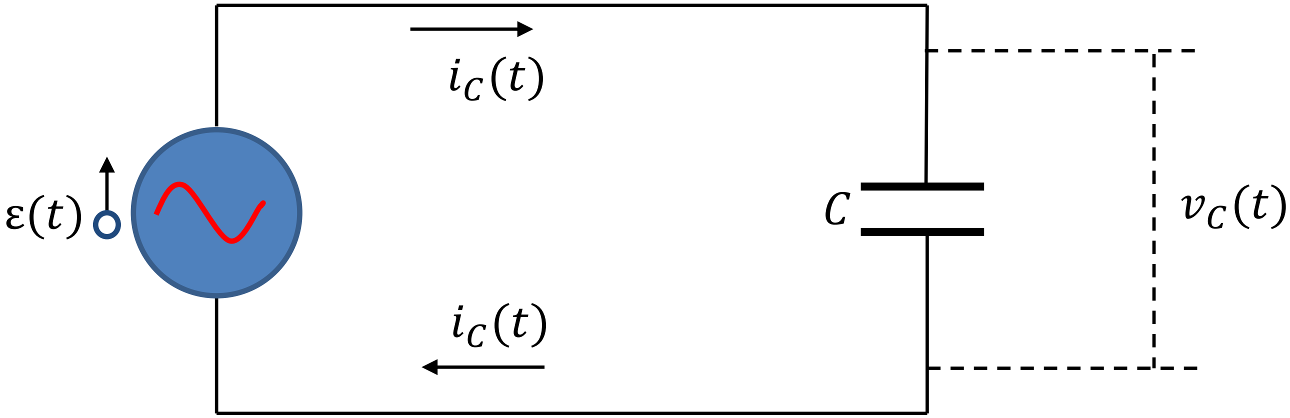


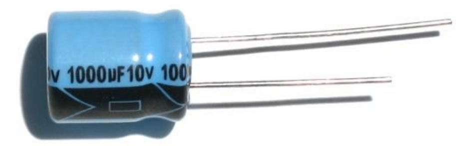
$$i_R(t) = I_R \, sen \, \omega_d t$$

$$v_R(t) = V_R \, sen \, \omega_d t$$

33.8 Três Circuitos Simples: 2) Carga Capacitiva

Circuito formado por um capacitor e um gerador de **CA**.





Capacitor real

$$\varepsilon(t) - v_C(t) = 0 \quad \text{(Regra da malhas)}$$

Como $\varepsilon(t) = \varepsilon_m \operatorname{sen} \omega_d t \Rightarrow v_C(t) = \varepsilon_m \operatorname{sen} \omega_d t$ ou $v_C(t) = V_C \operatorname{sen} \omega_d t\,.$ (33.36)

Mas $v_C(t) = \dfrac{q_C(t)}{C} \Rightarrow q_C(t) = CV_C \operatorname{sen} \omega_d t\,.$ (33.37)

$$i_C(t) = \frac{dq_C(t)}{dt} = \boxed{\omega_d C}\, V_C \cos \omega_d t\,. \quad (33.38)$$

Reatância capacitiva $\leftarrow$ $X_C \equiv \dfrac{1}{\omega_d C}\,.$ (33.39)

33.8 Três Circuitos Simples: 2) Carga Capacitiva

Substituindo $\cos\omega_d t = \mathrm{sen}(\omega_d t + 90°)$ na eq. (33.38) [$i_C(t) = \omega_d\, V_C \cos\omega_d t$], ficamos com

$$i_C(t) = \frac{V_C}{X_C}\mathrm{sen}(\omega_d t + 90°)\,. \qquad (33.40)$$

Da eq. (33.29) [$i(t) = I\,\mathrm{sen}(\omega_d t - \phi)$], podemos escrever $i_C(t)$ como

$$i_C(t) = I_C\,\mathrm{sen}(\omega_d t - \phi)\,. \qquad (33.41)$$

Comparando as equações (33.40) e (33.41), vemos que

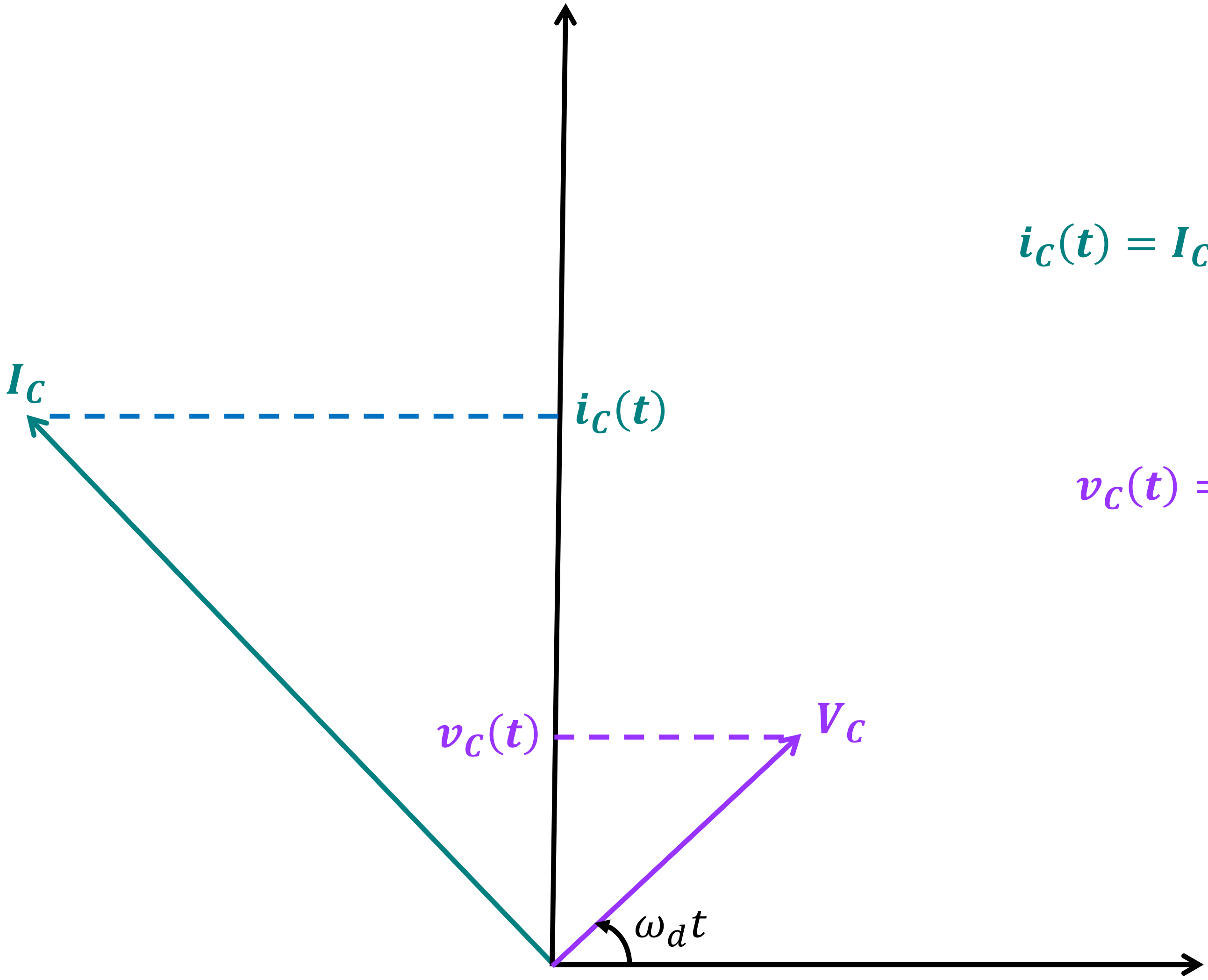
$$\phi = -90° \text{ e } \mathrm{V_C} = I_C X_C. \qquad (33.42)$$

Lembrete: $v_C(t) = V_C\,\mathrm{sen}\,\omega_d t\,. \qquad (33.36)$

- **As grandezas variáveis com o tempo, $v_C(t)$ e $i_C(t)$, estão fora de fase por 90°. A corrente $i_C(t)$ está adiantada em relação a $v_C(t)$ por 90°.**

33.8 Três Circuitos Simples: 2) Carga Capacitiva

Diagrama fasorial para $v_C(t)$ e $i_C(t)$.

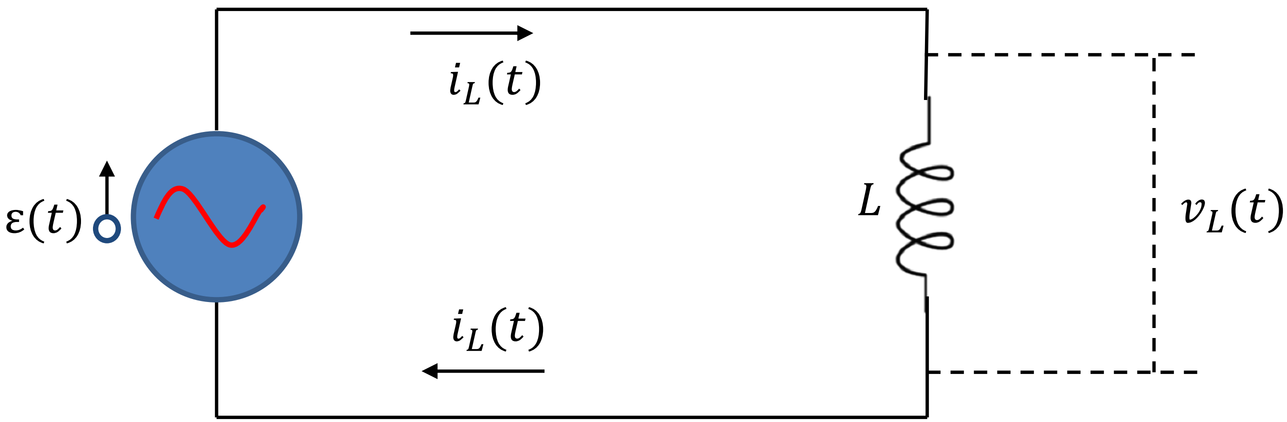


$$i_C(t) = I_C \, sen(\omega_d t + 90°)$$

$$v_C(t) = V_C \, sen \, \omega_d t$$

33.8 Três Circuitos Simples: 3) Carga Indutiva

Circuito formado por um indutor e um gerador de **CA**.



Indutor real

$$\varepsilon(t) - v_L(t) = 0 \quad \text{(Regra da malhas)}$$

Como $\varepsilon(t) = \varepsilon_m \operatorname{sen} \omega_d t \Rightarrow v_L(t) = \varepsilon_m \operatorname{sen} \omega_d t$ ou $v_L(t) = V_L \operatorname{sen} \omega_d t\,.$ (33.45)

Mas $v_L(t) = L\dfrac{di_L(t)}{dt}$ (33.46) $\Rightarrow$ $\dfrac{di_L(t)}{dt} = \dfrac{V_L}{L}\operatorname{sen} \omega_d t.$ (33.47)

$$i_L(t) = \int di_L(t) = \frac{V_L}{L}\int \operatorname{sen} \omega_d t\, dt = -\left(\frac{V_L}{\boxed{\omega_d L}}\right)\cos \omega_d t. \qquad (33.48)$$

Reatância indutiva $\longleftarrow$ $X_L \equiv \omega_d L\,.$ (33.49)

33.8 Três Circuitos Simples: 3) Carga Indutiva

Substituindo $-\cos\omega_d t = \text{sen}(\omega_d t - 90°)$ na eq. (33.48) $[\, i_L(t) = -(V_L/\omega_d L\,)\cos\omega_d t \,]$, ficamos com

$$i_L(t) = \frac{V_L}{X_L}\text{sen}(\omega_d t - 90°)\,. \qquad (33.50)$$

Da eq. (33.29) $[i(t) = I\,\text{sen}(\omega_d t - \phi)]$, podemos escrever $i_L(t)$ como

$$i_L(t) = I_L\,\text{sen}(\omega_d t - \phi)\,. \qquad (33.51)$$

Comparando as equações (33.50) e (33.51), vemos que

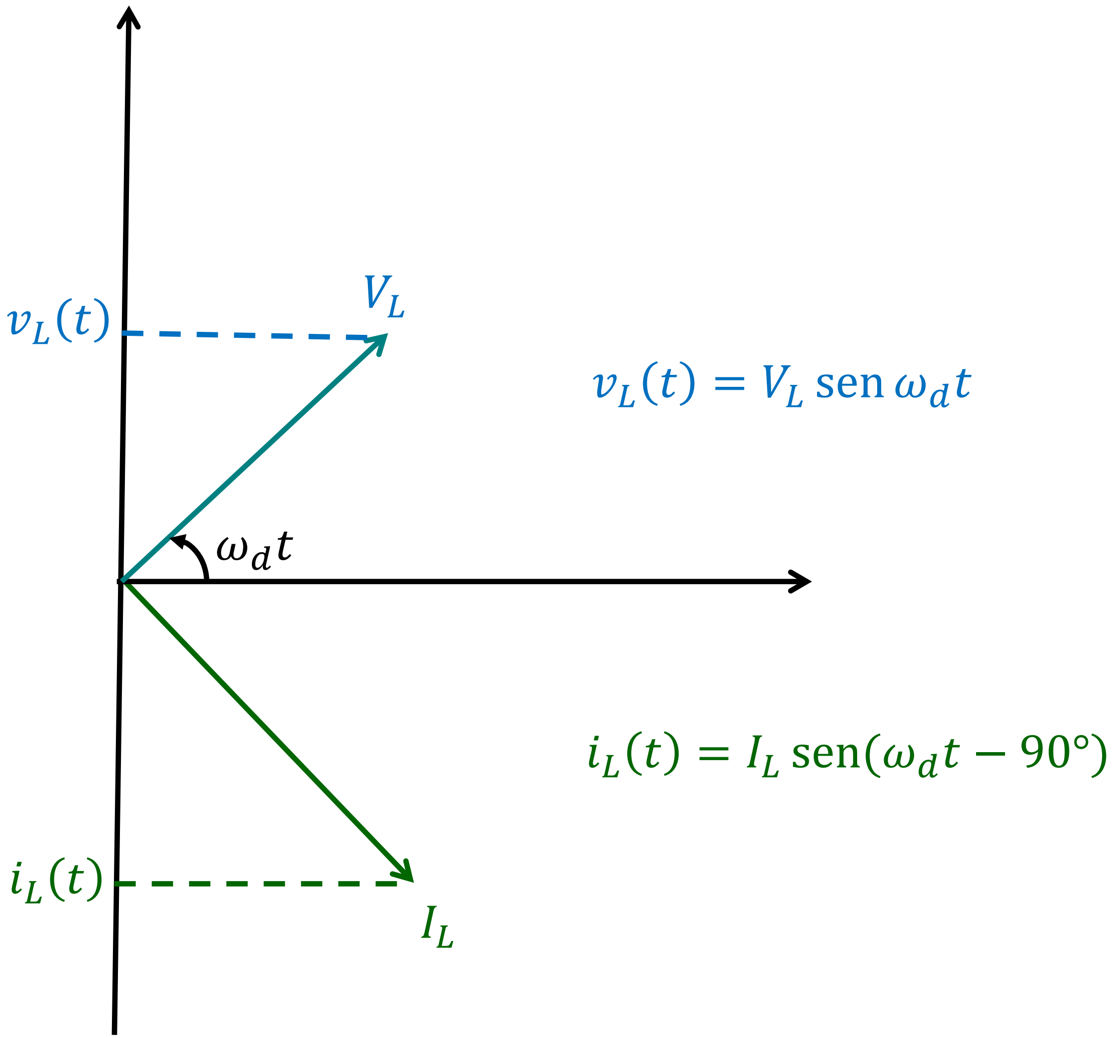
$$\phi = +90° \text{ e } \mathrm{V_L} = I_L X_L. \qquad (33.42)$$

Lembrete: $v_L(t) = V_L\,\text{sen}\,\omega_d t\,.$ $\qquad (33.45)$

- **As grandezas variáveis com o tempo, $v_L(t)$ e $i_L(t)$, estão defasadas por 90°. A corrente $i_L(t)$ está atrasada em relação a $v_L(t)$ por 90°.**

33.8 Três Circuitos Simples: 3) Carga Indutiva

Diagrama fasorial para $v_L(t)$ e $i_L(t)$.



33.8 Resumo da Seção 33.8

Elemento do Circuito	Símbolo	Resistência ou Reatância	Fase de Corrente	Constante (ou Ângulo) de Fase	Relação de Amplitude
Resistor	R	R	Em fase com $v_R(t)$	0°	$V_R = I_R R$
Capacitor	C	$X_C = 1/\omega_d C$	Adiantada de 90° em relação a $v_C(t)$	-90°	$V_C = I_C X_C$
Indutor	L	$X_L = \omega L$	Atrasada de 90° em relação a $v_L(t)$	+90°	$V_L = I_L X_L$

Exercícios sugeridos da seção 33.8: 31E, 33E, 34P, 35P e 36P.