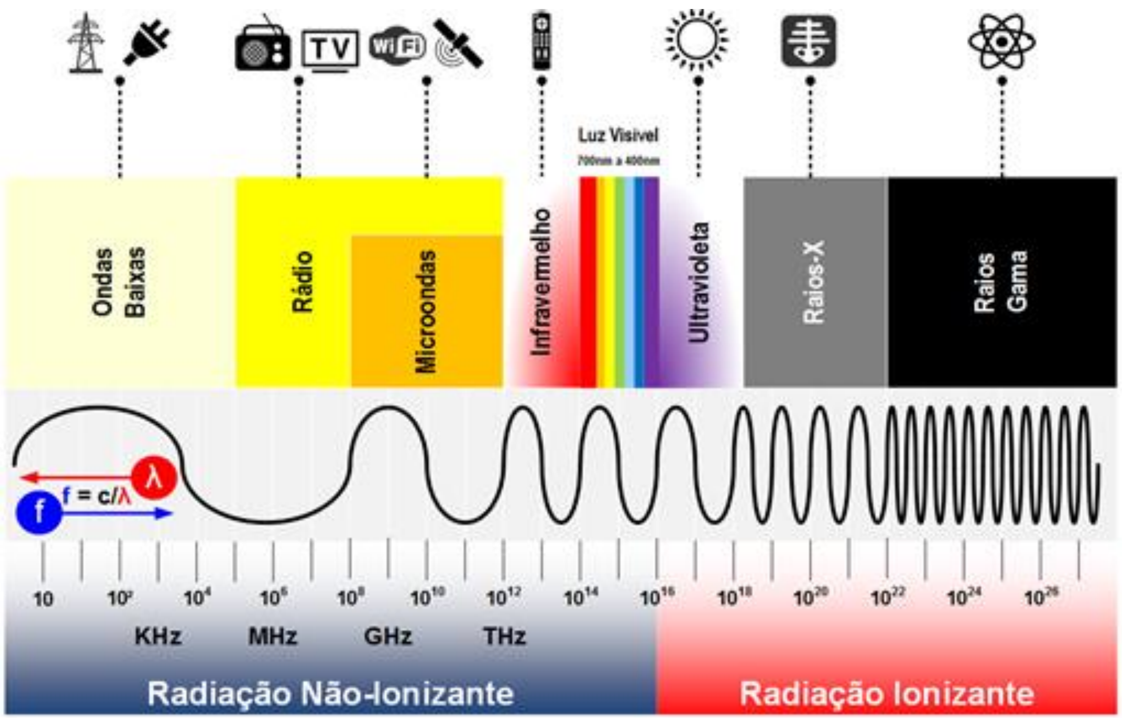
# Capítulo 33 – Ondas Eletromagnéticas

## 33.2 O Arco-íris de Maxwell

- Em meados do século XIX, James Clerk Maxwell mostrou que um feixe de luz é uma onda progressiva de campos elétricos e magnéticos (uma **onda eletromagnética**) e que a ótica, o estudo da luz visível, é um ramo do eletromagnetismo.

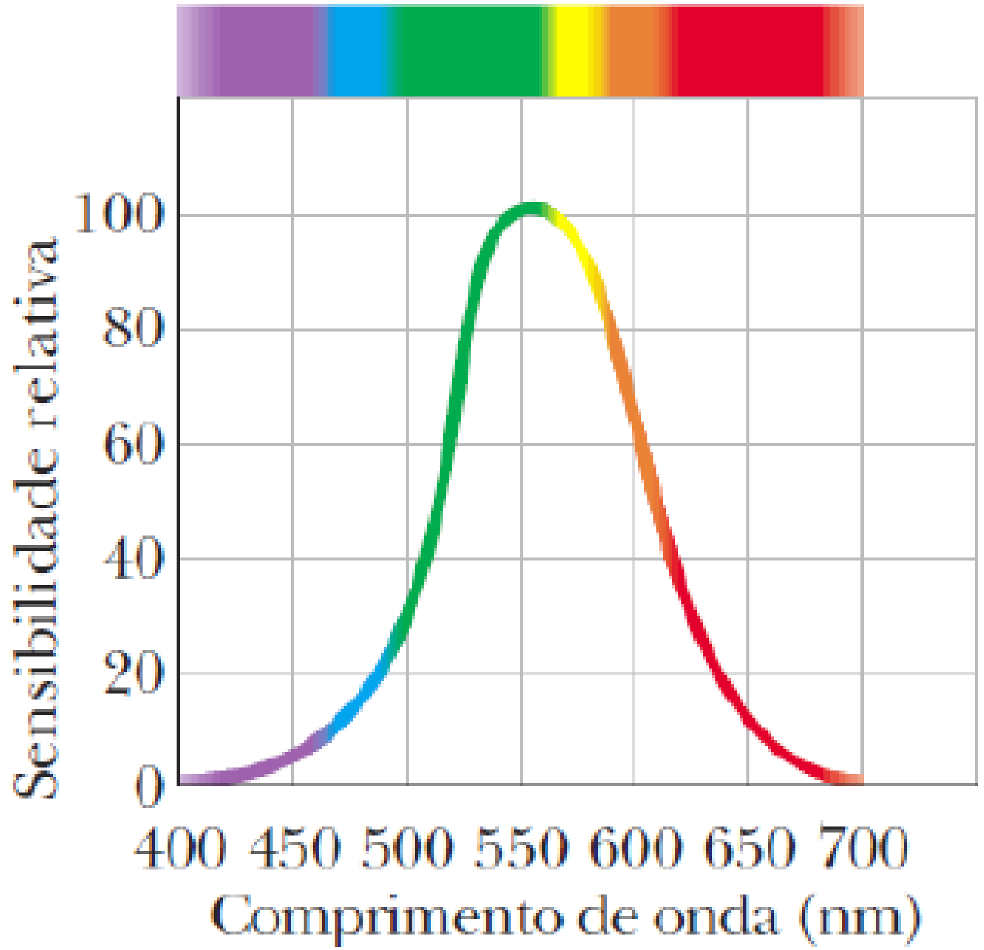



Espectro Eletromagnético

- Hoje conhecemos um largo espectro de ondas eletromagnéticas: o arco-íris de Maxwell. Estamos imersos em ondas eletromagnéticas pertencentes a esse espectro!

- As extremidades da escala da figura ao lado estão abertas; o espectro eletromagnético não tem limites definidos!

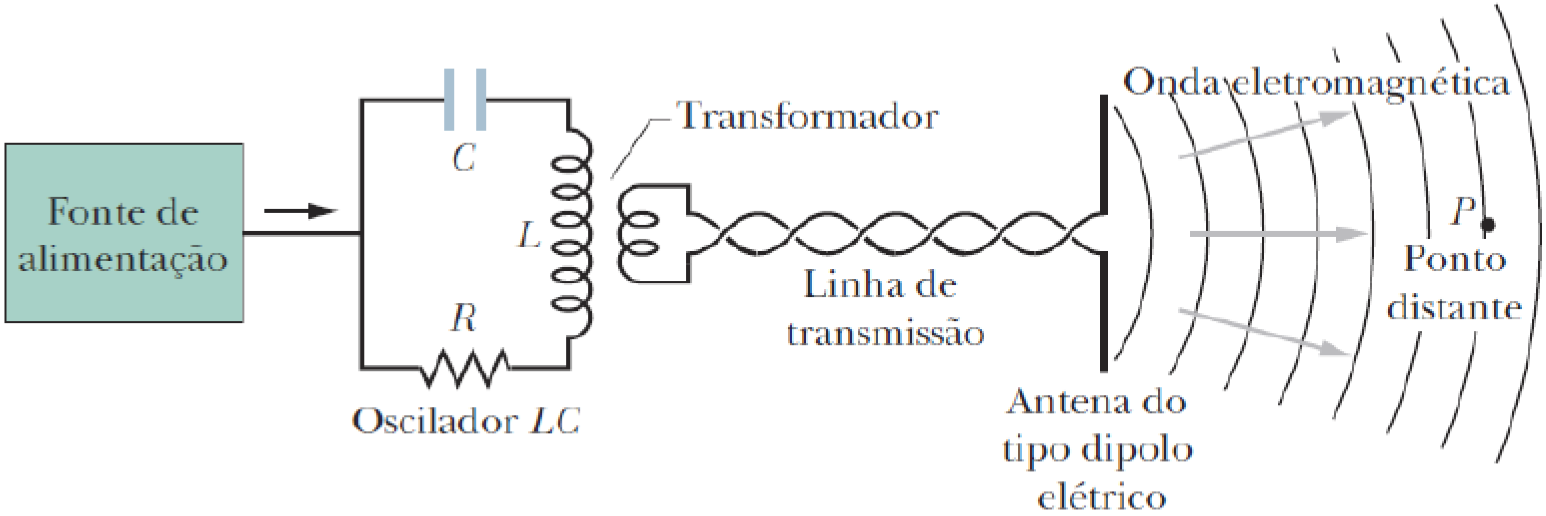
# 33.2 O Arco-íris de Maxwell: o Espectro da Luz Visível




Sensibilidade relativa do olho humano a ondas eletromagnéticas de diferentes comprimentos de onda. Essa parte do espectro, à qual o olho humano é sensível, é chamada de luz visível.

# 33.3 Descrição Qualitativa de uma Onda Eletromagnética

A figura abaixo mostra, de forma esquemática, um sistema usado para gerar na faixa de rádio de ondas curtas do espectro eletromagnético: um oscilador *LC* produz uma corrente senoidal na antena, que gera a onda eletromagnética. *P* é um ponto distante no qual um detector pode indicar a presença da onda.



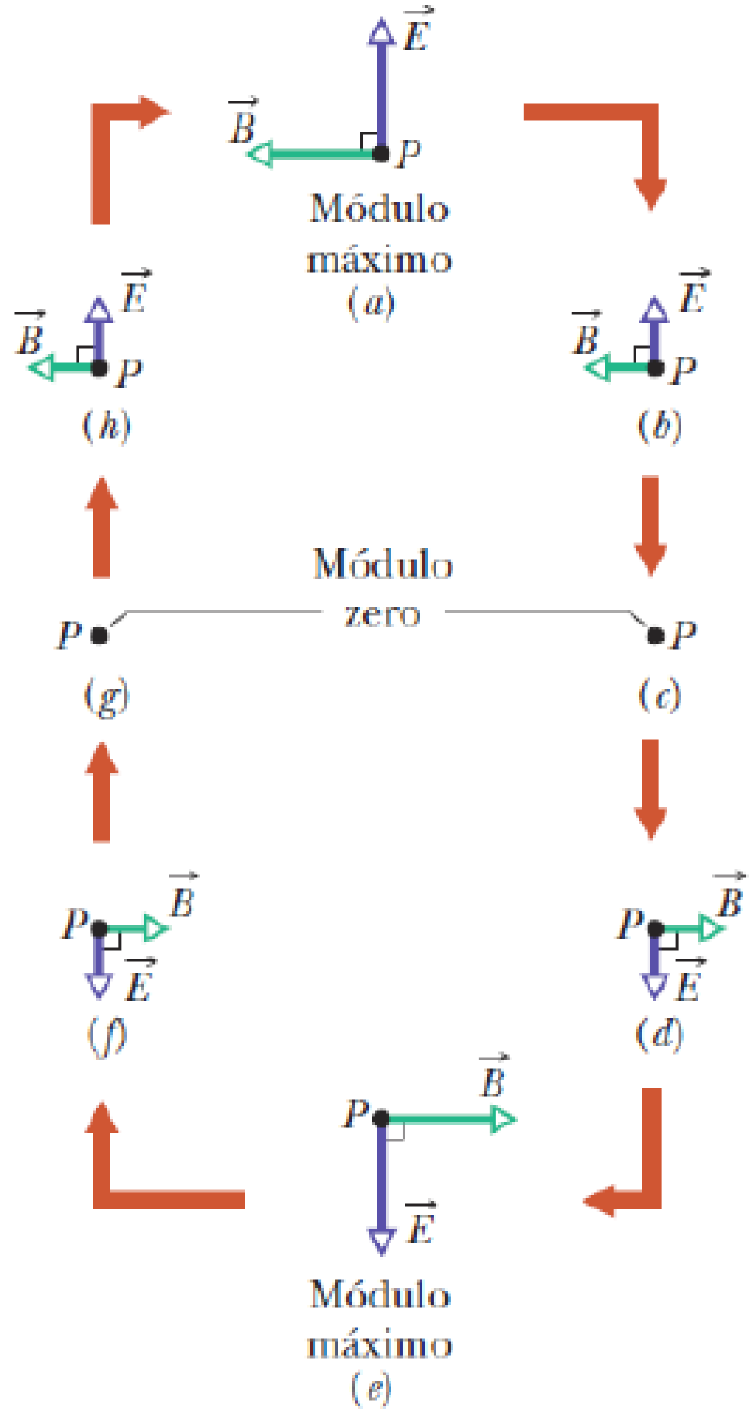

O oscilador *LC* está acoplado, por meio de um transformador e de uma linha de transmissão, a uma antena, que consiste em dois condutores retilíneos. Através desse acoplamento a corrente, que varia senoidalmente no oscilador, provoca um oscilação senoidal nas cargas com a frequência angular $\omega$ do oscilador *LC* ao longo desses condutores. As cargas oscilantes constituem correntes que também variam senoidalmente com a mesma frequência angular. A antena equivale a um dipolo elétrico cujo momento dipolar elétrico varia senoidalmente em módulo e em sentido ao longo do eixo da antena.

A figura ao lado mostra de que forma os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ variam com o tempo quando a onda eletromagnética passa por um ponto distante *P*; em todas as regiões da figura a onda está se propagando para fora da tela.

Em um ponto distante *P*, a curvatura de todas as ondas é tão pequena que pode ser desprezada. Quando isso acontece, dizemos que a onda é uma **onda plana**.

Algumas propriedades das ondas eletromagnéticas são independentes do modo como são geradas:

1) Os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são perpendiculares à direção de propagação da onda. Isso significa que a onda eletromagnética é uma **onda transversal**.
2) $\vec{E}$ e $\vec{B}$ são mutuamente perpendiculares.
3) $\vec{E} \times \vec{B}$ aponta no sentido de propagação da onda.
4) $\vec{E}$ e $\vec{B}$ variam senoidalmente com a mesma frequência e estão em fase.



Podemos descrever os campos $\vec{E}$ e $\vec{B}$ através de funções senoidais da posição $x$ (ao longo do percurso da onda) e do tempo $t$:

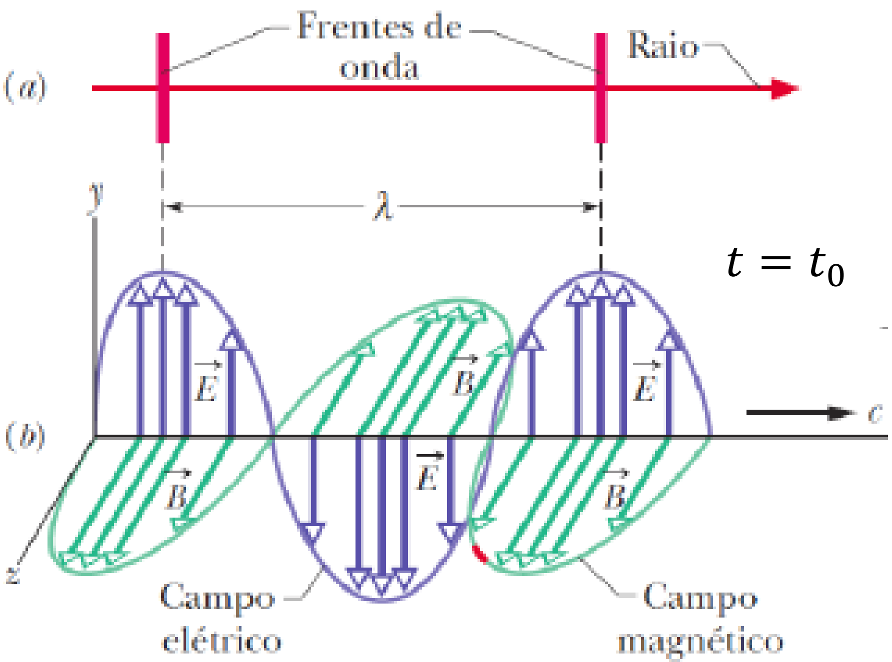
$$\vec{E}(x,t) = E_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)\, \hat{y} \qquad (33.1)$$

$$\vec{B}(x,t) = B_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)\, \hat{z} \qquad (33.2)$$

- Todas as ondas eletromagnéticas, incluindo a luz visível, se propagam no vácuo com a mesma velocidade $c$, onde

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = 299\,792\,458\ m/s \approx 3{,}0 \times 10^8 m/s. \qquad (33.3)$$

Na próxima seção veremos que a velocidade da luz e as amplitudes dos campos elétrico e magnético estão relacionadas através da seguinte equação:

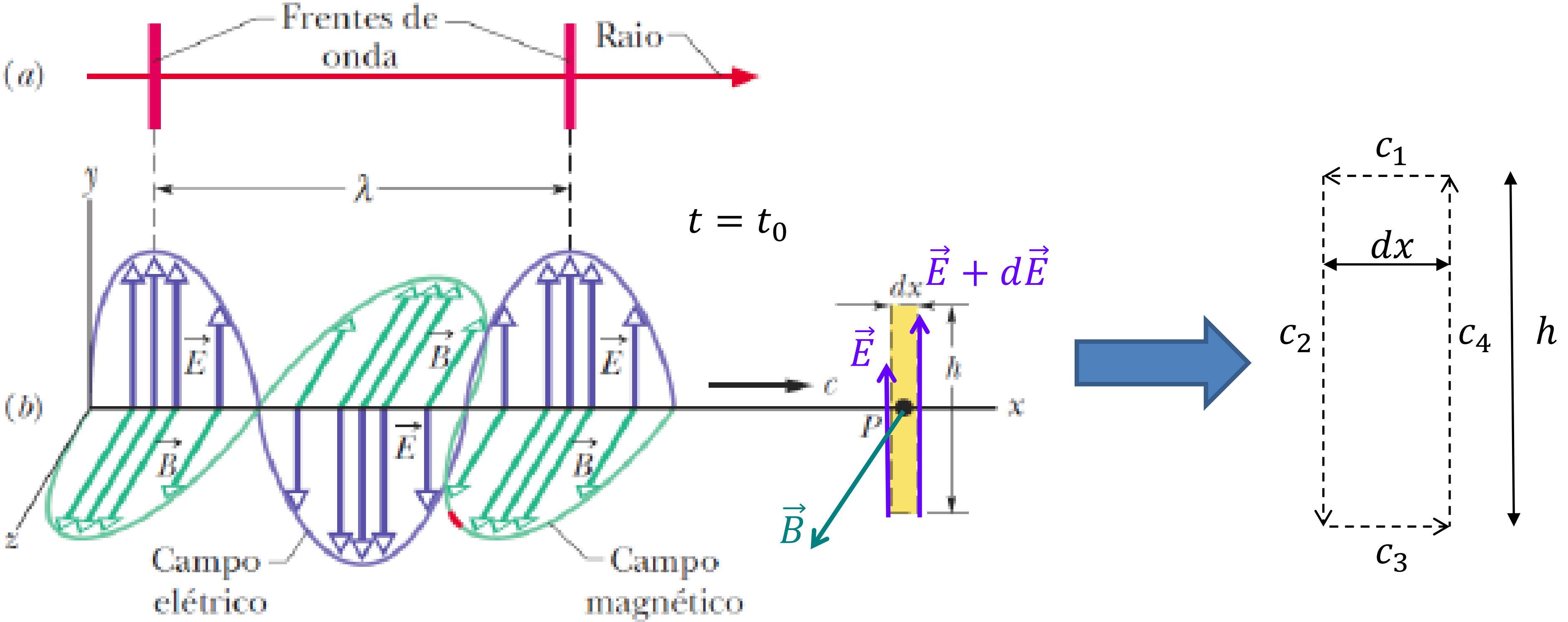



$$\frac{E_m}{B_m} = c \qquad (33.4)$$

$$\frac{E(x,t)}{B(x,t)} = c \qquad (33.5)$$

# 33.4 Descrição Matemática de uma Onda Eletromagnética

## A Equação (33.4) e o Campo Elétrico Induzido




**Lei de indução de Faraday:**

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \qquad (33.6)$$

$$\begin{cases} \oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \overset{\overset{c_1}{\uparrow}}{0} - \overset{\overset{c_2}{\uparrow}}{E}h + \overset{\overset{c_3}{\uparrow}}{0} + (\overset{\overset{c_4}{\uparrow}}{E + dE})h = h\,dE \qquad (33.7) \\ \\ \Phi_B = B\,h\,dx \quad (33.8) \Rightarrow -\dfrac{d\Phi_B}{dt} = -h\,dx\dfrac{dB}{dt} \qquad (33.9) \end{cases}$$

Substituindo as equações (33.7) e (33.9) na equação (33.6), ficamos com

$$h\, dE = -h\, dx \frac{dB}{dt} \Rightarrow \frac{dE}{dx} = -\frac{dB}{dt}. \qquad (33.10)$$

$$\begin{cases} \vec{E}(x,t) = E_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)\, \hat{y} & (33.1) \\ \vec{B}(x,t) = B_m \operatorname{sen}(kx - \omega t)\, \hat{z} & (33.2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{dE}{dx} = \left.\dfrac{dE}{dx}\right|_{t=t_0} = \dfrac{\partial E}{\partial x} \\ -\dfrac{dB}{dt} = -\left.\dfrac{dB}{dt}\right|_{x=x_0} = -\dfrac{\partial B}{\partial t} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}. \qquad (33.11)$$

De acordo com a equação (33.1), temos:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} E_m \operatorname{sen}(kx - \omega t) = kE_m \cos(kx - \omega t). \; (*)$$

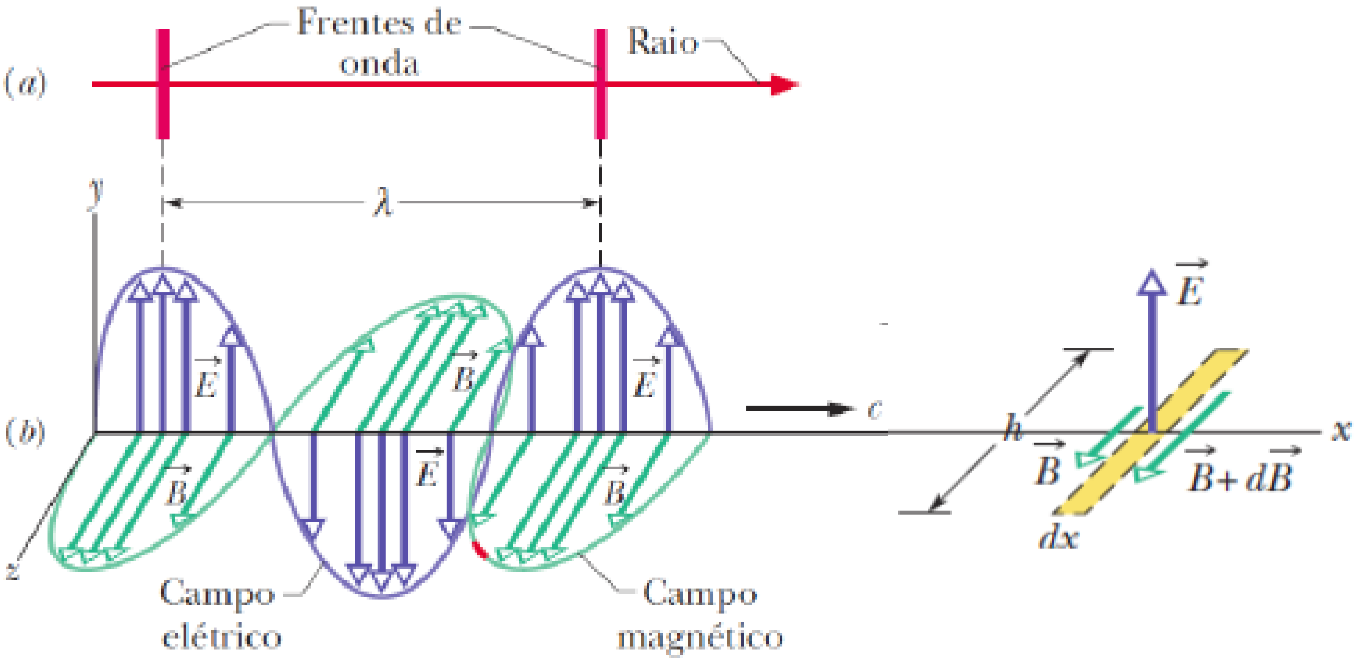
De acordo com a equação (33.2), temos:

$$-\frac{\partial B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} B_m \operatorname{sen}(kx - \omega t) = \omega\, B_m \cos(kx - \omega t). \; (**)$$

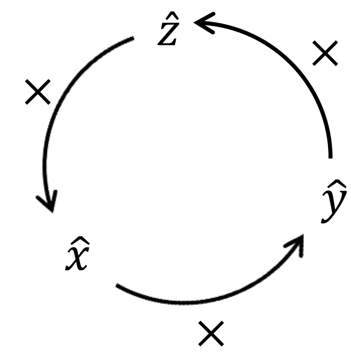
$$(*) = (**) \Rightarrow kE_m \cos(kx - \omega t) = \omega\, B_m \cos(kx - \omega t) \qquad (33.12) \qquad \Rightarrow kE_m = \omega\, B_m$$

$$\Rightarrow \frac{E_m}{B_m} = \frac{\omega}{k} = \frac{2\pi\, f}{2\pi/\lambda} = \lambda\, f = v = c \Rightarrow \frac{E_m}{B_m} = c$$

# A Equação (33.3) e o Campo Magnético Induzido




**Produto Vetorial**




**Lei de indução de Maxwell na forma diferencial:**

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \left( \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{z} \frac{\partial}{\partial z} \right) \times B_m \,\mathrm{sen}(kx - \omega t) \hat{z} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} E_m \,\mathrm{sen}(kx - \omega t) \hat{y}$$

$$B_m (-\hat{y}) \frac{\partial}{\partial x} \mathrm{sen}(kx - \omega t) = E_m \mu_0 \epsilon_0 \hat{y} \frac{\partial}{\partial t} \mathrm{sen}(kx - \omega t)$$

$$B_m (-\hat{y}) \cos(kx - \omega t)(k) = E_m \mu_0 \epsilon_0 \hat{y} \cos(kx - \omega t)\,(-\omega) \Rightarrow B_m k = E_m \mu_0 \epsilon_0 \omega$$

$$1 = \frac{E_m}{B_m} \mu_0 \epsilon_0 \frac{\omega}{k}.$$ Mas $\frac{E_m}{B_m} = c$ e $\frac{\omega}{k} = c$

$$1 = c^2 \mu_0 \epsilon_0 \Rightarrow c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

**Exercícios sugeridos das seções 33.2 e 33.3: 1, 3, 4, 5 e 6.**

**6)** Qual é o comprimento de onda da onda eletromagnética emitida pelo sistema oscilador-antena da figura abaixo se $L = 0{,}253\ \mu H$ e $C = 25{,}0\ pF$?[Dica: $\omega = 1/\sqrt{LC}$, $\omega = 2\pi f$ e $\lambda f = c$]
Resposta: $\lambda = 4{,}74\ m$.