



UFOP

Universidade Federal  
de Ouro Preto



# Teoremas de Redes

---

JOÃO PAULO ASSUNÇÃO DE SOUZA

# Introdução

---

Para simplificar a análise de circuitos, engenheiros desenvolveram alguns teoremas com o objetivo de simplificar os circuitos.

Os principais são os teoremas de *Thévenin* e *Norton*.

Estes teoremas são aplicáveis apenas a circuitos lineares.

# Propriedade da Linearidade

---

Linearidade é a propriedade de um elemento descrever uma relação linear entre causa e efeito.

A propriedade da linearidade é a combinação da propriedade da homogeneidade e da aditividade.

Propriedade da Homogeneidade:

- Se a entrada de um sistema for multiplicada por uma constante, então, a saída também deverá ser multiplicada pela mesma constante

$$\boxed{v = iR} \xrightarrow{k} \boxed{kiR = kv}$$

Propriedade da aditividade:

- A saída de um sistema para a soma de duas entradas deve ser a soma das saídas de cada entrada aplicada separadamente.

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = i_1 R \\ v_2 = i_2 R \end{array} \right\} \quad v = (i_1 + i_2)R = i_1 R + i_2 R = v_1 + v_2$$

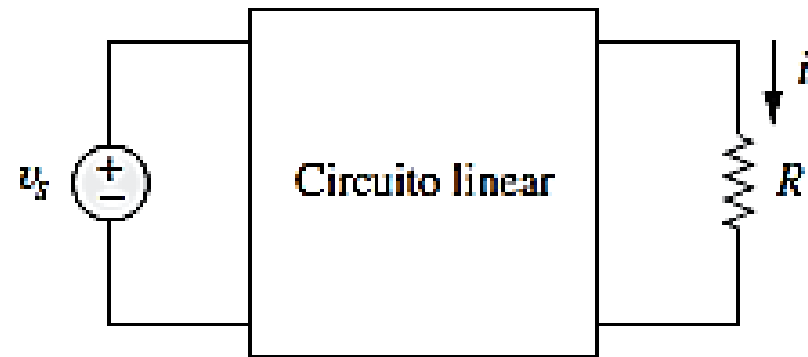
# Circuitos Lineares

---

O resistor é um elemento linear, pois a relação tensão-corrente satisfaz tanto a propriedade da homogeneidade como a propriedade da aditividade.

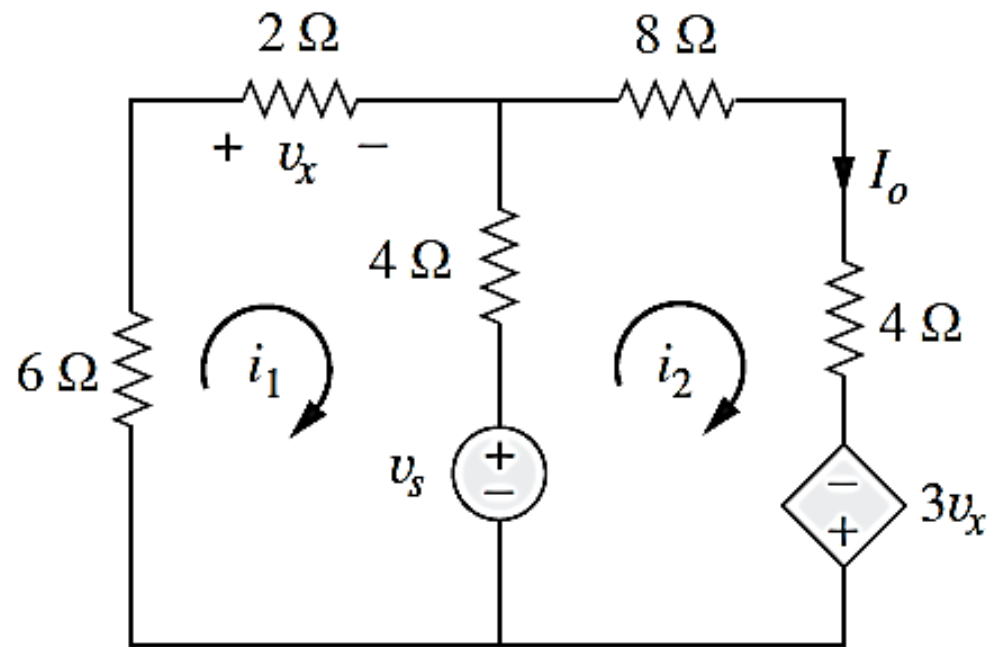
Um circuito é linear se ele é tanto aditivo quanto homogêneo, pois consiste apenas em elementos lineares.

Um circuito linear portanto tem uma saída que é diretamente proporcional à sua entrada.



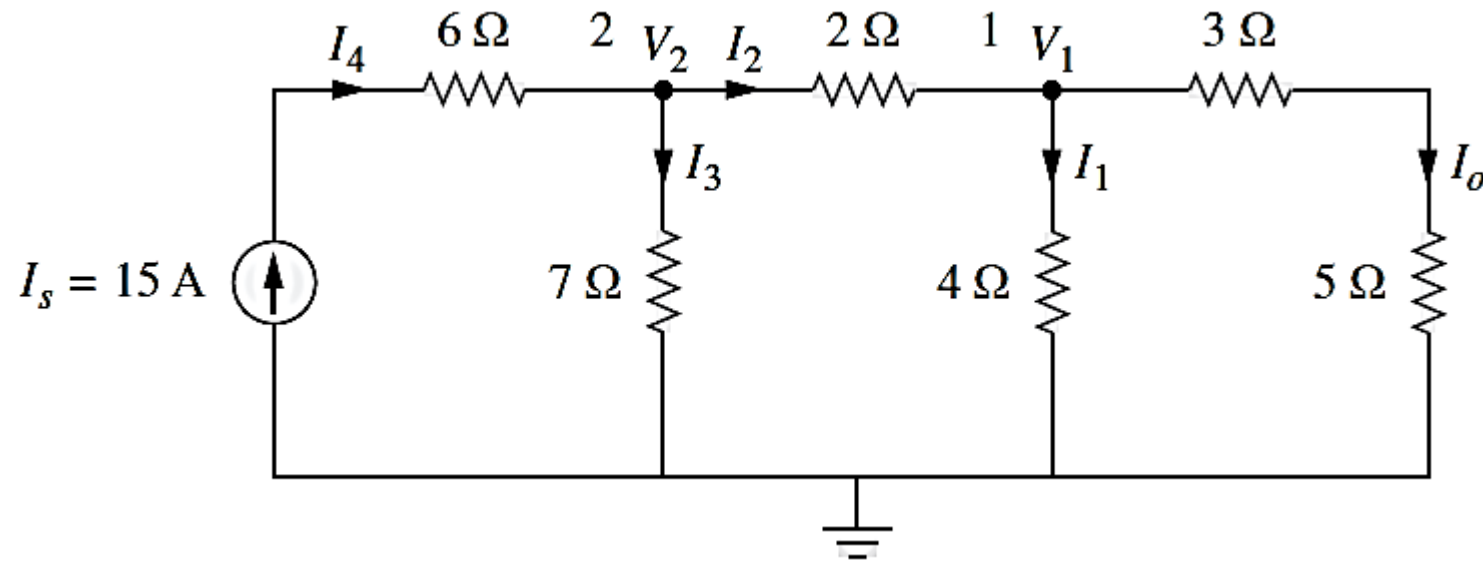
# Exemplo

Determine  $v_x$  quando  $v_s = 12V$  e quando  $v_s = 24V$



# Exemplo

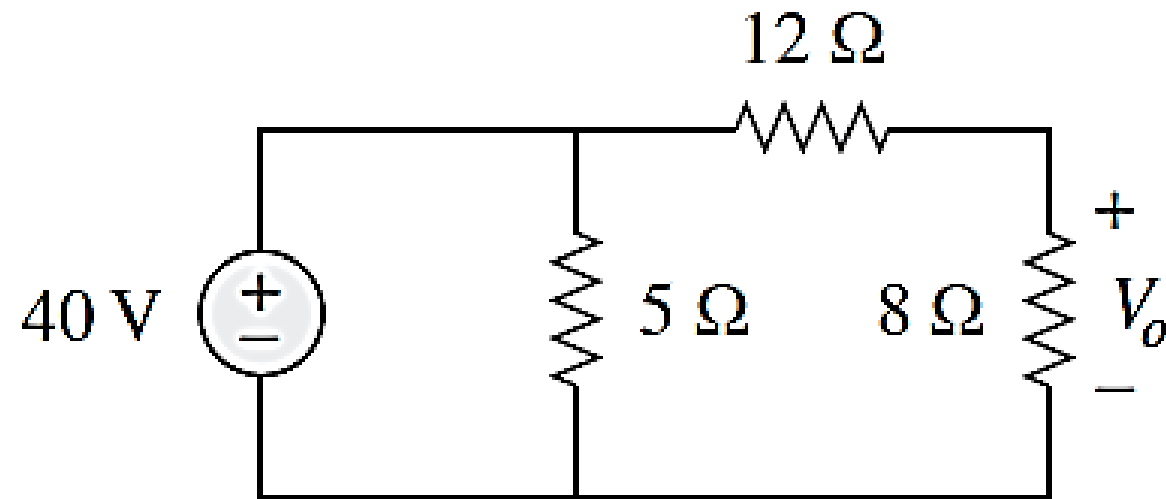
Supondo que  $I_o = 1A$ , determine o valor real de  $I_o$  utilizando a propriedade de linearidade.



# Exemplo

---

Supondo que  $V_o = 1V$ , determine o valor real de  $V_o$  utilizando a propriedade de linearidade.



# Superposição

---

O princípio da superposição afirma que a tensão (ou corrente) em um elemento em um circuito linear é a soma algébrica da soma das tensões (ou correntes) naquele elemento em virtude da atuação isolada de cada uma das fontes independentes.

Em outras palavras, o princípio da superposição analisa um circuito linear através das contribuições individuais de cada fonte *independente*.

Etapas para aplicação da superposição:

- Desative todas as fontes independentes com exceção de uma. Encontre a saída (tensão ou corrente) em razão da fonte não desativada.
- Faça o mesmo para as demais fontes do circuito.
- Encontre o resultado final somando as contribuições de cada fonte.

Para desativar uma fonte de tensão, substitua a mesma por um curto-circuito.

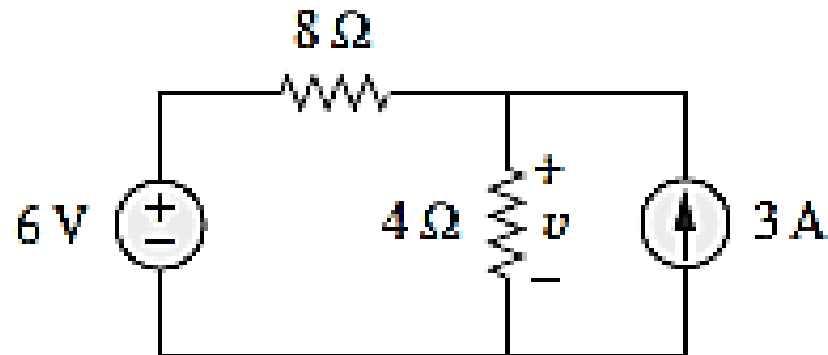
Para desativar uma fonte de corrente, substitua a mesma através de uma abertura no circuito onde a fonte está localizada.



# Superposição

---

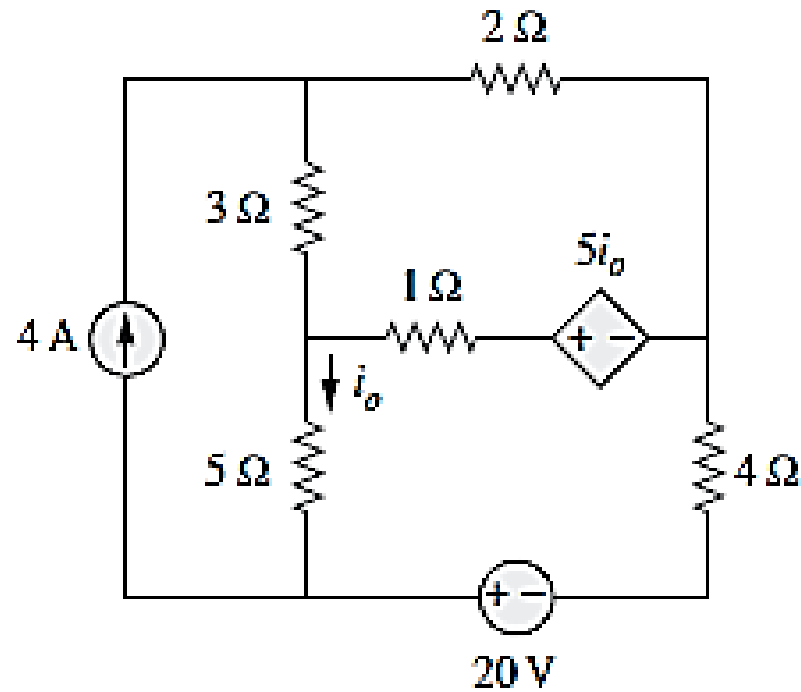
Exemplo: Use o teorema da superposição para encontra  $v$  no circuito abaixo.



# Superposição

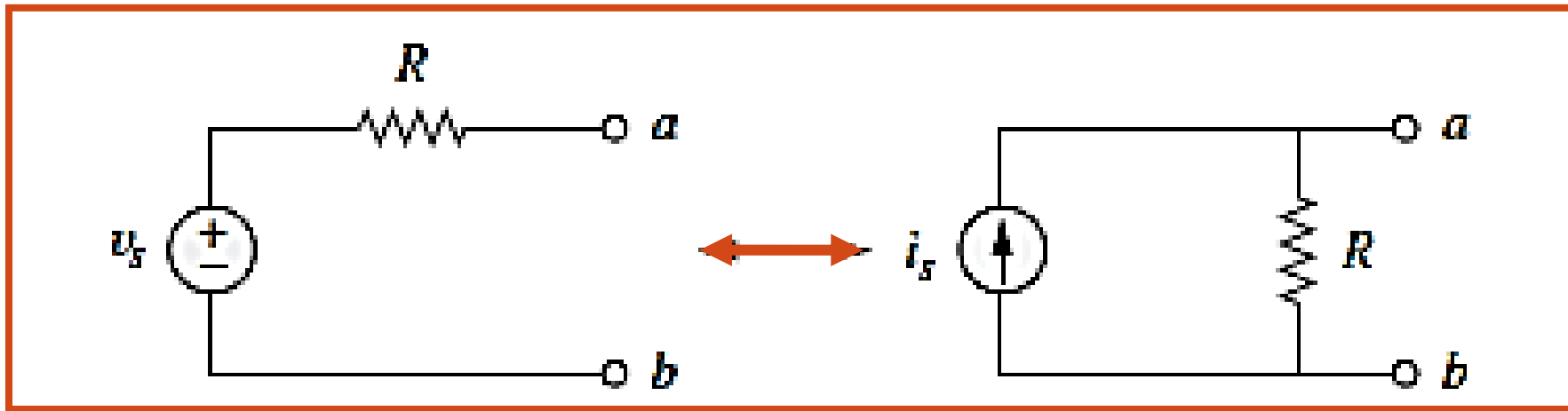
---

Exemplo: Determine  $i_o$  no circuito abaixo.



# Transformação de Fontes

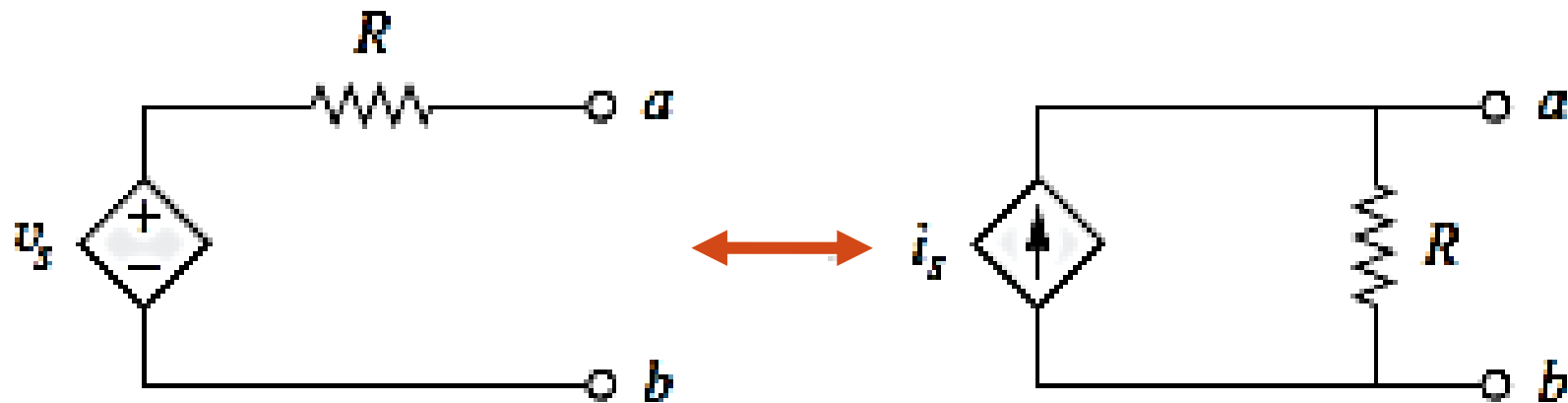
Transformação de fontes é o processo de substituir uma fonte de tensão  $V_s$  em série com um resistor  $R$  por uma fonte de corrente  $I_s$  em paralelo com um resistor  $R$ , ou vice-versa.



$$V_s = I_s R \longleftrightarrow I_s = \frac{V_s}{R}$$

# Transformação de Fontes

---

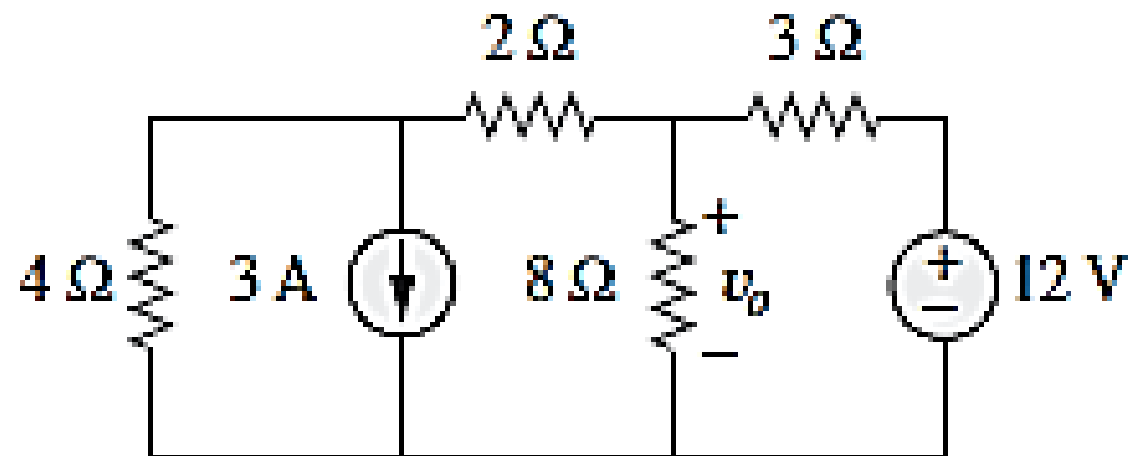


A seta da fonte de corrente deve sempre estar voltada para a polaridade positiva da fonte de tensão.

# Exemplo

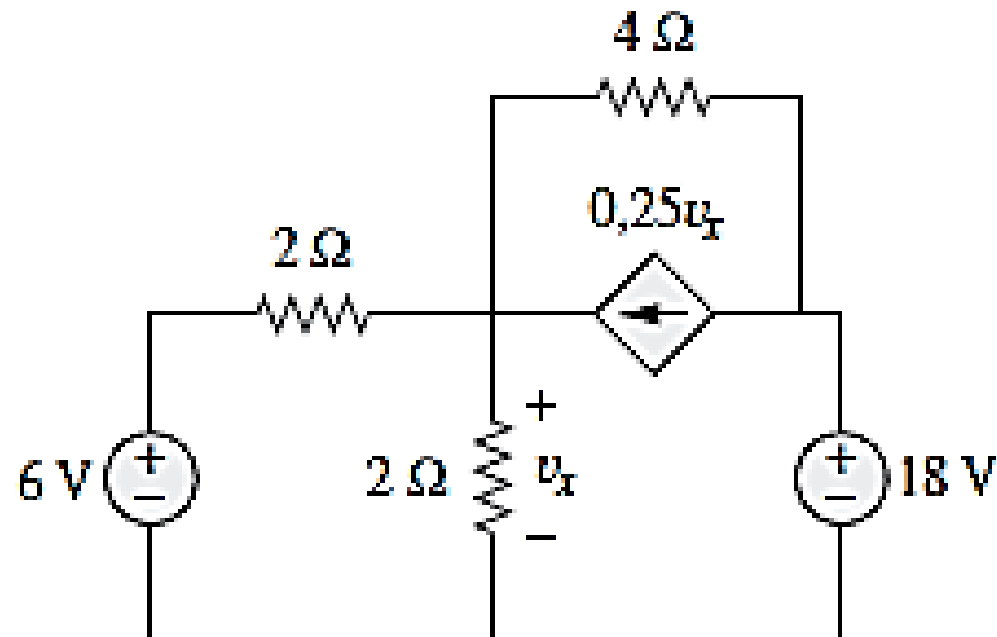
---

Determine  $v_o$  no circuito abaixo:



# Exemplo

Determine  $v_x$  no circuito abaixo:



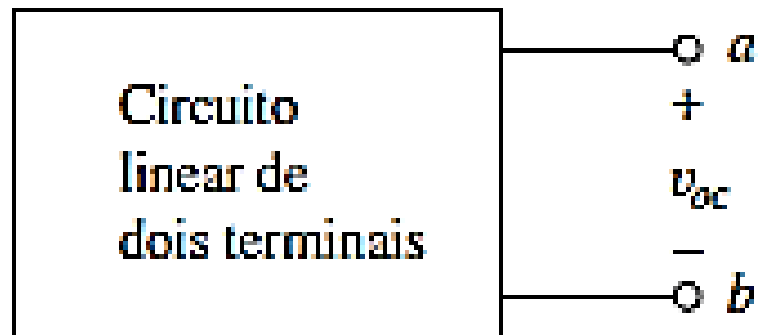
# Teorema de Thévenin

---

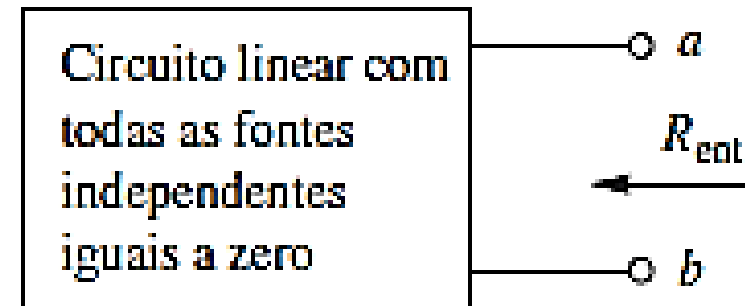


# Teorema de Thévenin

Cálculo da tensão e resistência de Thévenin em um circuito sem fontes dependentes.



$$V_{Th} = v_{oc}$$

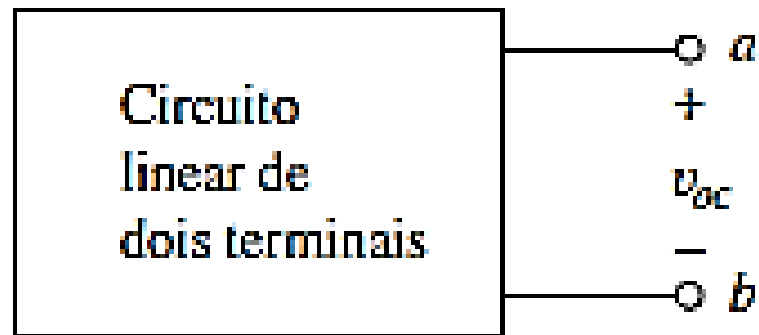


$$R_{Th} = R_{ent}$$

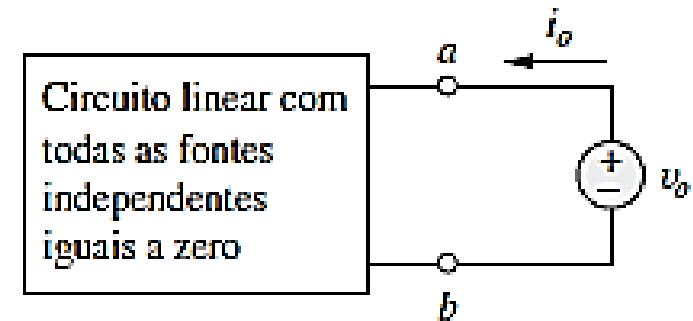


# Teorema de Thévenin

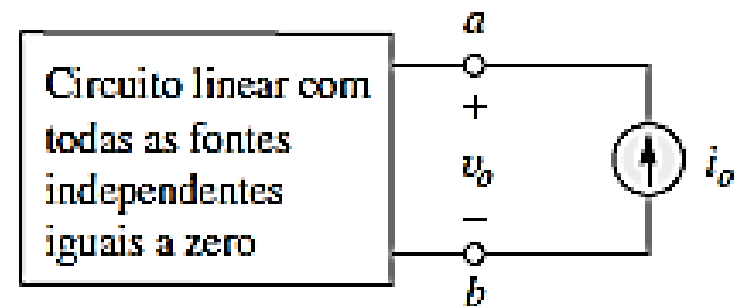
Cálculo da tensão e resistência de Thévenin em um circuito com fontes dependentes.



$$V_{Th} = v_{oc}$$



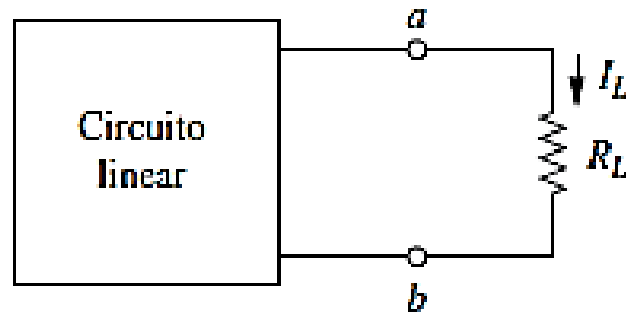
$$R_{Th} = \frac{v_o}{i_o}$$



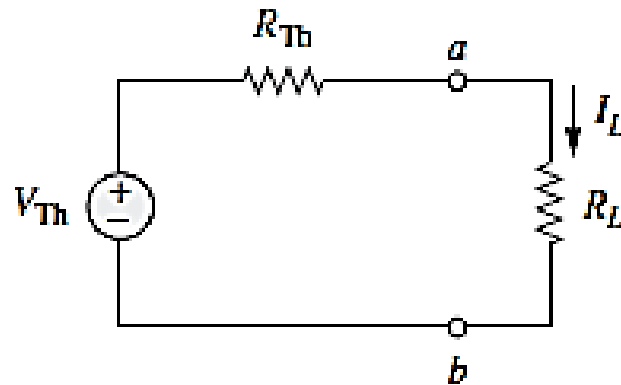
$$R_{Th} = \frac{v_o}{i_o}$$

# Teorema de Thévenin

O teorema é muito útil para análise de circuitos complexos que entregam energia para uma carga. Com o teorema, o cálculo da corrente e da tensão na carga são facilitados.



$$I_L = \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L}$$

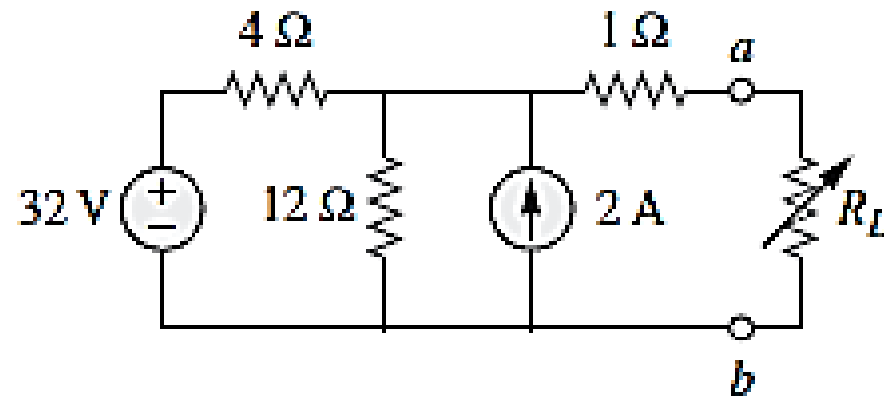


$$V_L = R_L I_L = \frac{R_L}{R_{Th} + R_L} V_{Th}$$

# Teorema de Thévenin

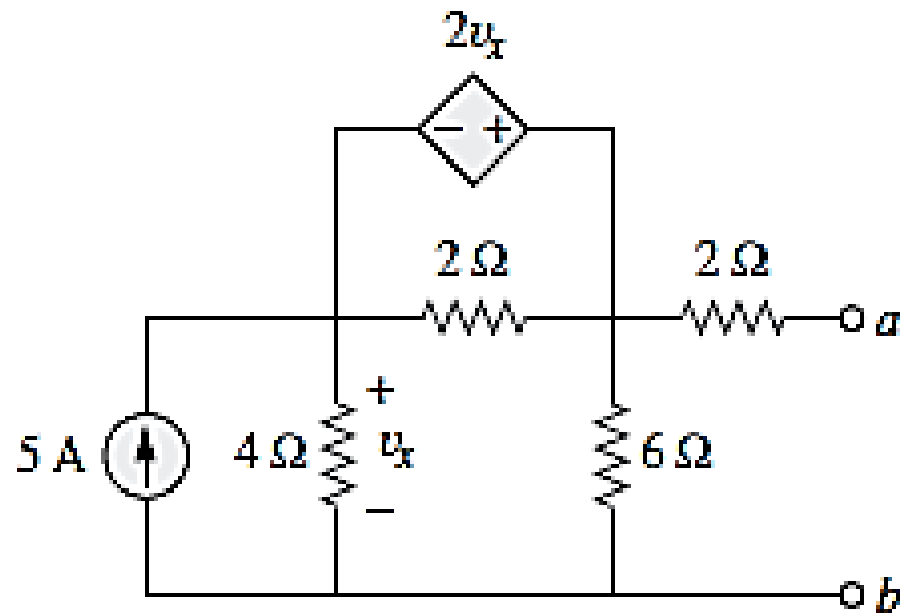
---

Exemplo: Determine  $V_{th}$  e  $R_{th}$  no circuito abaixo e calcule a corrente e a tensão na carga para  $R_L = 6\ \Omega$ ,  $16\ \Omega$  e  $36\ \Omega$



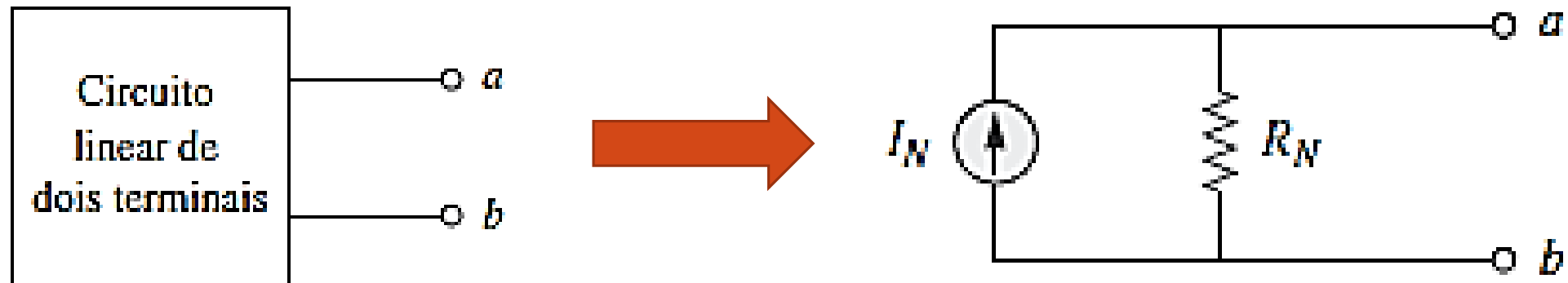
# Teorema de Thévenin

Exemplo: Determine o equivalente de Thevenin para o circuito abaixo:



# Teorema de Norton

---

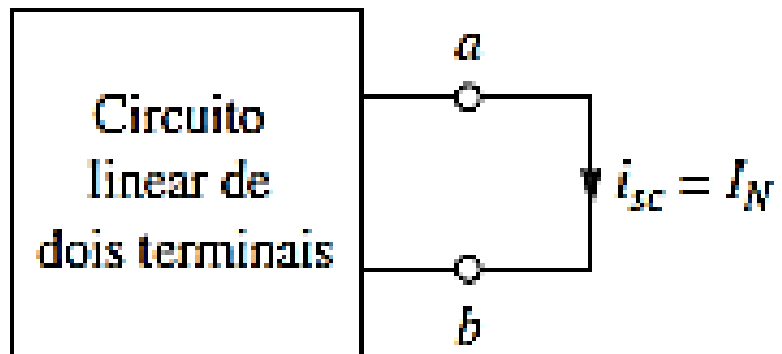


$$R_N = R_{Th}$$

# Teorema de Norton

---

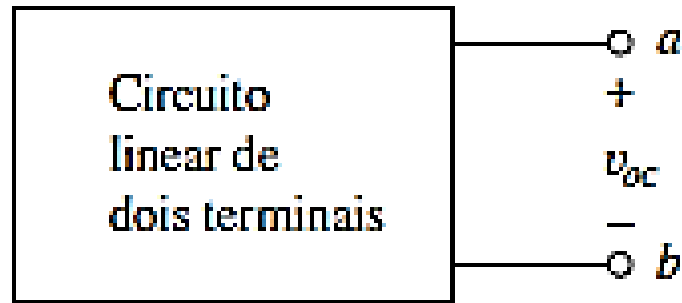
Determinando a Corrente de Norton.



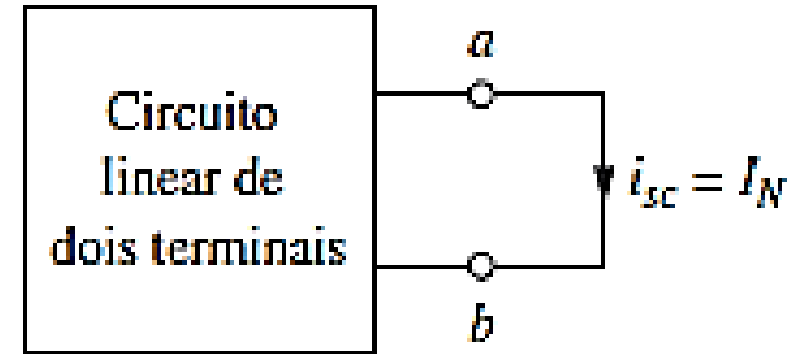
$$I_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}}$$

# Cálculo da resistência de Thévenin/Norton

---



$$V_{Th} = v_{oc}$$

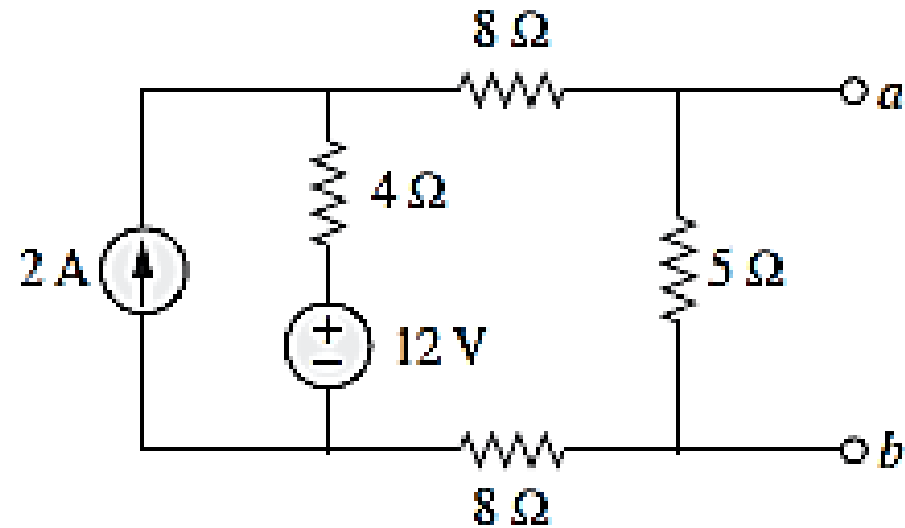


$$R_{th} = \frac{V_{th}}{I_N}$$

# Teorema de Norton

---

Exemplo: Determine o equivalente de Norton para o circuito abaixo:

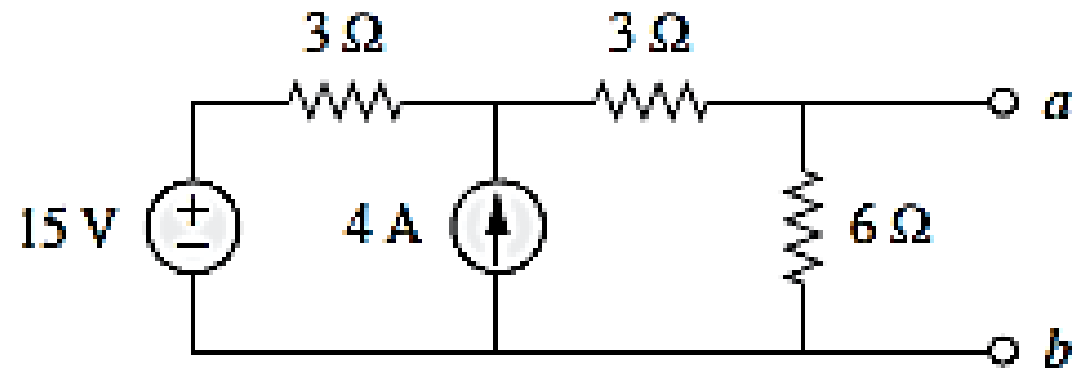




# Teorema de Norton

---

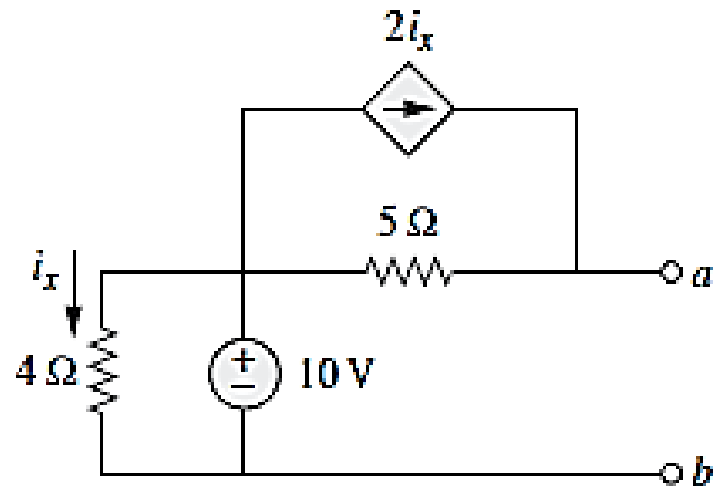
Exemplo: Determine o equivalente de Norton para o circuito abaixo:



# Teorema de Norton

---

Exemplo: Determine o equivalente de Norton para o circuito abaixo:

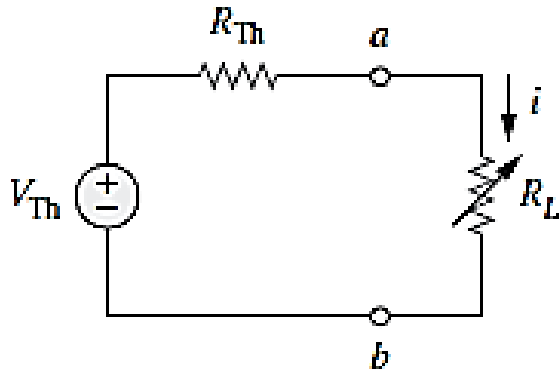


# Máxima Transferência de Potência

---

Em diversas situações práticas, um circuito é projetado para fornecer potência a uma carga. Existem aplicações em áreas como comunicações em que é desejável maximizar a potência liberada a uma carga

O circuito equivalente de Thévenin é útil para descobrir a potência máxima que um circuito linear pode liberar a uma carga.

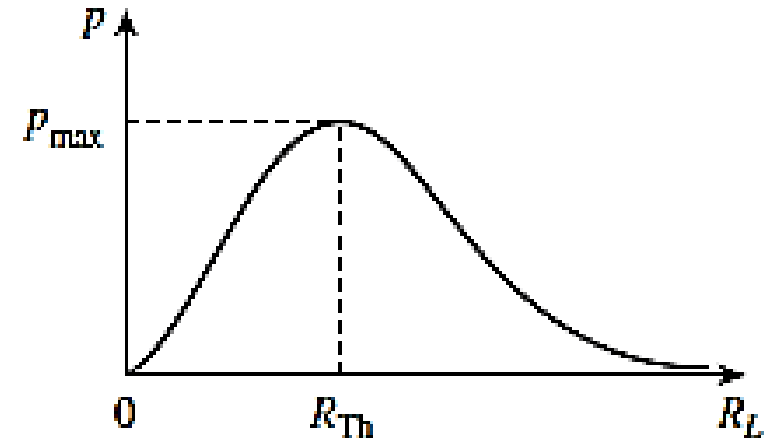


$$p = i^2 R_L = \left( \frac{V_{Th}}{R_{Th} + R_L} \right)^2 R_L$$

# Máxima Transferência de Potência

Derivando a potência na carga com relação a resistência da carga, temos que:

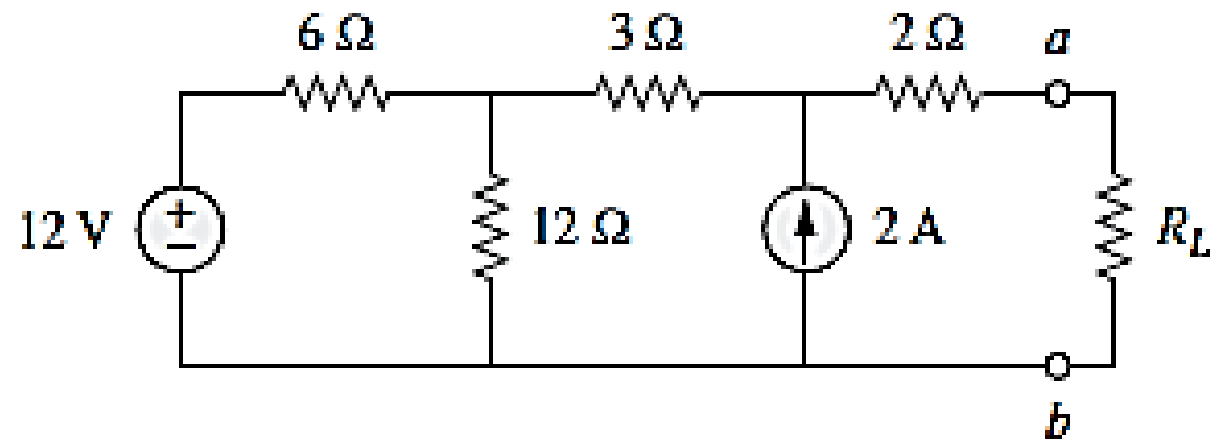
$$R_L = R_{Th}$$



$$P_{\max} = \frac{V_{Th}^2}{4R_{Th}}$$

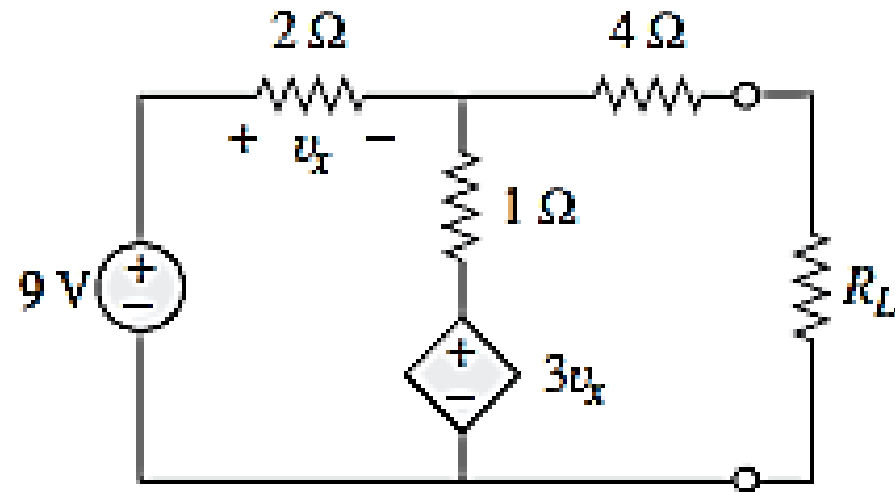
# Máxima Transferência de Potência

Exemplo: Determine o valor de  $R_L$  para a máxima transferência de potência no circuito abaixo. Determine a potência máxima.



# Máxima Transferência de Potência

Exemplo: Determine o valor de  $R_L$  para a máxima transferência de potência no circuito abaixo. Determine a potência máxima.



# Bibliografia

---

- [1] SADIKU, M.N.O; ALEXANDER, A, K. Fundamentos de Circuitos Elétricos. 5ª edição, AMGH Editora LTDA, 2013. 840 p.