Capítulo 33 – Oscilações Eletromagnéticas e Corrente Alternada

33.1 Nova Física – Velha Matemática

Neste capítulo, estudaremos como a carga elétrica $\mathrm{q(t)}$ e a corrente $\mathrm{i(t)}$ variam com o tempo em um circuito composto por um indutor L, um capacitor C e um resistor R.

33.2 Oscilações LC, Qualitativamente

Nos circuitos RC e RL, a carga, a corrente e a diferença de potencial crescem e decrescem com o tempo.

Nos circuitos LC, por outro lado, a carga, a corrente e a diferença de potencial variam senoidalmente com o tempo, com um período T e uma frequência angular ω.

As oscilações resultantes do campo elétrico do capacitor e do campo magnético do indutor são chamadas de **oscilações eletromagnéticas**.

33.2 Oscilações LC, Qualitativamente

A energia armazenada no campo elétrico do capacitor no instante t é dada por

$$U_E(t) = \frac{q^2(t)}{2C} \qquad (33.1)$$

A energia armazenada no campo magnético do indutor no instante t é dada por

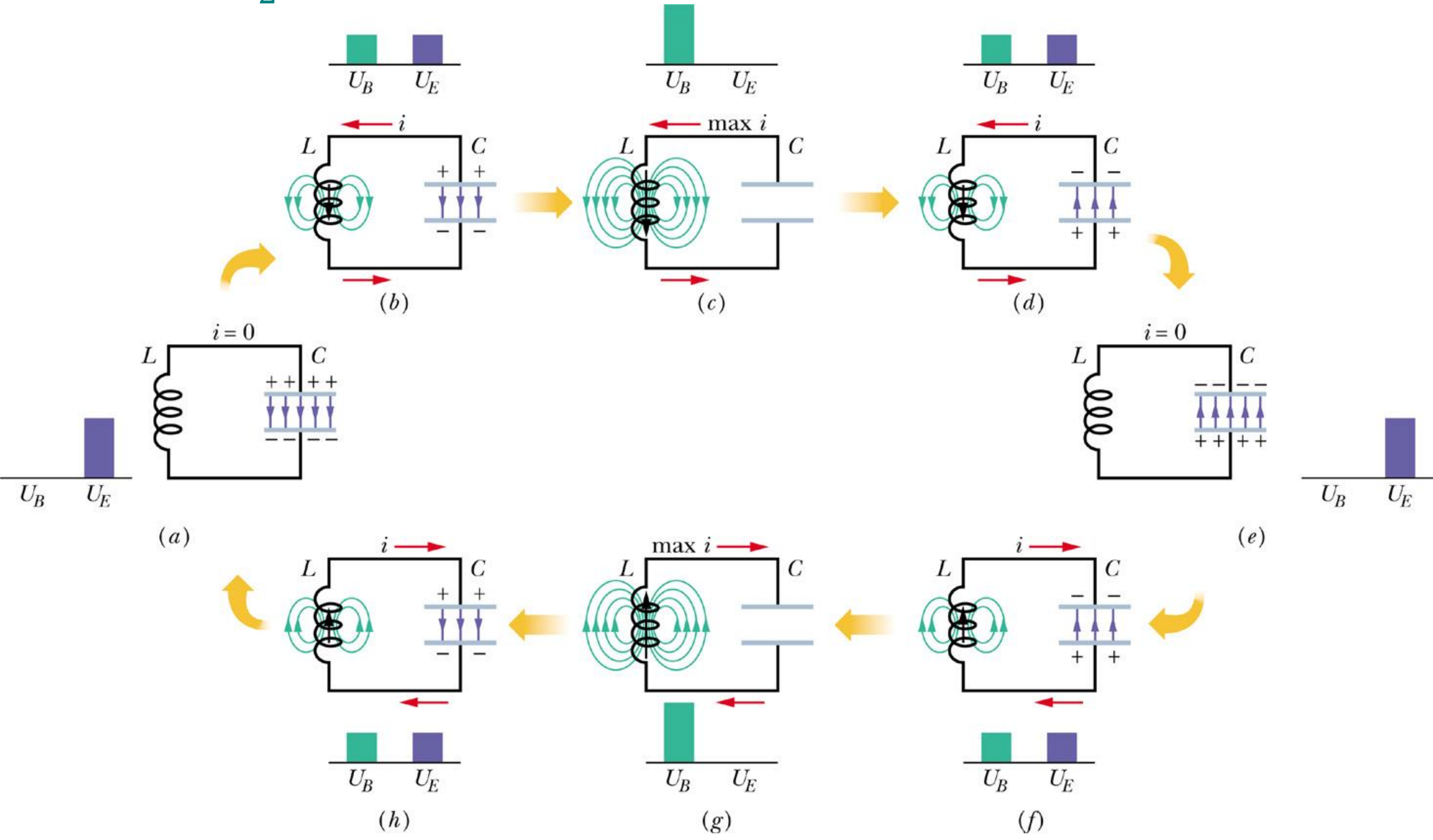
$$U_B(t) = \frac{Li^2(t)}{2} \qquad (33.2)$$

Durante as oscilações do circuito, a energia é transferida do campo elétrico para o campo magnético e vice-versa, mas a energia total permanece constante, isto é,

$$U_E(t) + U_B(t) = constante$$

$$U_E(t) = \frac{q^2(t)}{2C}$$ (energia armazenada no campo elétrico do capacitor)

$$U_B(t) = \frac{Li^2(t)}{2}$$ (energia armazenada no campo magnético do indutor)



33.2 Oscilações LC, Qualitativamente

A diferença de potencial (ou tensão) $v_C(t)$ entre os terminais do capacitor é dada por

$$v_C(t) = \frac{q(t)}{C} \Rightarrow q(t) = C\, v_C(t)$$

Para medir a corrente $i(t)$, podemos ligar um resistor de resistência desprezível R em série com o capacitor e o indutor e medir a diferença de potencial $v_R(t)$ entre os terminais do resistor:

$$v_R(t) = R\, i(t) \Rightarrow i(t) = \frac{v_R(t)}{R}$$

- **Exercícios sugeridos da seção 33.2: 1E, 3E, 4E E 5P.**

33.3 A Analogia Eletromecânica

Podemos fazer uma analogia entre o sistema LC oscilante e o sistema oscilatório massa-mola.

No caso do sistema massa-mola, existem dois tipos de energia envolvidos. O primeiro é a energia potencial da mola comprimida ou alongada; o outro é a energia cinética do bloco que se move.

TABELA 33.1 Comparação da Energia em Dois Sistemas Oscilatórios

Sistema Massa–Mola		Oscilador *LC*	
Elemento	Energia	Elemento	Energia
Mola	Potencial, $\frac{1}{2}kx^2$	Capacitor	Elétrica, $\frac{1}{2}(1/C)q^2$
Bloco	Cinética, $\frac{1}{2}mv^2$	Indutor	Magnética, $\frac{1}{2}Li^2$
$v = dx/dt$		$i = dq/dt$	

Analogia

$$q \leftrightarrow x$$

$$\frac{1}{C} \leftrightarrow k$$

$$i \leftrightarrow v$$

$$L \leftrightarrow m$$

33.3 A Analogia Eletromecânica

Como a frequência angular de oscilação de uma sistema massa-mola (sem atrito) é

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad (33.3)$$

e existe a correspondência $k \leftrightarrow \frac{1}{C}$ e $m \leftrightarrow L$, então, a frequência angular de oscilação de um circuito LC (sem resistência elétrica) é dada por

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}} \qquad (33.4)$$

- **Exercícios sugeridos da seção 33.3: 6E e 7P.**

33.4 Oscilações LC, Quantitativamente

O Oscilador Massa-Mola

$$U = U_b + U_s = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2, \qquad (33.5)$$

$$\frac{dU}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2\right) = mv\frac{dv}{dt} + kx\frac{dx}{dt} = 0, \qquad (33.6)$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \Rightarrow x(t) = X\cos(\omega t + \phi). \qquad (33.7) \quad e \quad (33.8)$$

O Oscilador LC

$$U = U_B + U_E = \frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2C}q^2, \qquad (33.9)$$

$$\frac{dU}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2C}q^2\right) = Li\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}q\frac{dq}{dt} = 0, \qquad (33.10)$$

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C}q = 0. \qquad (33.11)$$

33.4 Oscilações LC, Quantitativamente

Oscilações de Carga e de Corrente

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C}q = 0. \qquad (33.11) \quad \Rightarrow \quad q(t) = Q\cos(\omega t + \phi). \qquad (33.12)$$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[Q\cos(\omega t + \phi)] = -\omega Q\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi). \qquad (33.13)$$

Definindo a amplitude da corrente como

$$I \equiv \omega Q, \qquad (33.14)$$

$$i(t) = -I\,\mathrm{sen}(\omega t + \phi). \qquad (33.15)$$

33.4 Oscilações LC, Quantitativamente

Frequências Angulares

Como $q(t) = Q\cos(\omega t + \phi) \Rightarrow \dfrac{d^2q}{dt^2} = -Q\omega^2\cos(\omega t + \phi)$

$$\Rightarrow \quad L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{C}q = 0 \Rightarrow -LQ\omega^2\cos(\omega t + \phi) + \frac{1}{C}Q\cos(\omega t + \phi) = 0$$

$$\Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Oscilações das Energias Elétrica e Magnética

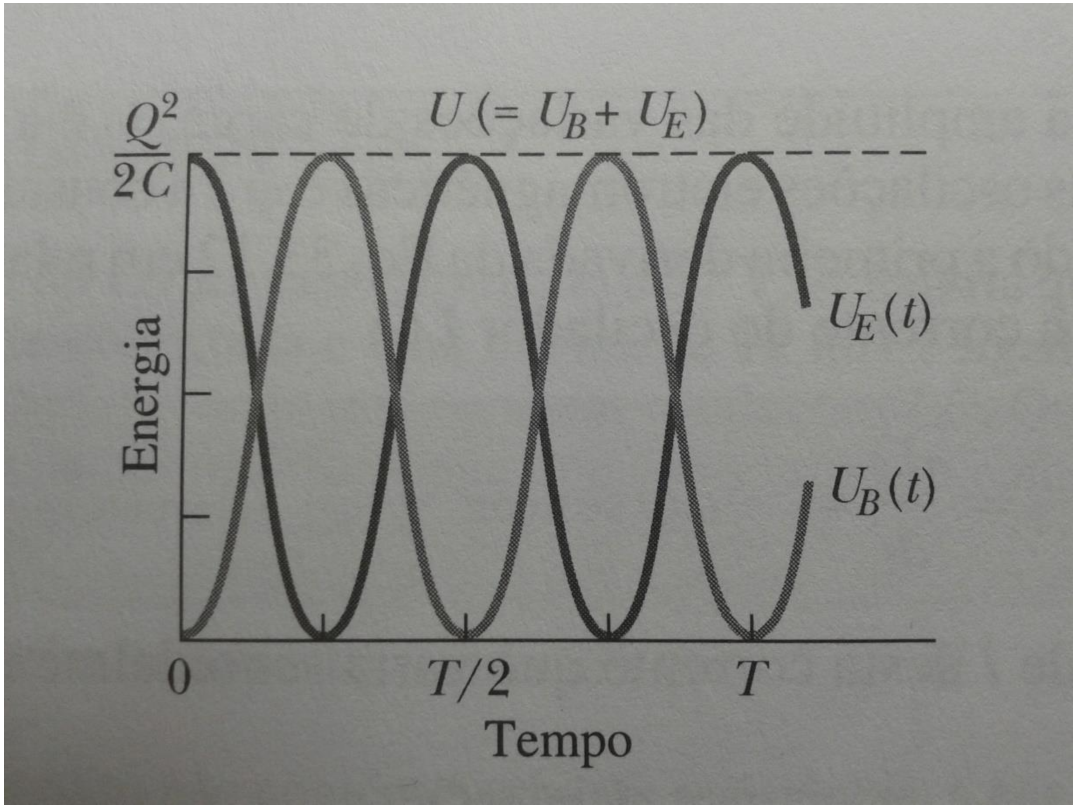
$$U_E(t) = \frac{q^2(t)}{2C} = \frac{Q^2}{2C}\cos^2(\omega t + \phi)\,. \qquad (33.16)$$

$$U_B(t) = \frac{Li^2(t)}{2} = \frac{1}{2}L\omega^2Q^2\,\mathrm{sen}^2(\omega t + \phi) = \frac{Q^2}{2C}\,\mathrm{sen}^2(\omega t + \phi)\,. \qquad (33.17)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

33.4 Oscilações LC, Quantitativamente

$$\left.\begin{matrix} q(t=0)=Q \\ i(t=0)=0 \end{matrix}\right] \Rightarrow \phi = 0 \Rightarrow \begin{cases} U_E(t) = \dfrac{Q^2}{2C}\cos^2(\omega t) \\ U_B(t) = \dfrac{Q^2}{2C}\,\mathrm{sen}^2(\omega t) \end{cases}$$



$$U = U_E(t) + U_B(t) = \frac{Q^2}{2C}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- **Exercícios sugeridos da seção 33.4: 9E, 11P, 12P, 13P, 16P, 17P, 18P, 19P, 20P, 21P e 23P.**