

1. Construa GLCs para as linguagens:

- (a)  $L_1 = \{a^m b^n c^{3m+2n+1} \mid m, n \geq 0\}$ ;
- (b)  $L_2 = \{a^n b^{2n+k} c^{3k} \mid n, k \geq 0\}$ ;
- (c)  $L_3 = \{w0w^R \mid w \in \{1, 2\}^*\}$ ;
- (d)  $L_4 = \{a^m b^n c^k \mid n > m + k\}$ ;
- (e)  $L_5 = \{0^n 1^k \mid 2n \leq k \leq 3n\}$ ;
- (f)  $L_6 = \{a^n b^k c^m \mid k = 2n + m\}$ ;
- (g)  $(L_1 \cup L_2)^2$ ;
- (h)  $L_3^+ L_6 \cup L_5$ .

2. Seja  $G$  a gramática:

$$\begin{aligned} P &\rightarrow AB \\ A &\rightarrow aAb \mid c \\ B &\rightarrow bBc \mid a \end{aligned}$$

- (a) Desenvolva uma derivação mais à esquerda de  $acbbbacc$ .
- (b) Monte a árvore de derivação para a derivação construída em (a).
- (c) Defina  $L(G)$  utilizando notação de conjunto.

3. Seja a gramática  $G$ :

$$P \rightarrow aPb \mid aaPb \mid \lambda$$

- (a) Mostre que  $G$  é ambígua.
- (b) Construa uma gramática não ambígua equivalente a  $G$ .

4. Seja a gramática livre do contexto  $G = (\{S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, R, S)$ , em que  $R$  contém as seguintes regras:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AC \\ A &\rightarrow aAc \mid B \mid \lambda \\ B &\rightarrow aBb \mid \lambda \\ C &\rightarrow cCb \mid \lambda \end{aligned}$$

- (a) Apresente a derivação mais à esquerda da palavra  $aabccb$
- (b) Mostre que a gramática  $G$  é ambígua.
- (c) Descreva usando notação de conjuntos a linguagem gerada por  $G$

5. Seja a gramática livre do contexto  $G = (\{A, B, C, D, E, F\}, \{a, b, c\}, R, A)$ , em que  $R$  contém as seguintes regras:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow aBAb \mid BB \\ B &\rightarrow AB \mid BC \mid \lambda \\ C &\rightarrow bCa \mid ABD \\ D &\rightarrow dD \mid EDC \\ E &\rightarrow D \mid cE \mid \lambda \\ F &\rightarrow aFbc \mid \lambda \end{aligned}$$

- (a) Construa uma gramática equivalente a  $G$  sem regras lambda.
- (b) A partir da resposta do item anterior, construa uma gramática equivalente a  $G$  sem regras unitária e sem regras lambda.

- (c) A partir da gramática do item anterior, obtenha uma gramática equivalente a  $G$  sem variáveis inúteis.
- (d) A partir da gramática obtida no item anterior, construa uma gramática na forma normal de Chomsky.
6. Seja a gramática  $G = (\{P, A, B\}, \{a, b\}, R, P)$ , em que  $R$  contém as seguintes regras:

$$\begin{aligned}P &\rightarrow PaA \mid Pba \mid Ab \\A &\rightarrow PbA \mid a \mid b \\B &\rightarrow bB \mid b\end{aligned}$$

Apresente uma gramática equivalente a  $G$  na forma normal de Greibach.

7. Seja a GLC  $G$ :

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid a$$

Construa gramáticas equivalentes a  $G$  na forma normal de Chomsky e na forma de Greibach.

8. Seja a gramática  $G$  que contém as seguintes regras:

$$\begin{aligned}A &\rightarrow aABa \mid BCB \mid a \\B &\rightarrow CAB \mid CBb \mid \lambda \\C &\rightarrow cCa \mid cC \mid \lambda\end{aligned}$$

- (a) Construa uma gramática,  $G_1$ , equivalente a  $G$  sem regras  $\lambda$ .
- (b) Construa uma gramática,  $G_2$ , equivalente a  $G_1$  sem regras unitárias.
- (c) Construa uma gramática equivalente a  $G_2$  na forma normal de Chomsky.
9. Seja a gramática  $G$  que contém as seguintes regras:

$$\begin{aligned}P &\rightarrow APB \mid \lambda \\A &\rightarrow aAb \mid \lambda \\B &\rightarrow bBa \mid \lambda\end{aligned}$$

Construa uma gramática equivalente a  $G$  na forma normal de Greibach.

10. Bidu, um cachorrinho muito esperto e que gosta muito de Teoria de Linguagens, em um de seus momentos de diversão, resolveu juntar as duas formas normais que ele conhecia, as formas normais de Chomsky e Greibach. O resultado que Bidu obteve foi a forma normal Chomsky-Greibach (FNCG). Assim, segundo Bidu, uma gramática livre do contexto  $G = (V, \Sigma, R, P)$  está na FNCG se, e somente se, toda regra de  $R$  está em um dos seguintes formatos, em que  $X, Y, Z \in V$  e  $a \in \Sigma$ :

$$\begin{aligned}P &\rightarrow \lambda, \text{ se } \lambda \in L(G); \\X &\rightarrow aYZ \\X &\rightarrow a\end{aligned}$$

Seja a gramática  $G = (\{E\}, \{+, *, t, (, )\}, R, E)$ , em que  $R$  contém as seguintes regras:

$$E \rightarrow E + E \mid E * E \mid (E) \mid t$$

Obtenha gramáticas equivalente a  $G$  nas seguintes formas normais:

- (a) Na Forma Normal de Chomsky (FNC)
- (b) Na Forma Normal de Greibach (FNG)
- (c) Na Forma Normal Chomsky-Greibach (FNCG)

11. Use o lema do bombeamento para mostrar que as seguintes linguagens não são livres do contexto:

- (a)  $\{a^n b^{2n} a^n \mid n \geq 0\}$ ;
- (b)  $\{a^n b^k c^n d^k \mid n, k > 0\}$ .

12. Sejam

$$L_1 = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \text{ e } L_2 = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ é múltiplo de } 5\}.$$

Mostre, para cada linguagem a seguir, que ela é ou não uma LLC:

- (a)  $\overline{L_1}$ ;
- (b)  $L_1 \cap L_2$ ;
- (c)  $L_1 \cap \overline{L_2}$ .

13. Mostre que se  $L$  é uma linguagem livre do contexto e  $R$  uma linguagem regular, então  $L - R$  é uma LLC.

14. Seja  $G$  uma gramática livre do contexto. Mostre que os seguintes problemas são decidíveis:

- (a) determinar se  $L(G) = \emptyset$ ;
- (b) determinar se  $L(G)$  é finita.