

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
CAMPUS DE JOÃO MONLEVADE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

CEA 582 – FUNDAMENTOS DE COMUNICAÇÕES

EXPERIÊNCIA 1

ESPECTRO DE FREQUÊNCIA

Prof.^a Sarah

Parte Teórica

1. INTRODUÇÃO

Os sinais elétricos, tais como tensão e corrente, são grandezas que variam no tempo. A descrição destes sinais, por outro lado, pode ser feita tanto no domínio do tempo quanto no da frequência. A análise espectral, baseada em séries e transformadas de Fourier, é uma ferramenta muito importante na engenharia de comunicações. A série de Fourier lida com sinais periódicos, enquanto que a transformada de Fourier lida com sinais não periódicos. Neste experimento serão analisados sinais periódicos.

2. SÉRIE DE FOURIER

Seja $v(t)$ um sinal periódico com período T_0 . Sua representação em série de Fourier é dada por

$$v(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2 |C_n| \cos(2\pi n f_0 t + \Phi_n) \quad f_0 = \frac{1}{T_0}, \quad (1)$$

onde C_n e Φ_n são dados por

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt \quad \text{para } n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

$$\Phi_n = \angle C_n = -\arctan \left(\frac{\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \operatorname{sen}(2\pi n f_0 t) dt}{\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt} \right). \quad (3)$$

Uma forma alternativa de se representar o sinal periódico $v(t)$ em série de Fourier segue:

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}(2\pi n f_0 t), \quad (4)$$

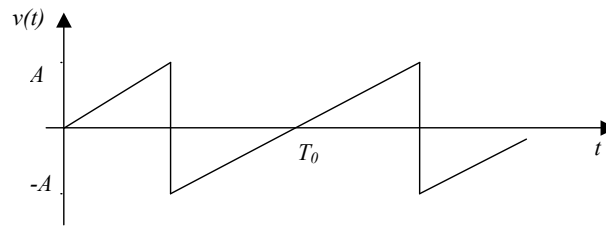
onde

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) dt \quad (5)$$

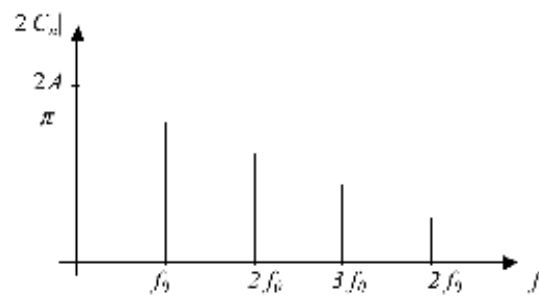
$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \quad (6)$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \operatorname{sen}(2\pi n f_0 t) dt. \quad (7)$$

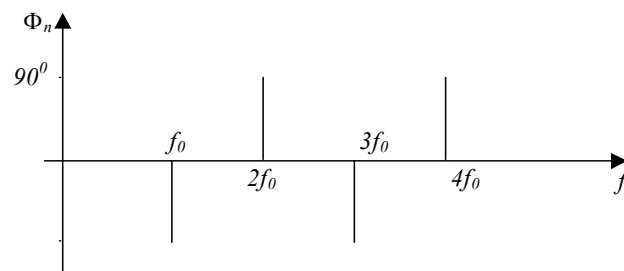
Assim, um sinal periódico no tempo é completamente caracterizado pela amplitude e fase de cada uma de suas harmônicas, isto é, de suas componentes de frequências nf_0 ($n = 0, 1, 2, \dots$). A Figura 1 ilustra uma onda do tipo dente-de-serra nos domínios do tempo e da frequência.



a) Onda dente-de-serra no domínio do tempo



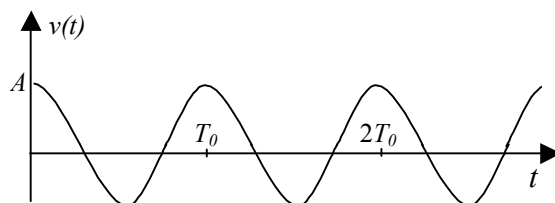
b) Espectro unilateral de magnitude



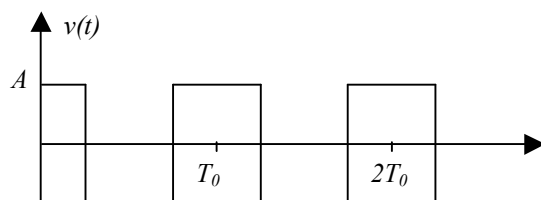
c) Espectro unilateral de fase

Figura 1: Onda dente-de-serra nos domínios do tempo e da frequência.

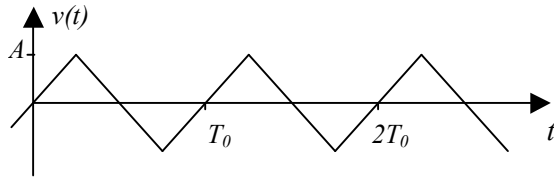
A Figura 2 mostra outras formas de onda e suas representações em termos da série de Fourier.



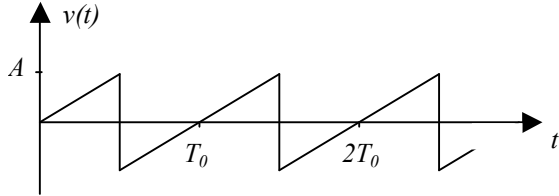
$$v(t) = A \cos(\omega_0 t)$$



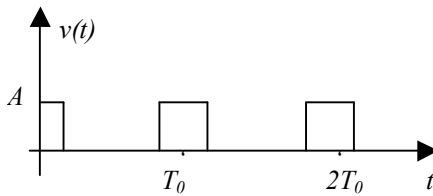
$$v(t) = \frac{4A}{\pi} \left[\cos(\omega_0 t) - \frac{1}{3} \cos(3\omega_0 t) + \dots \right]$$



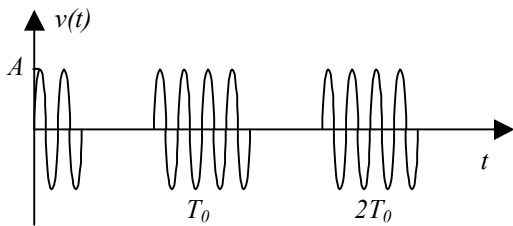
$$v(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left[\text{sen}(\omega_0 t) - \frac{\text{sen}(3\omega_0 t)}{3^2} + \dots \right]$$



$$v(t) = \frac{2A}{\pi} \left[\text{sen}(\omega_0 t) - \frac{\text{sen}(2\omega_0 t)}{2} + \dots \right]$$



$$v(t) = \frac{A\tau}{T_0} + \frac{2A\tau}{T_0} \left[\sin c\left(\frac{\tau}{T_0}\right) \cos(\omega_0 t) + \right. \\ \left. + \sin c\left(\frac{2\tau}{T_0}\right) \cos(2\omega_0 t) + \dots \right]$$



$$v(t) = \frac{16A}{\pi} \left[-\frac{1}{63} \text{sen}(\omega_0 t) + \frac{1}{55} \text{sen}(3\omega_0 t) + \right. \\ \left. -\frac{1}{39} \text{sen}(5\omega_0 t) + \frac{1}{15} \text{sen}(7\omega_0 t) + \right. \\ \left. -\frac{\pi}{32} \text{sen}(8\omega_0 t) + \frac{1}{17} \text{sen}(9\omega_0 t) + \right. \\ \left. -\frac{1}{57} \text{sen}(11\omega_0 t) + \frac{1}{105} \text{sen}(13\omega_0 t) + \right. \\ \left. -\frac{1}{161} \text{sen}(15\omega_0 t) + \dots \right]$$

Figura 2: Sinais periódicos com suas respectivas representações em série de Fourier.

Finalmente, note que se uma onda periódica satisfaz:

$$x(t) = -x\left(t + \frac{T_0}{2}\right) \quad (8)$$

então essa onda não possui as harmônicas pares. Note que este é o caso da onda quadrada e da onda triangular.

Estudo Preliminar

- 1) Utilize o Matlab (ou um programa similar) para encontrar o módulo do espectro de magnitude dos seguintes sinais (considere a amplitude de $0.5V_p$ e frequência 100 kHz):
 - Onda senoidal
 - Onda quadrada
 - Onda triangular
 - Pulso (com *duty cycle* de 10%)
 - Sinc
- 2) Pesquise o significado e o uso de cada uma dessas unidades: dB, dBm, dBmV, dBuV.
- 3) Pesquise a diferença entre as janelas Retangular, Hamming, Hanning e Blackman.

Material

- Gerador de Função
- Osciloscópio Digital de Fósforo
- Analisador de Espectro
- Cabos de conexão

Parte Prática

Utilize o esquema da Figura 3 para a caracterização de sinais periódicos nos domínios do tempo e da frequência.

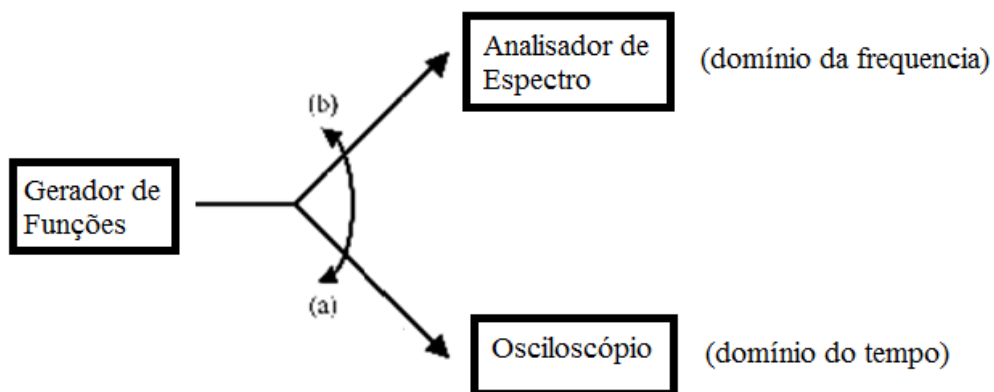


Figura 3: Caracterizando sinais periódicos no domínio do tempo e da frequência.

As formas de onda no tempo devem ser vistas no osciloscópio digital enquanto que o espectro do sinal é visto no analisador de espectro. Os sinais devem ser salvos em *pen-drive* para o relatório. Ajuste primeiramente a forma de onda desejada ligando um cabo coaxial da saída do gerador de funções até o osciloscópio digital. Para ver o espectro, posteriormente, utilize o mesmo cabo coaxial.

1. Onda Senoidal

Ajuste o gerador de funções para produzir uma onda senoidal de 0,5 Volt de pico (V_p) e frequência f_0 de 100 kHz.

Observe no osciloscópio a onda senoidal, utilize a função de medição automática e confira a frequência e a amplitude da onda senoidal. Salve a forma de onda observada no osciloscópio, com informação de amplitude e frequência.

Ative a função MATH no osciloscópio e visualize a FFT do sinal. Observe que é possível visualizar a FFT do sinal na escala linear e na escala dBV. Note ainda que é possível selecionar diversos tipos de janelamento. Visualize o que ocorre com a FFT para cada tipo de janela: Retangular, Hamming, Hanning e Blackman.

Ative a função de medição para a função matemática e meça o pico da primeira harmônica. Com os cursores verticais meça a duração do sinal.

Conecte agora o cabo coaxial ao analisador de espectro. Ajuste adequadamente os parâmetros do analisador para permitir uma boa visualização do espectro em frequência do sinal medido:

- No menu FREQUENCY centralize a forma de onda em um valor adequado (100 kHz).
- Em seguida, pressione o botão SPAN e escolha um valor apropriado.
- Ajuste a amplitude no menu AMPLITUDE. Observe que é possível mudar a unidade da escala de amplitude em UNITS.
- No menu Measures acione o marcador na primeira harmônica em PEAK SEARCH .
- Visualize o espectro do sinal na escala [dBm].

Utilize o marcador de pico para identificar o valor da primeira harmônica.

Salve os espectros, compare e comente em relação à visão temporal. Justifique os valores declarados pelo marcador, fazendo uma comparação com os valores esperados teoricamente.

2. Onda Quadrada

Selecione no gerador de funções uma onda quadrada de $0,5 V_p$ e frequência 100 kHz. Observe a onda no osciloscópio antes de injetá-la no analisador. Salve. Visualize a FFT na escala linear. Meça a magnitude das 3 primeiras harmônicas com o auxílio do “Cursor”. Antes, faça os ajustes para uma melhor visualização espectral e salve os resultados no tempo e na frequência. Faça uma tabela comparando os valores práticos com os teóricos esperados. Comente.

3. Onda Triangular

Selecione no gerador de funções uma onda triangular de $0,5 V_p$ e frequência 100 kHz. Meça a magnitude das 3 primeiras harmônicas. Compare os resultados medidos com a teoria e comente.

4. Pulsos

Selecione no gerador de funções uma onda tipo pulso de $0,5 V_p$ e frequência 100 kHz. Faça o fator de ocupação (*duty cycle*) igual a 10%. Avalie os tempos τ e T_0 . Meça a magnitude das 3 primeiras harmônicas. Compare os resultados medidos com a teoria e comente. Altere adequadamente a FFT do sinal no osciloscópio para observar a função *sinc* (ou *sampling*). Interprete o resultado e comente o que está ocorrendo.

5. Sinc

Selecione no gerador de funções uma onda tipo Sinc de $0,5 V_p$ e frequência 100 kHz. Observe a FFT do sinal. Compare os resultados medidos com a teoria e comente.