UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO
CAMPUS DE JOÃO MONLEVADE
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

CEA 582 – FUNDAMENTOS DE COMUNICAÇÕES

EXPERIÊNCIA 4

MODULAÇÃO ANGULAR

Prof.ª Sarah

Parte Teórica

1. INTRODUÇÃO

A modulação angular ou modulação exponencial consiste em um esquema em que a informação modula o ângulo (freqüência ou fase) da portadora, cuja amplitude é mantida constante. De uma forma geral, a onda modulada pode ser escrita como

$$x_c(t) = A_c \cos(\theta_c(t)) = \mathrm{Re}\{A_c \exp(j\theta_c(t)\} \tag{1}$$

em que A_c é a amplitude a portadora e $\theta_c(t)$ é fase instantânea, variando com o sinal modulante, ou informação, $x(t)$. Note que Re{.} representa a parte real de um número complexo. Define-se $\theta_c(t)$ como:

$$\theta_c(t) = 2\pi f_c t + \phi(t) \tag{2}$$

em que f_c é a freqüência de portadora e $\phi(t)$ é o desvio de fase. A freqüência instantânea $\omega_i = 2\pi f_c t$ é definida como

$$\omega_i(t) = \frac{d\theta_c}{dt} = \omega_c + \frac{d\phi}{dt} \quad \text{[rad/s]} \tag{3}$$

E o desvio da freqüência instantânea (em Hertz) do sinal modulado é definido como

$$\Delta f_i = \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi}{dt} \tag{4}$$

O desvio de fase $\phi(t)$ da portadora varia com o sinal modulador $x(t)$. Dependendo da relação entre $\phi(t)$ e $x(t)$, há duas formas de modulação angular, i.e. Modulação em Fase (PM) ou a Modulação em Freqüência (FM). Em PM, o desvio de fase instantâneo da portadora é proporcional ao sinal modulador, isto é

$$\phi(t) = k_p x(t) \tag{5}$$

onde k_p é a constante de desvio de fase (expressa em rad/V). Em FM, o desvio de freqüência da portadora é proporcional ao sinal modulador, isto é

$$\Delta f_i = \frac{1}{2\pi}\frac{d\phi}{dt} = k_f x(t) \tag{6}$$

ou

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_{t_0}^{t} x(\lambda)d\lambda + \phi(t_0) \tag{7}$$

onde k_f é a constante de desvio de freqüência (em Hz/V) e $\phi(t_0)$ é o ângulo inicial em $t = t_0$. Em geral, considera-se $t_0 = -\infty$ e $\phi(-\infty) = 0$. Combinando (6) e (7) com (1), têm-se

PM: $$x_c(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + k_p x(t)\right] \tag{8}$$

FM: $$x_c(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} x(\lambda)\, d\lambda\right] \tag{9}$$

As equações (8) e (9) revelam que os sinais modulados em fase e freqüência são similares em suas representações funcionais com exceção da integração da mensagem $x(t)$ em FM. A Figura 1 ilustra formas de ondas PM e FM para uma modulação tonal (a) e outra digital (b). De (3), tem-se que a freqüência instantânea em FM é dada por

$$f_i = f_c + k_f x(t) \tag{10}$$

A Figura 2 ilustra a dependência de $f_i(t)$ em função de $x(t)$. Note que a constante k_f é o coeficiente angular da reta. A Tabela 1 resume a dependência da fase e freqüência instantânea com relação à informação.

Tabela 1

	$\phi(t)$	$f_i(t)$
PM	$k_p x(t)$	$f_c + \frac{k_p}{2\pi}\frac{dx(t)}{dt}$
FM	$2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} x(\lambda)\, d\lambda$	$f_c + k_f x(t)$

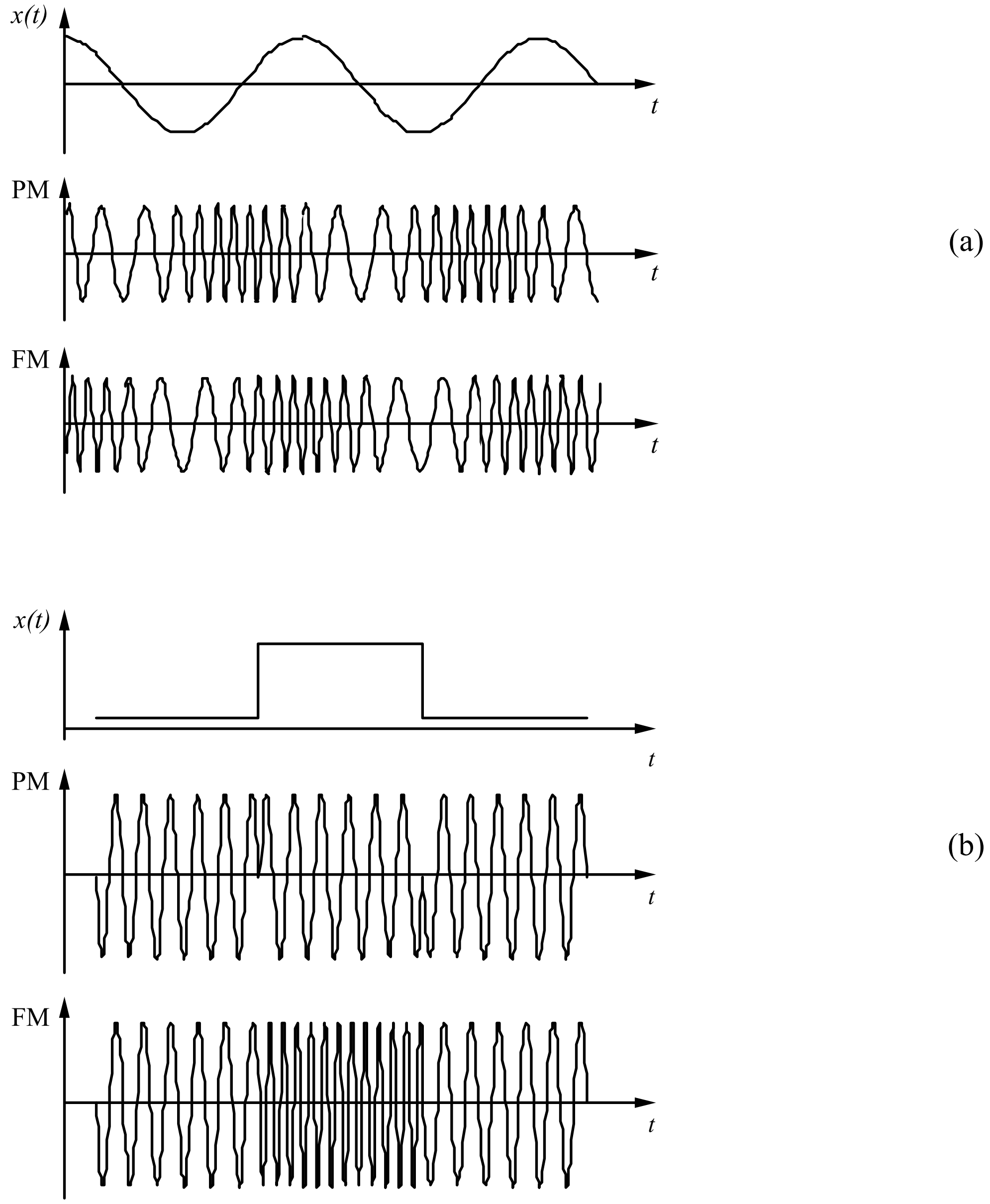

Figura 1 - Formas de ondas PM e FM: (a) Onda modulante senoidal e (b) Onda modulante quadrada

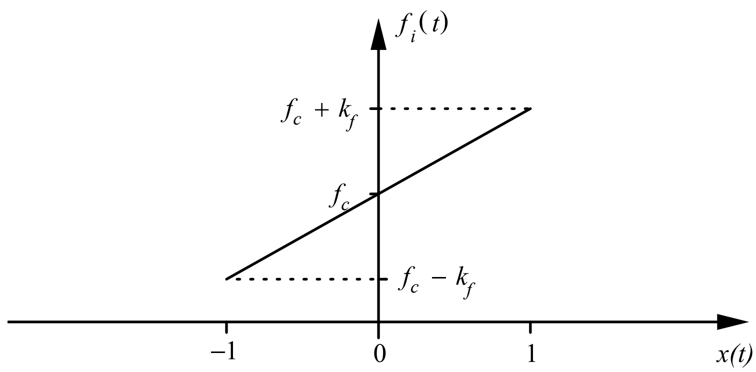

Figura 2 – Modulador FM ideal

2. MODULAÇÃO TONAL

A modulação angular é um processo não linear. Uma descrição exata do espectro de um sinal modulado arbitrário é muito intrincada. Entretanto, se a informação $x(t)$ é uma onda senoidal, então o desvio de fase instantâneo do sinal modulado (FM ou PM) é também senoidal e o espectro pode ser obtido. Seja

$$x(t) = A_m \cos(\omega_m t) \tag{11}$$

O desvio de fase instantâneo do sinal modulado é dado por

$$\phi(t) = \begin{cases} k_p A_m \cos(\omega_m t) & \text{para PM} \\ \dfrac{2\pi k_f A_m}{\omega_m} \cos(\omega_m t) & \text{para FM} \end{cases} \tag{12}$$

O sinal modulado é dado por

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta \cos(\omega_m t)) \qquad \text{para PM} \tag{13}$$

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta sen(\omega_m t)) \qquad \text{para FM} \tag{14}$$

em que o parâmetro β é chamado de índice de modulação, definido apenas para modulação tonal como

$$\beta = k_p A_m \qquad \text{para PM} \tag{15}$$

$$\beta = \frac{2\pi k_f A_m}{\omega_m} = \frac{k_f A_m}{f_m} \qquad \text{para FM} \tag{16}$$

O índice de modulação β representa o desvio máximo de fase [em radianos] produzido pelo tom modulante. Expandindo-se o cosseno (14), obtém-se

$$x_c(t) = A_c\left[\cos(\omega_c t)\cos(\beta sen(\omega_m t)) - sen(\omega_c t) sen(\beta sen(\omega_m t))\right] \tag{17}$$

As funções $\cos(\beta sen(\omega_m t))$ e $sen(\beta sen(\omega_m t))$ são periódicas com período $1/f_m$ e podem, portanto, ser representadas pelas seguintes séries de Fourier

$$\cos(\beta sen(\omega_m t)) = J_0(\beta) + 2\sum_{\substack{n=2 \\ n\ par}}^{\infty} J_n(\beta)\cos(n\omega_m t) \tag{18}$$

$$sen(\beta sen(\omega_m t)) = 2\sum_{\substack{n=1 \\ n\ impar}}^{\infty} J_n(\beta) sen(n\omega_m t) \tag{19}$$

em que $J_n(\beta)$ é a função de Bessel da primeira espécie e de ordem n dada por

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \exp j[\beta sen(\lambda) - n\lambda] d\lambda \tag{20}$$

Os valores de $J_n(\beta)$ geralmente são encontrados na literatura especializada sob forma de tabelas. Uma pequena listagem de $J_n(\beta)$ em função de β e de n é dada na Tabela 2. Note que $J_{-n}(\beta) = (-1)^n J_n(\beta)$. Combinando-se (17), (18) e (19), obém-se

$$x_c(t) = A_c J_0(\beta)\cos(\omega_c t) + 2A_c \sum_{\substack{n=2 \\ n\ par}}^{\infty} J_n(\beta)\cos(n\omega_m t)\cos(\omega_c t) + \\ -2A_c \sum_{\substack{n=1 \\ n\ impar}}^{\infty} J_n(\beta)\,\mathrm{sen}(n\omega_m t)\,\mathrm{sen}(\omega_c t) \tag{21}$$

Rearranjando os produtos de funções trigonométricas, (21) pode ser reescrita como

$$x_c(t) = A_c J_0(\beta)\cos(\omega_c t) + \\ + A_c \sum_{\substack{n=2 \\ n\ par}}^{\infty} J_n(\beta)[\cos(\omega_c - n\omega_m)t + \cos(\omega_c + n\omega_m)t] + \\ + A_c \sum_{\substack{n=1 \\ n\ impar}}^{\infty} J_n(\beta)[\cos(\omega_c + n\omega_m)t - \cos(\omega_c - n\omega_m)t] \tag{21}$$

A Figura 3 mostra um exemplo do espectro de linha $x_c(t)$ para $\beta = 5$, $A_c = 1$ e $f_c >> f_m$.

Tabela 2 – Valores de $J_n(\beta)$

n \ β	**0.1**	**0.2**	**0.5**	**1.0**	**2.0**	**5.0**	**8.0**
0	0.998	0.990	0.938	0.765	0.224	–0.178	0.172
1	0.050	0.100	0.242	0.440	0.577	–0.328	0.235
2		0.005	0.031	0.115	0.353	0.047	–0.113
3				0.020	0.129	0.365	–0.291
4				0.002	0.034	0.391	–0.105
5					0.007	0.261	0.186
6						0.131	0.338
7						0.053	0.321
8						0.018	0.223
9							0.126
10							0.061

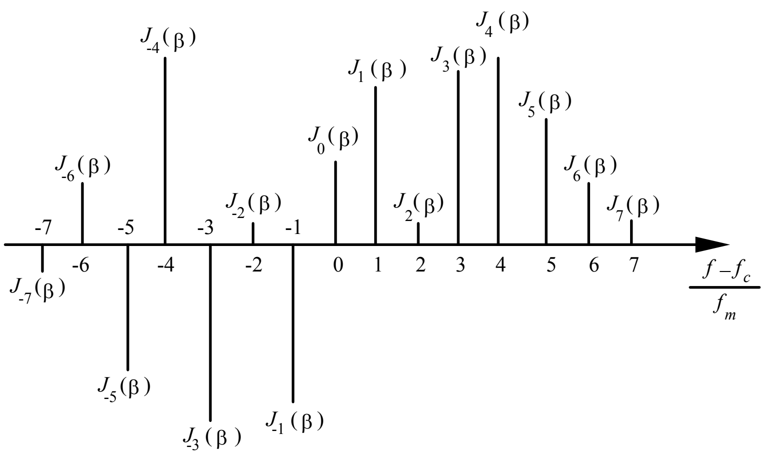

Figura 3 – Espectro de linha do sinal FM para modulação tonal, $\beta = 5$, $A_c = 1$

O espectro de um sinal FM possui as seguintes propriedades:

1) O espectro FM consiste de uma portadora mais um número infinito de componentes laterais nas freqüências $f_c \pm nf_m$ ($n = 1, 2, ...$).
2) A amplitude relativa das componentes espectrais de um sinal FM depende dos valores de $J_n(\beta)$. A amplitude relativa da portadora depende de $J_0(\beta)$ e seu valor varia com o sinal modulante.

3) As componentes ímpares de freqüências menores que f_c possuem suas fases invertidas em relação às suas correspondentes componentes maiores que f_c.
4) O número de componentes espectrais significativas é uma função de β (veja Tabela 2). Quando $\beta << 1$, somente J_0 e J_1 são significativas. Neste caso, o espectro consistirá apenas da portadora e de duas componentes laterais, similarmente ao espectro AM a menos de uma reversão de fase na componente (f_c - f_m).
5) Valores grandes de β implicam em maior largura de faixa, uma vez que haverá muitas componentes significativas. Uma regra prática para definir a faixa de freqüência B_T onde as componentes laterais do espectro FM são significativas é dada pela fórmula de Carson $B_T = 2W(\beta + 1)$, onde W [Hz] é a máxima freqüência do sinal modulante.

O estudo do esquema FM pode ser divido em dois casos: FM de faixa estreita e FM de faixa larga. Define-se FM de faixa estreita como sendo o sistema que opera com valores $\beta << 1$. Assim, a faixa de passagem B_T do FM de faixa estreita é aproximadamente igual a $2W$. Note que, neste caso, apenas as duas primeiras raias laterais a f_c são significativas, o que torna o FM de faixa estreita similar ao AM. O sinal FM de faixa estreita não possui nenhuma vantagem sobre o AM em termos de imunidade ao ruído, sendo este um dos principais motivos de sua pouca utilização prática. Entretanto, os esquemas FM de faixa larga fazem uso do sinal FM de faixa estreita como um estágio intermediário na geração do sinal de faixa larga. Quando $\beta >> 1$, e portanto B_T, é grande quando comparada com a largura de faixa do sinal modulador, diz-se que o sinal FM é de faixa larga. Note que B_T é praticamente independente da largura de faixa do sinal modulador, isto é, $B_T \approx 2\,\beta W$ pois W aparece no denominador da expressão de β.

3. GERAÇÃO DE SINAIS FM

Existem basicamente dois métodos de geração de sinais: método direto e método indireto. O método direto faz uso de um dispositivo chamado oscilador controlado por voltagem (VCO) cuja freqüência de oscilação depende linearmente da amplitude do sinal modulado. No método indireto, um sinal FM de faixa estreita é produzido usando primeiro um modulador de fase. Este sinal FM é então convertido para um sinal FM de faixa larga por uma multiplicação em freqüência. Nesta experiência estudaremos apenas a modulação feita pelo método direto.

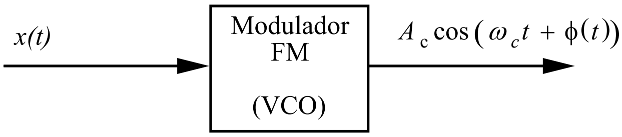

Figura 4 – Método direto de modulação FM

Estudo Preliminar

1) Compare as modulações em frequência, em fase e em amplitude. Quais as vantagens e desvantagens de cada uma?

2) Explique por que as modulações angulares são mais imunes ao ruído aditivo que a modulação AM.

3) Encontre os circuitos moduladores e demoduladores FM.

4) Quando ocorre o desvio de frequência máximo em um sinal FM? E em um sinal PM?

5) Defina FM de banda estreita e de banda larga.

6) Pesquise qual tipo de modulação é aplicada para a transmissão dos sinais nas seguintes aplicações:

Audio de TV	Fax	Rádio móvel
Imagem de TV	Rádio de aeronaves	Telefone sem fio
Telefone celular	Rádio marítimo	

Material

- Gerador de Função
- Osciloscópio Digital de Fósforo
- Analisador de Espectro
- Cabos de conexão

Parte Prática

MODULAÇÃO FM

1. Ajuste o gerador de função para que na sua saída haja uma onda modulante quadrada, ajuste a frequência de portadora f_c senoidal para 100 kHz e o desvio de frequência para 40 kHz. Meça as frequências instantâneas da portadora no osciloscópio. Explique o por que do espectro possuir mais de duas raias de frequência.
2. Ajuste o gerador de funções para que em sua saída haja uma onda senoidal (portadora) com amplitude A_c igual a 1 V_{pp} e frequência f_c = 1 MHz. Ajuste em seguida o sinal modulante (informação) para que o desvio D de frequência seja de 2 kHz. Use a própria modulação FM interna do gerador. Sabendo-se que o índice de modulação $\beta = D/f_m$, onde f_m é a frequência do sinal modulante:
    a. Ajuste o valor da frequência f_m do sinal modulante para que o sinal FM seja de faixa estreita (β = 0,2). Compare os valores obtidos no domínio da frequência com os valores teóricos esperados.
    b. Para a configuração do item anterior faça a forma da onda modulante quadrada, triangular e rampa. Obtenha os espectros dos sinais modulados.
    c. Ajuste o valor da frequência f_m do sinal modulante para que o sinal FM seja de faixa larga (β = 2). Compare os valores obtidos na visualização frequencial com os valores teóricos esperados.
    d. Para a configuração do item anterior faça a forma da onda modulante quadrada, triangular e rampa. Obtenha os espectros dos sinais modulados.

3. Com a onda modulante senoidal e sua frequência adequada para a versão FM de faixa estreita para $D = 2\,kHz$, coloque uma portadora quadrada com 1 Vpp e frequência fc = 1 MHz. Expanda o range do analisador para 10 MHz. Veja o que acontece no osciloscópio e no analisador de espectro. Sintonize em cada uma das frequências harmônicas da portadora quadrada e use spam adequado para visualizar as raias laterais. Por que a primeira harmônica da portadora se comporta como uma modulação de faixa estreita e as demais não?
4. Usando a portadora senoidal em 1 MHz e desvio D de frequência igual a 100 kHz, utilize o gerador de funções para injetar um sinal modulante senoidal externo de 4 V_{pp}, com varredura de 100 Hz a 4 kHz e com duração de 50s, na entrada externa do gerador de

funções. Trace o espectro deste sinal modulado. Explique a diferença entre as faixas de frequência ocupada pelo sinal gerado pelo gerador e o sinal modulado FM.

MODULAÇÃO PM

1. Ajuste o gerador de funções para que em sua saída haja uma onda senoidal (portadora) com amplitude A_c igual a 1 V_{pp} e frequência f_c = 40 Hz. Ajuste em seguida o sinal modulante senoidal com f_m = 10Hz. Verifique o que ocorre no domínio temporal para cada desvio D =0, 45º, 90º e 180º . Utilize a própria modulação PM interna do gerador.
2. Repita o procedimento anterior usando como sinal modulante uma onda quadrada, triangular e ruído.
3. Mantendo a modulante senoidal (conforme o item 1) o que ocorre se a portadora for uma onda quadrada, triangular, ruído ?