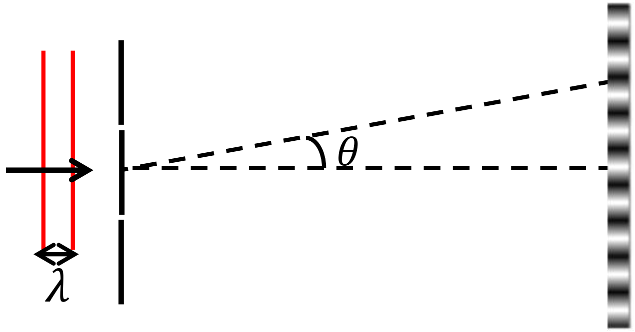
36.7 Difração por Duas Fendas

1. Interferência de fenda dupla de Young ($a \ll \lambda$) [Capítulo 35]



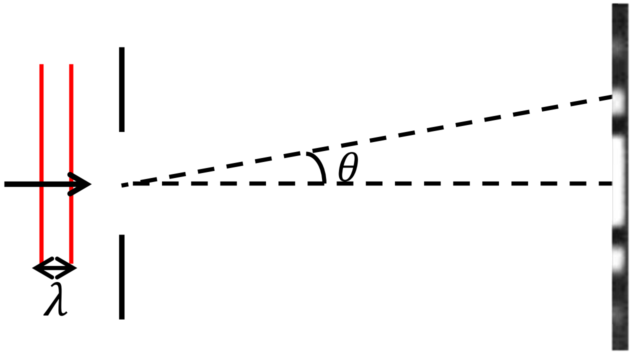
Máximos de interferência

$$d\,\mathrm{sen}\,\theta_m = m\lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

Mínimos de interferência

$$d\,\mathrm{sen}\,\theta_m = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

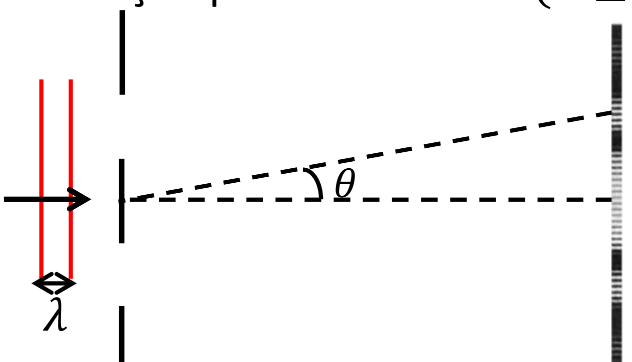
2. Difração por uma fenda ($a \geq \lambda$)



Mínimos de difração

$$a\,\mathrm{sen}\,\theta_m = m\lambda, m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

3. Difração por duas fendas ($a \geq \lambda$)



Máximos de interferência

$$d\,\mathrm{sen}\,\theta_m = m_i\lambda, m_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

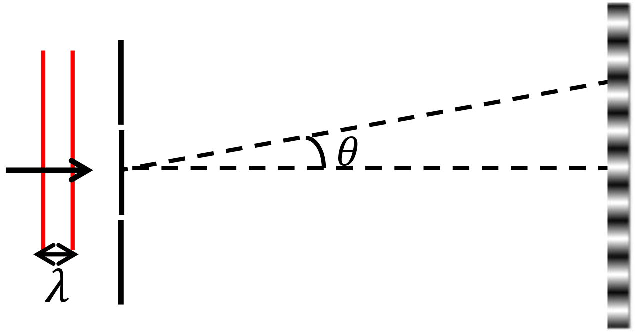
Mínimos de interferência

$$d\,\mathrm{sen}\,\theta_m = \left(m_i + \frac{1}{2}\right)\lambda, m_i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

Mínimos de difração

$$a\,\mathrm{sen}\,\theta_m = m_d\lambda, m_d = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

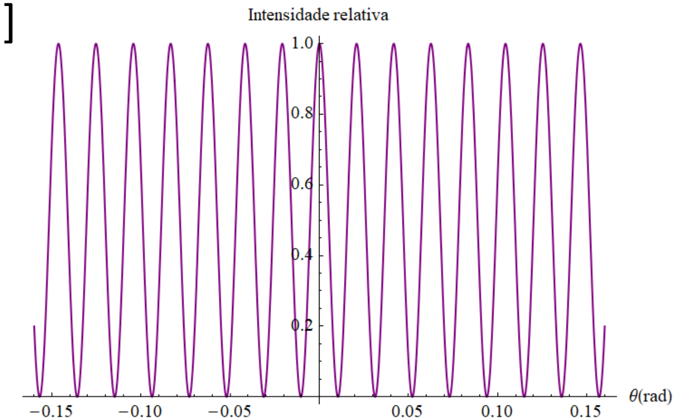
1. Interferência de fenda dupla de Young ($a \ll \lambda$) [Capítulo 35]



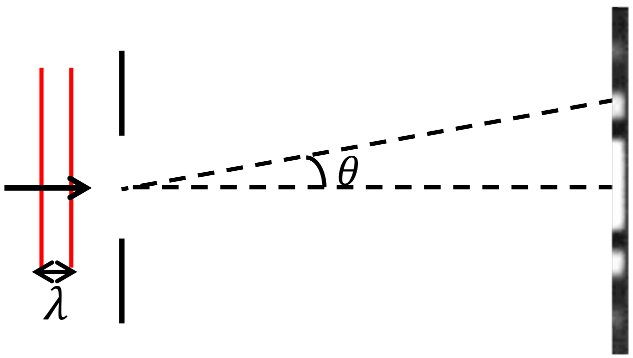
$$I(\theta) = I_m \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda}\operatorname{sen}\theta\right)$$

$$d = 1{,}944 \times 10^{-5}\ m$$

$$\lambda = 4{,}05 \times 10^{-7}\ m$$



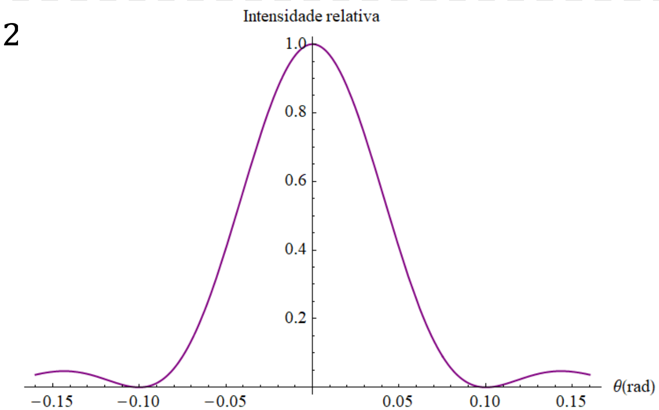
2. Difração por uma fenda ($a \geq \lambda$)



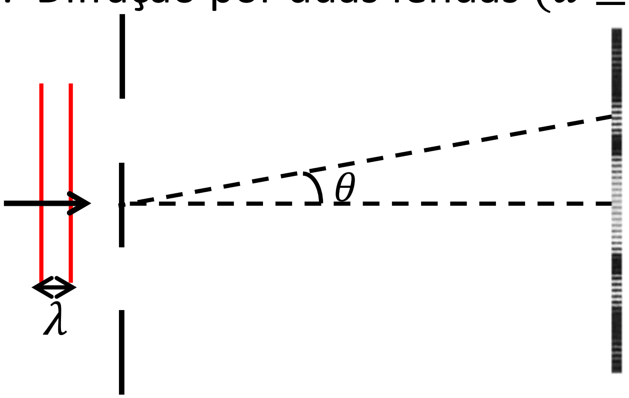
$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda}\operatorname{sen}\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda}\operatorname{sen}\theta}\right)^2$$

$$a = 4{,}05 \times 10^{-6}\ m$$

$$\lambda = 4{,}05 \times 10^{-7}\ m$$



3. Difração por duas fendas ($a \geq \lambda$)



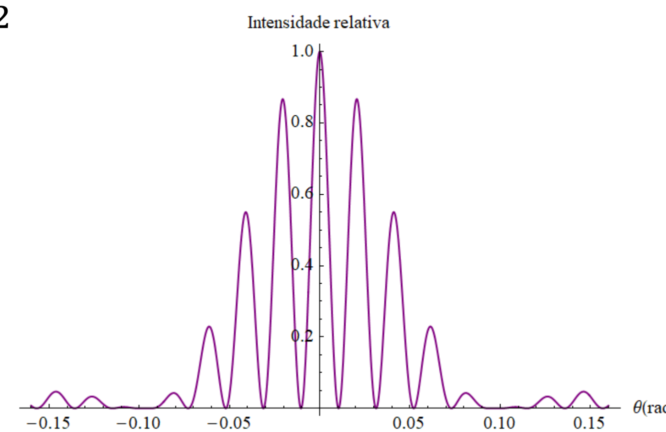
$$I(\theta) = I_m\ \cos^2(\beta)\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda}\operatorname{sen}\theta,\ \alpha = \frac{\pi a}{\lambda}\operatorname{sen}\theta$$

$$d = 1{,}944 \times 10^{-5}\ m$$

$$a = 4{,}05 \times 10^{-6}\ m$$

$$\lambda = 4{,}05 \times 10^{-7}\ m$$



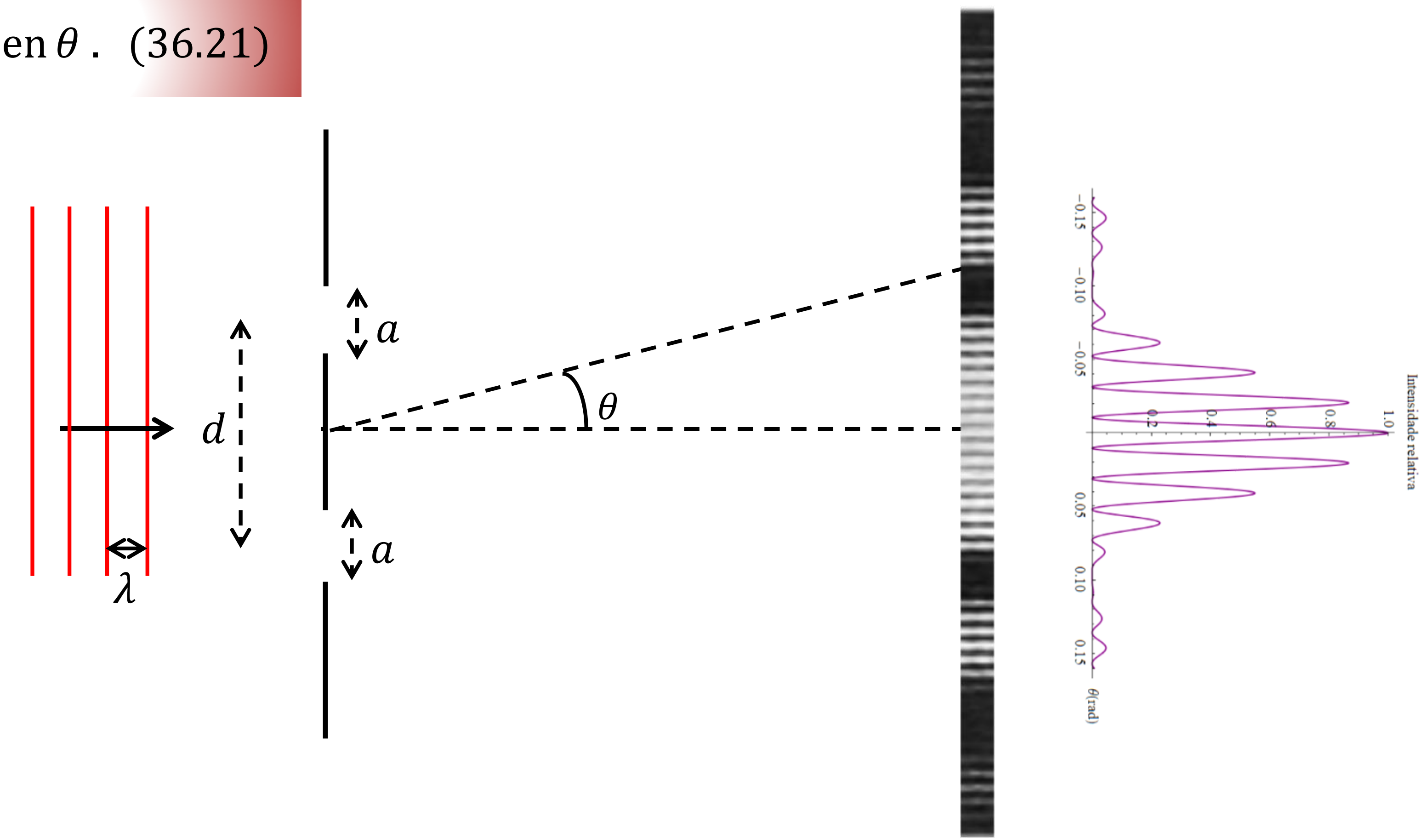
Levando em conta o efeito da difração, a intensidade da figura de interferência de duas fendas é dada por

$$I(\theta) = I_m \underbrace{\cos^2(\beta)}_{\text{fator de interferência}} \overbrace{\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2}^{\text{fator de difração}} . \qquad (36.19)$$

onde

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda}\operatorname{sen}\theta\,. \quad (36.20)$$

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda}\operatorname{sen}\theta\,. \quad (36.21)$$

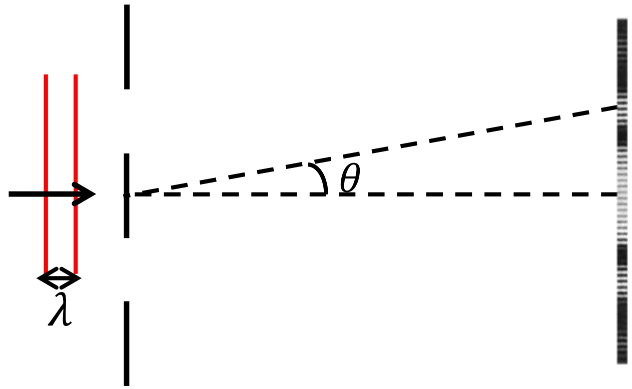


$$I(\theta) = I_m \cos^2(\beta)\left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2$$

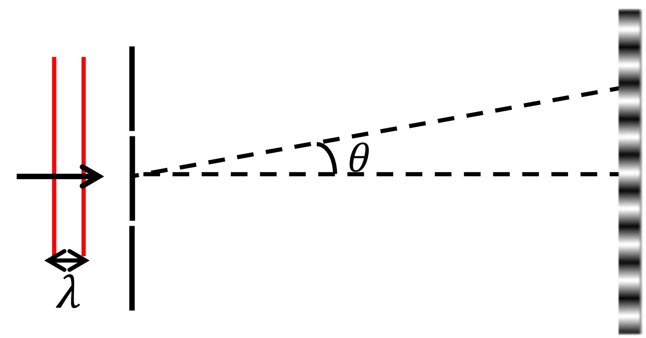
$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda}\operatorname{sen}\theta$$

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda}\operatorname{sen}\theta$$

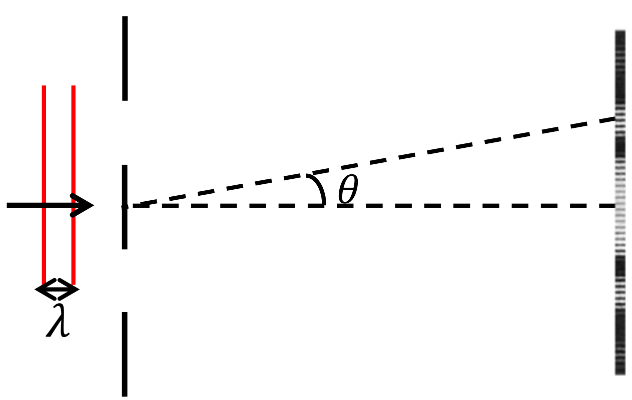
- Se $a \to 0$ $\Rightarrow$ $\alpha \to 0$ $\Rightarrow$ $\frac{\sin\alpha}{\alpha} \to 1$ $\Rightarrow$ $I(\theta) = I_m \cos^2(\beta)$



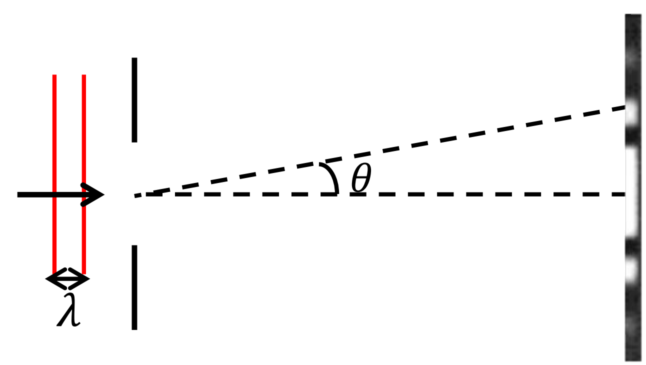
Se $a \to 0$



- Se $d \to 0$ $\Rightarrow$ $\beta \to 0$ $\Rightarrow$ $\cos\beta \to 1$ $\Rightarrow$ $I(\theta) = I_m \left(\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\alpha}\right)^2$

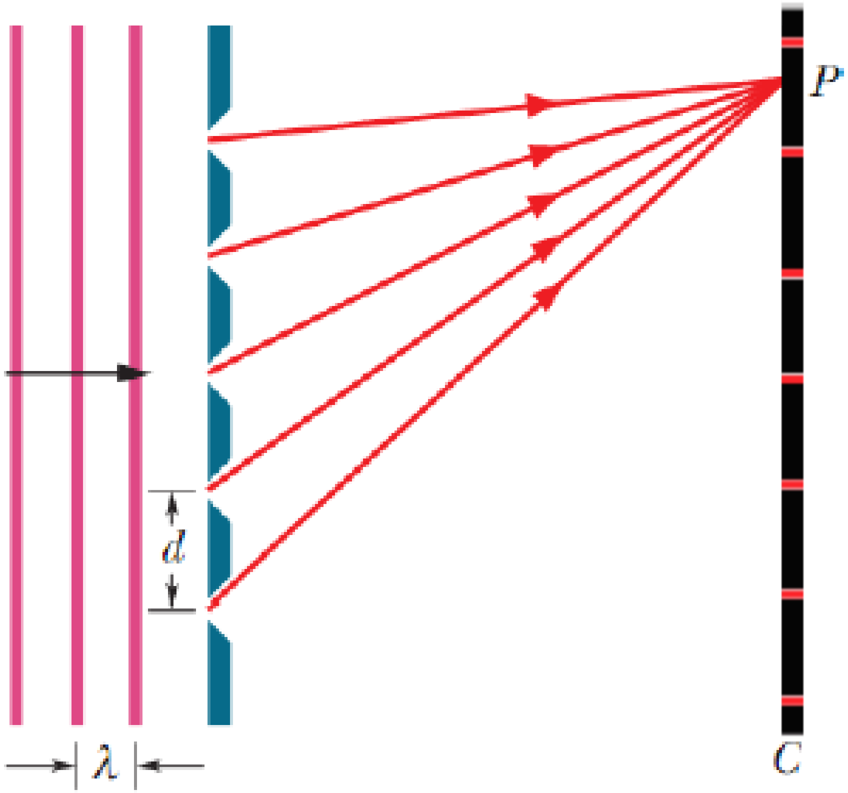


Se $d \to 0$

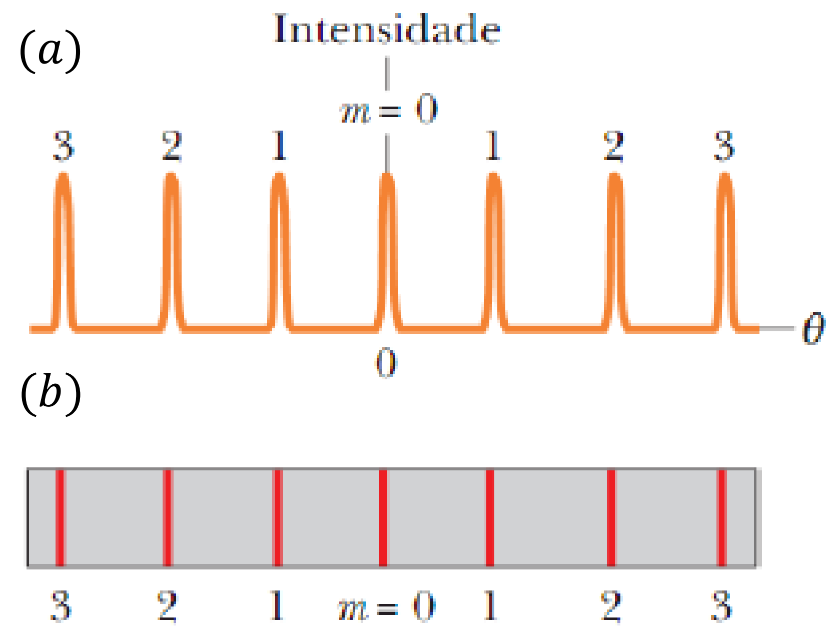


36.8 Redes de Difração

Uma rede de difração é um arranjo semelhante ao do experimento de fenda dupla de Young, exceto pelo fato de que o número de fendas, também chamadas de ranhuras, pode chegar a milhares por milímetro.

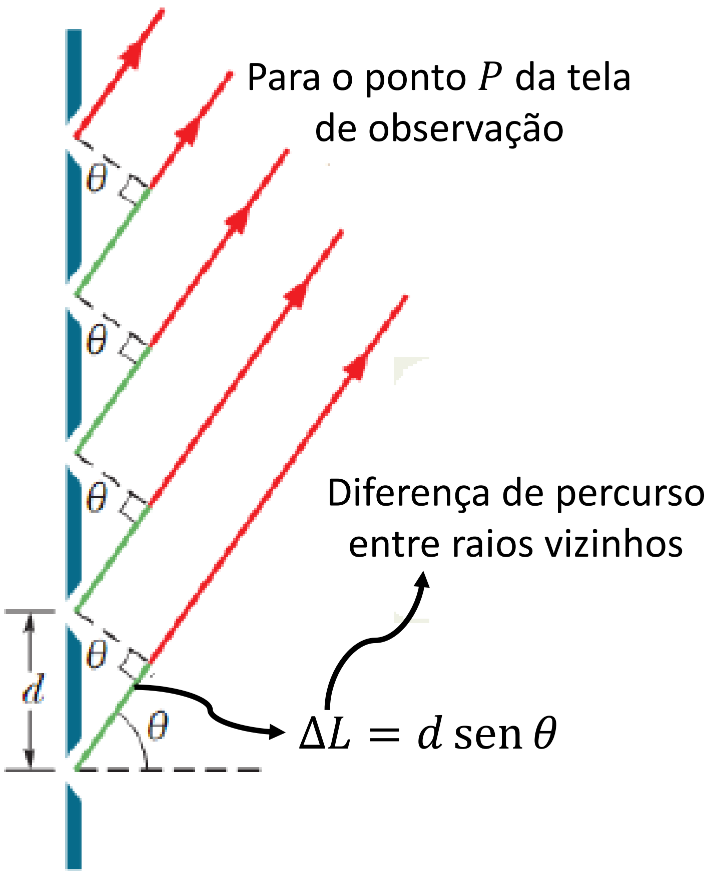


Rede de difração simplificada, com apenas 5 fendas (ou 5 ranhuras).



(a) A curva de interferência produzida por uma rede de difração com muitas ranhuras é constituída por picos estreitos, que aqui rotulamos pelos números de ordem, m. (b) As franjas claras correspondentes, observadas na tela C, são chamadas de linhas e também foram rotuladas pelos números de ordem, m.

Para determinar as posições das linhas na tela de observação, supomos que a tela está suficientemente afastada da rede para que os raios que chegam a um ponto P da tela sejam aproximadamente paralelos ao deixarem a rede de difração.



Haverá uma **linha** (ou **máximo**) no ponto P da tela se a diferença entre as distâncias percorridas por raios vizinhos for igual a um número inteiro de comprimentos de onda, ou seja, se

$$d\,\text{sen}\,\theta_m = m\lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \quad (36.35)$$

número de ordem

espaçamento de rede

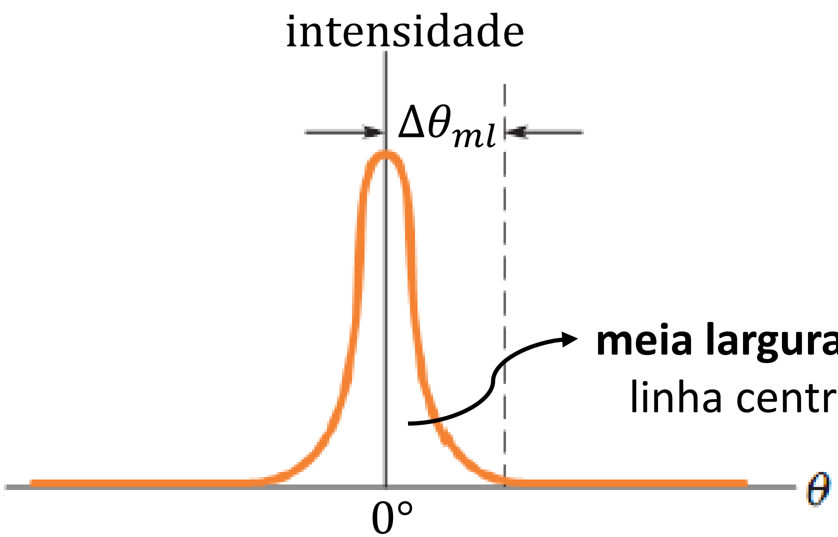
- Se uma rede de difração com largura total igual a w possui N ranhuras (ou fendas), *espaçamento de rede* (d) é dado por

$$d = \frac{w}{N}$$

Largura das Linhas

A capacidade de uma rede de difração resolver (separar) linhas de diferentes comprimentos de onda depende da largura das linhas.

A **meia largura** da linha central é definida como o ângulo $\Delta\theta_{ml}$ entre o centro da linha ($\theta_0 = 0°$) e o primeiro mínimo de intensidade.

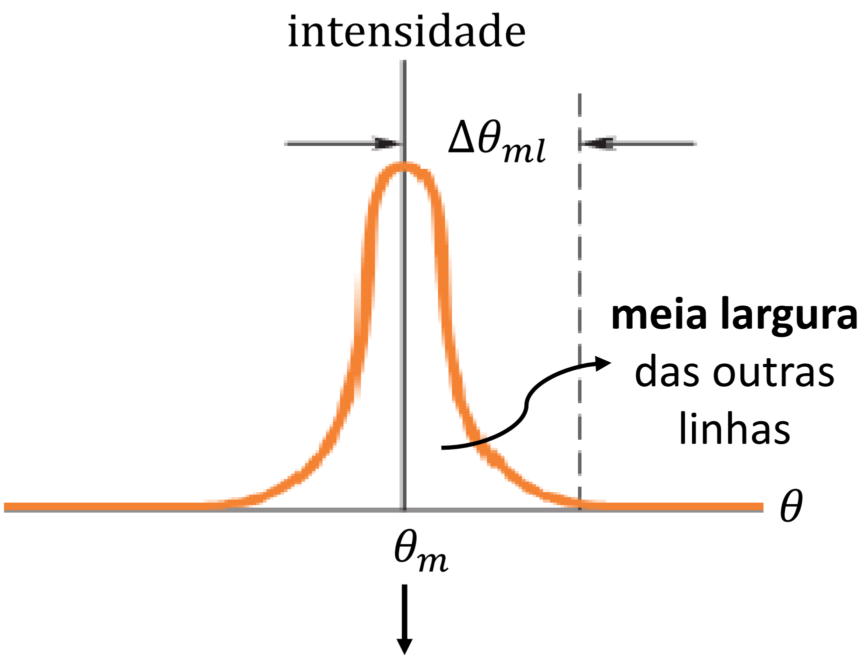


É possível demonstrar que a equação para a **meia largura** da linha central é dada por

$$\Delta\theta_{ml} = \frac{\lambda}{Nd}. \qquad (36.27)$$

A **meia largura** das outras linhas pode ser escrita como

$$\Delta\theta_{ml} = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta_m}. \qquad (36.28)$$



O Espectroscópio de Rede de Difração

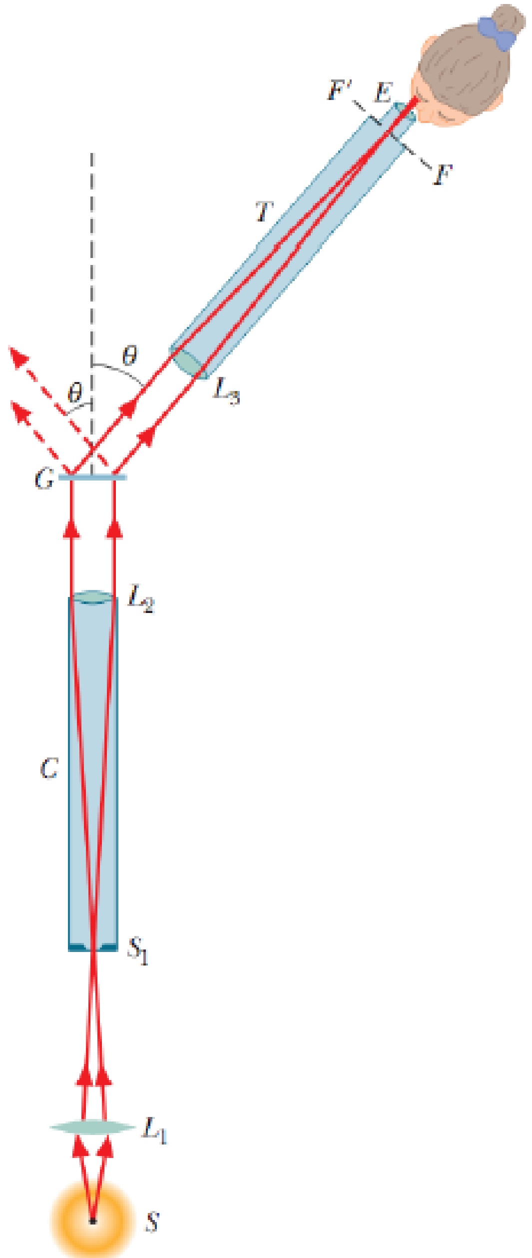
As redes de difração são usadas para determinar os comprimentos de onda emitidos por fontes luminosas de todos os tipos, desde lâmpadas até estrelas.

A figura ao lado mostra um **espectroscópio** simples baseado em um rede de difração. A luz da fonte S é focalizada pela lente L_1 em uma fenda S_1 colocada no plano focal da lente L_2. A luz que emerge do tubo C (que é chamado de *colimador*) é uma onda plana que incide perpendicularmente na rede G, onde é difratada, produzindo uma figura de difração simétrica em relação ao eixo do colimador.

Podemos observar a linha de difração que apareceria em uma tela em um dado ângulo θ orientando o telescópio T da figura ao lado para o mesmo ângulo.

De acordo com o que vimos no slide 6, a posição angular θ_m de cada **linha** (ou **máximo**) de difração para uma determinada ordem $m(\neq 0)$ depende do comprimento de onda λ, satisfazendo à seguinte equação:

$$d \operatorname{sen} \theta_m = m\lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$



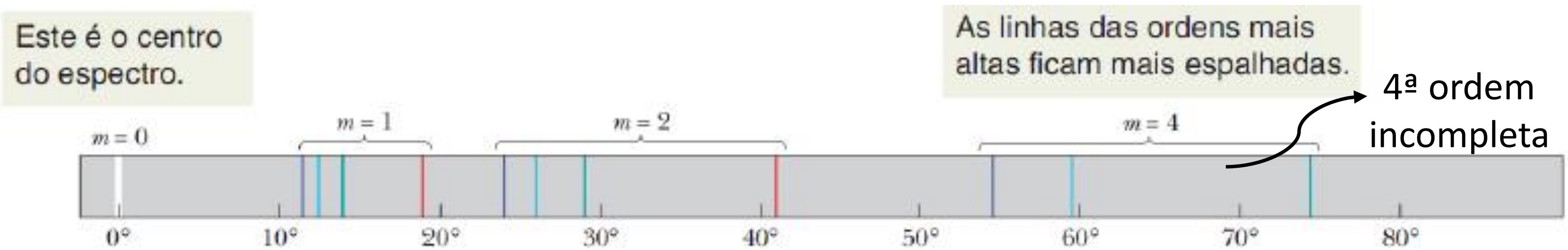


Figura 36-24 Linhas de emissão de ordem zero, um, dois e quatro do hidrogênio na faixa da luz visível. Observe que as linhas são mais afastadas para grandes ângulos. (São também mais largas e menos intensas, embora isso não seja mostrado na figura.)

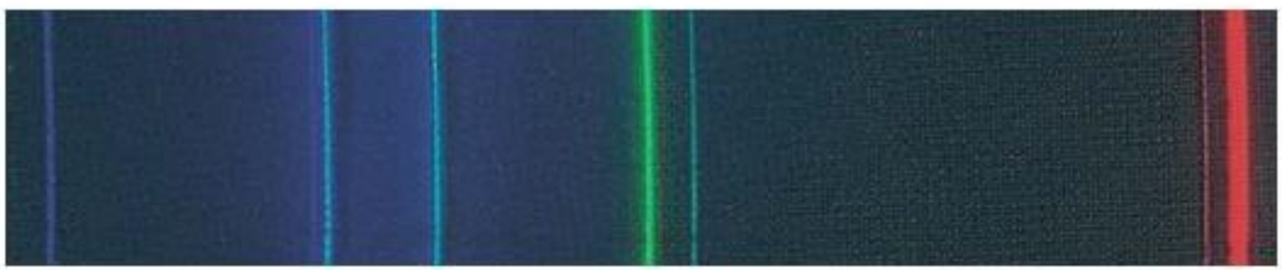


Figura 36-25 Linhas de emissão do cádmio na faixa da luz visível, observadas através de um espectroscópio. *(Department of Physics, Imperial College/Science Photo Library/Photo Researchers)*

36.9 Redes de Difração: Dispersão e Resolução

Dispersão

Uma rede de difração espalha as linhas difração associadas aos diferentes comprimentos de onda. Esse espalhamento, conhecido com **dispersão**, é definido através da equação

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}, \qquad (36.29)$$

onde $\Delta\theta$ é a separação angular entre duas linhas cujos comprimentos de onda diferem de $\Delta\lambda$.

É possível demonstrar que a **dispersão** de uma rede de difração para um ângulo θ_m é dada por

$$D = \frac{m}{d\cos\theta_m}. \qquad (36.30)$$

Resolução

Para resolver (distinguir) linhas cujos comprimentos de onda são muito próximos, é preciso que as linhas sejam suficientemente estreitas. Em outras palavras, a rede de difração deve ter uma alta **resolução**, R, definida através da equação

$$R = \frac{\lambda_{\text{méd}}}{\Delta\lambda}, \qquad (36.31)$$

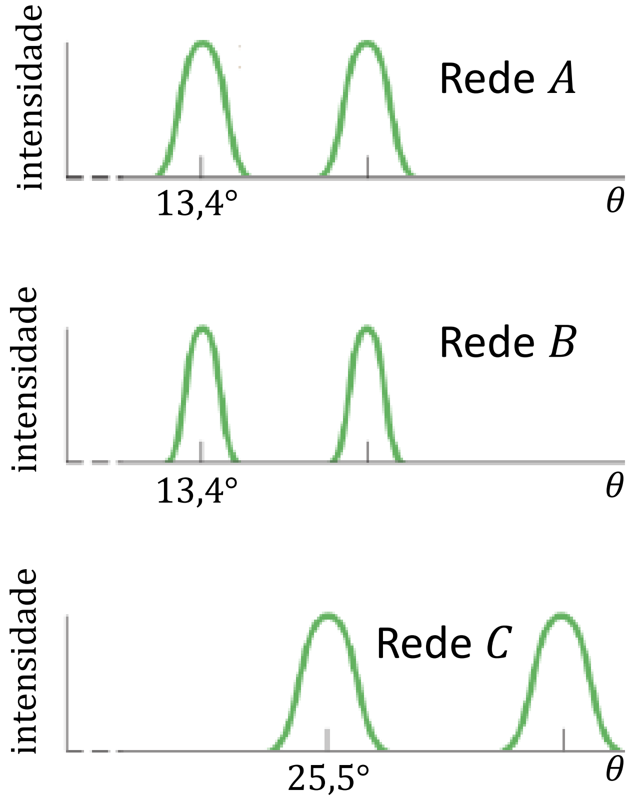
onde $\lambda_{\text{méd}}$ é a média dos comprimentos de onda de duas linhas que mal podem ser distinguidas e $\Delta\lambda$ é a diferença entre os comprimentos de onda das duas linhas.

É possível demonstrar que a **resolução** de uma rede de difração com N ranhuras é dada por

$$R = Nm. \qquad (36.32)$$

Comparação entre Dispersão e Resolução

$$\lambda = 589\ nm$$
$$m = 1$$



$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d\cos\theta_m}$$

Rede A: $D = 23{,}2\ °/\mu m$
Rede B: $D = 23{,}2\ °/\mu m$
Rede C: $D = 46{,}3\ °/\mu m$

$$R = \frac{\lambda_{méd}}{\Delta\lambda} = Nm$$

Rede A: $R = 10000$
Rede B: $R = 20000$
Rede C: $R = 10000$

Tabela 36-1

Parâmetros de Três Redes de Difração (Dados para $\lambda = 589\ nm$ e $m = 1$)

Rede	N	d (nm)	θ	D (°/μm)	R
A	10 000	2540	13,4°	23,2	10 000
B	20 000	2540	13,4°	23,2	20 000
C	10 000	1360	25,5°	46,3	10 000

Exercícios sugeridos das Seções 36.7, 36.8 e 36.9: 35, 37, 38, 39, 40, 41, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 53, 56, 57, 58, 60, 61, 63, 64, 81, 87 .

Exemplo 36.6) Uma rede de difração tem $N = 1{,}26 \times 10^4$ ranhuras uniformemente espaçadas em uma largura $w = 25{,}4\ mm$. A rede é iluminada perpendicularmente pela luz amarela de uma lâmpada de vapor de sódio. Essa luz contém duas linhas muito próximas (conhecidas como dubleto de sódio) com comprimentos de onda $\lambda_1 = 589{,}00\ nm$ e $\lambda_2 = 589{,}59\ nm$.

(a) Qual é o ângulo correspondente ao máximo de 1ª ordem para o comprimento de onda de $589{,}00\ nm$? [Ou seja, θ_1 =?]. E θ_1 =? Dica: $d = \frac{w}{N}$ e $d\,\mathrm{sen}\,\theta_m = m\lambda$.

(b) Usando a dispersão da rede, calcule a separação angular das duas linhas de 1ª ordem. [Ou seja, $\Delta\theta$ =?]. Dica: $\Delta\theta = \theta_1 - \theta_1$ ou $D = \frac{m}{d\cos\theta_m} = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$.

(c) Qual é o menor número de ranhuras que uma rede pode ter sem que e torne impossível distinguir as linhas de 1ª ordem do dubleto de sódio?[Ou seja, $N|_{mín}$ =?] Dica: $R = \frac{\lambda_{méd}}{\Delta\lambda} = Nm$.