Universidade Federal do Ceará

Departamento de Estatística e Matemática Aplicada

Bacheralado em Matemática Industrial

Atividades do módulo Análise Matricial
Disciplina: Álgebra Linear Computacional
Professor: Ricardo Coelho

1 Descrição do projeto

Esta atividade consiste da implementação dos algoritmo para resolver os problemas descritos em cada questão abaixo. A data final de entrega desse primeiro projeto está marcado para o dia 17 de janeiro de 2021 até às 23h59min.

A atividade é composta por:

1. Relatório de experimentos com os dados gerados para cada questão descrita abaixo;
2. Listagem do código fonte dos programas computacionais implementados para cada questão. Os programas podem ser implementados em qualquer linguagem que estejam familiarizados;
3. Manual de uso do programa computacional implementado. Esse manual deve informar principalmente como entrar com os dados no programa e como ler os dados de saída. **Obs.: Enfatizo que é importante que me enviem os códigos fonte e informem qual linguagem usada para implementá-los.**
4. Data final para entrega dos 3 ítens acima está marcada para o **dia 17 de janeiro de 2021**.

2 Questões

1) Dada uma matriz de dimensões $2m \times 2n$, obtenha a matriz formada pela rotação anti-horária das submatrizes obtidas dividindo a matriz original em quatro partes iguais, ou seja,

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad \bar{A} \begin{pmatrix} A_{12} & A_{22} \\ A_{11} & A_{21} \end{pmatrix}$$

2) Utilizando matrizes calcule $1 + 2 + \cdots + 1000 = \displaystyle\sum_{i=1}^{1000} i$.

3) Utilizando matrizes calcule $1^2 + 2^2 + \cdots + 1000^2 = \displaystyle\sum_{i=1}^{1000} i^2$.

4) Utilizando matrizes calcule $1^1 + 2^2 + \cdots + 20^{20} = \displaystyle\sum_{i=1}^{1000} i^i$.

5) Na teoria de séries de Fourier, temos que $\dfrac{\pi^2}{6} = \displaystyle\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{i^2}$. Definimos a aproximação de ordem k de π por $\pi_k = \sqrt{6 \displaystyle\sum_{i=1}^{k} \frac{1}{i^2}}$. Usando matrizes, calcule π_{1000}. Encontre o valor de k para que o valor de π seja correto até a quinta casa decimal.

6) Dado um vetor de valores $\begin{pmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_n \end{pmatrix}$ e um número k, gere uma matriz A de dimensões $k \times (n+1)$ tal que cada linha de A é igual ao vetor dado.

7) Idem ao exercício anterior, mas cada coluna deve ser igual ao vetor dado transposto.

8) Dado um vetor de valores $\begin{pmatrix} x_0 & x_1 & \dots & x_n \end{pmatrix}$ e um inteiro k, obtenha a matriz de Vandermonde.

$$\begin{pmatrix} 1 & x_0 & \dots & x_0^k \\ 1 & x_1 & \dots & x_1^k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_n & \dots & x_n^k \end{pmatrix}$$

9) Faça uma função que gere e grave em disco o gráfico do polinômio $x^5 - 15x^4 + 85x^3 - 225x^2 + 274x - 120$ no intervalo $[0.5, 5.5]$ e a reta $y = 0$.

10) Faça uma função que gere e grave em disco o gráfico da função $f(x, y) = x^2 + y^2$ no domínio $[-1, 1] \times [-1, 1]$.

11) Faça uma função que dada uma matriz $\mathbf{A}$, calcule e retorne a norma-1 de $\mathbf{A}$.

12) Faça uma função que dada uma matriz $\mathbf{A}$, calcule e retorne a norma-∞ de $\mathbf{A}$.

13) Faça uma função que dada uma matriz $\mathbf{A}$, um número inteiro p e um número limite m, calcule e retorne uma aproximação para a norma-p de $\mathbf{A}$.
Dica: Gere m vetores aleatórios unitários. Calcule a razão usada na definição de norma-p para cada um destes vetores. Tome o maior valor como a norma-p.

14) Faça uma função que dada uma matriz $\mathbf{A}$ real e simétrica, encontro uma aproximação para o maior autovalor de $\mathbf{A}$.
Dica: Use o exercício anterior para calcular a norma-2 de $\mathbf{A}$. Use o corolário de caracterização da norma-2 para obter a aproximação.

15) Faça uma função que dada uma matriz $\mathbf{A}$, um número inteiro p e um número limite m, calcule e retorne uma aproximação para $cond_p(\mathbf{A})$.
Dica: Modifique o exercício 5 do exercício computacional anterior para calcular $magmax(\mathbf{A})$ e $magmin(\mathbf{A})$.

Boa Sorte.