

# 自控原理复习

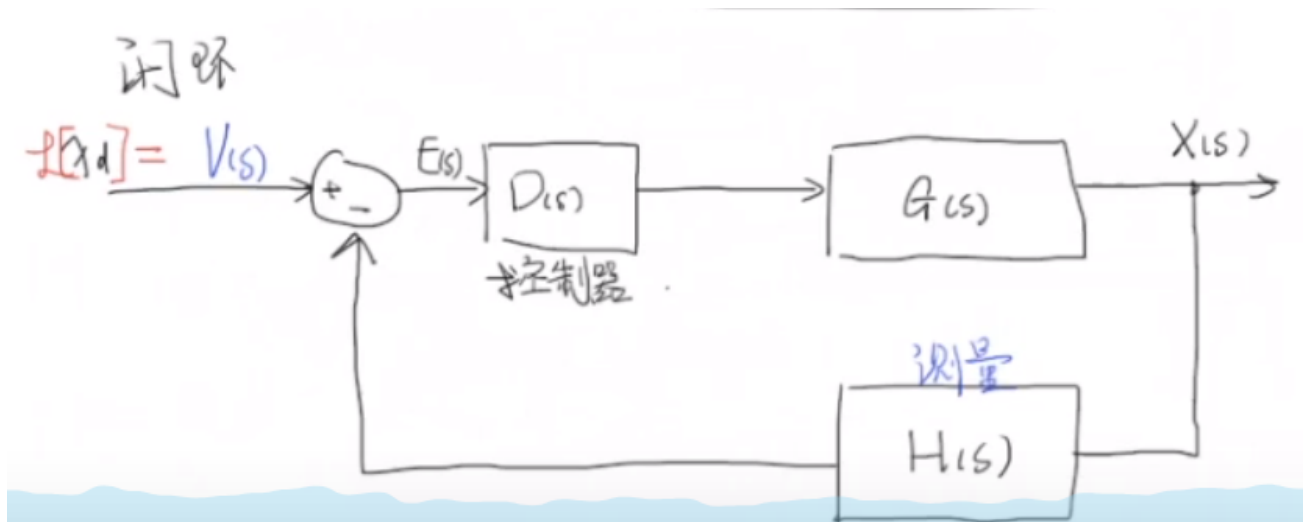
## 开环与闭环简介

先贴链接<https://www.bilibili.com/video/av62276712>

视有无反馈

铁壶烧水系统；将进气阀作为输入，水温视作输出，则为开环系统。

电壶烧水；电功率作为输入，水温作输出，温度传感器作反馈，则为闭环系统。

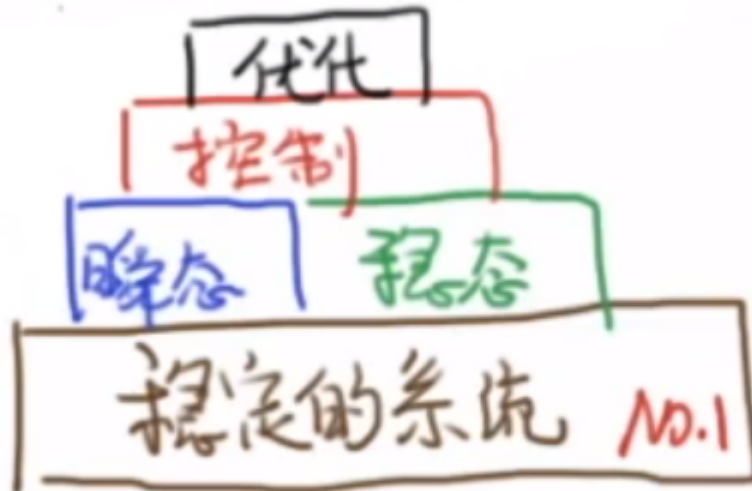


如图所示，自控的目的，就是设计合理的控制器

## 稳定性分析\_零极点

先上链接[https://www.bilibili.com/video/av63015565/?spm\\_id\\_from=333.788.videocard.0](https://www.bilibili.com/video/av63015565/?spm_id_from=333.788.videocard.0)

重要



稳定性，一句话，极点在左边

以单摆系统为例，单摆系统有两个平衡点，上面一个，下面一个。下面那个稳定，上面那个不稳定。

想要让上面那个稳定，那就得加上控制系统（吹风单摆）输入：吹风机功率；输出：单摆位置

系统的稳定性可由单位冲击响应来判断，而单位冲击函数拉氏变换为1，所以系统稳定性可由系统传函（开环系统就是开环传函，闭环系统就是闭环传函）直接看出。

当系统有在右边的极点时，打出下图所示组合拳，就能很轻易地发现系统不稳定

例①:  $G(s) = \frac{1}{s^2 + s - 6} = \frac{1}{(s+3)(s-2)}$   $(s+3)(s-2)=0 \Rightarrow \begin{matrix} P_1 = -3 \\ P_2 = 2 \end{matrix}$

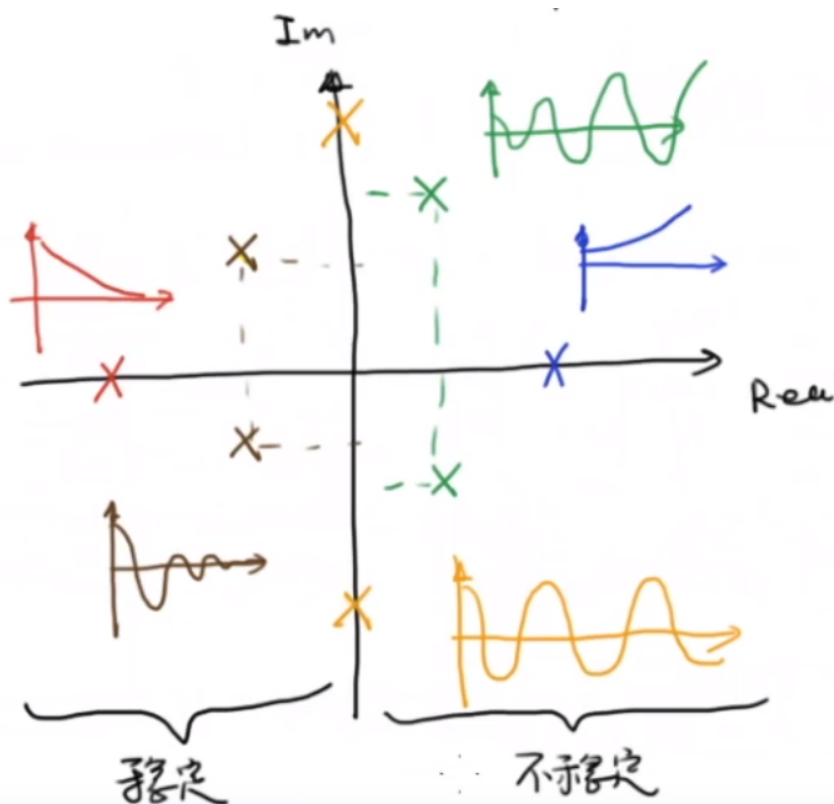
输出  $X(s) = 1 \cdot G(s) = \frac{1}{(s+3)(s-2)} = \frac{C_1}{s+3} + \frac{C_2}{s-2}$

$x(t) = \mathcal{L}^{-1}[X(s)] = C_1 e^{-3t} + C_2 e^{2t}$

【动态系统的建模与  
6. 传递函数 (Transfer Function) 与拉普拉斯  
变换 (Laplace Transform)】

【动态系统的建模与  
5. 拉普拉斯变换的收敛  
与逆变换 (ILT)】

极点 X



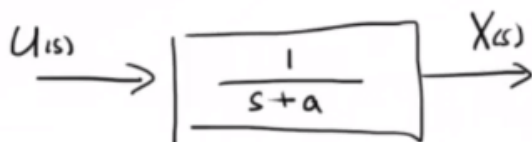
## 非零初始条件下的传递函数

以一阶系统为例分析：

在零初始条件时，打出下列组合拳，可得输出关于输入的微分方程：



1st order



$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{1}{s+a}$$

$$\mathcal{L}[sX(s) + aX(s)] = \mathcal{L}[U(s)]$$

$$\dot{x}(t) + ax(t) = u(t)$$

$$x(0) = 0$$

再分析当非零状态时，打出下列组合拳：

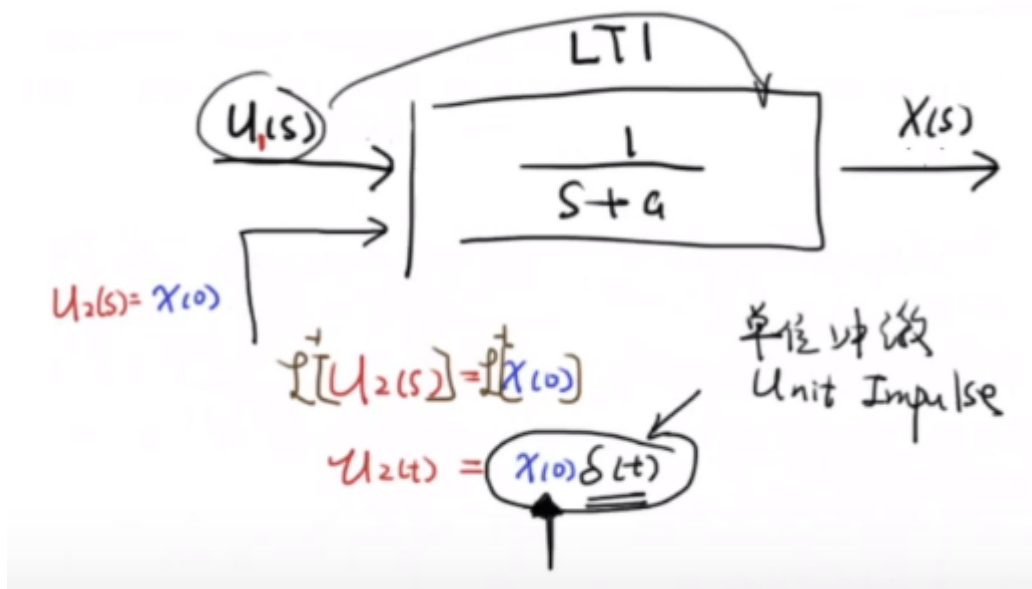
$$\mathcal{L}[\dot{x}(t) + ax(t)] = \mathcal{L}[u(t)] \quad x(0) \neq 0$$

$$sX(s) - \underbrace{x(0)}_{\text{circled}} + aX(s) = U(s)$$

$$(s+a)X(s) = U(s) + x(0)$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{U(s) + x(0)} = \frac{1}{s+a}$$

此时的可认为传递函数不变，但输入增加了一项，注意上图中分母项的 $x(0)$ 应该是大写的（零状态的拉氏变换）其拉氏逆变换等于小写的 $x(0)$ 再乘以一个单位冲激。在系统是LTI的前提下，可将 $x(0)$ 项看作是另一个输入，如下图所示



对于二阶系统，使用相同方法进行推导，可得：

## 二阶系统非零状态传递函数的推导

$$\rightarrow \left[ \frac{1}{s^2 + bs + a} \right] \rightarrow$$

典型二阶系统(零状态)

$$\Rightarrow \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 + bs + a}$$

取拉氏逆变换, 得:

$$\mathcal{L}^{-1}[U(s)] = \mathcal{L}^{-1}[Y(s) \cdot (s^2 + bs + a)]$$

$$\Rightarrow u(t) = y''(t) + by'(t) + ay(t)$$

这便是二阶系统微分方程

在  $y(0) \neq 0$  时, 变回去

$$U(s) = s^2 Y(s) - sy(0) - y'(0) + b(sY(s) - y(0)) + aY(s)$$

化简得.

$$C_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s) + [sy(0) + y'(0) + by(0)]} = \frac{1}{s^2 + bs + a}$$