【数据结构和算法05】 红-黑树(看完包懂~)

转载自:https://blog.csdn.net/eson 15/article/details/51144079

(友情提示,红-黑树是基于二叉搜索树的,如果对二叉搜索树不了解,可以先看看:<u>二叉搜索树</u>)

从第4节的分析中可以看出,二叉搜索树是个很好的数据结构,可以快速地找到一个给定关键字的数据项,并且可以快速地插入和删除数据项。但是二叉搜索树有个很麻烦的问题,如果树中插入的是随机数据,则执行效果很好,但如果插入的是有序或者逆序的数据,那么二叉搜索树的执行速度就变得很慢。因为当插入数值有序时,二叉树就是非平衡的了,排在一条线上,其实就变成了一个链表……它的快速查找、插入和删除指定数据项的能力就丧失了。

为了能以较快的时间O(logN)来搜索一棵树,需要保证树总是平衡的(或者至少大部分是平衡的),这就是说对树中的每个节点在它左边的后代数目和在它右边的后代数目应该大致相等。红-黑树的就是这样的一棵平衡树,对一个要插入的数据项,插入例程要检查会不会破坏树的特征,如果破坏了,程序就会进行纠正,根据需要改变树的结构,从而保持树的平衡。那么红-黑树都有哪些特征呢?

1.红-黑树的特征

它主要有两个特征:1.节点都有颜色;2.在插入和删除的过程中,要遵循保持这些颜色的不同排列的规则。首先第一个特征很好解决,在节点类中店家一个数据字段,例如boolean型变量,以此来表示节点的颜色信息。第二个特征比较复杂,红-黑树有它的几个规则,如果遵循这些规则,那么树就是平衡的。红-黑树的主要规则如下:

- 1. 每个节点不是红色就是黑色的;
- 2. 根节点总是黑色的;
- 3. 如果节点是红色的,则它的子节点必须是黑色的(反之不一定);
 - 4. 从根节点到叶节点或空子节点的每条路径,必须包含相同数目的黑色节点(即相同的黑色高度)。

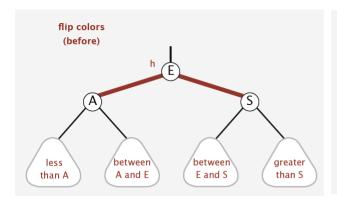
在红-黑树中插入的节点都是红色的,这不是偶然的,因为插入一个红色节点比插入一个黑色节点违背红-黑规则的可能性更小。原因是:插入黑色节点总会改变黑色高度(违背规则4),但是插入红色节点只有一半的机会会违背规则3。另外违背规则3比违背规则4要更容易修正。当插入一个新的节点时,可能会破坏这种平衡性,那么红-黑树是如何修正的呢?

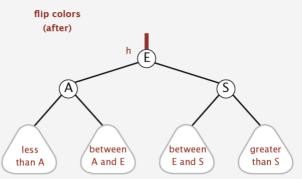
2.平衡性的修正

红-黑树主要通过三种方式对平衡进行修正,改变节点颜色、左旋和右旋。这看起来有点抽象,我们分别来介绍它 们。

1. 变色

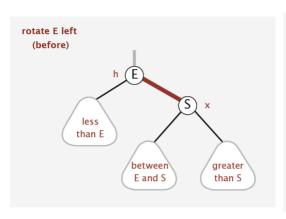
改变节点颜色比较容易理解,因为它违背了规则3。假设现在有个节点E,然后插入节点A和节点S,节点A在左子节点,S在右子节点,目前是平衡的。如果此时再插一个节点,那么就出现了不平衡了,因为红色节点的子节点必须为黑色,但是新插的节点是红色的。所以这时候就必须改变节点颜色了。所以我们将根的两个子节点从红色变为黑色(至于为什么都要变,下面插入的时候会详细介绍),将父节点会从黑色变成红色。可以用如下示意图表示一下:

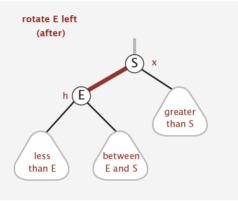




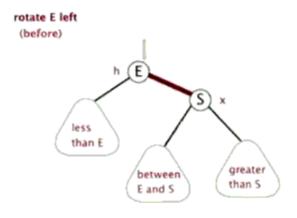
2.左旋

通常左旋操作用于将一个向右倾斜的红色链接旋转为向左链接。示意图如下:



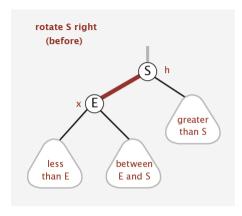


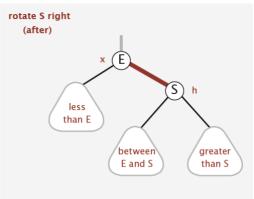
左旋有个很萌萌哒的动态示意图,可以方便理解:



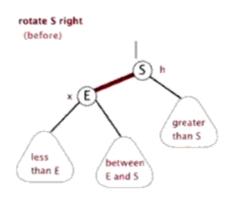
3.右旋

右旋可左旋刚好相反,这里不再赘述,直接看示意图:





当然咯,右旋也有个萌萌的动态图:



这里主要介绍了红-黑树对平衡的三种修正方式,大家有个感性的认识,那么什么时候该修正呢?什么时候该用哪种修正呢?这将是接下来我们要探讨的问题。

3.红-黑树的操作

红-黑树的基本操作是添加、删除和旋转。对红-黑树进行添加或删除后,可能会破坏其平衡性,会用到哪种旋转方式去修正呢?我们首先对红-黑树的节点做一介绍,然后分别对左旋和右旋的具体实现做一分析,最后我们探讨下红-黑树的具体操作

1.红-黑树的节点

红-黑树是对二叉搜索树的改进,所以其节点与二叉搜索树是差不多的,只不过在它基础上增加了一个boolean型变量来表示节点的颜色,具体看RBNode类:

```
public class RBNode<T extends Comparable<T>>{
boolean color; //颜色
T key; //关键字(键值)
RBNode<T> left; //左子节点
RBNode<T> right; //右子节点
RBNode<T> parent; //父节点
public RBNode(T key, boolean color, RBNode<T> parent, RBNode<T> right) {
this.key = key;
```

```
9
          this.color = color;
10
        this.parent = parent;
         this.left = left;
11
         this.right = right;
12
13 }
   public T getKey() {
14
15
         return key;
16
    public String toString() {
17
18
         return "" + key + (this.color == RED? "R" : "B");
19
20 }
```

2. 左旋具体实现

上面对左旋的概念已经有了感性的认识了,这里就不再赘述了,我们从下面的代码中结合上面的示意图,探讨一下 左旋的具体实现:

```
/***********对红黑树节点x进行左旋操作 ***********/
2
  * 左旋示意图:对节点x进行左旋
3
   * р
4
                             p
5
   * X
6
                           V
  * / \
7
                          / \
    * 1x y
8
9
       /\
                        /\
  * ly ry
10
                       1x 1v
  * 左旋做了三件事:
11
   * 1. 将y的左子节点赋给x的右子节点,并将x赋给y左子节点的父节点(y左子节点非空时)
    * 2. 将x的父节点p(非空时)赋给y的父节点,同时更新p的子节点为y(左或右)
13
   * 3. 将y的左子节点设为x,将x的父节点设为y
14
15
16
  private void leftRotate(RBNode<T> x) {
      //1. 将y的左子节点赋给x的右子节点,并将x赋给y左子节点的父节点(y左子节点非空时)
17
18
      RBNode<T> y = x.right;
19
     x.right = y.left;
20
     if(y.left != null)
21
          y.left.parent = x;
      //2. 将x的父节点p(非空时)赋给y的父节点,同时更新p的子节点为y(左或右)
22
23
     y.parent = x.parent;
      if(x.parent == null) {
24
25
         this.root = y; //如果x的父节点为空,则将y设为父节点
26
      } else {
         if(x == x.parent.left) //如果x是左子节点
27
28
             x.parent.left = y; //则也将y设为左子节点
29
          else
             x.parent.right = y;//否则将y设为右子节点
31
      //3. 将y的左子节点设为x,将x的父节点设为y
33
      y.left = x;
      x.parent = y;
```

3. 右旋具体实现

上面对右旋的概念已经有了感性的认识了,这里也不再赘述了,我们从下面的代码中结合上面的示意图,探讨一下 右旋的具体实现:

```
2
   * 左旋示意图:对节点y进行右旋
3
4
           p
5
6
         У
7
        / \
                         / \
8
       /\
                          /\
9
   * lx rx
10
                         rx ry
11
   * 右旋做了三件事:
   * 1. 将x的右子节点赋给y的左子节点,并将y赋给x右子节点的父节点(x右子节点非空时)
    * 2. 将y的父节点p(非空时)赋给x的父节点,同时更新p的子节点为x(左或右)
14
    * 3. 将x的右子节点设为y,将y的父节点设为x
   */
15
16
   private void rightRotate(RBNode<T> y) {
      //1. 将y的左子节点赋给x的右子节点,并将x赋给y左子节点的父节点(y左子节点非空时)
17
18
      RBNode<T> x = y.left;
19
     y.left = x.right;
20
     if(x.right != null)
         x.right.parent = y;
21
      //2. 将x的父节点p(非空时)赋给y的父节点,同时更新p的子节点为y(左或右)
22
      x.parent = y.parent;
24
     if(y.parent == null) {
         this.root = x; //如果x的父节点为空,则将y设为父节点
25
26
      } else {
27
         if(y == y.parent.right) //如果x是左子节点
             y.parent.right = x; //则也将y设为左子节点
29
         else
             y.parent.left = x;//否则将y设为右子节点
      }
31
32
      //3. 将y的左子节点设为x,将x的父节点设为y
      x.right = y;
34
      y.parent = x;
35
  }
```

4. 插入操作

分析完了红-黑树中主要的旋转操作,接下来我们开始分析常见的插入、删除等操作了。这里先分析插入操作。由于红-黑树是二叉搜索树的改进,所以插入操作的前半工作时相同的,即先找到待插入的位置,再将节点插入,先来看看插入的前半段代码:

```
1 /************************* 向红黑树中插入节点 ***************/
```

```
public void insert(T key) {
3
       RBNode<T> node = new RBNode<T>(key, RED, null, null, null);
4
       if(node != null)
           insert(node);
5
6 }
   //将节点插入到红黑树中,这个过程与二叉搜索树是一样的
   private void insert(RBNode<T> node) {
       RBNode<T> current = null; //表示最后node的父节点
9
       RBNode<T> x = this.root; //用来向下搜索用的
10
11
       //1. 找到插入的位置
       while(x != null) {
12
           current = x;
           int cmp = node.key.compareTo(x.key);
14
15
           if(cmp < 0)
16
               x = x.left;
           else
17
18
               x = x.right;
19
       node.parent = current; //找到了位置,将当前current作为node的父节点
20
       //2. 接下来判断node是插在左子节点还是右子节点
21
       if(current != null) {
22
           int cmp = node.key.compareTo(current.key);
23
24
           if(cmp < 0)
25
               current.left = node;
26
           else
27
               current.right = node;
28
       } else {
           this.root = node;
29
30
31
       //3. 将它重新修整为一颗红黑树
32
       insertFixUp(node);
33 }
```

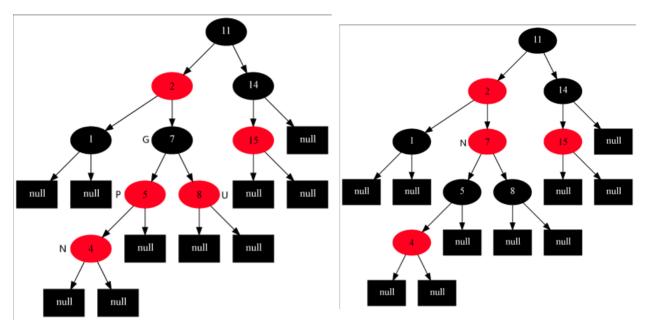
这与二叉搜索树中实现的思路一模一样,这里不再赘述,主要看看方法里面最后一步insertFixUp操作。因为插入后可能会导致树的不平衡,insertFixUp方法里主要是分情况讨论,分析何时变色,何时左旋,何时右旋。我们先从理论上分析具体的情况,然后再看insertFixUp方法的具体实现。

如果是第一次插入,由于原树为空,所以只会违反红-黑树的规则2,所以只要把根节点涂黑即可;如果插入节点的 父节点是黑色的,那不会违背红-黑树的规则,什么也不需要做;但是遇到如下三种情况时,我们就要开始变色和 旋转了:

- 1. 插入节点的父节点和其叔叔节点(祖父节点的另一个子节点)均为
- 2. 插入节点的父节点是红色,叔叔节点是黑色,且插入节点是其父节点的右子节点;
- 3. 插入节点的父节点是红色,叔叔节点是黑色,且插入节点是其父节点的左子节点。

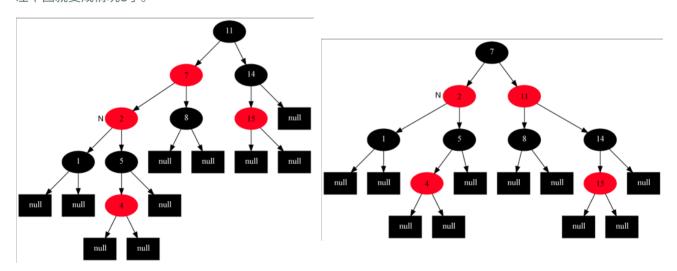
下面我们先挨个分析这三种情况都需要如何操作,然后再给出实现代码。

对于情况1:插入节点的父节点和其叔叔节点(祖父节点的另一个子节点)均为红色的。此时,肯定存在祖父节点,但是不知道父节点是其左子节点还是右子节点,但是由于对称性,我们只要讨论出一边的情况,另一种情况自然也与之对应。这里考虑父节点是祖父节点的左子节点的情况,如下左图所示:



对于这种情况,我们要做的操作有:将当前节点(4)的父节点(5)和叔叔节点(8)涂黑,将祖父节点(7)涂红,变成上右图所示的情况。再将当前节点指向其祖父节点,再次从新的当前节点开始算法(具体等下看下面的程序)。这样上右图就变成了情况2了。

对于情况2:插入节点的父节点是红色,叔叔节点是黑色,且插入节点是其父节点的右子节点。我们要做的操作有:将当前节点(7)的父节点(2)作为新的节点,以新的当前节点为支点做左旋操作。完成后如左下图所示,这样左下图就变成情况3了。



对于情况3:插入节点的父节点是红色,叔叔节点是黑色,且插入节点是其父节点的左子节点。我们要做的操作有:将当前节点的父节点(7)涂黑,将祖父节点(11)涂红,在祖父节点为支点做右旋操作。最后把根节点涂黑,整个红-黑树重新恢复了平衡,如右上图所示。至此,插入操作完成!

我们可以看出,如果是从情况1开始发生的,必然会走完情况2和3,也就是说这是一整个流程,当然咯,实际中可能不一定会从情况1发生,如果从情况2开始发生,那再走个情况3即可完成调整,如果直接只要调整情况3,那么前两种情况均不需要调整了。故变色和旋转之间的先后关系可以表示为:变色->左旋->右旋。

至此,我们完成了全部的插入操作。下面我们看看insertFixUp方法中的具体实现(可以结合上面的分析图,更加利与理解):

- private void insertFixUp(RBNode<T> node) {
- 2 RBNode<T> parent, gparent; //定义父节点和祖父节点

```
//需要修整的条件:父节点存在,且父节点的颜色是红色
3
4
     while(((parent = parentOf(node)) != null) && isRed(parent)) {
5
       gparent = parentOf(parent);//获得祖父节点
       //若父节点是祖父节点的左子节点,下面else与其相反
6
 7
       if(parent == gparent.left) {
         RBNode<T> uncle = gparent.right; //获得叔叔节点
         //case1: 叔叔节点也是红色
9
         if(uncle != null && isRed(uncle)) {
10
           setBlack(parent); //把父节点和叔叔节点涂黑
11
12
           setBlack(uncle);
           setRed(gparent); //把祖父节点涂红
13
           node = gparent; //将位置放到祖父节点处
14
           continue; //继续while, 重新判断
15
         }
16
17
         //case2: 叔叔节点是黑色,且当前节点是右子节点
18
         if(node == parent.right) {
           leftRotate(parent); //从父节点处左旋
19
           RBNode<T> tmp = parent; //然后将父节点和自己调换一下,为下面右旋做准备
20
21
           parent = node;
22
           node = tmp;
23
         //case3: 叔叔节点是黑色,且当前节点是左子节点
24
25
         setBlack(parent);
26
         setRed(gparent);
27
         rightRotate(gparent);
       } else { //若父节点是祖父节点的右子节点,与上面的完全相反,本质一样的
28
29
         RBNode<T> uncle = gparent.left;
         //case1: 叔叔节点也是红色
31
         if(uncle != null & isRed(uncle)) {
32
           setBlack(parent);
           setBlack(uncle);
34
           setRed(gparent);
35
           node = gparent;
36
           continue;
         //case2: 叔叔节点是黑色的,且当前节点是左子节点
38
         if(node == parent.left) {
39
40
           rightRotate(parent);
           RBNode<T> tmp = parent;
41
42
           parent = node;
           node = tmp;
43
44
         }
         //case3: 叔叔节点是黑色的,且当前节点是右子节点
45
46
         setBlack(parent);
47
         setRed(gparent);
48
         leftRotate(gparent);
       }
49
50
     }
     //将根节点设置为黑色
51
52
     setBlack(this.root);
53
   }
```

5.删除操作

上面探讨完了红-黑树的插入操作,接下来讨论删除,红-黑树的删除和二叉查找树的删除是一样的,只不过删除后 多了个平衡的修复而已。我们先来回忆一下二叉搜索树的删除(也可以直接阅读这篇博客:二叉搜索树):

- 1. 如果待删除节点没有子节点,那么直接删掉即可;
- 2. 如果待删除节点只有一个子节点,那么直接删掉,并用其子节点去顶替它;
- 3. 如果待删除节点有两个子节点,这种情况比较复杂:首选找出它的后继节点,然后处理"后继节点"和"被删除节点的父节点"之间的关系,最后处理"后继节点的子节点"和"被删除节点的子节点"之间的关系。每一步中也会有不同的情况,我们结合下面代码的分析就能弄清楚,当然了,如果已经弄懂了二叉搜索树,那自然自然都能明白,这里就不赘述了。

我们来看一下删除操作的代码及注释:

```
//node表示待修正的节点,即后继节点的子节点(因为后继节点被挪到删除节点的位置去了)
2
   private void removeFixUp(RBNode<T> node, RBNode<T> parent) {
3
     RBNode<T> other;
     while((node == null || isBlack(node)) && (node != this.root)) {
4
5
       if(parent.left == node) { //node是左子节点,下面else与这里的刚好相反
6
         other = parent.right; //node的兄弟节点
         if(isRed(other)) { //case1: node的兄弟节点other是红色的
 7
8
           setBlack(other);
9
           setRed(parent);
10
           leftRotate(parent);
11
           other = parent.right;
         }
12
         //case2: node的兄弟节点other是黑色的,且other的两个子节点也都是黑色的
13
14
         if((other.left == null || isBlack(other.left)) &&
                 (other.right == null || isBlack(other.right))) {
15
16
           setRed(other);
17
           node = parent;
           parent = parentOf(node);
19
         } else {
           //case3: node的兄弟节点other是黑色的,且other的左子节点是红色,右子节点是黑色
20
           if(other.right == null || isBlack(other.right)) {
21
22
             setBlack(other.left);
             setRed(other);
24
             rightRotate(other);
25
             other = parent.right;
26
           }
           //case4: node的兄弟节点other是黑色的,且other的右子节点是红色,左子节点任意颜色
27
28
           setColor(other, colorOf(parent));
29
           setBlack(parent);
           setBlack(other.right);
           leftRotate(parent);
31
           node = this.root;
32
33
           break;
         }
       } else { //与上面的对称
35
           other = parent.left;
36
37
           if (isRed(other)) {
             // Case 1: node的兄弟other是红色的
38
39
             setBlack(other);
40
             setRed(parent);
```

```
41
              rightRotate(parent);
42
              other = parent.left;
43
            if ((other.left==null || isBlack(other.left)) &&
44
              (other.right==null || isBlack(other.right))) {
45
              // Case 2: node的兄弟other是黑色,且other的俩个子节点都是黑色的
47
              setRed(other);
              node = parent;
48
              parent = parentOf(node);
49
50
            } else {
              if (other.left==null || isBlack(other.left)) {
51
                // Case 3: node的兄弟other是黑色的,并且other的左子节点是红色,右子节点为黑色。
53
                setBlack(other.right);
                setRed(other);
54
55
                leftRotate(other);
                other = parent.left;
56
57
              }
              // Case 4: node的兄弟other是黑色的;并且other的左子节点是红色的,右子节点任意颜色
              setColor(other, colorOf(parent));
60
              setBlack(parent);
              setBlack(other.left);
61
62
              rightRotate(parent);
              node = this.root;
64
              break;
65
66
        }
67
      }
      if (node!=null)
68
69
        setBlack(node);
70 }
```

下面我们主要看看方法里面最后的removeFixUp操作。因为remove后可能会导致树的不平衡,removeFixUp方法里主要是分情况讨论,分析何时变色,何时左旋,何时右旋。我们同样先从理论上分析具体的情况,然后再看removeFixUp方法的具体实现。

从上面的代码中可以看出,删除某个节点后,会用它的后继节点来填上,并且后继节点会设置为和删除节点同样的颜色,所以删除节点的那个位置是不会破坏平衡的。可能破坏平衡的是后继节点原来的位置,因为后继节点拿走了,原来的位置结构改变了,这就会导致不平衡的出现。所以removeFixUp方法中传入的参数也是后继节点的子节点和父节点。

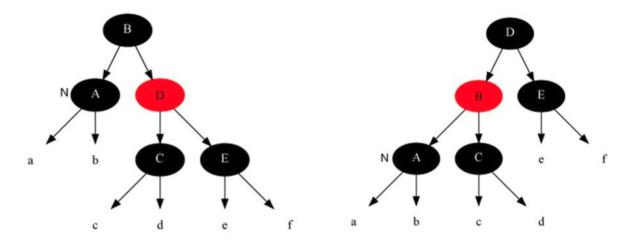
为了方便下文的叙述,我们现在约定:后继节点的子节点称为"当前节点"。

删除操作后,如果当前节点是黑色的根节点,那么不用任何操作,因为并没有破坏树的平衡性,即没有违背红-黑树的规则,这很好理解。如果当前节点是红色的,说明刚刚移走的后继节点是黑色的,那么不管后继节点的父节点是啥颜色,我们只要将当前节点涂黑就可以了,红-黑树的平衡性就可以恢复。但是如果遇到以下四种情况,我们就需要通过变色或旋转来恢复红-黑树的平衡了。

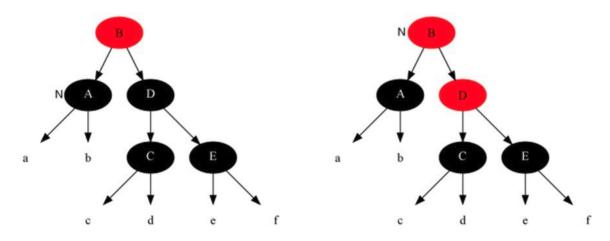
- 1. 当前节点是黑色的,且兄弟节点是红色的(那么父节点和兄弟节点的子节点肯定是黑色的);
- 2. 当前节点是黑色的,且兄弟节点是黑色的,且兄弟节点的两个子节点均为黑色的;
- 3. 当前节点是黑色的,且兄弟节点是黑色的,且兄弟节点的左子节点是红色,右子节点时黑色的;
- 4. 当前节点是黑色的,且兄弟节点是黑色的,且兄弟节点的右子节点是红色,左子节点任意颜色。

以上四种情况中,我们可以看出2,3,4其实是"当前节点是黑色的,且兄弟节点是黑色的"的三种子集,等会在程序中可以体现出来。现在我们假设当前节点是左子节点(当然也可能是右子节点,跟左子节点相反即可,我们讨论一边就可以了),分别解决上面四种情况:

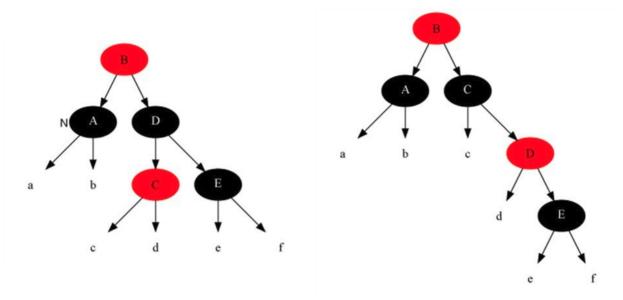
对于情况1:当前节点是黑色的,且**兄弟**节点是红色的(那么父节点和**兄弟**节点的子节点肯定是黑色的)。如左下图所示:A节点表示当前节点。针对这种情况,我们要做的操作有:将父节点(B)涂红,将兄弟节点(D)涂黑,然后将当前节点(A)的父节点(B)作为支点左旋,然后当前节点的兄弟节点就变成黑色的情况了(自然就转换成情况2,3,4的公有特征了),如右下图所示:



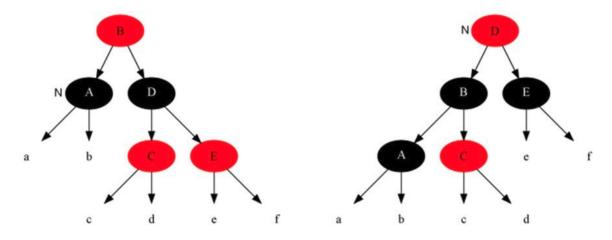
对于情况2:当前节点是黑色的,且**兄弟**节点是黑色的,且**兄弟**节点的两个子节点均为黑色的。如左下图所示,A表示当前节点。针对这种情况,我们要做的操作有:将兄弟节点(D)涂红,将当前节点指向其父节点(B),将其父节点指向当前节点的祖父节点,继续新的算法(具体见下面的程序),不需要旋转。这样变成了右下图所示的情况:



对于情况3:当前节点是黑色的,且**兄弟**节点是黑色的,且**兄弟**节点的左子节点是红色,右子节点时黑色的。如左下图所示,A是当前节点。针对这种情况,我们要做的操作有:把当前节点的兄弟节点(D)涂红,把兄弟节点的左子节点(C)涂黑,然后以兄弟节点作为支点做右旋操作。然后兄弟节点就变成黑色的,且兄弟节点的右子节点变成红色的情况(情况4)了。如右下图:



对于情况4:当前节点是黑色的,且**兄弟**节点是黑色的,且**兄弟**节点的右子节点是红色,左子节点**任**意颜色。如左下图所示:A为当前节点,针对这种情况,我们要做的操作有:把兄弟节点(D)涂成父节点的颜色,再把父节点(B)涂黑,把兄弟节点的右子节点(E)涂黑,然后以当前节点的父节点为支点做左旋操作。至此,删除修复算法就结束了,最后将根节点涂黑即可。



我们可以看出,如果是从情况1开始发生的,可能情况2,3,4中的一种:如果是情况2,就不可能再出现3和4;如果是情况3,必然会导致情况4的出现;如果2和3都不是,那必然是4。当然咯,实际中可能不一定会从情况1发生,这要看具体情况了。

至此,我们完成了全部的删除操作。下面我们看看removeFixUp方法中的具体实现(可以结合上面的分析图,更加利与理解):

```
//node表示待修正的节点,即后继节点的子节点(因为后继节点被挪到删除节点的位置去了)
  private void removeFixUp(RBNode<T> node, RBNode<T> parent) {
3
    RBNode<T> other;
    while((node == null || isBlack(node)) && (node != this.root)) {
4
5
      if(parent.left == node) { //node是左子节点,下面else与这里的刚好相反
        other = parent.right; //node的兄弟节点
6
        if(isRed(other)) { //case1: node的兄弟节点other是红色的
          setBlack(other);
8
          setRed(parent);
9
          leftRotate(parent);
          other = parent.right;
```

```
12
          //case2: node的兄弟节点other是黑色的,且other的两个子节点也都是黑色的
13
          if((other.left == null || isBlack(other.left)) &&
14
                (other.right == null || isBlack(other.right))) {
15
16
            setRed(other);
            node = parent;
17
18
            parent = parentOf(node);
19
          } else {
            //case3: node的兄弟节点other是黑色的,且other的左子节点是红色,右子节点是黑色
20
21
            if(other.right == null || isBlack(other.right)) {
22
              setBlack(other.left);
              setRed(other);
23
24
              rightRotate(other);
25
              other = parent.right;
26
            //case4: node的兄弟节点other是黑色的,且other的右子节点是红色,左子节点任意颜色
27
            setColor(other, colorOf(parent));
28
29
            setBlack(parent);
            setBlack(other.right);
31
            leftRotate(parent);
            node = this.root;
32
33
            break;
34
        } else { //与上面的对称
35
36
          other = parent.left;
          if (isRed(other)) {
38
            // Case 1: node的兄弟other是红色的
            setBlack(other);
39
40
            setRed(parent);
            rightRotate(parent);
41
            other = parent.left;
42
          }
43
          if ((other.left==null || isBlack(other.left)) &&
44
45
            (other.right==null || isBlack(other.right))) {
            // Case 2: node的兄弟other是黑色,且other的俩个子节点都是黑色的
46
47
            setRed(other);
            node = parent;
48
            parent = parentOf(node);
49
51
            if (other.left==null || isBlack(other.left)) {
              // Case 3: node的兄弟other是黑色的,并且other的左子节点是红色,右子节点为黑色。
52
              setBlack(other.right);
53
54
              setRed(other);
55
              leftRotate(other);
              other = parent.left;
56
57
58
            // Case 4: node的兄弟other是黑色的;并且other的左子节点是红色的,右子节点任意颜色
            setColor(other, colorOf(parent));
59
60
            setBlack(parent);
            setBlack(other.left);
61
62
            rightRotate(parent);
63
            node = this.root;
64
            break;
```

4.完整源码

终于分析完了插入和删除操作的所有东西。另外,红-黑树还有一些其他操作,比如:查找特定值、遍历、返回最值、销毁树等操作我将放到源码中给大家呈现出来,详见下面红-黑树的完整代码。

```
package tree;
2 /**
* @description implementation of Red-Black Tree by Java
    * @author eson_15
    * @param <T>
   * @date 2016-4-18 19:27:28
6
7
8 public class RBTree<T extends Comparable<T>> {
        private RBNode<T> root; //根节点
9
10
        private static final boolean RED = false; //定义红黑树标志
        private static final boolean BLACK = true;
11
12
13
      //内部类:节点类
        public class RBNode<T extends Comparable<T>>{
14
15
         boolean color; //颜色
         T key; //关键字(键值)
16
         RBNode<T> left; //左子节点
17
         RBNode<T> right; //右子节点
18
19
          RBNode<T> parent; //父节点
20
         public RBNode(T key, boolean color, RBNode<T> parent, RBNode<T> left,
    RBNode<T> right) {
21
             this.key = key;
22
             this.color = color;
23
             this.parent = parent;
24
             this.left = left;
             this.right = right;
         }
26
27
28
          public T getKey() {
29
             return key;
30
31
          public String toString() {
             return "" + key + (this.color == RED? "R" : "B");
34
         }
35
        }
        public RBTree() {
```

```
37
           root = null;
38
       }
39
       public RBNode<T> parentOf(RBNode<T> node) { //获得父节点
           return node != null? node.parent : null;
40
41
       }
       public void setParent(RBNode<T> node, RBNode<T> parent) { //设置父节点
42
43
           if(node != null)
               node.parent = parent;
44
45
       }
46
       public boolean colorOf(RBNode<T> node) { //获得节点的颜色
           return node != null? node.color : BLACK;
47
48
        public boolean isRed(RBNode<T> node) { //判断节点的颜色
49
           return (node != null)&&(node.color == RED)? true : false;
51
       public boolean isBlack(RBNode<T> node) {
52
           return !isRed(node);
53
54
        public void setRed(RBNode<T> node) { //设置节点的颜色
55
56
           if(node != null)
               node.color = RED;
57
58
       public void setBlack(RBNode<T> node) {
60
           if(node != null) {
61
               node.color = BLACK;
62
63
       }
        public void setColor(RBNode<T> node, boolean color) {
64
65
           if(node != null)
               node.color = color;
66
67
68
        public void preOrder() {
69
70
           preOrder(root);
71
       private void preOrder(RBNode<T> tree) {
72
           if(tree != null) {
73
               System.out.print(tree.key + " ");
74
               preOrder(tree.left);
75
76
               preOrder(tree.right);
77
           }
78
       }
        /************** 中序遍历红黑树 *************/
79
80
       public void inOrder() {
           inOrder(root);
82
       private void inOrder(RBNode<T> tree) {
83
           if(tree != null) {
84
85
                preOrder(tree.left);
                System.out.print(tree.key + " ");
87
                preOrder(tree.right);
            }
88
```

```
/************ 后序遍历红黑树 ************/
 90
        public void postOrder() {
 91
 92
            postOrder(root);
 93
        private void postOrder(RBNode<T> tree) {
 94
            if(tree != null) {
 95
 96
                 preOrder(tree.left);
                 preOrder(tree.right);
 97
                 System.out.print(tree.key + " ");
98
99
100
101
          public RBNode<T> search(T key) {
102
103
            return search(root, key);
104
     //
            return search2(root, key); //使用递归的方法,本质一样的
105
        private RBNode<T> search(RBNode<T> x, T key) {
106
107
            while(x != null) {
                int cmp = key.compareTo(x.key);
108
109
                if(cmp < 0)
                    x = x.left;
110
                else if(cmp > 0)
111
112
                    x = x.right;
113
                else
114
                    return x;
115
116
            return x;
117
        }
        //使用递归
118
        private RBNode<T> search2(RBNode<T> x, T key) {
119
            if(x == null)
120
121
                return x;
            int cmp = key.compareTo(x.key);
122
123
            if(cmp < 0)
124
                return search2(x.left, key);
            else if(cmp > 0)
125
126
                return search2(x.right, key);
127
            else
128
                return x;
129
         /*************** 查找最小节点的值
                                        *********
130
131
        public T minValue() {
132
            RBNode<T> node = minNode(root);
            if(node != null)
133
134
                return node.key;
            return null;
135
136
        private RBNode<T> minNode(RBNode<T> tree) {
137
138
            if(tree == null)
139
                return null;
140
            while(tree.left != null) {
                tree = tree.left;
141
```

```
143
           return tree;
144
        }
        145
146
        public T maxValue() {
           RBNode<T> node = maxNode(root);
147
148
           if(node != null)
149
               return node.key;
150
           return null;
        }
151
152
        private RBNode<T> maxNode(RBNode<T> tree) {
153
           if(tree == null)
154
               return null;
155
           while(tree.right != null)
156
               tree = tree.right;
157
           return tree;
158
        /***** 查找节点x的后继节点,即大于节点x的最小节点 ********/
159
        public RBNode<T> successor(RBNode<T> x) {
160
           //如果x有右子节点,那么后继节点为"以右子节点为根的子树的最小节点"
161
162
           if(x.right != null)
163
               return minNode(x.right);
           //如果x没有右子节点,会出现以下两种情况:
164
           //1. x是其父节点的左子节点,则x的后继节点为它的父节点
165
           //2. x是其父节点的右子节点,则先查找x的父节点p,然后对p再次进行这两个条件的判断
166
167
           RBNode<T> p = x.parent;
           while((p != null) && (x == p.right)) { //对应情况2
168
               x = p;
169
170
               p = x.parent;
171
           return p; //对应情况1
172
173
174
        }
175
        /***** 查找节点x的前驱节点,即小于节点x的最大节点 *********/
176
        public RBNode<T> predecessor(RBNode<T> x) {
177
           //如果x有左子节点,那么前驱结点为"左子节点为根的子树的最大节点"
178
179
           if(x.left != null)
               return maxNode(x.left);
180
           //如果x没有左子节点,会出现以下两种情况:
181
           //1. x是其父节点的右子节点,则x的前驱节点是它的父节点
182
           //2. x是其父节点的左子节点,则先查找x的父节点p,然后对p再次进行这两个条件的判断
183
184
           RBNode<T> p = x.parent;
185
           while((p != null) && (x == p.left)) { //对应情况2
186
               x = p;
187
               p = x.parent;
188
189
           return p; //对应情况1
190
        }
        /***********对红黑树节点x进行左旋操作 ************/
191
192
         * 左旋示意图:对节点x进行左旋
193
194
              р
                                   p
195
```

```
196
197
         * / \
                                / \
         * 1x y
                               x ry
198
199
            /\
                              /\
         * lv rv
200
                             1x 1v
201
         * 左旋做了三件事:
         * 1. 将y的左子节点赋给x的右子节点,并将x赋给y左子节点的父节点(y左子节点非空时)
         * 2. 将x的父节点p(非空时)赋给y的父节点,同时更新p的子节点为y(左或右)
203
204
         * 3. 将y的左子节点设为x,将x的父节点设为y
205
        */
        private void leftRotate(RBNode<T> x) {
206
207
           //1. 将y的左子节点赋给x的右子节点,并将x赋给y左子节点的父节点(y左子节点非空时)
           RBNode<T> y = x.right;
208
           x.right = y.left;
209
210
211
           if(y.left != null)
              y.left.parent = x;
212
           //2. 将x的父节点p(非空时)赋给y的父节点,同时更新p的子节点为y(左或右)
213
           y.parent = x.parent;
214
215
           if(x.parent == null) {
216
               this.root = y; //如果x的父节点为空,则将y设为父节点
217
218
           } else {
              if(x == x.parent.left) //如果x是左子节点
219
220
                  x.parent.left = y; //则也将y设为左子节点
221
               e1se
222
                  x.parent.right = y;//否则将y设为右子节点
223
           //3. 将y的左子节点设为x,将x的父节点设为y
224
225
           y.left = x;
226
           x.parent = y;
227
        }
        /***********对红黑树节点y进行右旋操作 ***********/
228
229
         * 左旋示意图:对节点y进行右旋
230
231
                p
                                  p
232
233
              У
                                Х
234
235
            / \
                                 /\
236
         * 1x rx
237
                                rx ry
         * 右旋做了三件事:
238
         * 1. 将x的右子节点赋给y的左子节点,并将y赋给x右子节点的父节点(x右子节点非空时)
239
240
         * 2. 将y的父节点p(非空时)赋给x的父节点,同时更新p的子节点为x(左或右)
         * 3. 将x的右子节点设为y,将y的父节点设为x
241
        * /
242
        private void rightRotate(RBNode<T> y) {
243
           //1. 将y的左子节点赋给x的右子节点,并将x赋给y左子节点的父节点(y左子节点非空时)
244
245
           RBNode<T> x = y.left;
246
           y.left = x.right;
           if(x.right != null)
247
248
               x.right.parent = y;
```

```
249
            //2. 将x的父节点p(非空时)赋给y的父节点,同时更新p的子节点为y(左或右)
250
            x.parent = y.parent;
251
            if(y.parent == null) {
252
                this.root = x; //如果x的父节点为空,则将y设为父节点
253
            } else {
254
                if(y == y.parent.right) //如果x是左子节点
255
                   y.parent.right = x; //则也将y设为左子节点
256
                else
                   y.parent.left = x;//否则将y设为右子节点
257
258
            //3. 将y的左子节点设为x,将x的父节点设为y
259
260
            x.right = y;
261
            y.parent = x;
262
        }
        /************************ 向红黑树中插入节点 ******
263
264
        public void insert(T key) {
            RBNode<T> node = new RBNode<T>(key, RED, null, null, null);
265
266
            if(node != null)
               insert(node);
267
268
        //将节点插入到红黑树中,这个过程与二叉搜索树是一样的
269
270
        private void insert(RBNode<T> node) {
271
            RBNode<T> current = null; //表示最后node的父节点
            RBNode<T> x = this.root; //用来向下搜索用的
272
            //1. 找到插入的位置
273
            while(x != null) {
274
275
                current = x;
                int cmp = node.key.compareTo(x.key);
276
277
                if(cmp < 0)
                   x = x.left;
278
279
                else
280
                   x = x.right;
281
            node.parent = current; //找到了位置,将当前current作为node的父节点
282
            //2. 接下来判断node是插在左子节点还是右子节点
283
284
            if(current != null) {
285
                int cmp = node.key.compareTo(current.key);
286
                if(cmp < 0)
287
                   current.left = node;
288
                else
                   current.right = node;
289
            } else {
291
                this.root = node;
292
293
            //3. 将它重新修整为一颗红黑树
            insertFixUp(node);
294
295
        private void insertFixUp(RBNode<T> node) {
296
297
            RBNode<T> parent, gparent; //定义父节点和祖父节点
            //需要修整的条件:父节点存在,且父节点的颜色是红色
299
            while(((parent = parentOf(node)) != null) && isRed(parent)) {
300
                gparent = parentOf(parent);//获得祖父节点
                //若父节点是祖父节点的左子节点,下面else与其相反
```

```
302
                if(parent == gparent.left) {
                    RBNode<T> uncle = gparent.right; //获得叔叔节点
304
                    //case1: 叔叔节点也是红色
305
                    if(uncle != null && isRed(uncle)) {
                        setBlack(parent); //把父节点和叔叔节点涂黑
306
307
                        setBlack(uncle);
                        setRed(gparent); //把祖父节点涂红
308
                        node = gparent; //将位置放到祖父节点处
309
                        continue; //继续while,重新判断
310
311
                    //case2: 叔叔节点是黑色,且当前节点是右子节点
312
313
                    if(node == parent.right) {
                        leftRotate(parent); //从父节点处左旋
314
                        RBNode<T> tmp = parent; //然后将父节点和自己调换一下,为下面右旋做准备
315
316
                        parent = node;
                        node = tmp;
317
318
                    //case3: 叔叔节点是黑色,且当前节点是左子节点
319
320
                    setBlack(parent);
                    setRed(gparent);
321
322
                    rightRotate(gparent);
323
                } else { //若父节点是祖父节点的右子节点, 与上面的完全相反,本质一样的
324
                    RBNode<T> uncle = gparent.left;
325
                    //case1: 叔叔节点也是红色
                    if(uncle != null & isRed(uncle)) {
326
327
                        setBlack(parent);
                        setBlack(uncle);
329
                        setRed(gparent);
                        node = gparent;
                        continue;
331
332
                    }
                    //case2: 叔叔节点是黑色的,且当前节点是左子节点
334
                    if(node == parent.left) {
                        rightRotate(parent);
                        RBNode<T> tmp = parent;
336
337
                        parent = node;
338
                        node = tmp;
339
                    //case3: 叔叔节点是黑色的,且当前节点是右子节点
340
                    setBlack(parent);
341
342
                    setRed(gparent);
343
                    leftRotate(gparent);
344
                }
345
            //将根节点设置为黑色
347
            setBlack(this.root);
348
        }
        /*************************** 删除红黑树中的节点 ******
349
        public void remove(T key) {
351
            RBNode<T> node;
352
            if((node = search(root, key)) != null)
353
                remove(node);
```

```
354
        private void remove(RBNode<T> node) {
            RBNode<T> child, parent;
356
            boolean color;
357
            //1. 被删除的节点"左右子节点都不为空"的情况
358
            if((node.left != null) && (node.right != null)) {
                //先找到被删除节点的后继节点,用它来取代被删除节点的位置
                RBNode<T> replace = node;
361
                // 1). 获取后继节点
362
363
                replace = replace.right;
364
                while(replace.left != null)
                    replace = replace.left;
                   2). 处理"后继节点"和"被删除节点的父节点"之间的关系
366
                if(parentOf(node) != null) { //要删除的节点不是根节点
368
                    if(node == parentOf(node).left)
369
                       parentOf(node).left = replace;
                    else
370
371
                       parentOf(node).right = replace;
                } else { //否则
372
373
                    this.root = replace;
374
                // 3). 处理"后继节点的子节点"和"被删除节点的子节点"之间的关系
375
376
                child = replace.right; //后继节点肯定不存在左子节点!
377
                parent = parentOf(replace);
378
                color = colorOf(replace);//保存后继节点的颜色
                if(parent == node) { //后继节点是被删除节点的子节点
379
                    parent = replace;
                } else { //否则
382
                   if(child != null)
                       setParent(child, parent);
                    parent.left = child;
385
                    replace.right = node.right;
386
                    setParent(node.right, replace);
387
                replace.parent = node.parent;
                replace.color = node.color; //保持原来位置的颜色
                replace.left = node.left;
390
391
                node.left.parent = replace;
                if(color == BLACK) { //4. 如果移走的后继节点颜色是黑色,重新修整红黑树
393
                    removeFixUp(child, parent);//将后继节点的child和parent传进去
394
                node = null;
395
396
                return;
397
            }
398
        //node表示待修正的节点,即后继节点的子节点(因为后继节点被挪到删除节点的位置去了)
        private void removeFixUp(RBNode<T> node, RBNode<T> parent) {
400
            RBNode<T> other;
401
402
            while((node == null || isBlack(node)) && (node != this.root)) {
                if(parent.left == node) { //node是左子节点,下面else与这里的刚好相反
403
404
                    other = parent.right; //node的兄弟节点
405
                    if(isRed(other)) { //case1: node的兄弟节点other是红色的
                       setBlack(other);
406
```

```
407
                         setRed(parent);
408
                        leftRotate(parent);
409
                        other = parent.right;
                    }
410
                    //case2: node的兄弟节点other是黑色的,且other的两个子节点也都是黑色的
411
                     if((other.left == null || isBlack(other.left)) &&
412
413
                            (other.right == null || isBlack(other.right))) {
                         setRed(other);
414
                        node = parent;
415
416
                        parent = parentOf(node);
417
                    } else {
418
                        //case3: node的兄弟节点other是黑色的,且other的左子节点是红色,右子节
     点是黑色
                        if(other.right == null || isBlack(other.right)) {
110
420
                            setBlack(other.left);
421
                            setRed(other);
422
                            rightRotate(other);
423
                            other = parent.right;
424
                         //case4: node的兄弟节点other是黑色的,且other的右子节点是红色,左子节
425
     点仟意颜色
                         setColor(other, colorOf(parent));
426
427
                         setBlack(parent);
428
                         setBlack(other.right);
429
                        leftRotate(parent);
                        node = this.root;
430
431
                        break;
432
                } else { //与上面的对称
433
                    other = parent.left;
434
                    if (isRed(other)) {
435
436
                        // Case 1: node的兄弟other是红色的
437
                        setBlack(other);
438
                        setRed(parent);
439
                         rightRotate(parent);
                        other = parent.left;
440
441
                     if ((other.left==null || isBlack(other.left)) &&
442
443
                         (other.right==null || isBlack(other.right))) {
444
                         // Case 2: node的兄弟other是黑色,且other的俩个子节点都是黑色的
445
                        setRed(other);
446
                        node = parent;
447
                         parent = parentOf(node);
448
                    } else {
449
                        if (other.left==null || isBlack(other.left)) {
450
451
                            // Case 3: node的兄弟other是黑色的,并且other的左子节点是红色,右
     子节点为黑色。
452
                            setBlack(other.right);
453
                            setRed(other);
454
                            leftRotate(other);
455
                            other = parent.left;
456
```

```
457
                       // Case 4: node的兄弟other是黑色的;并且other的左子节点是红色的,右子
458
    节点任意颜色
459
                       setColor(other, colorOf(parent));
460
                       setBlack(parent);
461
                       setBlack(other.left);
462
                       rightRotate(parent);
                       node = this.root;
463
                       break;
464
465
466
467
            }
            if (node!=null)
468
469
               setBlack(node);
470
        471
        public void clear() {
472
473
            destroy(root);
            root = null;
474
475
        private void destroy(RBNode<T> tree) {
476
            if(tree == null)
477
478
               return;
479
            if(tree.left != null)
480
               destroy(tree.left);
            if(tree.right != null)
481
482
               destroy(tree.right);
483
            tree = null;
484
        485
        public void print() {
486
487
            if(root != null) {
488
               print(root, root.key, 0);
489
        }
490
491
         * kev---节点的键值
492
         * direction--- 0:表示该节点是根节点
493
494
                       1:表示该节点是它的父节点的左子节点
495
                       2:表示该节点是它的父节点的右子节点
496
        private void print(RBNode<T> tree, T key, int direction) {
497
498
            if(tree != null) {
               if(0 == direction)
499
500
                   System.out.printf("%2d(B) is root\n", tree.key);
501
               else
502
                   System.out.printf("%2d(%s) is %2d's %6s child\n",
503
                          tree.key, isRed(tree)?"R":"b", key, direction ==
    1?"right":"left");
504
               print(tree.left, tree.key, -1);
505
               print(tree.right, tree.key, 1);
506
            }
507
```

下面附上测试程序吧:

```
package test;
2
   import tree.RBTree;
    public class RBTreeTest {
        private static final int a[] = \{10, 40, 30, 60, 90, 70, 20, 50, 80\};
4
5
        private static final boolean mDebugInsert = true;
                                                            // "插入"动作的检测开关
    (false, 关闭; true, 打开)
        private static final boolean mDebugDelete = true;
                                                           // "删除"动作的检测开关
6
    (false, 关闭; true, 打开)
7
8
        public static void main(String[] args) {
9
            int i, ilen = a.length;
            RBTree<Integer> tree = new RBTree<Integer>();
10
            System.out.printf("== 原始数据: ");
11
            for(i=0; i<ilen; i++)</pre>
12
                System.out.printf("%d ", a[i]);
13
            System.out.printf("\n");
14
            for(i=0; i<ilen; i++) {</pre>
15
16
               tree.insert(a[i]);
                // 设置mDebugInsert=true,测试"添加函数"
17
18
                if (mDebugInsert) {
                    System.out.printf("== 添加节点: %d\n", a[i]);
19
                    System.out.printf("== 树的详细信息: \n");
20
                    tree.print();
21
                    System.out.printf("\n");
22
23
24
25
            System.out.printf("== 前序遍历: ");
26
            tree.preOrder();
            System.out.printf("\n== 中序遍历: ");
27
28
            tree.inOrder();
            System.out.printf("\n== 后序遍历: ");
29
30
            tree.postOrder();
            System.out.printf("\n");
31
32
            System.out.printf("== 最小值: %s\n", tree.minValue());
            System.out.printf("== 最大值: %s\n", tree.maxValue());
33
            System.out.printf("== 树的详细信息: \n");
34
35
            tree.print();
            System.out.printf("\n");
36
            // 设置mDebugDelete=true,测试"删除函数"
37
38
            if (mDebugDelete) {
                for(i=0; i<ilen; i++)</pre>
39
40
41
                    tree.remove(a[i]);
                    System.out.printf("== 删除节点: %d\n", a[i]);
42
                    System.out.printf("== 树的详细信息: \n");
43
44
                    tree.print();
                    System.out.printf("\n");
45
46
```

5.红-黑树的复杂度

前面也说了,当数据以升序或降序插入时,二叉搜索树的性能就会下降到最低,但是红-黑树的自我修复功能保证了即使在最坏的情况下,也能保证时间复杂度在O(logN)的级别上。

至此,红-黑树的所有内容基本上讨论完了,如有错误之处,欢迎留言指正~