

L_0 梯度极小化耦合梯度保真的保结构图像平滑

丁志鹏¹⁾, 张少雄^{1),3)}, 陈佳舟²⁾, 彭群生¹⁾, 王章野¹⁾

¹⁾ (浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室 杭州 中国 310058)

²⁾ (浙江工业大学计算机学院 杭州 中国 310023)

³⁾ (吉林大学软件学院 吉林 中国 130012)

摘要 图像平滑是计算机图形学和图像处理领域中最为重要的工具之一, 其主要挑战在于平滑输入图像细节的同时如何保持原图像的显著结构特征。近几年, 一种基于 L_0 梯度极小化的图像平滑方法被提出, 不仅视觉上效果出色, 而且其局部均一的效果较之以往方法更为显著。然而, 现有的基于 L_0 的方法会产生阶梯效应且容易丢失部分结构。本文提出一种结合 L_0 梯度极小化和梯度保真的平滑方法。该方法可以在保留图像主要结构的同时克服传统方法的阶梯效应, 且保持包括颜色近似处在内的图像结构。实验结果表明了新方法在图像融合、边缘提取、JPEG 格式卡通画压缩痕迹移除等中的应用。

关键词 图像平滑 梯度保真 L_0 梯度极小化 阶梯效应 保结构

中图法分类号 TP391

Structure-preserving image smoothing with L_0 gradient minimization coupling gradient fidelity term

DING Zhi-Peng¹⁾, ZHANG Shao-Xiong^{1),3)}, CHEN Jia-Zhou²⁾, PENG Qun-Sheng¹⁾, WANG Zhang-Ye¹⁾

¹⁾ State Key Lab of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou, 310058, China

²⁾ Department of Computer Science, Zhejiang University of Technology, Hangzhou, 310023, China

³⁾ Department of Software Engineering, Jilin University, Jilin, 130012, China

Abstract Image smoothing is a fundamental tool in computer graphics and image processing, whose major challenge is to smooth the input image while preserving its salient structure features. Recently, a piecewise smooth approach called L_0 gradient minimization has been proposed for image smoothing. It employs gradient sparsity to achieve locally identical effect, which excels existing methods, making the visual performance more satisfying. However, methods based on L_0 gradient minimization can easily cause staircase effect and lose part of structure. In this paper, we make the best of L_0 gradient minimization and gradient fidelity term to present a new smoothing method. Our method can maintain the main structure of the image and restrain the staircase effect to make the gradient smoother. The essential structure in similar RGB values is preserved as well. Experimental results illustrate that our method applies widely, and particularly beneficial to image composition, edge detection and clip-art JPEG artifact removal, etc.

Keywords image smoothing; gradient-preserving; L_0 gradient minimization; staircase effect; structure-preserving

1 引言

图像包含丰富的结构信息和纹理信息。从人类的视觉角度来看, 结构刻画了景物信息的宏观特

收稿日期: 年-月-日; 最终修改稿收到日期: 年-月-日。本课题得到国家自然科学基金(61272302, 61303138), 浙江大学CAD&CG国家重点实验室开放课题(A1428)资助。丁志鹏, 男, 1992年生, 本科生, 主要研究方向为真实感图形、图像处理、虚拟现实等研究。E-mail: zhipengding@zju.edu.cn. Tel: 18768117959。张少雄, 男, 1993年生, 本科生, 主要研究方向为计算机图形学等研究。E-mail: zhangsx5510@mails.jlu.edu.cn. 陈佳舟, 男, 1984年生, 博士, 讲师, 主要研究领域为计算机图形学、虚拟现实等。E-mail: cjj@zjut.edu.cn. 彭群生, 男, 1947年生, 博士, 教授, 博士生导师, 计算机学会(CCF)高级会员(E200005603S), 主要研究领域为真实感图形、虚拟现实、红外成像仿真、科学计算可视化等。E-mail: peng@cad.zju.edu.cn. 王章野, 男, 1965年生, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要研究领域为可视化、真实感图形学、虚拟现实和红外视景仿真等。E-mail: zyw@cad.zju.edu.cn.

征, 是图像的本质部分。在操纵和理解图像时, 如何保存、识别图像中蕴含的结构特征具有十分重要的意义。

然而, 让计算机完美地提取一幅图像的结构并非易事。大体上, 图像分为结构和纹理细节两个部分。图像的结构特征指图像中颜色发生明显突变的区域, 如物体的轮廓、不同颜色区域形成的边界等; 图像的纹理细节则描述景物表面的质地与光照效果, 是一幅图像的细节属性。保结构的图像平滑指突出图像的结构特征的同时抑制纹理细节, 使图像亮度和梯度平缓渐变的图像处理方法, 是提取图像结构的主要方法之一。现有的保结构图像平滑的方法中, Adobe Photoshop 等流行的图像编辑软件都需要繁琐的手工操作; 一些基于变分正则化^[1-5]的图像平滑方法则可能将部分结构当成纹理一起去掉; 滤波算法^[6-14]可能会模糊边界; 其他的保结构的图像编辑方法^[15, 16]都不是以解决这个问题为目标, 所以不是最理想的方案。除此之外, 阶梯效应也是大部分图像平滑方法的通病。

本文提出了一种基于 L_0 梯度极小化耦合梯度保真项的方法来实现图像平滑。本文方法继承了文献^[1, 6, 7, 9, 14, 17-19]等在保持边界的平滑方法上的精髓——保留主体颜色的变化, 但在侧重点和优化框架上与以往方法有所不同。本文的目标不仅体现在平滑主体保留结构, 还包括消除阶梯效应, 使图像中的梯度尽可能光滑, 以及保留颜色近似处的结构。

在本文方法的框架下, 图像的结构和纹理呈现出不同的数值结果, 从而能够在平滑过程中去除纹理、保留结构。基于这一点, 我们设计了一个优化的迭代框架, 让纹理和结构受到不同算子不同程度的约束。为了解决目标泛函非凸的问题, 本文引入辅助变量, 将每一步的计算过程分成两个子过程, 从而得到快速稳健的数值解。本文的方法对于图像中的纹理没有限制, 所以即使是非均匀的或者各向异性的纹理也可在同一框架下处理, 实现了处理对象的高度自由化。作为一个重要的工具, 本文中还展示了其他几个应用, 包括图像去噪、边界提取、JPEG 格式卡通画压缩痕迹去除、图像融合、HDR 色调映射、图像抽象、漫画上色等。

2 相关工作

现有的图像平滑方法大致分为以下几类方法:

2.1 变分正则化方法

此类方法有着相同的框架, 都是含有一个保真项和一个正则项的能量泛函极小化问题。保真项保证解和输入的偏差不会太大, 即使得平滑的图像保留原图像的主要特征; 正则项保证解具有一定的正则性(或称光滑性)和某些区域的非连续性, 同时保证了极小化问题是良态的。主要的变分正则化方法分为以下七大类, 具体的公式和总结见表 1。

1) 代表性的变分正则化图像平滑方法是利用全变分(TV)正则化^[1]来保持显著的结构, 此方法最早由 Rudin, Osher 和 Fatemi 于 1992 年提出。在此基础上, 后续又产生了 $TV-L_1$ ^[2], $TV-G$ ^[3], $TV-E$ ^[4], $TV-Gabor$ ^[5] 等模型。它们的主要不同之处在于刻画图像的结构性质差异。Aujol 等人^[5]研究了 4 个 TV 模型并得到 $TV-L_2$ ^[1], $TV-G$ ^[3] 最适合于未知纹理图样的图像平滑的结论。为了消除边界增强带来的阶梯效应, Chan, Esedoglu, Park 等人^[20]提出了改进的算法。然而, 正如 Kong 等人^[21]所说, TV 方法实际上只是用到了当前像素和周围像素的灰度信息, 而没有考虑图像的局部结构信息, 因此图像中的重要结构信息可能会丢失。

2) Xu 等人^[22]提出了相对全变分(RTV)模型来去除复杂纹理。对于在未知复杂纹理的图像中提取结构, 此方法效果良好。但是, 如果结构和纹理在视觉上有相似的尺寸, 这种方法可能会将部分结构当成纹理, 导致最终视觉上的误差。

3) Lyasker, Lundervold 和 Tai^[23]将 TV 范数换成了更高阶的项, 提出了 LLT 模型来平滑图像, 并展示了它在 MRI 图像修复上的应用。在此基础上, 为了解决模型中高阶偏微分方程的数值不稳定, Lyasker, Osher 和 Tai^[24]提出了两步方法的 LOT 模型来减轻阶梯效应。

4) Dong^[25]和 Zhu^[26]等人对于原方法加以改进, 在 TV 模型中耦合梯度保真项来消除阶梯效应。实验结果显示虽然阶梯效应得到了消除, 但上述方法去除的纹理在量级上十分有限, 而且如果不加入边界检测函数会将边界也过度平滑。

5) Farbman 等人^[17]提出了一种鲁棒性的基于加权最小二乘法(WLS)的算法。与局部滤波相比, 此方法的优化框架在保持边界上更加灵活, 但是此方法的框架决定了它不能够保留低对比度的结构。

6) Subr 等人^[18]通过极值提取和插值法从结构层分离出振荡部分。这种方法比先前的滤波方法在平滑高对比细节的能力上更加突出。但是, 事实上纹理和有意义的结构的混合可能会在极值位置和

模拟上有问题。

7) 近几年, 来自于压缩感知的 L_0 梯度极小化方法^[19, 27, 28]成为继 TV 模型后又一个经典的方法。Xu 等人^[19]的实验显示 L_0 方法比 TV , WLS 和 BLF 等方法有更出色的平滑效果。但这种方法更加依赖于梯度的量级, 并且有比其他模型更严重的阶梯效应和在原图颜色相近处平滑后结构丢失的问题。Shen 等人^[27]将 L_0 方法的保真项从 L_2 替换成 L_1 用于图像分解, 也得到了很好的结果。但是对于 L_0 的上述问题, 此方法并没有任何解决。Cheng 等人^[28]改进 L_0 的算法, 将其应用于保持特征的滤波。此方法一定程度上解决了结构丢失的问题, 但是由于局部像素的高度一致性, 会产生比 L_0 更严重的阶梯效应。

2.2 滤波方法

滤波方法通过设计各种滤波器 (如高斯滤波器、中值滤波器) 来对输入的图像进行平滑。

由于在移除类似噪声的纹理上的简单高效, 双边滤波^[6] (BLF) 得到了广泛的使用。这种方法结合图像的空间邻近度和像素相似度, 试图在平滑纹理和突出边界结构之间寻找平衡。但是, BLF 方法会在强结构处产生光环, 从而造成图像的失真。

Paris^[9], Weiss^[10], Chen^[11]等人对于 BLF 进行改进, 分别给出了它的加速的版本。Choudhury^[8], Fattal^[12], Baek^[13]等人也给出了类似双边滤波的模型

来求解图像平滑。

Kass 和 Solomon 等人^[14]用光滑的直方图来加速局部滤波, 并且提出了这种类型的滤波器。这种方法也不是为了处理纹理而设计的, 且它很多时候不能取得令人满意的图像平滑效果。

2.3 其他方法

各向异性扩散模型^[15] (PM 模型) 也是图像平滑的经典模型。它用到一个边界判断函数来阻止平滑边界, 旨在压缩图像纹理的同时保留重要的结构。然而, 此方法在结果图中会产生分块的现象, 从而产生阶梯效应, 且是一个病态问题。

Paris 等人^[16]用一种改进的拉普拉斯金字塔, 分类参数, 从而实现了多尺度的纹理细节操控。

2.4 本文的方法

本文在继承了 L_0 梯度极小化的光滑作用的同时引入了梯度保真项保持梯度光滑。为了保留原图颜色近似处的重要结构, 本文引入相对 L_2 范数弱化的 G 范数来作为保真项算子。为了克服 G 范数的繁琐计算, 本文应用 OSV 模型^[29] 中对于 G 范数的近似, 用 H^1 范数来代替 G 范数。更多的方法介绍和效果对比将在 3,4,5 节中给出。

3 本文的模型

根据文献[19], L_0 梯度项比全变分梯度项(TV)、双边滤波(BLF)和加权最小二乘梯度项(WLS)有更

表 1: 图像平滑中部分变分正则化方法的比较

模型	模型框架	主要的问题		
		阶梯效应	边界模糊	结构丢失
1) 全变分(TV)或称 ROF 模型	$\min_S \left\{ \sum_p \lambda \cdot \nabla S_p + (S_p - I_p)^2 \right\}$	×	√	×
2) 相对全变分(RTV)	$\min_S \left\{ \sum_p \lambda \cdot \left(\frac{D_x(p)}{L_x(p)+\epsilon} + \frac{D_y(p)}{L_y(p)+\epsilon} \right) + (S_p - I_p)^2 \right\}$	×	√	√
3) 四阶偏微分方程(LLT)	$\min_S \left\{ \sum_p \lambda \cdot \nabla^2 S_p + (S_p - I_p)^2 \right\}$	√	×	√
4) 耦合梯度保真	$\min_S \left\{ \sum_p \lambda \cdot \nabla S_p + \alpha \cdot \nabla S_p - \nabla I_p ^2 + (S_p - I_p)^2 \right\}$	√	√	×
5) 加权最小二乘法(WLS)	$\min_S \left\{ \sum_p (I_p - S_p)^2 + \lambda \left(a_{x,p}(I) \left(\frac{\partial S}{\partial x} \right)_p^2 + a_{y,p}(I) \left(\frac{\partial S}{\partial y} \right)_p^2 \right) \right\}$	√	×	×
6) 极值提取和插值法	$\min \left\{ \sum_r \left(E(r) - \sum_{s \in N(r)} \omega_{rs} E(s) \right)^2 \right\}$ $s.t \quad \forall p \in \mathfrak{S} \quad E(p) = I(p)$	√	×	√
7) L_0 梯度极小化	$\min_S \left\{ \sum_p (S_p - I_p)^2 + \lambda \cdot C(S) \right\}$	×	√	×
本文方法	公式 (3)	√	√	√
符号注记	I 是输入图像, S 是输出图像, p 是每个像素点, λ 和 α 是参数; $\nabla S = (\partial_x S_p, \partial_y S_p)^T$ 表示 S 的梯度; $\nabla^2 = \begin{pmatrix} \partial_{xx} & \partial_{xy} \\ \partial_{yx} & \partial_{yy} \end{pmatrix}$; $a_x(\cdot)$ 和 $a_y(\cdot)$ 是平滑权重; E 是极值包络, \mathfrak{S} 是极值点的集合, $N(r)$ 表示 r 附近的点, ω_{rs} 表示权重; $C(S) = \#\{p \partial_x S_p + \partial_y S_p \neq 0\}$ 为 S 的 L_0 梯度; \times 表示不能解决某问题, $\sqrt{ }$ 可以解决。			

加出色的平滑效果；根据文献[5, 29]， H^1 范数作为 G 范数的近似，和 L_2 范数一样都适合于未知纹理的图像，但 H^1 范数比 L_2 范数弱，可以保留更多的结构；根据文献[25, 26]，梯度保真项的引入可以极大的消除阶梯效应。因此，本文将上述这些优点结合，将 L_0 范数用于梯度项， L_2 范数用于梯度保真项， H^1 范数用于图像保真项来构成图像的能量泛函解决图像平滑的问题。

在 2D 图像中，本文假设 I 为输入的图像， S 为输出的图像，即平滑后的图像。图像在每一点的梯度定义为相邻像素点分别在 x 和 y 方向的差值，即 $\nabla S_p = (\partial_x S_p, \partial_y S_p)^T$ 。Xu 等人^[19]把 L_0 梯度定义为：

$$C(S) = \#\{p | |\partial_x S_p| + |\partial_y S_p| \neq 0\} \quad (1)$$

即对于图像中梯度不为 0 的像素点的计数。Osher, Sole 和 Vese 在 OSV 模型^[29]中引入的 H^1 范数定义为：

$$\|S_p - I_p\|_{H^{-1}}^2 = \|\nabla(\Delta^{-1})(S_p - I_p)\|_2^2 \quad (2)$$

有了以上的定义，本文通过求解如下的能量泛函极小化问题得到 S ：

$$\min_S \left\{ \sum_p \underbrace{|\nabla(\Delta^{-1})(S_p - I_p)|^2}_{H^{-1}} + \alpha \cdot \underbrace{|\nabla S_p - \nabla I_p|^2}_{L_2} + \lambda \cdot \underbrace{C(S)}_{L_0} \right\} \quad (3)$$

其中， α 和 λ 分别为梯度权重和平滑权重，括号内第一项控制 S 与 I 相近，第二项控制 S 和 I 梯度相近，第三项控制梯度的稀疏度。

4 模型求解

公式(3)包含图像局部每个像素之间的差异和全局的梯度稀疏度，因此用传统的梯度下降法或者其他优化算法都不能够很好的求解。借鉴 Wang^[30], Xu^[19]等人的方法，为了求解 L_0 项，本文引入两个辅助变量 h_p 和 v_p 来分别代替 $\partial_x S_p$ 和 $\partial_y S_p$ 项。从而，变化后的极小化问题为：

$$\begin{aligned} \min_{S, h, v} & \left\{ \sum_p |\nabla(\Delta^{-1})(S_p - I_p)|^2 \right. \\ & + \alpha \cdot |\nabla S_p - \nabla I_p|^2 + \lambda \cdot C(h, v) \\ & \left. + \beta \cdot ((\partial_x S_p - h_p)^2 + (\partial_y S_p - v_p)^2) \right\} \end{aligned} \quad (4)$$

其中， β 是一个自动调节的参数，用来控制 (h_p, v_p)

与 $(\partial_x S_p, \partial_y S_p)$ 的相似程度。于是，本文的求解可以转化为两个单独的子问题的迭代求解。

4.1 子问题 1：求解 S

在公式(4)中忽略不含 S 的项，并且假设 (h, v) 已知，则求解 S 变成如下的极小化问题：

$$\begin{aligned} \min_S & \left\{ \sum_p |\nabla(\Delta^{-1})(S_p - I_p)|^2 \right. \\ & + \alpha \cdot |\nabla S_p - \nabla I_p|^2 \\ & \left. + \beta \cdot ((\partial_x S_p - h_p)^2 + (\partial_y S_p - v_p)^2) \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

利用傅里叶变换的卷积理论和微分算子的对角化，本文采取快速傅里叶变换(FFT)来加速求解过程，从而得到：

$$S = \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{\mathcal{F}(I) + \alpha \cdot A + \beta \cdot B}{1 + (\alpha + \beta) \cdot \mathcal{F}(\Delta)^2} \right) \quad (6)$$

其中，

$$\begin{aligned} A &= \mathcal{F}(\Delta)^2 \mathcal{F}(I) \\ B &= -\mathcal{F}(\Delta)(\mathcal{F}^*(\partial_x) \cdot \mathcal{F}(h) + \mathcal{F}^*(\partial_y) \cdot \mathcal{F}(v)) \\ \mathcal{F}(\Delta) &= \mathcal{F}(-(\partial_x^T \partial_x + \partial_y^T \partial_y)) \\ &= -(\mathcal{F}(\partial_x)^* \mathcal{F}(\partial_x) + \mathcal{F}(\partial_y)^* \mathcal{F}(\partial_y)) \end{aligned}$$

\mathcal{F} 是 FFT 算子， $\mathcal{F}()$ * 是 \mathcal{F} 的复共轭， ∂_x 和 ∂_y 分别为 x 和 y 方向的微分算子， T 为转置符号， Δ 是拉普拉斯算子， ∇ 是梯度算子， $\nabla \cdot$ 是散度算子，并且有如下关系：

$$\begin{aligned} \Delta &= (\nabla) \nabla = -\nabla^T \nabla = -(\partial_x^T \partial_x + \partial_y^T \partial_y) \\ \nabla^T &= -\nabla \cdot \end{aligned} \quad (7)$$

为了使梯度变化尽量平缓，同时也是为了扩大梯度的可控范围，本文将 A 中的 FFT 变换公式改成如下形式：

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_x \circ \mathcal{F}_y \rightarrow \mathcal{F}' = \mathcal{F}_x + \mathcal{F}_y \quad (8)$$

其中 \mathcal{F}_x 为按行进行 FFT， \mathcal{F}_y 为按列进行 FFT， $\mathcal{F}_x \circ \mathcal{F}_y$ 为算子 \mathcal{F}_x 和 \mathcal{F}_y 的复合， $\mathcal{F}_x + \mathcal{F}_y$ 为算子的加和。根据傅里叶变换频谱的理论^[31]，上述将一个 FFT 换成按行和按列两个算子加和的形式可以使得图像的振荡的纹理部分趋于平缓和集中，因此可以实现图像中纹理部分的进一步移除。

优化后的最终公式为：

$$S = \mathcal{F}^{-1} \left(\frac{\mathcal{F}(I) + \alpha \cdot A' + \beta \cdot B}{1 + (\alpha + \beta) \cdot \mathcal{F}(\Delta)^2} \right) \quad (9)$$

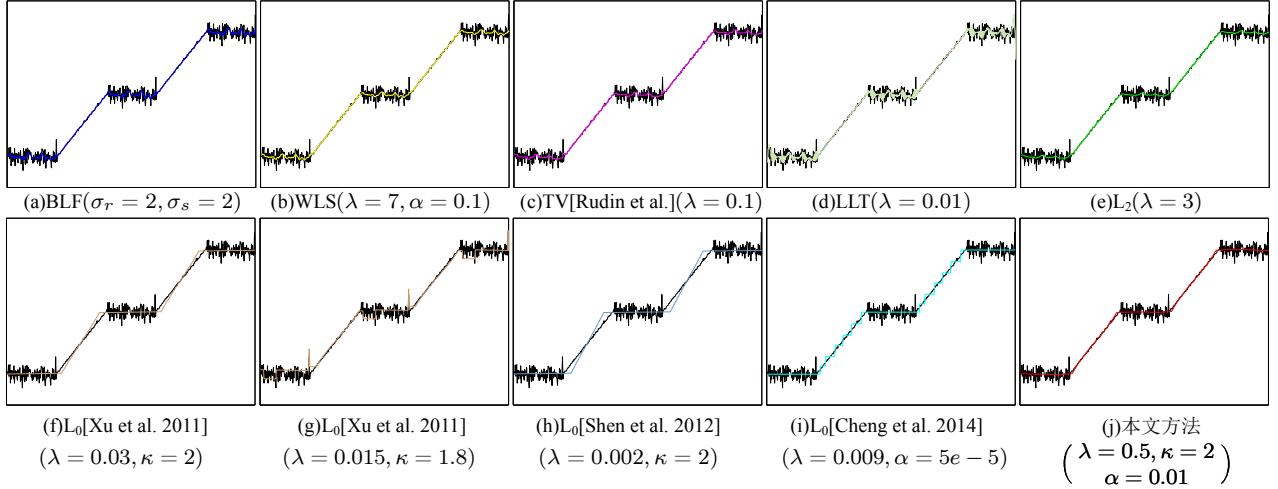


图 1: 黑色曲线表示待平滑的噪声曲线, 彩色曲线表示各种方法的最佳平滑效果

其中, $A' = \mathcal{F}'(\Delta)^2 \mathcal{F}'(I)$ 。

4.2 子问题 2: 求解 (h, v)

在公式(4)中假设 S 已知, 则关于 (h, v) 的目标泛函为:

$$\min_{h, v} \left\{ \sum_p ((\partial_x S_p - h_p)^2 + (\partial_y S_p - v_p)^2) + \frac{\lambda}{\beta} C(h, v) \right\} \quad (10)$$

根据 Xu^[19] 的方法, 以上的极小化问题等价于:

$$\sum_p \min_{h_p, v_p} \left\{ (\partial_x S_p - h_p)^2 + (\partial_y S_p - v_p)^2 + \frac{\lambda}{\beta} H(|h_p|, |v_p|) \right\} \quad (11)$$

其中 $H(|h_p|, |v_p|)$ 是一个定义如下的二值函数:

$$H(|h_p|, |v_p|) = \begin{cases} 1 & \text{if } |h_p| + |v_p| \neq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

从而可得 (h, v) 的解为:

$$(h_p, v_p) = \begin{cases} (0, 0) & (\partial_x S_p)^2 + (\partial_y S_p)^2 \leq \lambda/\beta \\ (\partial_x S_p, \partial_y S_p) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

4.3 算法框架

根据以上讨论, 本文的算法框架如下:

算法 1 $L_0 L_2 H^1$ 极小化

1. 输入: 图像 I , 梯度权重 λ , 平滑权重 α , 参数 β_0 , β_{max} 和 κ ;

2. 初始化: $S \leftarrow I$, $\beta \leftarrow \beta_0$, $i \leftarrow 0$;

3. DO {

已知 $S^{(i)}$, 在公式(13)中求解 $h_p^{(i)}$ 和 $v_p^{(i)}$;

已知 $h^{(i)}$ 和 $v^{(i)}$, 在公式(9)中求解 $S^{(i+1)}$;

$\beta \leftarrow \kappa \beta$, $i++$; } WHILE($\beta < \beta_{max}$)

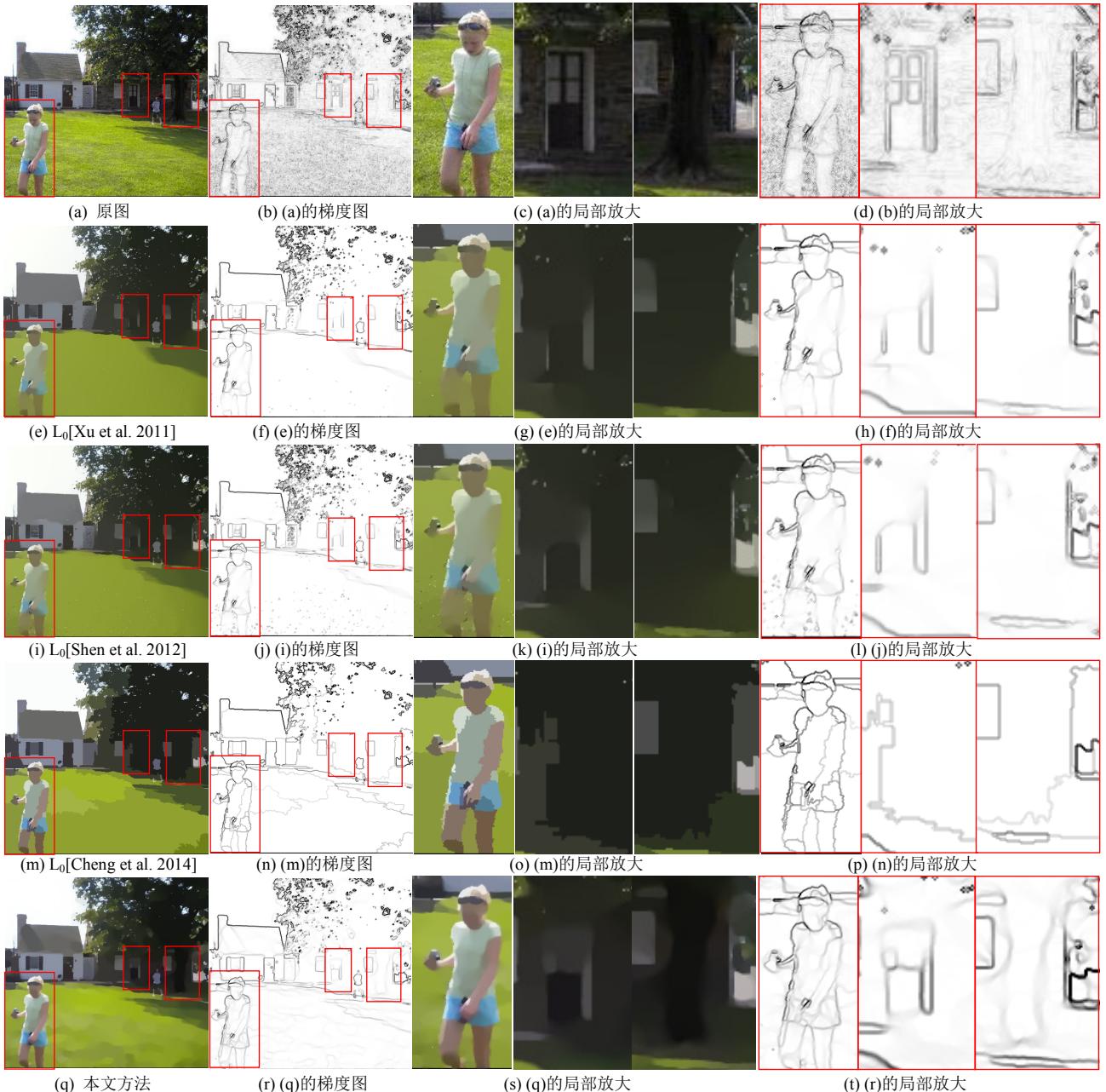
4. 输出: 结果图 S

5 模型分析和比较

本文的方法较以往的 L_0 方法的不同之处之一在于首次在能量泛函中引入梯度保真项来消除阶梯效应。正如图 1 所示, 非 L_0 方法在抚平细节纹理(如图 1 中(a),(b),(c),(d)和(e)的三个水平区)上有所欠缺。而 L_0 方法如果过于平滑将会在颜色近似处丢失部分结构, 造成虚假边界(如图 1 中(f)和(h)中在过渡曲线处的偏移); 如果不够平滑, 将会产生阶梯效应(如图 1 中(g)和(i))。本文方法中的梯度保真项 $|\nabla S - \nabla I|^2$ 诞生的原因就是为了消除阶梯效应。虽然看似与梯度项 $C(S)$ 冲突, 但实际上如果参数合理两者可以相辅相成, 既平滑纹理又不产生阶梯效应(如图 1 中(j)的效果)。

本文另一个创新点是保真项 $|\nabla(\Delta^{-1})(S - I)|^2$ 在保持颜色相近处的重要结构上的作用。如图 2 所示, (a) 中右上角树干和墙壁, 门和墙壁, 左下角人的手臂和衣服等这些结构的周围颜色都十分近似, 分别用已有的 L_0 方法[Xu et al. 2011, Shen et al. 2012, Cheng et al. 2014]在各自的最佳效果下((e) $\lambda = 0.035$, $\kappa = 1.5$ (i) $\lambda = 0.001$, $\kappa = 2$ (m) $\lambda = 0.2$, $\alpha = 1e-4$)都不能将这些结构表现出来(图 2 中 (h),(l),(p)都没有相应结构的梯度线)。本文的方法可以很好的保留这些重要的结构, 结果如(t)所示((q)的参数为 $\lambda = 0.04$, $\kappa = 2$, $\alpha = 0.01$)。

在第 4 节中, 本文将子问题 1 其中一步的 FFT 换成按行和按列加和的形式, 实际上扩大了可处理的纹理的类型。Xu 等人在 2012 年用 RTV ^[22] 方法解决了一类纹理构成的图像中有意义的结构的提取, 从而将那些精美但难处理的手工艺术品带入人们的视界。对于其文中所提及的像镶嵌画, 砖墙上的涂鸦, 十字绣等纹理构成的图像来说, 在本文的框架下也是能够处理的, 且本文的处理效果好于其他方法的效果。图 4 中, 可以看到各种方法对于意大

图 2: 各种 L_0 方法的自然图片平滑效果和其梯度图

利庞培古城的一幅镶嵌画的平滑效果对比。初步筛选后可以发现只有 RTV 和本文的方法可以完美的处理这样的图像。再仔细一看不难发现本文方法得到的结构比 RTV 的更加丰富和生动，颜色和形态都完美的得到保留。

图 3 中，本文通过平滑一幅图像显示本文算法的收敛性。事实上，本文的方法比相同框架下的方法收敛速度更加快（在相同参数下 $\lambda = 0.1, \kappa = 2, \alpha = 0.01$ ）。图 4 中横坐标为迭代次数，纵坐标为平滑图与原图的差异（这里我们为了可比性和画图方便，取为 $\log_2(\sum_p(I_p - S_p)^2)$ ）。从图中可以看出，本文方法在大约 10 次左右即可收敛，

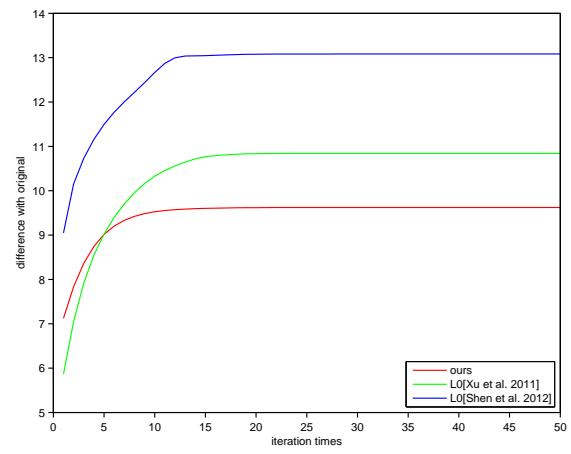


图 3: 收敛分析

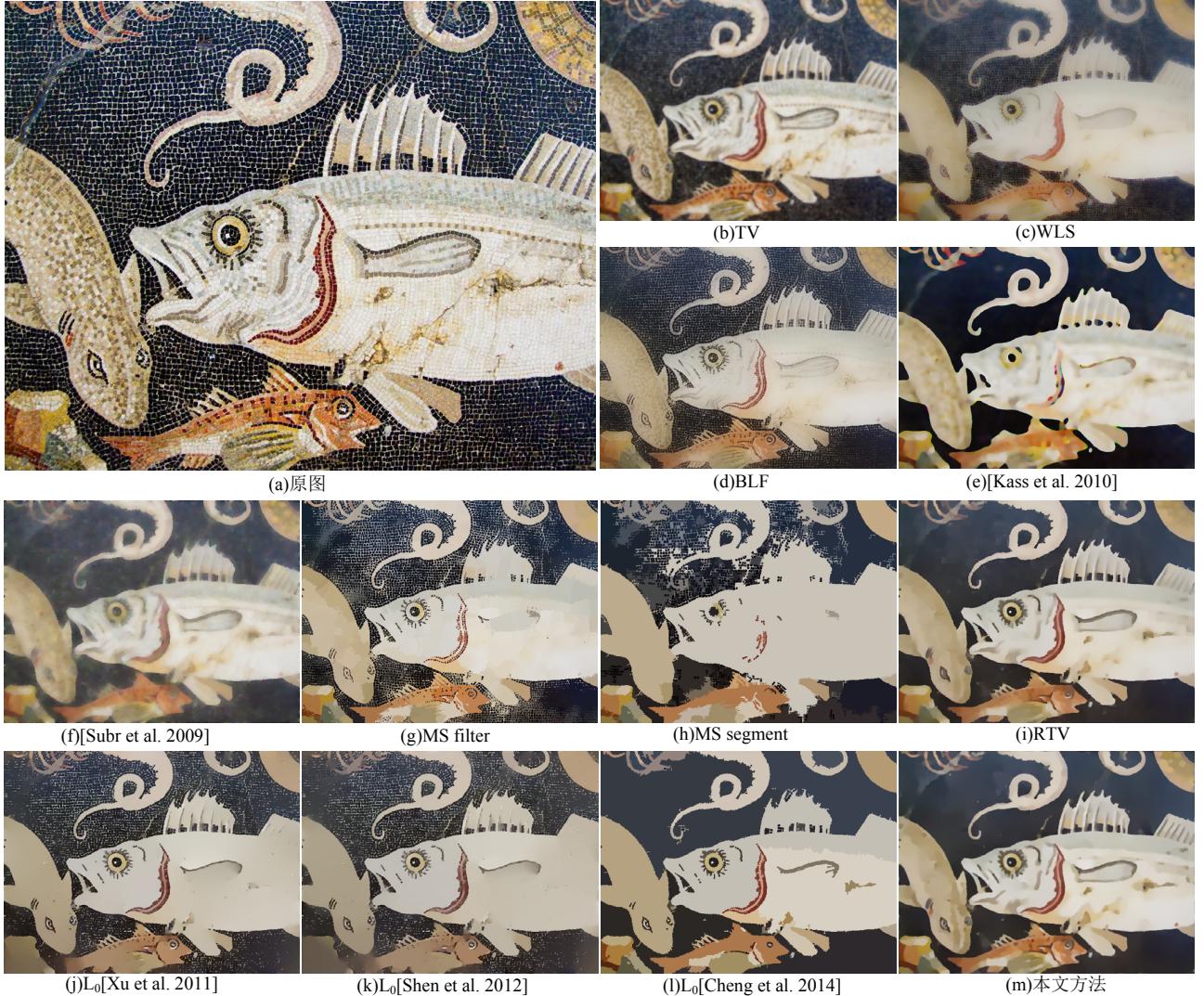


图 4: 各种方法对于“Pompeii Fish Mosaic”的效果对比。(a)原图。(b)全变分(TV)[Rudin et al. 1992] $(\lambda = 0.7)$ 。(c)加权最小二乘法(WLS)[Farbman et al. 2008] $(\lambda = 12, \alpha = 1.2)$ 。(d)双边滤波(BLF)[Tomasi et al. 1998] $(\sigma_s = 45, \sigma_r = 0.3)$ 。(e)[Kass and Solomon 2010]。(f) [Subr et al. 2009]。(g) Mean shift(MS)滤波[Comaniciu et al. 2002] $(h_s = 10, h_r = 8)$ 。(h) Mean shift(MS)分割[Comaniciu et al. 2002] $(h_s = 10, h_r = 8)$ 。(i)相对全变分(RTV)[Xu et al. 2012] $(\lambda = 0.015, \sigma = 6)$ 。(j) L_0 梯度极小化[Xu et al. 2011] $(\lambda = 0.2, \kappa = 2)$ 。(k) L_0 梯度极小化[Shen et al. 2012] $(\lambda = 0.01, \kappa = 2)$ 。(l) L_0 梯度极小化[Cheng et al. 2014] $(\lambda = 0.8, \alpha = 1e - 4)$ 。(m)本文方法 $(\lambda = 0.3, \kappa = 2, \alpha = 3)$ 。

而另外两种 L_0 方法则要到 15 次左右才收敛。另一方面, 从图 3 中还能看出, 最后收敛的结果本文方法是最接近原图的。这也侧面表明了本文对于图像中结构保持的优越性。在 Intel Core i5@CPU 2.27G 的系统上运行本文算法的 matlab 程序对于单通道 600×400 的图像只需 5 秒钟, 显示了本文方法的高效性。

6 应用

作为一个重要的工具, 本文提出的图像平滑方法有许多的应用。本节, 我们将呈现七个相关的应用: 图像去噪, JPEG 格式卡通画压缩痕迹去除, 边界提取, 图像抽象和融合, HDR 色调映射, 漫画

上色等。

6.1 图像去噪

平滑可以满足图像去噪的需要, 即保留原图像的主要信息, 将噪声去除。本文比较了已有的多种方法, 得到图 5。其中, 输入图像为图像去噪领域常用的噪声原图(a)。实验结果显示在每种方法的最佳参数下, 只有 Cheng 等人^[28]的 L_0 方法和本文的方法在去噪效果上最好, 其他的方法都不能够完全移除噪声。需要注意的是, 图 5 中(c)和(g)在相应原文中的处理方法是, 先对于噪声图像的灰度图进行处理, 然后再转化为彩色图像; 本文为了合理比较, 直接比较他们对于彩色噪声图像的去噪。

6.2 JPEG 格式卡通画压缩痕迹去除

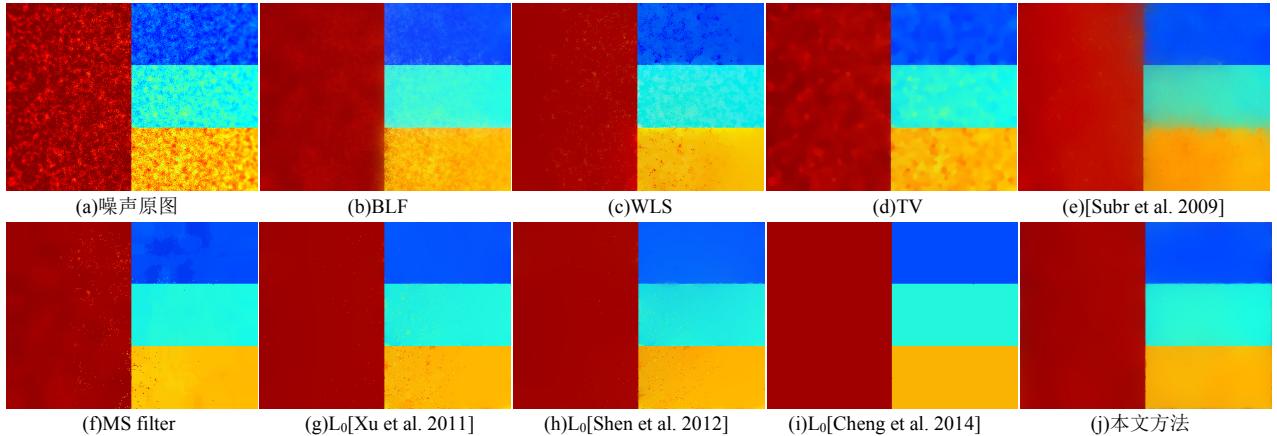


图 5: [Farbman et al. 2008]制造的噪声在各种方法下的去噪效果。(a)彩色噪声原图。(b)双边滤波(BLF)[Tomasi et al. 1998] $(\sigma_s = 12, \sigma_r = 0.5)$ 。(c)加权最小二乘法(WLS)[Farbman et al. 2008] $(\lambda = 2, \alpha = 3)$ 。(d)全变分(TV)[Rudin et al. 1992] $(\lambda = 3)$ 。(e)[Subr et al. 2009](width=30)。(f)Mean shift(MS)滤波[Comaniciu et al. 2002] $(h_s = 10, h_r = 20)$ 。(g) L_0 梯度极小化[Xu et al. 2011] $(\lambda = 0.3, \kappa = 2)$ 。(h) L_0 梯度极小化[Shen et al. 2012] $(\lambda = 0.1, \kappa = 2)$ 。(i) L_0 梯度极小化[Cheng et al. 2014] $(\lambda = 0.45, \alpha = 1e - 4)$ 。(j)本文方法 $(\lambda = 1, \kappa = 2, \alpha = 1.5)$ 。

由于较好的平滑效果和结构保留效果，本文的方法能够有效地去除 JPEG 格式卡通画的压缩痕迹。

图 6 中在蜗牛的触角、身体的曲线、背壳和尾巴等部分，本文方法有着非常优越的效果。
(e),(g),(h)和(i)在蜗牛的壳上均有部分明显的压缩痕迹未去除，这与方法本身没有局部均一的效果有关；(f),(j),(k)和(l)的整体效果不错，但在蜗牛的触角和尾巴上仍保留有部分压缩痕迹，且图像中的曲线出现了锯齿，使得图像原本光滑的结构遭到了破坏。本文的方法很好地处理了上述问题，结果如(c)

和(m)所示。

图 7 中除了上述问题外，还有另一个有趣的现象。注意(d),(g),(i),(j)和(k)，不难发现它们的帽子颜色都明显的变暗了。原因来自于 WLS, RTV 及已有的 L_0 方法在处理局部区域的颜色的机制。这些方法将局部的颜色均一化，表面上看似乎正确无误，但实际上并非如此。如(b)所示，帽子上在原来红色的表面上产生了颜色更暗的压缩痕迹，并且非常密集。于是在上述 5 种方法的框架下，均一化的结果将会使最终的颜色趋向于暗红，从而产生错误的结果。

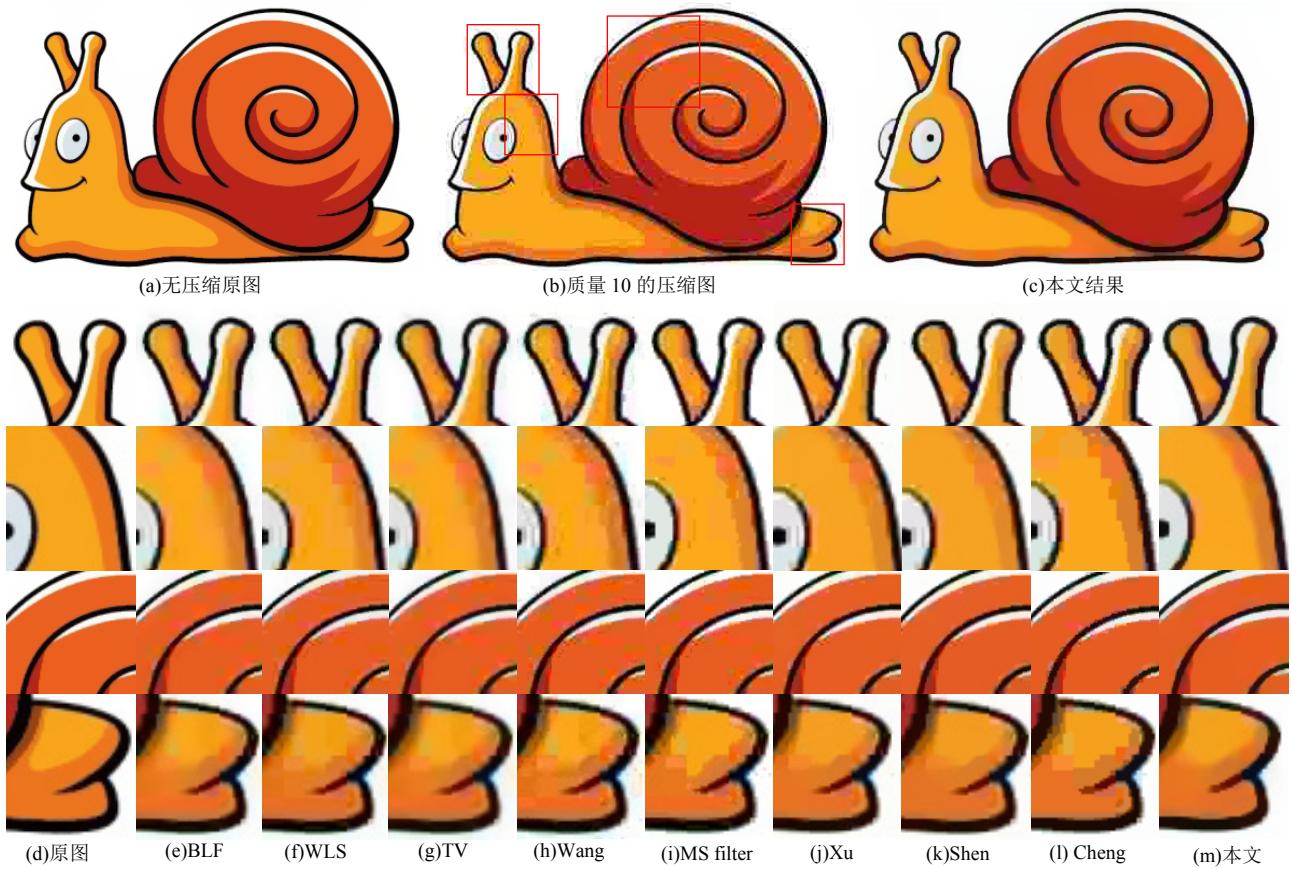


图 6: 卡通图片 “Snail” JPEG 格式压缩痕迹移除

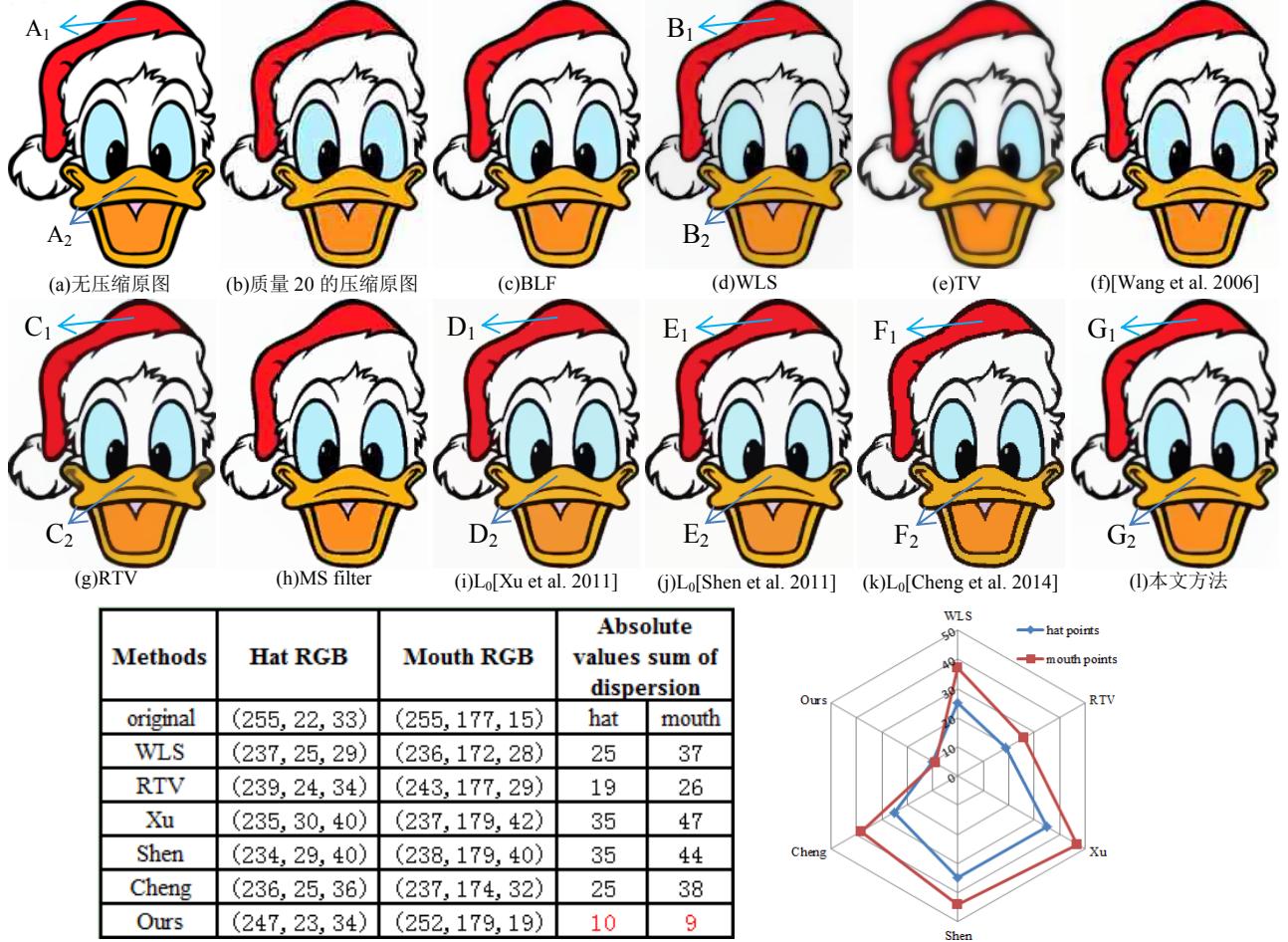


图7: 卡通图片 “Donald Duck” JPEG 格式压缩痕迹移除

果。本文的算法框架下,由于有图像保真项和梯度保真项的共同作用,既产生了局部均一的效果又能够使颜色与原图的颜色相近,结果如(l)所示。

与 Xu^[19] 和 Cheng^[28] 的实验类似,本文修复了许多卡通图片不同程度的压缩痕迹来与其他方法进行数值对比。对比的方法包括 BLF^[6], WLS^[17], TV^[1], Wang 等人^[32] 的方法, L_0 [Xu et al. 2011], L_0 [Shen et al. 2012] 和 L_0 [Cheng et al. 2014]。本文压缩了 100 张卡通图片,每张图片的质量从 10 到 90 均匀分布。在每种方法处理过后,本文用峰值信噪比(PSNR)和结构相似性指标(SSIM)来定量度量每种方法的处理效果。对比的结果如图 8 所示,在 PSNR 和 SSIM 两项指标上,可以清楚的发现本文的方法均明显好于其他各种方法。

6.3 边界提取

由于可以平滑纹理且保留主要结构,本文的方法可以应用于图像的边界提取。

当图像中的纹理既多又密时,很难直接用 Canny 方法^[33] 提取正确的边界。图 9 展示了本文方

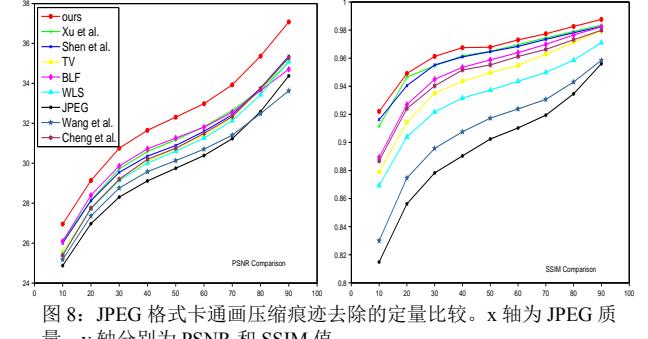


图8: JPEG 格式卡通画压缩痕迹去除的定量比较。x 轴为 JPEG 质量, y 轴分别为 PSNR 和 SSIM 值。

法对于这种类型的图像的有效性。如(f)所示,直接提取会得到许多无用的边界,这些边界杂乱无章,无法得到图像的轮廓信息。(g),(h)和(i)分别为已有的 L_0 方法的效果,由于他们均无法抚平大量的纹理,这就造成两种结果:一种是过度平滑,重要结构丢失;另一种是平滑不足,还保留部分无用纹理。然而本文的方法对于保留结构有着天然的优势,所以本文的处理效果(j)明显好于已有的 L_0 方法。

6.4 图像抽象

照片的非真实感抽象通常需要两步完成: 第一



图 9: Canny 边界提取方法得到的织布图样边界的效果对比。各方法的参数为(b) $\lambda = 0.06, \kappa = 1.6$, (c) $\lambda = 0.0025, \kappa = 2$,

(d) $\lambda = 0.2, \alpha = 1e - 4$, (e) $\lambda = 0.1, \kappa = 2, \alpha = 0.5$ 。

步是 Mean shift 滤波^[34]或者双边滤波^[35]进行平滑;第二步是用高斯差(DoG)滤波提取线条轮廓。被提取的线条将会放回平滑的图像中增加视觉对比度。由于本文的方法可以保持图像的结构,所以本文能够像 Farbman^[17]和 Xu^[19]那样将两步合并成一步进行图像抽象。并且,本文的方法在 Winnemöller^[35]的框架下,生成了更加有层次感的非真实感抽象图。

图 10 展示了照片非真实感抽象的对比,可以发现本文方法比已有 L_0 方法在天空和云朵的层次上更加丰富。同时地面上的植被也更加富于生动性。由抽象画生成的铅笔素描也说明了相同问题。

6.5 图像融合

泊松图像融合^[36]的关键是通过求解泊松方程来得到变换后的图像像素实现无缝融合。但融合效果很容易受到源图像和目标图像纹理冲突的影响。

本文方法对于图像融合非常有帮助,因为本文方法在保留图像主要结构的同时移除了图像中的复杂纹理,这样避免了融合时源图像纹理与目标图像纹理的冲突。图 11 展示了图像融合的对比,可以看见本文方法将源图的纹理都抹去了,只保留了主体结构,从而在最后的融合时不会造成纹理冲突。

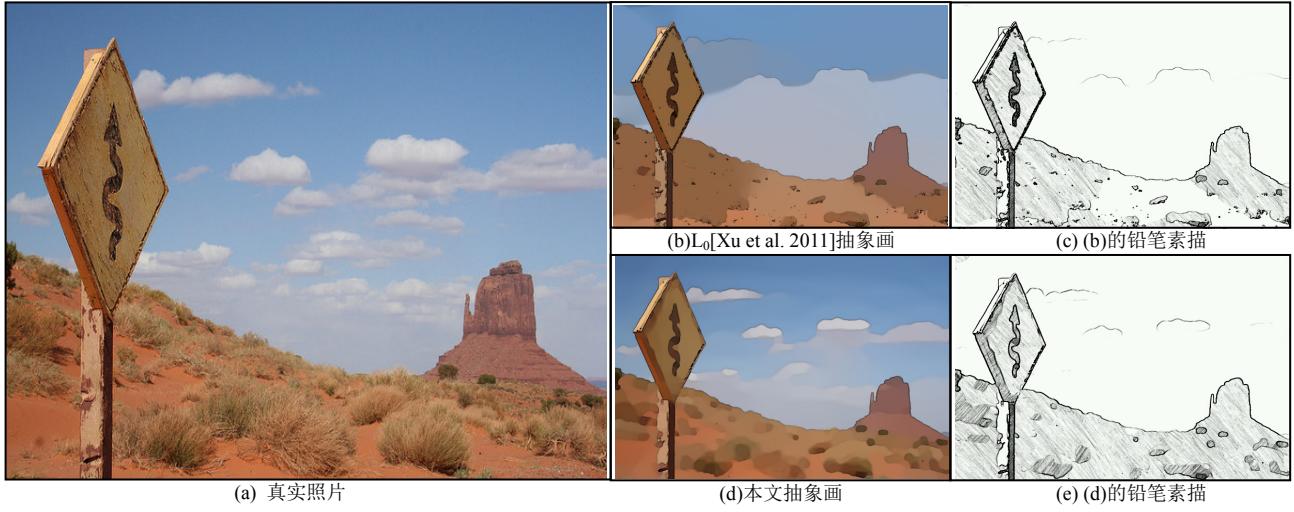


图 10: 照片的非真实感抽象对比。参数选取(b)($\lambda = 0.03, \kappa = 1.5$)(c)($\lambda = 0.1, \kappa = 1.5, \alpha = 0.01$)。

6.6 HDR 色调映射

HDR 色调映射可以通过将一张 HDR 图片分解为传递主要能量的区域光滑的基图层和一个细节图层来实现。基图层非线性的映射到一个低动态范围

围并与细节层重新复合即为最终结果图。对于基图层，必须保持显著的结构来避免光晕，且在范围映射时保持足够的光滑来保持合理的对比度。

在 Durand 和 Dorsey 的色调映射框架^[7]下，用

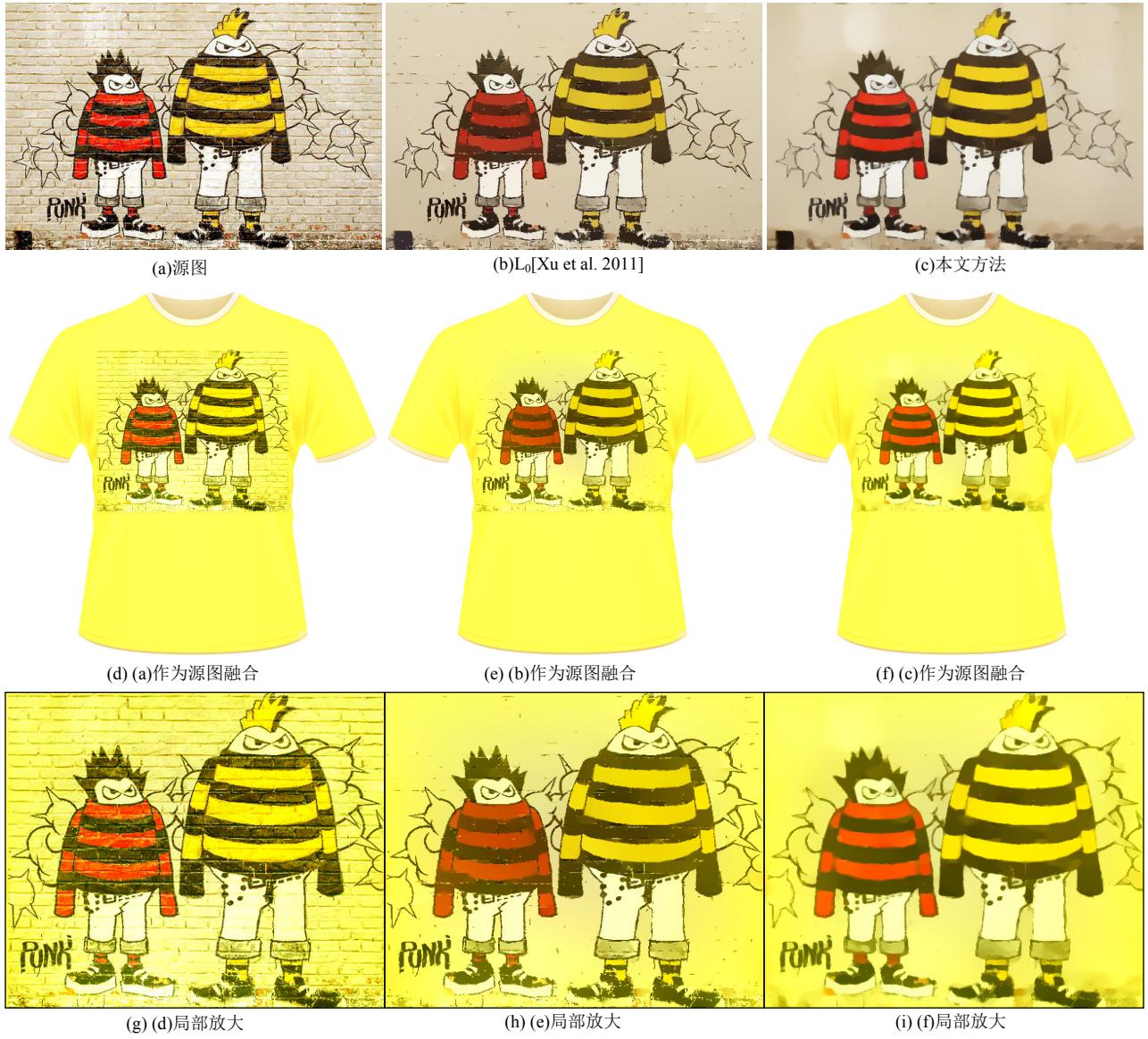


图 11：图像融合效果对比。参数选取(b) ($\lambda = 0.2, \kappa = 2$) (c) ($\lambda = 0.3, \kappa = 2, \alpha = 0.5$)。



图 12: 各种方法分解图层的 HDR 色调映射结果对比。参数选取(c)($\lambda = 0.07, \kappa = 2$)(d)($\lambda = 0.8, \kappa = 2$)(e) ($\lambda = 7, \kappa = 2, \alpha = 7$)

本文方法在对数 HDR 图片上来处理图层分解。图 12 展示了我们的效果和原文^[7]及 L_0 方法的对比。BLF 方法结果的色调范围不及本文结果大, L_0 [Xu et al. 2011]方法不管参数如何调节都存在问题。如果参数稍小, 将会出现像(c)图一样的光晕。如果参数稍大, 则会像(d)图一样部分区域(礼堂, 天窗, 窗户)过亮, 丢失细节; 部分区域(内堂, 天花板)过暗, 色调失衡。本文方法很好地克服了这些缺点, 得到结构清晰、细节保持、色调平衡的 HDR 色调映射效果。

6.7 图像上色

黑白漫画、素描等这些线条构成的图像作为一种独特的艺术形式存在于我们的生活中。它们以细节和形似著称, 但是却缺乏颜色给人带来的视觉冲击力。解决这个问题的方法是通过计算机技术给图像上色^[37, 38]。

然而, 绝大部分的图像上色都需要明显的边界和平滑的梯度, 这就给漫画和素描上色带来困难, 因为漫画和素描都是由线条构成, 而线条之间的间隔并不连续。

本文的方法很好的解决了这个问题, 我们先将黑白漫画和素描的图像平滑, 然后基于 Levin^[37]和 Yatziv^[38]的上色框架给平滑后的图像上色。图 13 和 14 展示了本文方法的上色效果。可以明显发现原图直接上色不仅经常出现颜色溢出, 而且需要非常复杂的上色线条。经过本文的处理后, 结构得到了保留, 细节部分被平滑, 上色更加方便, 效果更加接近于真实的彩色作画。

7 总结和展望

本文首次在 L_0 梯度极小化图像平滑的框架中

引入梯度保真项, 避免了阶梯效应的产生; 同时, 弱化了图像保真项的限制, 保证图像颜色近似处的结构得到保留。

本文对比了多种现有方法, 且集中展示了本文方法在图像处理七种应用中的突出效果。

下一步的工作包括: 用数学推导证明 L_0 方法的收敛性; 将本文方法应用在视频处理上; 将本文方法扩展到三维空间的图元处理等。

致谢 在此, 向对本文工作给予支持和建议的老师和同学, 尤其是程轩、雷琦等实验室同伴及 CAD&CG 实验室 Peng Group 的其他师兄师姐们表示深深的谢意!

参 考 文 献

- 1 L. I. Rudin, S. Osher and E. Fatemi. Nonlinear total variation based noise removal algorithms. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1992. 60(1):259-268
- 2 T. F. Chan and S. Esedoglu. Aspects of total variation regularized L 1 function approximation. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 2005. 65(5):1817-1837
- 3 Y. Meyer. Oscillating patterns in image processing and nonlinear evolution equations: the fifteenth Dean Jacqueline B. Lewis memorial lectures. American Mathematical Soc. 2001
- 4 J.-F. Aujol and A. Chambolle. Dual norms and image decomposition models. *International Journal of Computer Vision*, 2005. 63(1):85-104
- 5 J.-F. Aujol, G. Gilboa, T. Chan and S. Osher. Structure-texture image decomposition—modeling, algorithms, and parameter selection. *International Journal of Computer Vision*, 2006. 67(1):111-136
- 6 C. Tomasi and R. Manduchi. Bilateral filtering for gray and color images. *Computer Vision*, 1998. Sixth International Conference on. 1998. 839-846
- 7 F. Durand and J. Dorsey. Fast bilateral filtering for the display of high-dynamic-range images. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*. 2002.

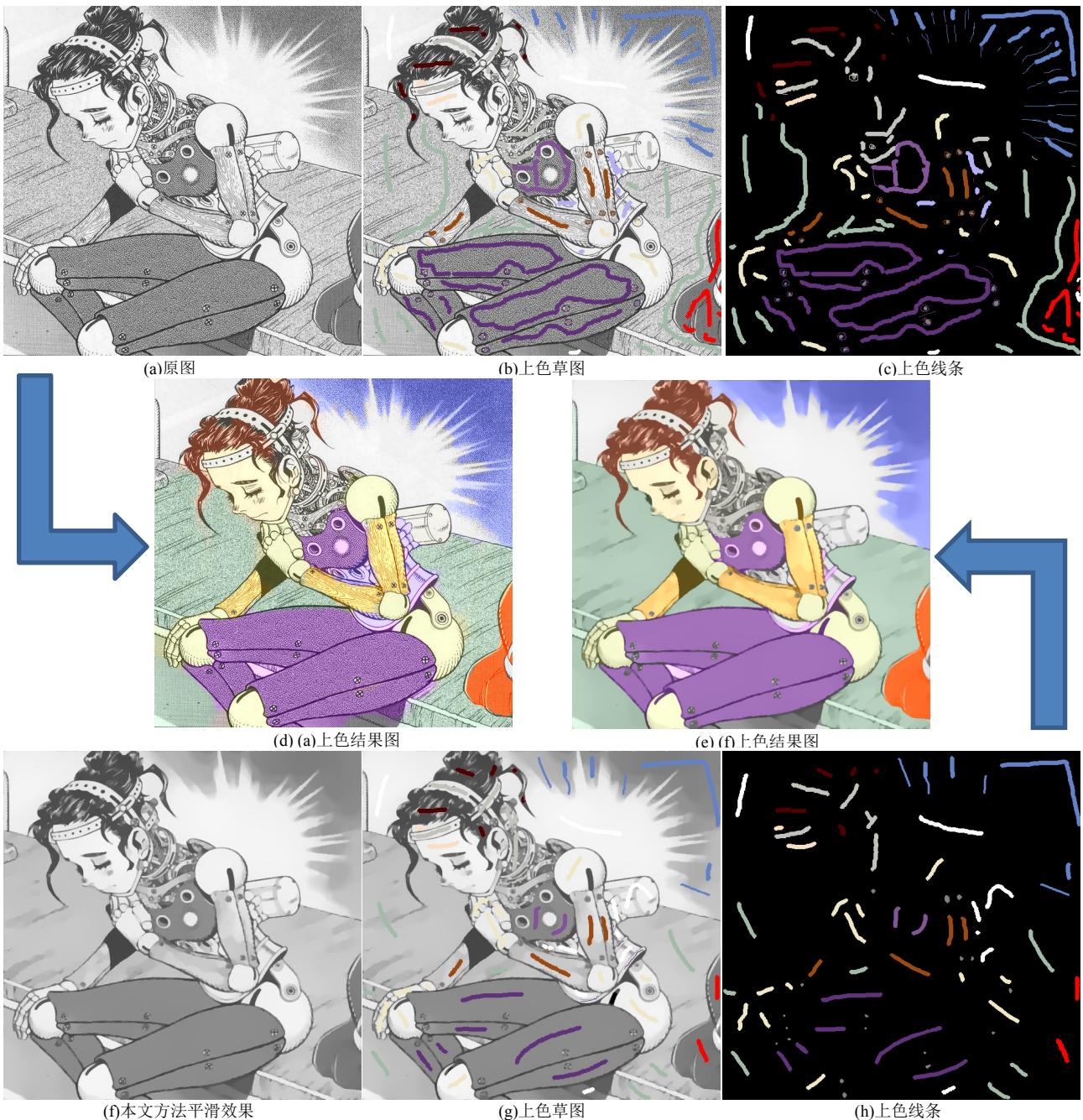


图 13: 黑白漫画上色对比

21(3): 257-266

- 8 P. Choudhury and J. Tumblin. The trilateral filter for high contrast images and meshes. ACM SIGGRAPH 2005 Courses. 2005. 5
- 9 S. Paris and F. Durand. A fast approximation of the bilateral filter using a signal processing approach. Computer Vision–ECCV 2006. 2006. 568-580
- 10 B. Weiss. Fast median and bilateral filtering. ACM Transactions on Graphics (TOG). 2006. 25(3): 519-526
- 11 J. Chen, S. Paris and F. Durand. Real-time edge-aware image processing with the bilateral grid. ACM Transactions on Graphics (TOG). 2007. 26(3): 103
- 12 R. Fattal. Edge-avoiding wavelets and their applications. ACM

Transactions on Graphics (TOG). 2009. 28(3): 22

- 13 J. Baek and D. E. Jacobs. Accelerating spatially varying gaussian filters. ACM Transactions on Graphics (TOG). 2010. 29(6): 169
- 14 M. Kass and J. Solomon. Smoothed local histogram filters. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2010. 29(4):100
- 15 P. Perona and J. Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 1990. 12(7):629-639
- 16 S. Paris, S. W. Hasinoff and J. Kautz. Local Laplacian filters: edge-aware image processing with a Laplacian pyramid. ACM Trans. Graph., 2011. 30(4):68

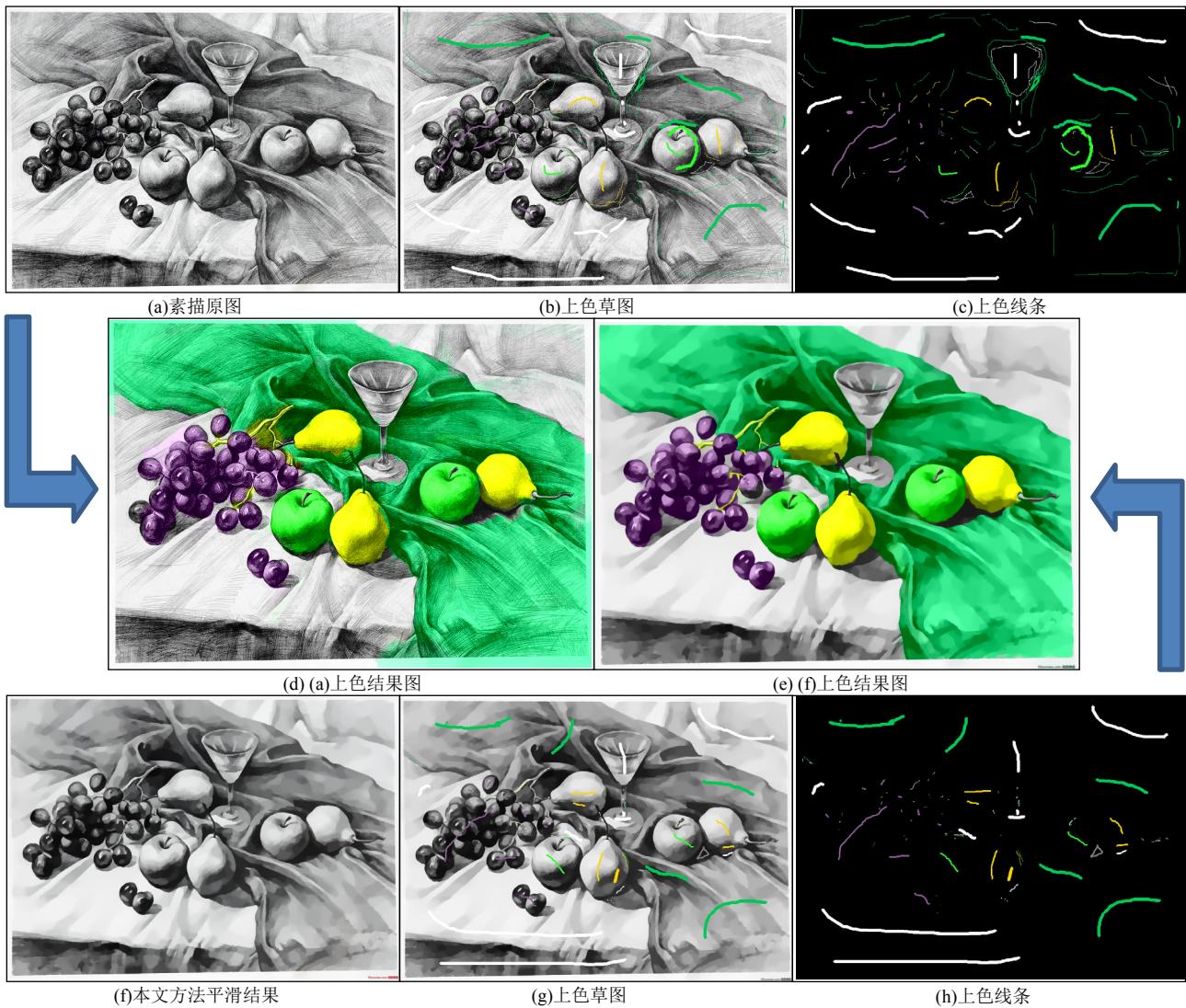


图 14: 素描上色对比

- 17 Z. Farbman, R. Fattal, D. Lischinski and R. Szeliski. Edge-preserving decompositions for multi-scale tone and detail manipulation. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2008. 27(3): 67
- 18 K. Subr, C. Soler and F. Durand. Edge-preserving multiscale image decomposition based on local extrema. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2009. 28(5):147
- 19 L. Xu, C. Lu, Y. Xu and J. Jia. Image smoothing via L_0 gradient minimization. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2011. 30(6):174
- 20 T. F. Chan, S. Esedoglu and F. Park. A fourth order dual method for staircase reduction in texture extraction and image restoration problems. Image Processing (ICIP), 2010 17th IEEE International Conference on. 2010. 4137-4140
- 21 Kong De-Xing, Cheng Yun-Mei, Dong Fang-Fang, Lou Qiong. Mathematical Theory and Method in Image Processing. Beijing: Science Press. 2014. (in Chinese)
- (孔德兴, 陈韵梅, 董芳芳, 楼琼. 图像处理中的数学理论与方法. 北京:科学出版社. 2014)
- 22 L. Xu, Q. Yan, Y. Xia and J. Jia. Structure extraction from texture via relative total variation. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2012. 31(6):139
- 23 M. Lysaker, A. Lundervold and X.-C. Tai. Noise removal using fourth-order partial differential equation with applications to medical magnetic resonance images in space and time. Image Processing, IEEE Transactions on, 2003. 12(12):1579-1590
- 24 M. Lysaker, S. Osher and X.-C. Tai. Noise removal using smoothed normals and surface fitting. Image Processing, IEEE Transactions on, 2004. 13(10):1345-1357
- 25 F. Dong, Z. Liu, D. Kong and K. Liu. An improved LOT model for image restoration. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 2009. 34(1):89-97
- 26 Z. Lixin and X. Deshen. Staircase effect alleviation by coupling gradient fidelity term. Image and Vision Computing, 2008. 26(8):1163-1170
- 27 C.-T. Shen, F.-J. Chang, Y.-P. Hung and S.-C. Pei. Edge-preserving image decomposition using L_1 fidelity with L_0 gradient. SIGGRAPH Asia 2012

- Technical Briefs. 2012. 6
- 28 X. Cheng, M. Zeng and X. Liu. Feature-preserving filtering with L_0 gradient minimization. Computers & Graphics, 2014. 38(150-157)
- 29 S. Osher, A. Solé and L. Vese. Image decomposition and restoration using total variation minimization and the H^1 . Multiscale Modeling & Simulation, 2003. 1(3):349-370
- 30 Y. Wang, J. Yang, W. Yin and Y. Zhang. A new alternating minimization algorithm for total variation image reconstruction. SIAM Journal on Imaging Sciences, 2008. 1(3):248-272
- 31 R. C. Gonzalez, R. E. Woods and S. L. Eddins. Digital Image Processing. Beijing: Electronic Industry Press. 2006. (in Chinese)
(R. C. Gonzalez, R. E. Woods and S. L. Eddins. 冈萨雷斯数字图像处理. 北京: 电子工业出版社. 2006)
- 32 G. Wang, T.-T. Wong and P.-A. Heng. Deringing cartoons by image analogies. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2006. 25(4):1360-1379
- 33 J. Canny. A computational approach to edge detection. Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on, 1986. 6):679-698
- 34 D. DeCarlo and A. Santella. Stylization and abstraction of photographs. ACM Transactions on Graphics (TOG). 2002. 21(3): 769-776
- 35 H. Winnemöller, S. C. Olsen and B. Gooch. Real-time video abstraction. ACM Transactions On Graphics (TOG), 2006. 25(3):1221-1226
- 36 P. Pérez, M. Gangnet and A. Blake. Poisson image editing. ACM Transactions on Graphics (TOG). 2003. 22(3): 313-318
- 37 A. Levin, D. Lischinski and Y. Weiss. Colorization using optimization. ACM Transactions on Graphics (TOG), 2004. 23(3):689-694
- 38 L. Yatziv and G. Sapiro. Fast image and video colorization using chrominance blending. Image Processing, IEEE Transactions on, 2006. 15(5):1120-1129



DING Zhi-Peng, born in 1992, undergraduate student. E-mail: zhipengding@zju.edu.cn. His major research interests include realistic computer graphics, image processing, virtual reality, etc.

ZHANG Shao-Xiong, born in 1993, undergraduate student. E-mail: zhangsx5510@mails.jlu.edu.cn. His research interests focus on computer graphics.

Background

In the field of image processing, image smoothing is critical for various applications, such as HDR tone mapping, non-photorealistic abstraction, etc. Though there are many existing methods to achieve a visually satisfying result, most of them are designed for one particular aspect and the overall smoothing results can hardly be regarded as flawless. Of all this methods, L_0 gradient minimization, proposed by [Xu et al. 2011], is generally promising.

In this paper, we focus on solving two problems of L_0 gradient minimization: staircase effect reduction and detail structure preservation. As shown in our experiments, our method can maintain the detail structure and avoid staircase effect at the same time, and improve the quality of various applications.

CHEN Jia-Zhou, born in 1984, Ph. D., lecturer. E-mail: cjz@zjut.edu.cn. His research interests include computer graphics, virtual reality, etc.

PENG Qun-Sheng, born in 1947, Ph. D., professor, Ph. D. supervisor. E-mail: peng@cad.zju.edu.cn. His research interests include realistic computer graphics, virtual reality, infrared image synthesis, scientific visualization, etc.

WANG Zhang-Ye, born in 1965, Ph. D., associate professor. E-mail: zywang@cad.zju.edu.cn. His research interests include visualization, realistic computer graphics, virtual reality, infrared image synthesis, etc.

Our work is partially supported by Project of National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61272302, Grant No.61303138) and Open Project of State Key Lab of CAD&CG, Zhejiang University (A1428). These three projects are about modeling and rendering of ocean scene and computer modeling and automatic generation methods for Chinese folk paper-cut. Our work can be regarded as one necessary step of the intermediate processes. Any options, findings, conclusions, or recommendations expressed are the authors' and do not necessarily reflect those of the sponsors.

Our group mainly deals with problems of realistic computer graphics and it is the first time we investigating on image smoothing. We are going on our work and a further study is coming soon.