

관계 중심의 사고법

쉽게 배우는 알고리즘

14주차: 그래프

14주차

1. 그래프표현-인접리스트



(0) 강의 보기

2. 그래프 방문-BFS



(0) 강의 보기

3. 그래프 방문-DFS



(0) 강의 보기

zoom 수업 연결



(0) 강의 보기

15주차

4-최소신장트리-크루스칼



(0) 강의 보기

1. 최소신장트리-Prim 알고리즘-1



(0) 강의 보기

2-최소신장트리-Prim 알고리즘-2



(0) 강의 보기

3-실습 Prim 알고리즘



(0) 강의 보기

5. 최소신장트리 실습-2



최소신장트리

↓
실습

학습목표

BFS

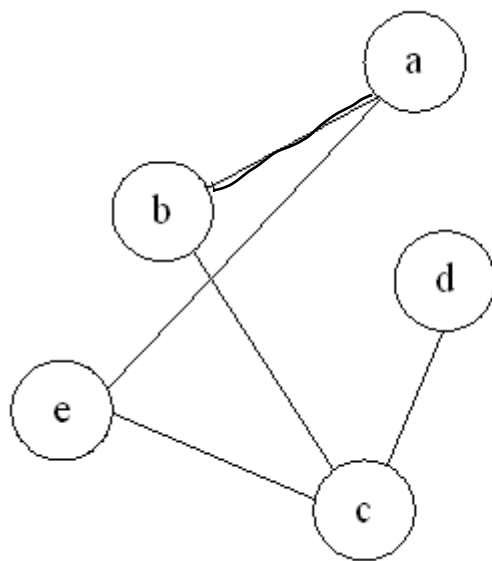
- 그래프의 표현법을 익힌다 (2)
- ① • 너비 우선 탐색과 깊이 우선 탐색의 원리를 충분히 이해하도록 한다
- 신장 트리의 의미와 최소 신장 트리를 구하는 두 가지 알고리즘을 이해한다

DFS

(지난시간)그래프 표현

- 인접행렬(Adjacency Matrix)

- 2차원 행렬 : 2차원 배열
- 직접 연결된 간선이 있으면 해당 값을 1(True)
- 대각선 요소는 무의미. 0 또는 1.

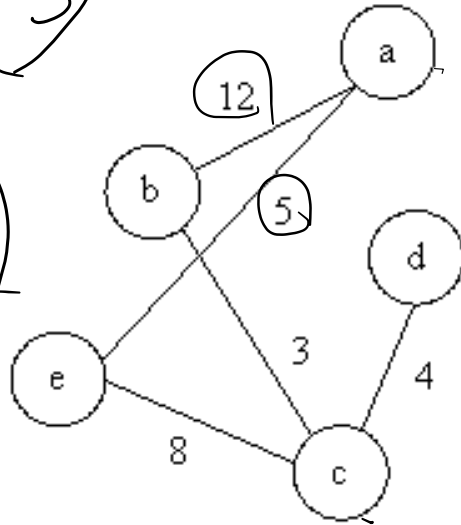
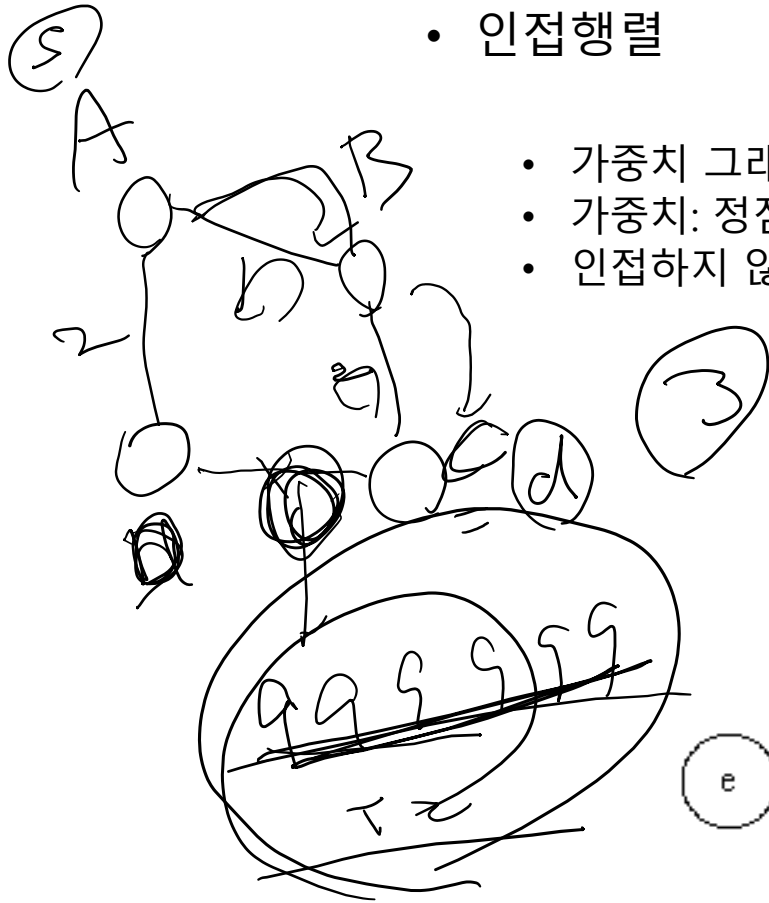


	a	b	c	d	e	
a	0	1	0	0	1	2
b	1	0	1	0	0	2
c	0	1	0	1	1	3
d	0	0	1	0	0	1
e	1	0	1	0	0	2

(지난시간)그래프 표현

• 인접행렬

- 가중치 그래프: 간선의 가중치
- 가중치: 정점 사이를 이동하는데 필요한 비용이나 거리
- 인접하지 않은 정점: 비용 무한대.



to from	a	b	c	d	e
a	0	12	inf	inf	5
b	12	0	3	inf	inf
c	inf	3	0	4	8
d	inf	inf	4	0	inf
e	5	inf	8	inf	0

inf

∞

(지난시간)그래프 표현

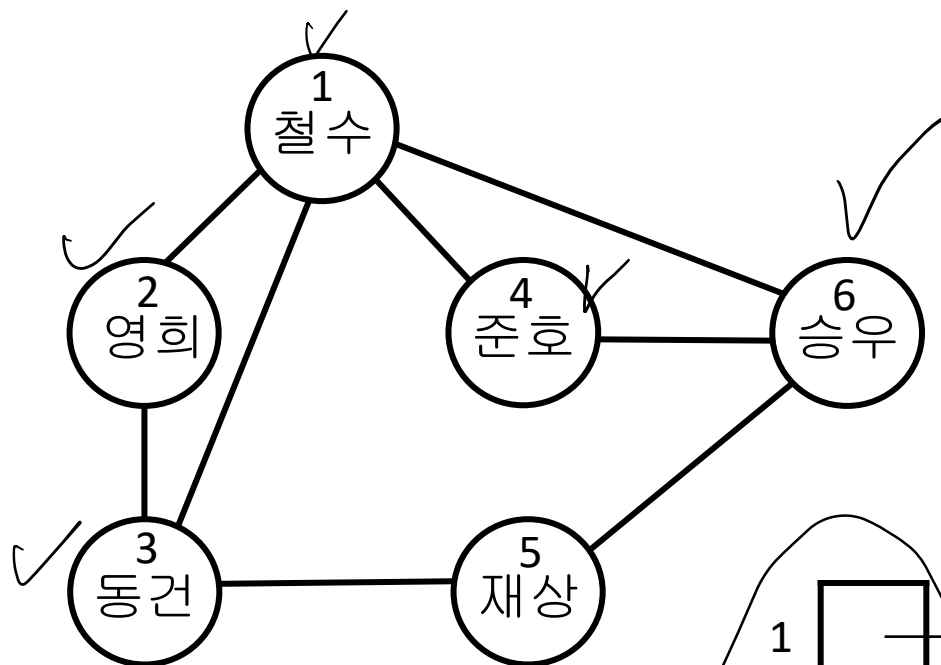
- 배열을 사용한 인접행렬
 - 필요한 정점의 수를 예측. `int AdjacencyMatrix[Max][Max];` 라고 선언
 - 고정 크기의 그래프
- 연결리스트를 사용한 인접리스트
 - 힙 메모리
 - 미리 배열 크기를 결정할 필요가 없음.

Graph의 표현 2: Adjacency List

- Adjacency list

- N 개의 연결 리스트로 표현
- i 번째 리스트는 정점 i 에 인접한 정점들을 리스트로 연결해 놓음
- 가중치 있는 그래프의 경우
 - 리스트는 가중치도 보관한다



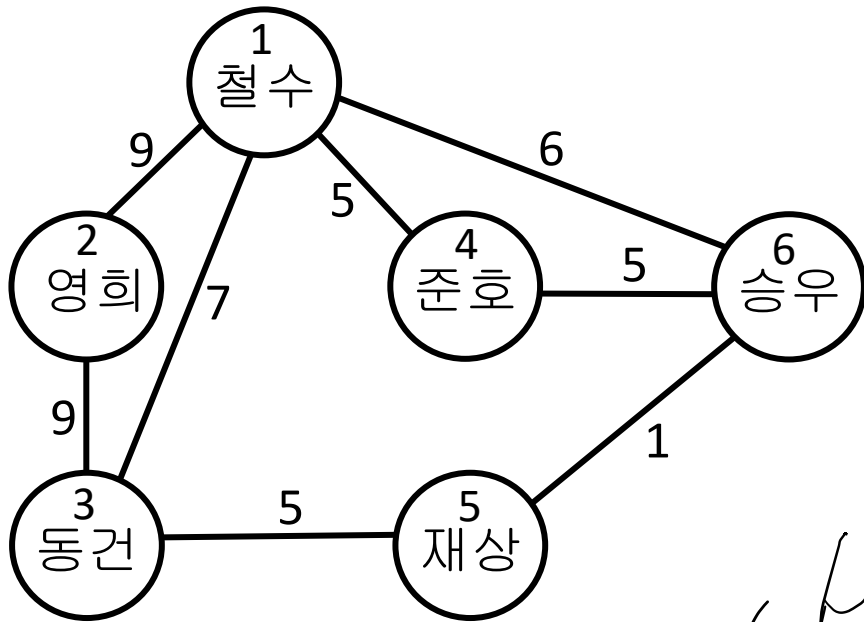


6 x 6

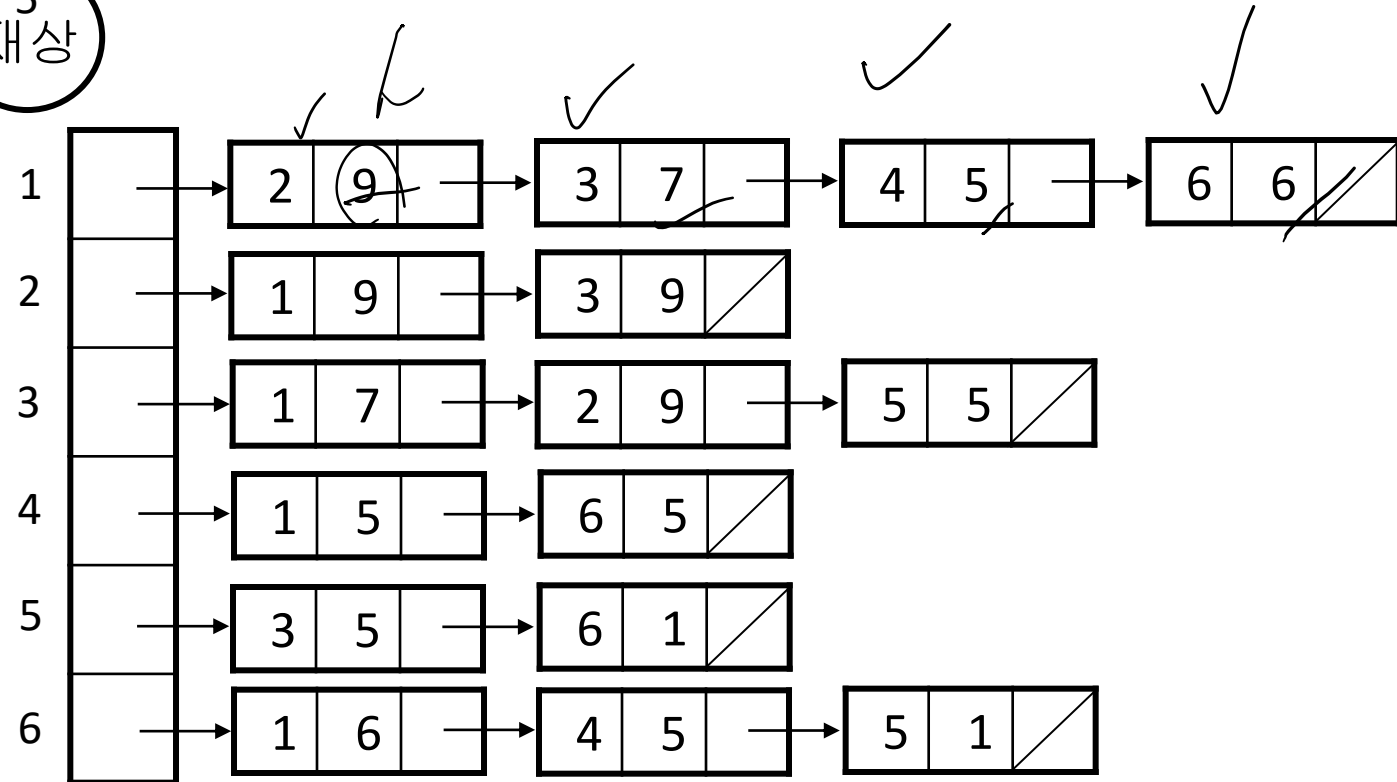
1 x 1
1 0 1

무향 그래프의 예

1	→	2	→	3	→	4	→	6	/
2	→	1	→	3	/				
3	→	1	→	2	→	5	/		
4	→	1	→	6	/				
5	→	3	→	6	/				
6	→	1	→	4	→	5	/		



가중치 있는 그래프의 예



정리: 인접 행렬 vs 인접리스트

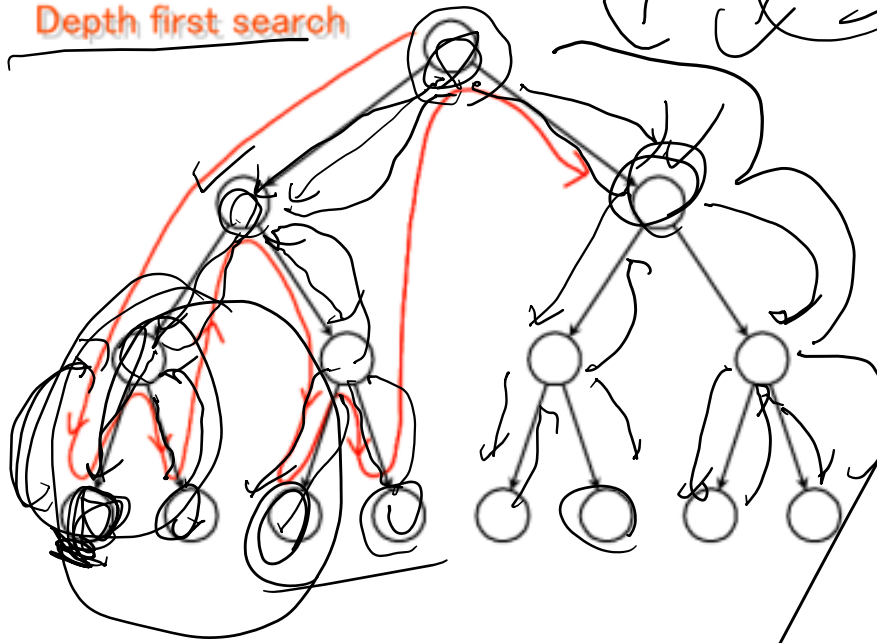
- 인접 리스트
 - 무방향 그래프: 하나의 간선에 대해 두 개의 노드가 나타남.
 - 인접 리스트의 노드 수는 간선 수 E 의 2배
- 인접 리스트와 인접 행렬
 - 정점 i 와 정점 j 가 인접해 있는가: 인접행렬이 유리
 - 정점 i 에 인접한 모든 정점을 찾아라: 인접 리스트가 유리
 - 공간 면에서 인접행렬은 V^2 개의 공간, 인접 리스트는 $2E$ 개의 공간이 필요
- 희소 그래프, 조밀 그래프
 - 간선 수가 적은 그래프를 희소 그래프(Sparse Graph)
 - 간선 수가 많은 그래프를 조밀 그래프(Dense Graph)
 - 조밀 그래프라면 인접행렬이 유리
 - 희소 그래프라면 인접 리스트가 유리

그래프에서 모든 정점 방문하기, Graph Traversal

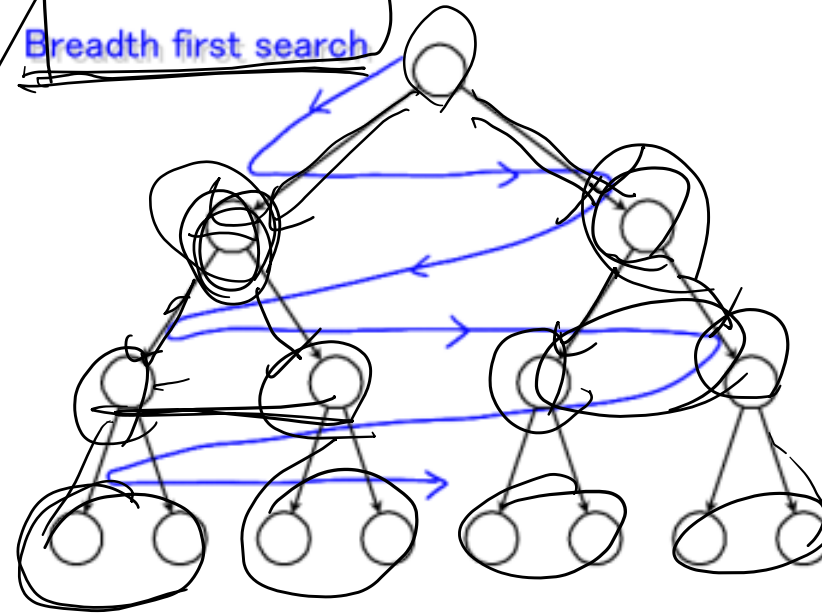
- 대표적 두가지 방법
 - 너비우선탐색 BFS (Breadth-First Search)
 - 깊이우선탐색 DFS (Depth-First Search)
- 

Graph Traversals

Depth first search



Breadth first search



For all
graph
(1)

윤희 강이(가) 예약된 Zoom 회의에 귀하를 초대합니다.

주제: 윤희 강의 Zoom 회의

시간: 2020년 6월 19일 09:45 오전 서울

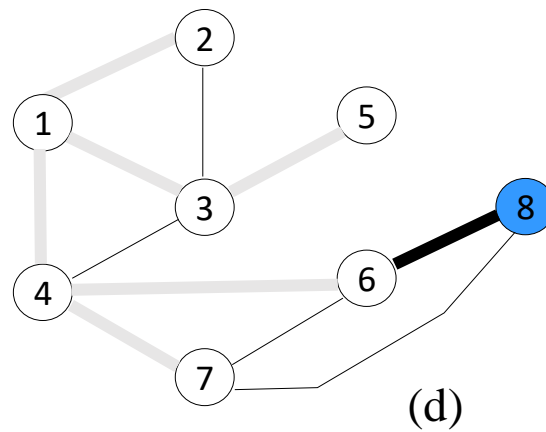
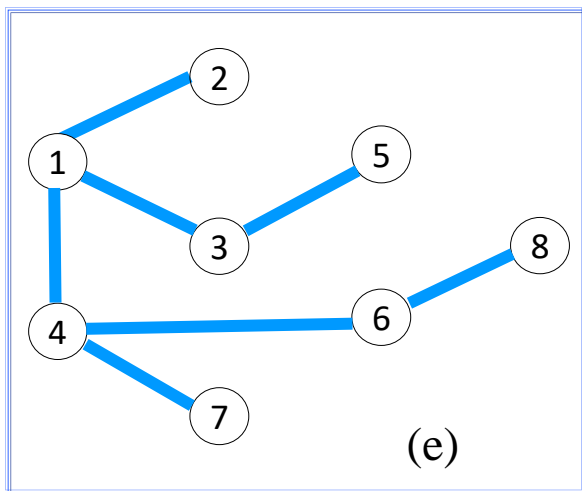
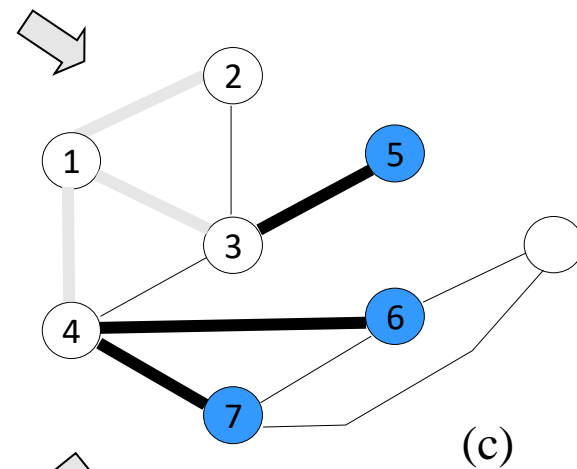
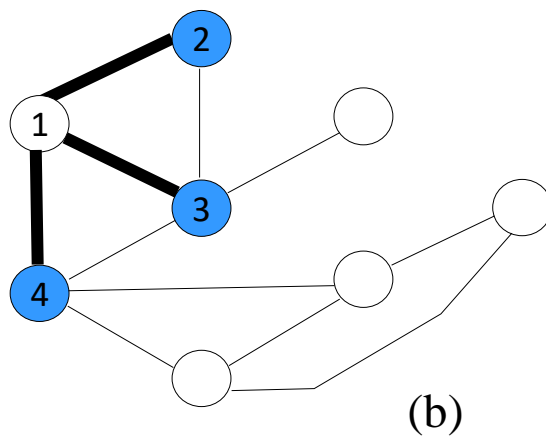
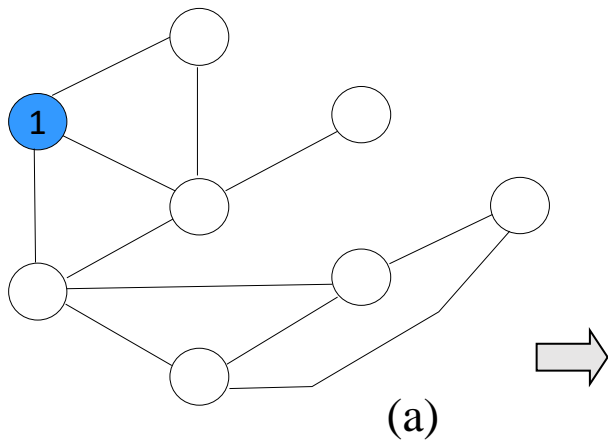
Zoom 회의 참가

<https://us04web.zoom.us/j/7119694600?pwd=hKAfRiFB6ghUALM0v3U69hsfby8>

회의 ID: 711 969 4600

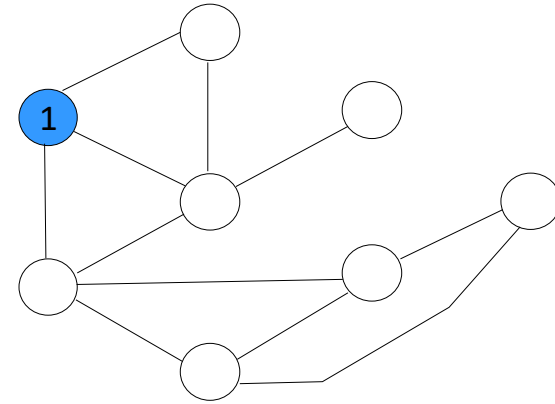
비밀번호: 1234

BFS의 작동 예



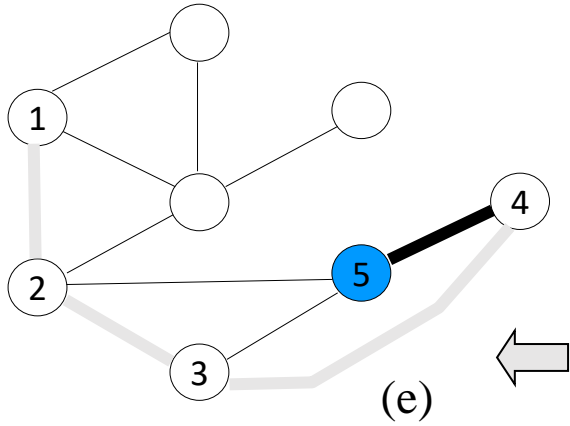
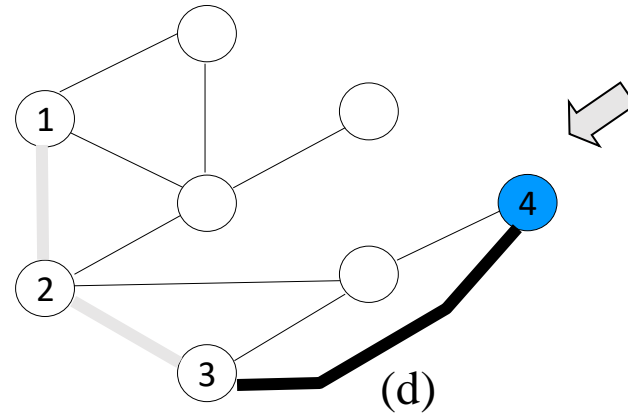
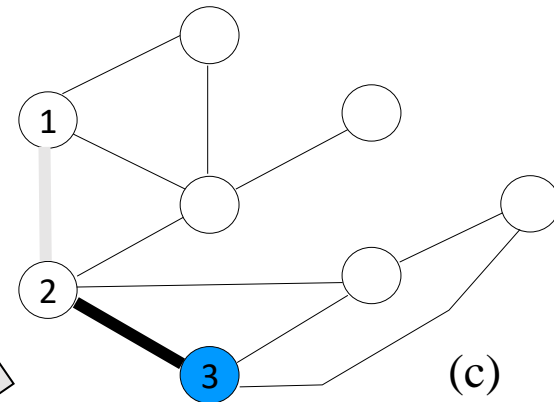
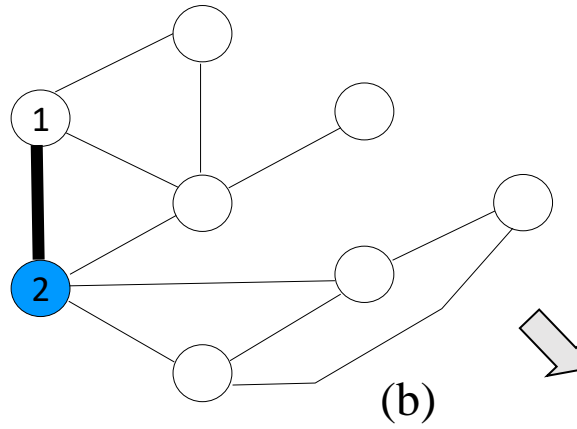
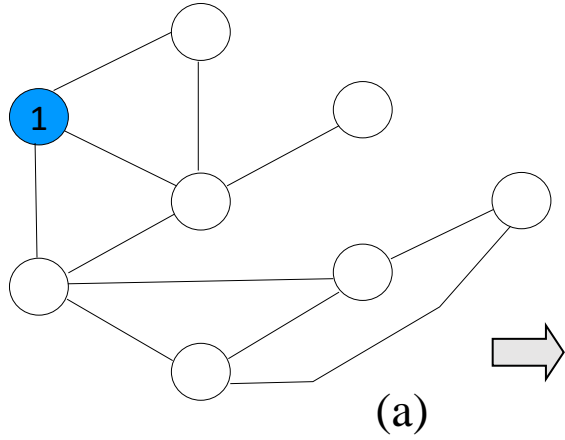
BFS너비우선탐색

```
BFS( $G, s$ )
{
    for each  $v \in V$ 
        visited[ $v$ ]  $\leftarrow$  NO;
    visited[ $s$ ]  $\leftarrow$  YES;
    enqueue( $Q, s$ );
    while ( $Q \neq \emptyset$ ) {
         $u \leftarrow$  dequeue( $Q$ );
        for each  $v \in L(u)$ 
            if (visited[ $v$ ] = NO) then
                visited[ $v$ ]  $\leftarrow$  YES;
                enqueue( $Q, v$ );
    }
}
```

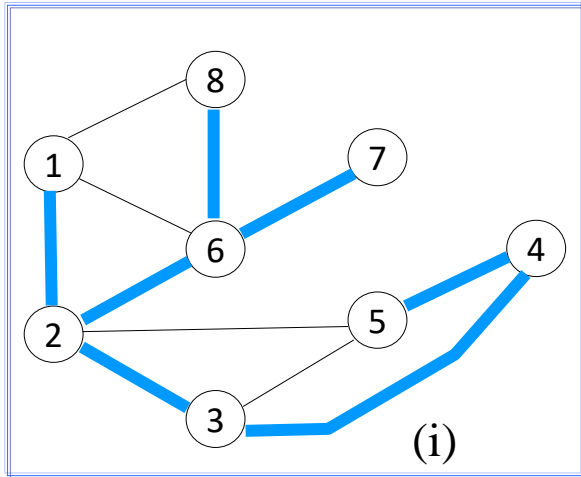
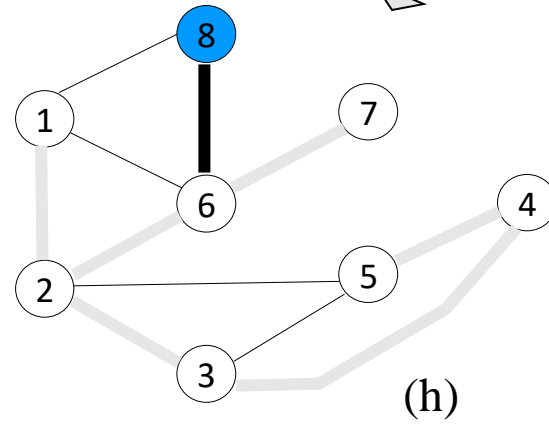
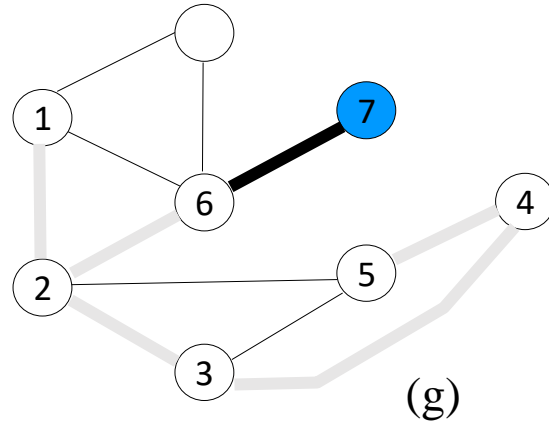
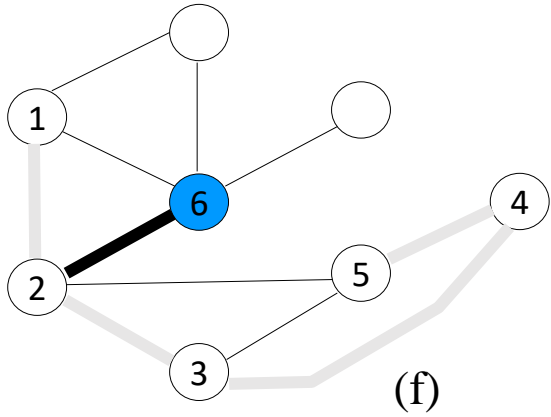


✓수행시간: $\Theta(|V|+|E|)$

DFS의 작동 예



DFS의 작동 예 (계속)



DFS 깊이우선탐색

DFS(G)

{

for each $v \in V$

visited[v] \leftarrow NO;

for each $v \in V$

if (visited[v] = NO) then aDFS(v);

}

aDFS (v)

{

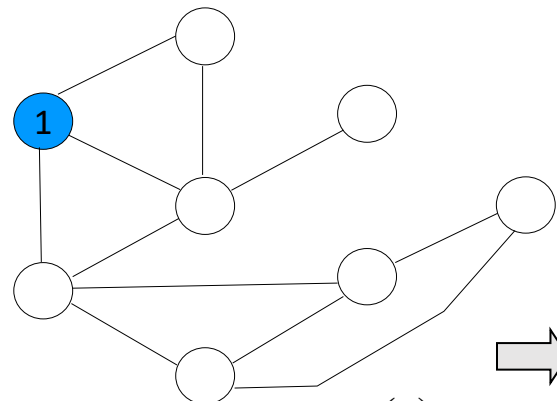
visited[v] \leftarrow YES;

for each $x \in L(v)$ $\triangleright L(v)$: 정점 v 의 인접 리스트

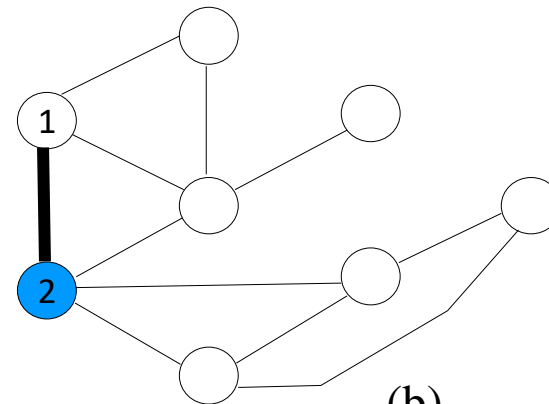
if (visited[x] = NO) then aDFS(x);

}

방문여부 확인을 위한 자료구조가 필요
배열 값이 YES이면 방문된 상태
이 방문 상태로 초기화하기 위해 NO로 설정



(a)



(b)

✓수행시간: $\Theta(|V|+|E|)$

최소신장트리 | Minimum Spanning Trees

- 조건
 - 무향 연결 그래프
 - 연결 그래프 connected graph : 모든 정점 간에 경로가 존재하는 그래프
- 트리
 - 사이클이 없는 연결 그래프
 - n 개의 정점을 가진 트리는 항상 $n-1$ 개의 간선을 갖는다
- 그래프 G 의 신장트리
 - G 의 정점들과 간선들로만 구성된 트리 (BFS/DFS 로 구성)
- G 의 최소신장트리
 - G 의 신장트리들 중 간선의 합이 최소인 신장트리

프림 Prim 알고리즘

✓ 수행 시간: $O(|E|\log|V|)$

↑
힙 이용

Prim (G, r)

{

$S \leftarrow \emptyset;$

정점 r 을 방문되었다고 표시하고, 집합 S 에 포함시킨다;

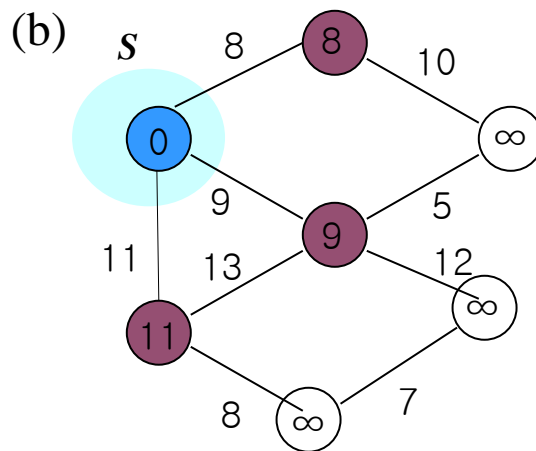
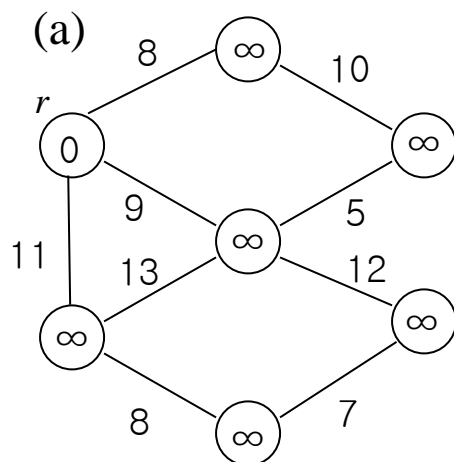
while ($S \neq V$) {

S 에서 $V-S$ 를 연결하는 간선들 중 최소길이의 간선 (x, y) 를 찾는다; $\triangleright (x \in S, y \in V-S)$

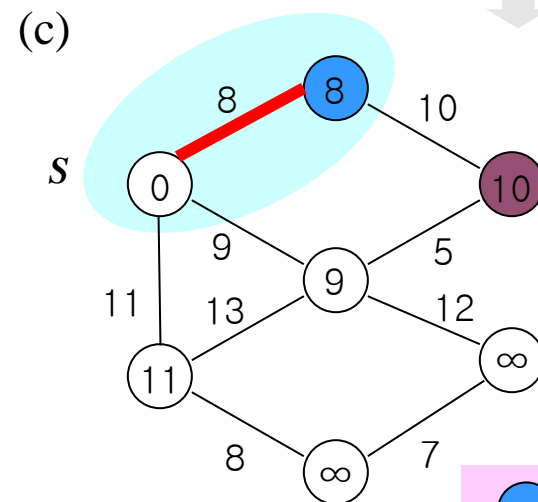
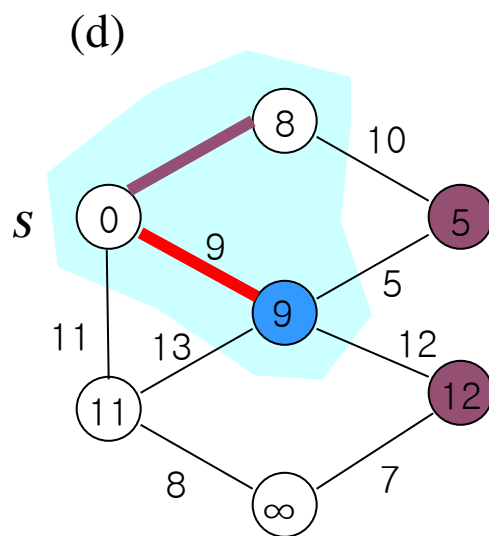
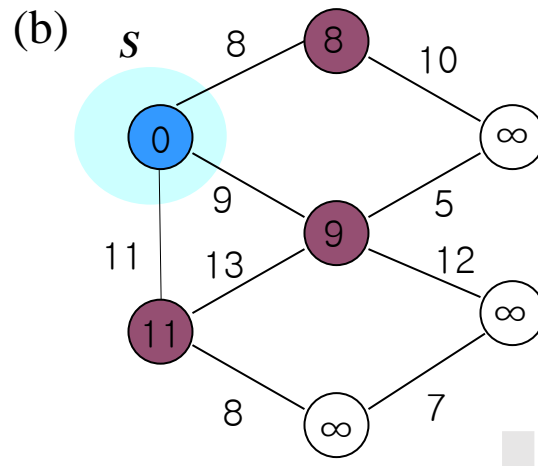
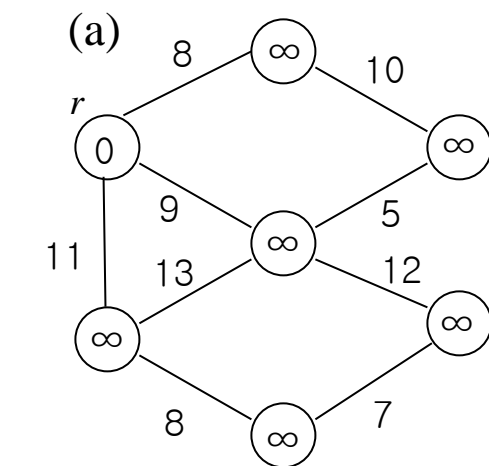
정점 y 를 방문되었다고 표시하고, 집합 S 에 포함시킨다;

}

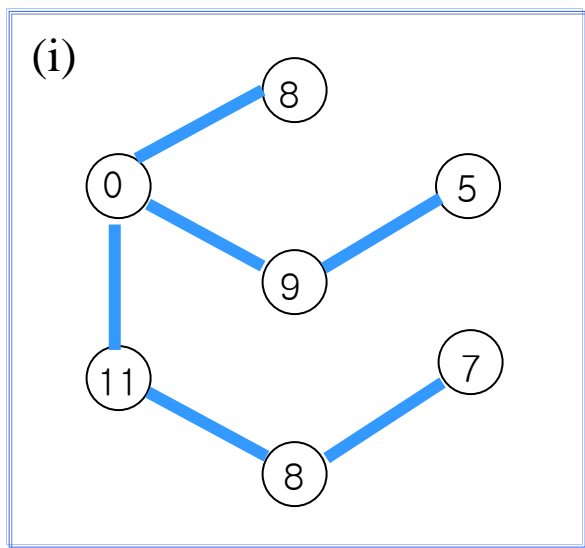
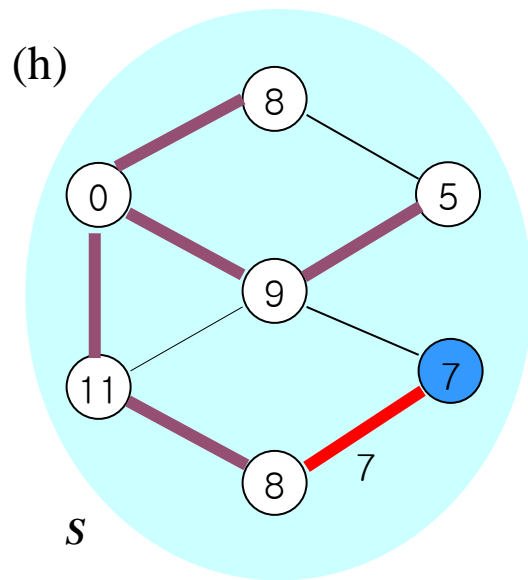
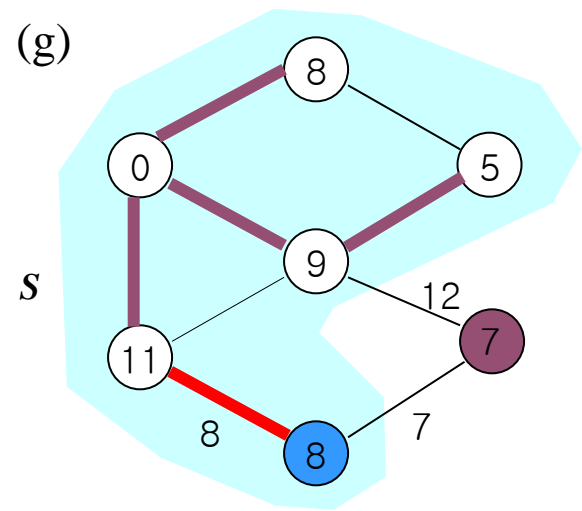
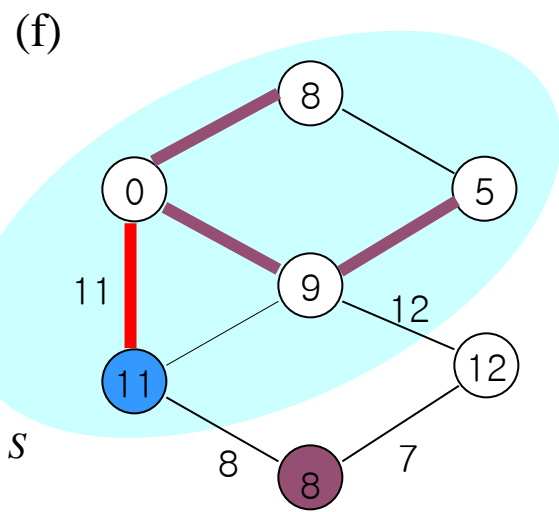
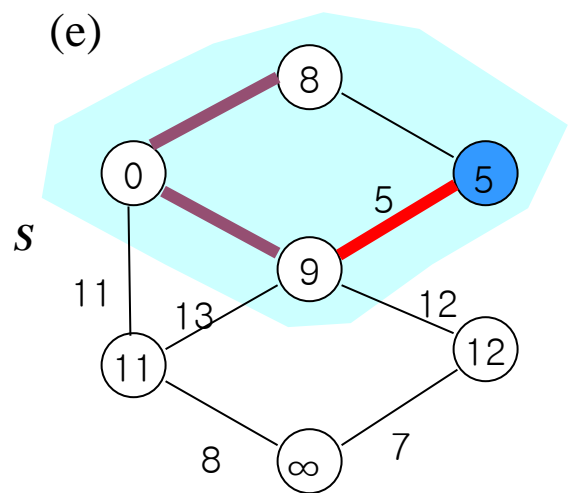
}



프림 알고리즘의 작동 예



●: 방금 S에 포함된 정점
 ●: 방금 이완이 일어난 정점



프림 알고리즘을 좀 더 구체적으로

Prim(G, r)

▷ $G=(V, E)$: 주어진 그래프

▷ r : 시작으로 삼을 정점

{

$S \leftarrow \emptyset$; ▷ S : 정점 집합

for each $u \in V$

$d_u \leftarrow \infty$;

$d_r \leftarrow 0$;

while ($S \neq V$) { ▷ n 회 순환된다

$u \leftarrow \text{extractMin}(V-S, d)$;

$S \leftarrow S \cup \{u\}$;

for each $v \in L(u)$ ▷ $L(u)$: u 로부터 연결된 정점들의 집합

if ($v \in V-S$ **and** $w_{uv} < d_v$) **then** $d_v \leftarrow w_{uv}$;

}

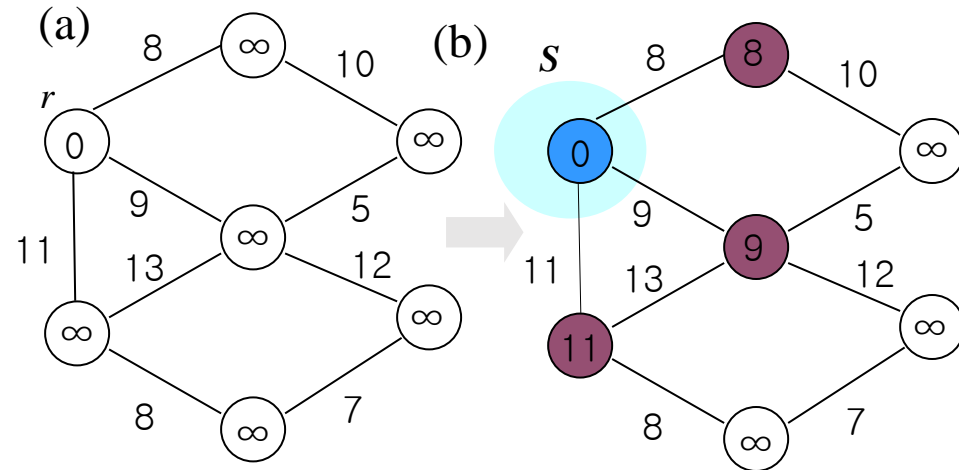
}

extractMin(Q, d)

{

집합 Q 에서 d 값이 가장 작은 정점 u 를 리턴한다;

}



이완(relaxation)

✓ 수행 시간: $O(|E| \log |V|)$

↖ 힙 이용