

Ćwiczenie nr 103	18.01.2024	Jakub Bilski 155865	Wydział Informatyki i Telekomunikacji	Semestr III	Grupa nr 2, L8 (Informatyka)
Prowadzący: mgr inż. Taras Zhezhera					

Wyznaczanie współczynnika rozszerzalności liniowej ciał stałych

1. Wstęp teoretyczny

Zmiana temperatury obiektu zazwyczaj pociąga za sobą zmianę jego rozmiarów geometrycznych, co prowadzi do zmian objętości. Gdy obiekt doznaje niewielkiego przyrostu temperatury dT , występuje również elementarny przyrost jego długości dl , który jest opisany równaniem:

$$dl = \alpha l dT$$

Stała α jest nazywana współczynnikiem rozszerzalności liniowej i reprezentuje ilościową wartość względem przyrostu długości dl w odpowiedzi na zmianę temperatury o 1°C . Zależy ona od materiału, z którego obiekt jest wykonany, oraz od jego temperatury.

W przypadku, gdy zmiana temperatury jest niewielka, współczynnik α można uważać za stały, a zmiana długości jest proporcjonalna do zmiany temperatury. Dla takich warunków można użyć następującego wzoru:

$$l - l_0 = \alpha_{sr} l_0 \Delta T$$

Powyższe równanie umożliwia obliczenie zmiany długości dla dowolnej zmiany temperatury.

Podstawowe przyczyny rozszerzalności cieplnej są związane z mikroskopijną strukturą materii. Ciała stałe zbudowane są z atomów lub jonów, które są rozmieszczone w regularny sposób, tworząc krystaliczną sieć. Atomowe wiązania, posiadające charakter elektryczny, zapobiegają stałym przesunięciom tych cząstek. Energia cieplna dostarczona do takiej sieci krystalicznej powoduje oscylacje atomów wokół ich pozycji równowagi. Amplituda oscylacji atomów wzrasta wraz z temperaturą. Częstotliwość oscylacji termicznych w sieciach krystalicznych może osiągać wartości rzędu 10^{13} Hz. W tym kontekście, odległość międzyatomowa jest rozumiana nie tylko jako fizyczna przestrzeń między atomami, ale również jako odległość między centrami oscylacji sąsiednich atomów.

Energia potencjalna między atomami można przedstawić jako funkcję ich wzajemnej odległości. Gdy atomy znajdują się w stanie bez ruchu termicznego, ich energia kinetyczna jest niewielka, a siły między nimi prowadzą do osiągnięcia minimalnej energii potencjalnej

przy pewnej odległości równej r_0 . W praktyce, atomu oscylują wokół tej równowagi, co ilustruje energia kinetyczna związana z temperaturą. Przy temperaturze T_1 , odległość między atomami oscyluje od a_1 do b_1 , natomiast przy T_2 – wyższej temperaturze – od a_2 do b_2 , co odpowiada większemu średniemu położeniu. To przesunięcie średniego położenia wraz z temperaturą jest przyczyną makroskopowej rozszerzalności cieplnej.

Podobnie jak w przypadku współczynnika liniowej rozszerzalności, dla rozszerzalności objętościowej definiujemy współczynnik γ według wzoru:

$$\gamma = \frac{dV}{V_0 dt}$$

Dla małych zmian temperatury ΔT , objętość V może być wyrażona jako:

$$V = V_0(1 + \gamma_{sr}\Delta t),$$

gdzie V_0 to początkowa objętość przed ogrzaniem.

Do obliczenia współczynnika rozszerzalności liniowej na podstawie zebranych danych pomiarowych możemy użyć równanie:

$$\Delta l = \alpha_{sr} l_0 T = \alpha_{sr} l_0 T_0,$$

gdzie T_0 to temperatura wyjściowa, przy której długość pręta wynosi l_0 . Powyższe równanie wskazuje, że różnica w długości pręta jest proporcjonalna do zmiany temperatury i że współczynnik nachylenia linii regresji to:

$$a = \alpha_{sr} l_0$$

2. Pomiary

$t_o = 20.0^\circ\text{C}$, $d_t = 0.5^\circ\text{C}$, $d(d_l) = 0.02\text{ mm}$

$x_p = 24,7\text{ mm}$	MIEDŹ		$x_p = 24,7\text{ mm}$	MOSIĄDZ		$x_p = 24,7\text{ mm}$	STAL	
$x_k = 795,2\text{ mm}$	T [°C]	d_l [mm]	$x_k = 795,2\text{ mm}$	T [°C]	d_l [mm]	$x_k = 795,7\text{ mm}$	T [°C]	d_l [mm]
PODGRZEWANIE	19.80	0.00		19.90	0.00		20.30	0.00
	25.20	0.12		27.20	0.15		25.30	0.08
	29.90	0.18		29.60	0.19		29.90	0.12
	34.50	0.25		34.20	0.26		34.50	0.17
	41.00	0.33		40.70	0.35		41.00	0.23
	45.00	0.38		44.70	0.41		44.90	0.27
	50.80	0.45		50.50	0.49		50.70	0.32
	54.40	0.50		55.90	0.57		56.00	0.36
	60.90	0.58		60.80	0.64		60.80	0.41
	65.10	0.64		65.20	0.70		65.30	0.45
	69.00	0.67		69.60	0.74		69.20	0.47
CHŁODZENIE	64.60	0.56		65.20	0.63		65.30	0.40
	59.40	0.50		59.90	0.56		60.10	0.35
	54.90	0.44		55.30	0.49		55.50	0.30
	49.90	0.38		50.30	0.41		50.50	0.25
	44.80	0.30		45.20	0.34		45.50	0.21
	40.30	0.24		39.90	0.26		40.20	0.16
	35.40	0.17		35.30	0.19		35.10	0.11
	30.40	0.10		30.10	0.12		30.10	0.06
	25.30	0.04		25.30	0.05		26.00	0.03

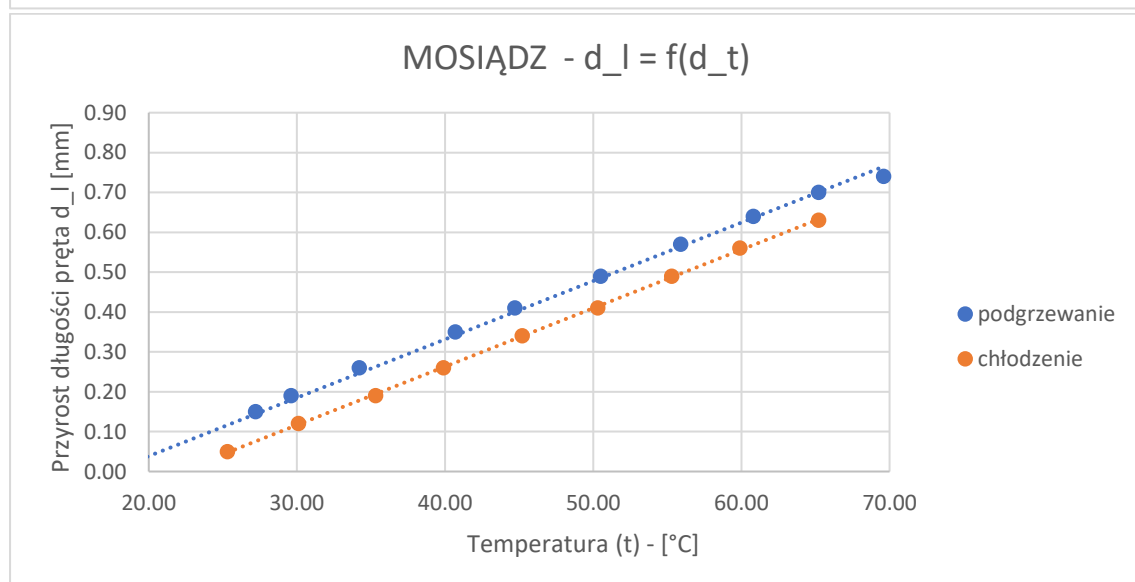
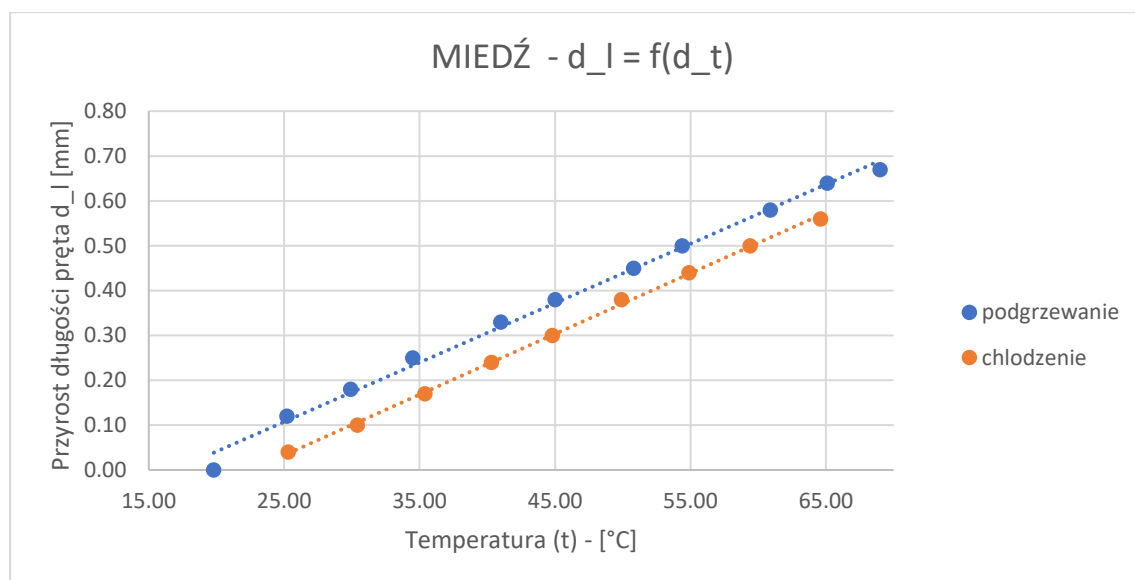
3. Obliczenia i wyniki

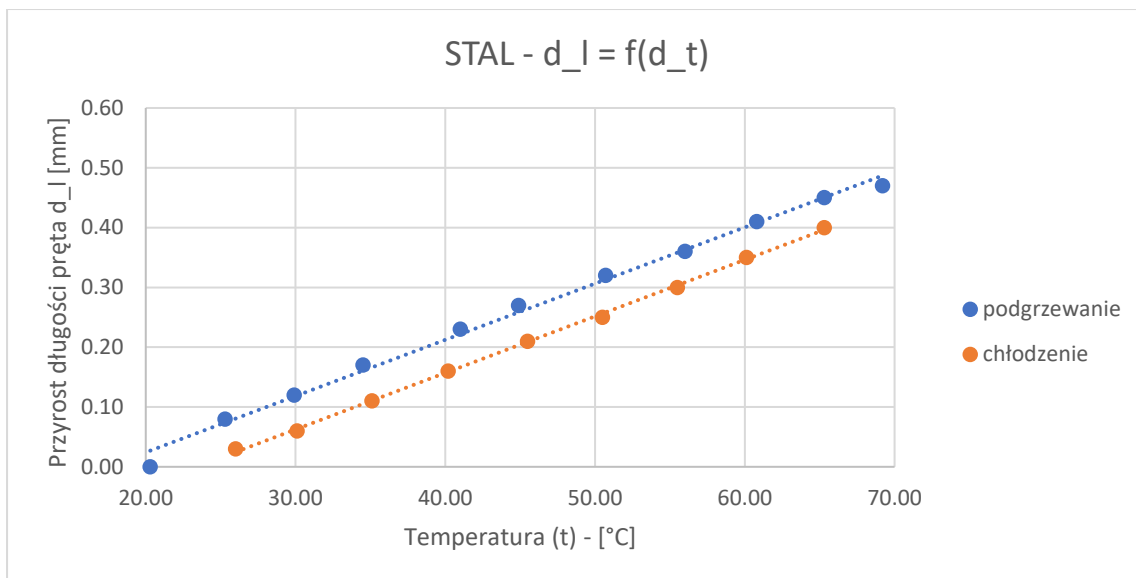
Wyznaczenie długości l_0 w temperaturze T_0 :

Miedź: $l_0 = x_k - x_p = 795,2 - 24,7 = 770,5 \text{ mm}$

Mosiądz: $l_0 = 795,2 - 24,7 = 770,5 \text{ mm}$

Stal: $l_0 = 795,7 - 24,7 = 771 \text{ mm}$





Wyznaczenie metodą regresji liniowej współczynników nachylenia prostych wykresów dla poszczególnych materiałów:

a – współczynnik nachylenia prostej

$$a = \frac{n \sum (T_i d_{l_i}) - \sum T_i \sum d_{l_i}}{n \sum T_i^2 - (\sum T_i)^2}$$

$$\Delta a = \sqrt{\frac{\sum (d_{l_i} - a T_i - l_0)^2}{(n - 2) \sum (T_i - \bar{T})^2}}$$

Przykładowe obliczenia dla podgrzewanej miedzi:

$$a = \frac{11 * 220.937 \text{ } ^\circ\text{C mm} - 495.6 \text{ } ^\circ\text{C} * 4.1 \text{ mm}}{11 * 25065.16 \text{ } ^\circ\text{C}^2 - 245619.36 \text{ } ^\circ\text{C}^2} = 0.01324 \frac{\text{mm}}{^\circ\text{C}}$$

$$\Delta a = \sqrt{\frac{0.002525 \text{ mm}^2}{9 * 2736.13 \text{ } ^\circ\text{C}^2}} = 0.00032 \frac{\text{mm}}{^\circ\text{C}}$$

	PODGRZEWANIE		CHŁODZENIE	
	a [°C/mm]	d_a [°C/mm]	a [°C/mm]	d_a [°C/mm]
MIEDŹ	0.01324	0.00032	0.01399	0.00030
MOSIĄDZ	0.01464	0.00032	0.01466	0.00009
STAL	0.00941	0.00024	0.00945	0.00011

Wyznaczenie średnich współczynników nachylenia prostych dla poszczególnych materiałów:

	a_śr [°C/mm]
MIEDŹ	0.01362
MOSIĄDZ	0.01465
STAL	0.00943

Wyznaczenie średniego współczynnika rozszerzalności liniowej:

$$\alpha = \frac{a_{sr}}{l_0}$$

Dla miedzi:

$$\alpha = \frac{0.01362 \frac{mm}{^{\circ}C}}{770.5 mm} = 1,768 * 10^{-6} \frac{1}{^{\circ}C}$$

	alfa [1/°C]
MIEDŹ	0.00001768
MOSIĄDZ	0.00001901
STAL	0.00001223

Wyznaczenie niepewności współczynników rozszerzalności cieplnej:

$$\Delta\alpha = \sqrt{\left(\frac{\partial\alpha}{\partial a}\Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial\alpha}{\partial l_0}\Delta l_0\right)^2}$$

	d_alfa [1/°C]
MIEDŹ	0.00000240
MOSIĄDZ	0.00000159
STAL	0.00000133

4. Dyskusja błędów pomiarowych

Błędy mogą pochodzić z różnych źródeł, w tym z niedokładności przyrządów pomiarowych, tj. termometrów i mierników zmian długości, błędów czytania pomiarów, a także zmiennych warunków eksperymentalnych, np. zmian temperatury otoczenia.

5. Wnioski i podsumowanie

Średnie współczynniki rozszerzalności liniowej dla miedzi, mosiądzu i stali zostały obliczone na podstawie danych pomiarowych. Wyniki te wykazały, że mosiądz rozszerza się przy wzroście temperatury najbardziej, natomiast stal wykazuje najmniejszą rozszerzalność liniową.

Dokładność wyników była ograniczona przez błędy pomiarowe, głównie związane z niepewnościami pomiaru temperatury oraz długości początkowej prętów. Mimo tych ograniczeń, uzyskane wyniki są spójne.

Wiedza o tym, jak różne materiały zachowują się w różnych zakresach temperatur, jest niezbędna w wielu zastosowaniach przemysłowych, od konstrukcji budowlanych po projektowanie urządzeń mechanicznych i elektronicznych.

WYZNACZANIE WSPÓŁCZYNNIKA ROZSZERZALNOŚCI LINIOWEJ CIAŁ STAŁYCH

JAKUB BILSKI 155865
MACIEJ SZYMANIAK 155830

$t_0 = 20,0^{\circ}\text{C}$

18.01.2024

$x_p = 24,7\text{mm}$ $x_k = 795,2\text{mm}$

MIEDŹ

T_{Cu} Δl_{Cu} [mm]

~~19,8~~ 19,8 0,00

25,2 0,12

29,9 0,18

34,5 0,25

41,0 0,33

45,0 0,38

50,8 0,45

54,4 0,50

~~60,9~~ 60,9 0,58

65,1 0,64

69,0 0,67

64,6 0,56

~~60,9~~ 60,9 0,50

54,9 0,44

~~49,9~~ 49,9 0,38

44,8 0,30

40,3 0,24

35,1 0,17

30,4 0,10

25,3 0,04

$x_p = 24,7\text{mm}$ $x_k = 795,2\text{mm}$

MOSIĄDZ

T_M Δl_M [mm]

19,9 0,00

~~24,2~~ 24,2 0,15

29,6 0,19

34,2 0,26

40,7 0,35

44,7 0,41

50,5 0,49

55,9 0,57

60,8 0,64

65,2 0,70

69,6 0,74

65,2 0,63

59,9 0,56

55,3 0,49

50,3 0,41

45,2 0,34

39,9 0,26

35,3 0,19

30,1 0,12

25,3 0,05

$x_p = 24,7\text{mm}$ $x_k = 795,7\text{mm}$

STAL

T_{st} Δl_{st} [mm]

20,3 0,00

25,3 0,08

29,9 0,12

34,5 0,17

41,0 0,23

44,9 0,27

50,7 0,32

56,0 0,36

60,8 0,41

65,3 0,45

69,2 0,47

65,3 0,40

60,1 0,35

55,5 0,30

50,5 0,25

45,5 0,21

40,2 0,16

35,1 0,11

30,1 0,06

26,0 0,03

CHŁODZENIE

$\Delta t = 0,5^{\circ}\text{C}$

$\Delta(\Delta l) = 0,02\text{mm}$

18.01.24