

Ćwiczenie nr 303	7.12.2023	Jakub Bilski 155865	Wydział Informatyki i Telekomunikacji	Semestr III	Grupa nr 2, L8 (Informatyka)
Prowadzący: mgr inż. Taras Zhezhera					

## Wyznaczanie stałej siatki dyfrakcyjnej

### 1. Wstęp teoretyczny

Światło to fala elektromagnetyczna składająca się z oscylacji elektrycznych i magnetycznych. W zjawiskach optycznych kluczowe są wibracje pola elektrycznego, opisane przez wektor natężenia  $E$ , zwanego wektorem elektrycznym. Do opisu światła wystarczy funkcja falowa wektora  $E$  w czasie i przestrzeni, zazwyczaj biegnącego wzdłuż osi  $x$ .

Fale, w tym świetlne, mogą ulegać interferencji zgodnie z zasadą Huygensa, która mówi, że każdy punkt, do którego dociera fala, staje się źródłem nowych fal kulistych. Interferencja wynika z nakładania się fal, co może prowadzić do wzmocnienia lub osłabienia ich amplitudy w zależności od fazy.

Dyfrakcję światła zauważamy, gdy fala przechodzi przez mały otwór. Zjawisko to zależy od wielkości otworu w stosunku do długości fali. Jeśli szerokość przeszkody jest dużo większa niż długość fali ( $a \gg \lambda$ ), obraz na ekranie odpowiada szerokości otworu. Gdy szerokość przeszkody jest porównywalna lub mniejsza niż długość fali ( $a \leq \lambda$ ), fala tworzy na ekranie obszar oświetlony o wielkości większej niż otwór, co jest efektem dyfrakcji.

Obraz dyfrakcyjny utworzony na ekranie składa się z serii szerokich prążków jasnych i ciemnych, będących rezultatem superpozycji fal elektromagnetycznych z różnych części szczeliny. Centralne maksimum dyfrakcyjne pojawia się prosto przed źródłem światła (kąt  $\vartheta = 0$ ).

Pozycje ciemnych prążków dyfrakcyjnych, czyli minimów, wyznacza wzór:

$$a \sin \vartheta = m \lambda$$

W przybliżeniu, maksima oświetlenia znajdują się w połowie odległości między tymi minimami.

Szerokość maksimum centralnego w dyfrakcji światła zależy od położenia pierwszego minimum ( $m = 1$ ). Dla szerokich szczelin, gdzie szerokość szczeliny jest znacznie większa niż długość fali ( $a \gg \lambda$ ), pierwsze minimum dyfrakcyjne pojawia się przy

małym kącie. To oznacza, że maksimum centralne jest wąskie i odzwierciedla kształt szczeliny. Gdy szerokość szczeliny jest równa długości fali, pierwsze minimum dyfrakcyjne występuje dla kąta  $\vartheta$  równego  $90^\circ$ , co oznacza, że maksimum centralne zajmuje całą przestrzeń za szczeliną. W takim przypadku, jeśli ekran nie jest zbyt duży, przyjmuje się, że oświetlenie jest jednorodne.

Obraz na ekranie, który powstaje, gdy światło przechodzi przez dwie szczeliny, jest efektem jednoczesnego wystąpienia dyfrakcji światła w każdej ze szczelin oraz interferencji fal wychodzących z sąsiednich szczelin. Maksima interferencyjne pojawiają się w miejscach, gdzie różnica dróg falowych  $\Delta S$  jest równa wielokrotności długości fali  $\lambda$ . Związek określający położenie maksimów interferencyjnych to  $d \sin \vartheta = m \lambda$ .

Kątowe odległości między prążkami interferencyjnymi są proporcjonalne do stosunku  $\lambda/d$ , gdzie  $d$  to odległość między środkami sąsiednich szczelin. Intensywność prążków zależy od obrazu dyfrakcyjnego pojedynczej szczeliny, a ich szerokość jest zależna od stosunku  $\lambda/a$ , gdzie  $a$  to szerokość szczeliny.

Siatki dyfrakcyjne, które są zestawem równoległych szczelin, wykorzystuje się do obserwacji zjawisk dyfrakcyjnych. Wykonuje się je na szkłe lub metalu, przy użyciu diamentowego rylca. Siatki szklane są przezroczyste, a metalowe odbiciowe. Tworząc wzorcową siatkę, pokrywa się ją roztopionym kolodium, a następnie nanosi sztywną powłokę i przenosi na płytkę szklaną lub metalową. Szerokość szczelin w siatkach dyfrakcyjnych jest porównywalna z długością fali światła, dlatego szerokość prążków interferencyjnych jest prawie stała. Zwiększając liczbę szczelin, nie zmienia się położenie maksimów, ale zmienia się ich kształt. Szerokość kątową maksimum wyraża wzór zależny od długości fali i liczby szczelin.

## 2. Wyniki pomiarów

Siatka A			Siatka B			Siatka D		
Numer rzędu	Lewy prążek	Prawy prążek	Numer rzędu	Lewy prążek	Prawy prążek	Numer rzędu	Lewy prążek	Prawy prążek
0	180° 2'		0	180° 2'		0	180° 2'	
1	182,5° 2'	177, 5° 15'	1	186,5° 18'	173° 15'	1	200,5° 5'	159° 20'
2	185,5° 3'	174,5° 5'	2	193,5° 10'	166° 25'	2	224° 15'	134,5° 20'
3	188° 25'	171° 24'	3	200,5° 15'	159° 20'			
4	190,5° 8'	169° 15'						
5	193° 20'	166,5° 1'	Siatka C					
6	196° 8'	163,5° 13'	Numer rzędu	Lewy prążek	Prawy prążek	Siatka E		
7	199° 20'	160,5° 25'	0	180° 2'		Numer rzędu	Lewy prążek	Prawy prążek
8	201,5° 15'	158° 5'	1	193,5° 10'	166° 25'	0	180° 2'	
9	204,5° 5'	155° 8'	2	208° 20'	152° 5'	1	203° 5'	156,5° 10'
10	207° 25'	152° 10'	3	225,5° 10'	135,5° 1'	2	231° 15'	127° 5'

### 3. Obliczenia

Założenia:

Długość fali lampy sodowej:  $\lambda = 589,6 \text{ nm}$

Błąd pomiarowy:  $\Delta \vartheta = 3' = 0,05^\circ$

Przeliczanie minut na stopnie:

1 stopień to 60 minut, np.  $2' = 2/60 = 1/30 = 0,333\ldots$

Wzór na kąt ugięcia dla każdego rzędu prążków:

$$\vartheta_A = \frac{|\vartheta_P - \vartheta_L|}{2}$$

Przykładowe obliczenie:

$$\vartheta_{A1} = \frac{\left| 177,5 + \frac{15}{60} - 182,5 + \frac{2}{60} \right|}{2} = \frac{|177,750 - 182,533|}{2} = 2,392^\circ$$

Numer rzędu	Kąt ugięcia (A) [°]	Kąt ugięcia (B) [°]	Kąt ugięcia (C) [°]	Kąt ugięcia (D) [°]	Kąt ugięcia (E) [°]
1	2.392	6.775	13.625	20.625	23.208
2	5.483	13.625	28.125	44.708	52.083
3	8.508	20.708	45.075	-	-
4	10.692	-	-	-	-
5	13.408	-	-	-	-
6	16.208	-	-	-	-
7	19.208	-	-	-	-
8	21.833	-	-	-	-
9	24.725	-	-	-	-
10	27.625	-	-	-	-

Wzór na stałą siatki dyfrakcyjnej ( $m$  – numer rzędu):

$$d \sin \vartheta = m \lambda$$

$$d = \frac{m \lambda}{\sin \vartheta}$$

Przykładowe obliczenie:

$$d_{A1} = \frac{1 * 589,6}{\sin(2,392^\circ)} = 14126,84226 \text{ nm}$$

Wzór na niepewność stałej siatki dyfrakcyjnej:

$$\Delta d = \left| \frac{dd}{d\alpha} \Delta \vartheta \right| = \left| \frac{m \lambda \cos \vartheta}{\sin^2 \vartheta} \Delta \vartheta \right|$$

Przykładowe obliczenie:

$$\Delta d_{A1} = \left| 1 * 589,6 * 10^{-9} * \frac{\cos(2,392^\circ)}{\sin^2(2,392^\circ)} * 0,05 \right| = 295,72 \text{ nm}$$

Siatka	Rząd	Stała siatki [nm]	Niepewność [nm]
A	1	14126.84226	295.6369199
	2	12341.12989	113.2299673
	3	11955.59217	71.30445014
	4	12711.73092	60.84787542
	5	12713.26818	49.18537277
	6	12673.8832	41.26402577
	7	12544.73792	35.23636109
	8	12682.89256	32.05984283
	9	12686.74099	29.14109743
	10	12715.59275	27.01025825
B	1	4997.851411	37.23058499
	2	5005.81177	19.08121302
	3	5002.185303	13.19754965
C	1	2502.905885	9.540606512
	2	2501.502255	5.250877476
	3	2498.192963	4.360184198
D	1	1673.810986	4.430681456
	2	1676.20491	2.925681437
E	1	1496.179966	3.604990278
	2	1494.736123	2.690626624

Wyznaczenie wartości średniej dla każdej z siatek:

Siatka	Średnia stałej siatki [nm]
A	12715.24108
B	5001.949495
C	2500.867034
D	1675.007948
E	1495.458044

Przykładowe obliczenie dla siatki A (n – liczba pomiarów):

$$\overline{d_A} = \frac{1}{n} \sum d_{A_i} = \frac{1}{10} * (14126,84226 + \dots + 12715,59275) = 12715,24108 \text{ nm}$$

Wyznaczenie odchyłeń standardowych dla każdej z siatek:

Siatka	Odchylenie standardowe [nm]
Siatka A	523.669779
Siatka B	3.254077864
Siatka C	1.975775987
Siatka D	1.196961893
Siatka E	0.721921326

Przykładowe obliczenie dla siatki A:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum (d_{A_i} - \bar{d}_A)^2} = \sqrt{\frac{1}{10} * (14126,84226 - 12715,24108)^2 + \dots} = 523,669779 \text{ nm}$$

Pomiary tworzą małą serię, więc wykorzystamy współczynnik Studenta-Fishera (test t-Studenta).

Obliczenie błędu standardowego średniej (n – liczba pomiarów):

$$\sigma_d = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Przykładowe obliczenia dla siatki A:

$$\sigma_d = \frac{523,669779}{\sqrt{10}} = 174,78 \text{ nm}$$

Siatka	SEM [nm]
A	174.7768792
B	2.299748779
C	1.398860647
D	1.195
E	0.715

Wybór współczynnika t (z tablicy rozkładu t-Studenta), który zostanie użyty do korekty  $\sigma_d$ , założmy np. 95% poziom ufności (n – liczba pomiarów, df – stopień swobody, zazwyczaj równy n-1):

Siatka	Współczynnik t dla 95% ufności
Siatka A	2.262
Siatka B	4.303
Siatka C	4.303
Siatka D	12.71
Siatka E	12.71

Obliczenie niepewności skorygowanej o współczynnik t:

$$\sigma_{d_t} = \sigma_d \times t$$

Przykładowe obliczenia dla siatki A:

$$\sigma_{d_{t_A}} = 174,7768792 \times 2,262 = 395,3453007 \text{ nm}$$

Siatka	Niepewność średniej [nm]
A	395.3453007
B	9.895818994
C	6.019297366
D	15.18845
E	9.08765

Zaokrąglone wyniki:

Siatka	Średnia [nm]	Niepewność średniej [nm]
A	12715.2600	395.3453
B	5001.9233	9.8958
C	2500.8667	6.0193
D	1675.0050	15.1885
E	1495.4450	9.0877

#### 4. Dyskusja błędów pomiarowych

$\sigma_d$  jest miarą, jak bardzo szacunkowa średnia z próbki danych jest oczekiwana, aby różniła się od rzeczywistej średniej populacji. Niski  $\sigma_d$  wskazuje na większą precyzję estymacji średniej, podczas gdy wysoki  $\sigma_d$  sugeruje większą niepewność. Użycie współczynnika t (z rozkładu t-Studenta) pozwala na określenie niepewności średniej przy danym poziomie ufności. Jest to szczególnie ważne przy małych próbkach danych, gdzie rozkład t może znacznie różnić się od normalnego rozkładu, który zakłada się przy większych próbkach. Wielkość próbki ma istotny wpływ na błędy pomiarowe. Większe próbki zazwyczaj prowadzą do mniejszego  $\sigma_d$  i większej precyzji estymacji średniej.

#### 5. Podsumowanie

W ramach przeprowadzonego eksperymentu dokonano pomiarów kątów ugięcia światła przechodzącego przez siatki dyfrakcyjne różnych typów (A, B, C, D, E) w celu wyznaczenia stałej siatki dyfrakcyjnej. Pomiary zostały wykonane z wykorzystaniem lampy sodowej o znanej długości fali. Na podstawie zebranych danych obliczono wartości średnie dla kątów ugięcia oraz, stosując metodę Studenta-Fishera, wyznaczono niepewności tych pomiarów.

Zaobserwowano, że wartości stałych siatek dyfrakcyjnych wykazują znaczne różnice między poszczególnymi siatkami, co sugeruje różnice w ich strukturach i właściwościach dyfrakcyjnych.

Eksperyment dostarczył cennych informacji na temat właściwości dyfrakcyjnych badanych siatek. Wyniki te mogą być przydatne w dalszych badaniach nad zastosowaniami siatek dyfrakcyjnych w różnych dziedzinach nauki i techniki, takich jak spektroskopia czy optoelektronika.



przebieg ciążowy młodości: wyliczony; myślenie ciążowe; sygnał młodości;  
typy charakterystyczne: ciążowe - siłownia i siłownia

# WYZNACZANIE STAYE SIATKI DYFRAKCYJNEJ - JAKUB DŁUSKI 155865 7.12.2023

Siatka A L P (177,5° 15' 15")

Rzędzi 0:	180° 20'	
Rzędzi 1:	182,5° 2'	
Rzędzi 2:	185,5° 3'	
Rzędzi 3:	188° 25'	

Rzędzi 4:	190,5° 8'	
Rzędzi 5:	193° 20'	
Rzędzi 6:	196° 8'	
Rzędzi 7:	199° 20'	
Rzędzi 8:	201,5° 15'	
Rzędzi 9:	204,5° 5'	
Rzędzi 10:	207° 25'	

169° 15'	
166,5° 1'	
163,5° 13'	
160,5° 25'	
158° 5'	
155° 8'	
152° 10'	

L P

Siatka B	
Rzędzi 0:	180° 24'
Rzędzi 1:	186,5° 18'
Rzędzi 2:	193,5° 10'
Rzędzi 3:	200,5° 15'

L P

Rzędzi 4:	193° 15'
Rzędzi 5:	196° 25'
Rzędzi 6:	199° 15'
Rzędzi 7:	201,5° 15'
Rzędzi 8:	204,5° 5'
Rzędzi 9:	207° 25'
Rzędzi 10:	210° 10'

156,5° 10'
154° 5'

L P

Siatka C	
Rzędzi 0:	180° 2'
Rzędzi 1:	193,5° 10'
Rzędzi 2:	208° 20'
Rzędzi 3:	225,5° 10'

L P

Siatka D	
Rzędzi 0:	180° 2'
Rzędzi 1:	205° 5'
Rzędzi 2:	224° 15'
Rzędzi 3:	

Δ 7.12.23

Dokładność: ± 3'