VC3 – Image Processing

Morphologische Filter

Prof. Dr. Klaus Jung

Hochschule für Technik und Wirtschaft Berlin
University of Applied Sciences

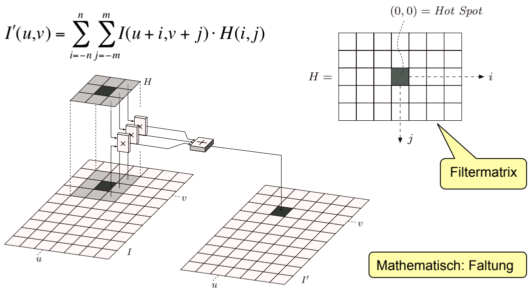
Inhalt

- Wiederholung: Filter
- Binärbilder
- Morphologische Filter
  - Strukturelement
  - Dilation und Erosion
  - Outline
  - Opening und Closing
- Ausblick
  - Morphologische Filter auf Graustufenbildern

Wiederholung: Linearer Filter

- Berechnung der neuen Pixel-Werte

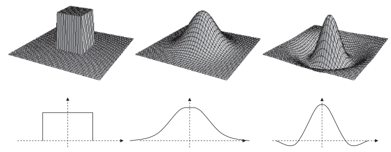
$$I'(u,v) = \sum_{i=-n}^{n} \sum_{j=-m}^{m} I(u+i, v+j) \cdot H(i,j)$$



  Bildquelle: W. Burger, M. J. Burge: Digitale Bildverarbeitung

Wiederholung: Beispiele

- Glättungsfilter
  - Box-Filter
  - Gauß-Filter
- Differenzfilter
  - Laplace-Filter
    - Positive und negative Werte



0	0	0	0	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	1	1	1	0
0	0	0	0	0

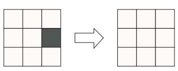
0	1	2	1	0
1	3	5	3	1
2	5	9	5	2
1	3	5	3	1
0	1	2	1	0

0	0	-1	0	0
0	-1	-2	-1	0
-1	-2	16	-2	-1
0	-1	-2	-1	0
0	0	-1	0	0

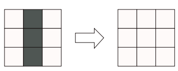
  Bildquelle: W. Burger, M. J. Burge: Digitale Bildverarbeitung

Wiederholung: Median-Filter

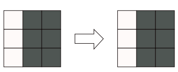
- Ersetze Pixel durch Median-Wert (Nichtlinearer Filter)
  - Beispiel: 3×3 Median-Filter
  - Auswirkung auf verschiedene Strukturen



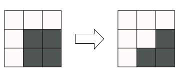
Einzelne Pixel eliminieren



Dünne Linien eliminieren



Kanten bleiben



Ecken abrunden

Wiederholung: Median-Filter

- Vergleich Glättungs- und Median-Filter

Gestörtes Originalbild

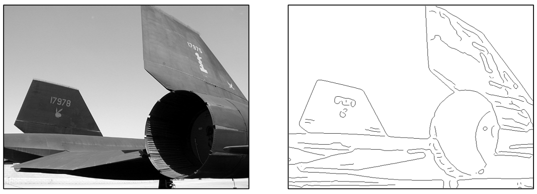
3×3 Box-Filter

Median-Filter

  Bildquelle: W. Burger, M. J. Burge: Digitale Bildverarbeitung

Morphologische Filter

- Ziel: *Struktur* des Bildes beeinflussen
  - Beispiele:
    - Kanten glätten
    - Kanten erkennen

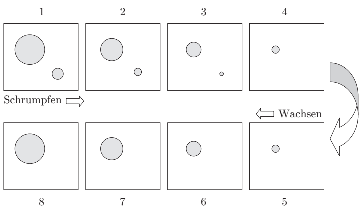


Binärbilder

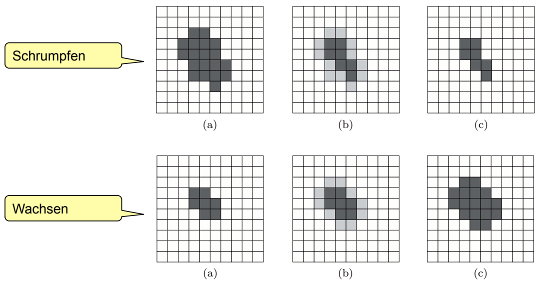
- Primärer Einsatz morphologischer Filter:
  - Binärbilder: zwei Farben:
    - 1 = Vordergrund (schwarz)
    - 0 = Hintergrund (weiß)
- Anwendungsgebiete Binärbilder
  - Digitaldruck
  - Fax
  - Dokumentenarchivierung
  - Bildmasken
  - Farb-/Graustufenbild → Binarisierung → Objekterkennung

Schrumpfen & Wachsen

- Ziele:
  - Kleine Strukturen entfernen, ohne größere Strukturen wesentlich zu verändern
  - Kontrolle darüber, was „klein" ist.

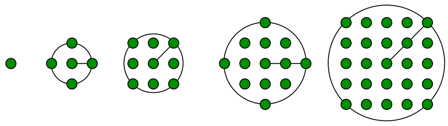


Schrumpfen & Wachsen: Beispiel



Nachbarschaft

$$N_r(x,y)=\left\{(i,j):0\le(i-x)^2+(j-y)^2\le r^2\right\}$$



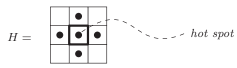
$r=0$ $r=1$ $r=\sqrt{2}$ $r=2$ $r=2\sqrt{2}$

Vierer-nachbar-schaft

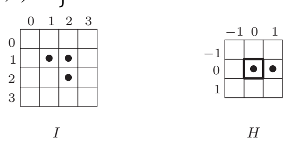
Achter-nachbar-schaft

Strukturelement H

- Koeffizientenmatrix des linearen Filters:
  - $H(i,j)\in\{0,1\}$ Nur zwei mögliche Werte



- Das Bild I als Punktmenge
  - $Q_I\in\{(u,v)\mid I(u,v)=1\}$



$Q_I=\{(1,1),(2,1),(2,2)\}$ $Q_H=\{(\mathbf{0},\mathbf{0}),(\mathbf{1},\mathbf{0})\}$

Grundoperationen

- Vereinigung (oder)

  $Q_{I_1 \vee I_2} = Q_{I_1} \cup Q_{I_2}$

- Schnittmenge (und)

  $Q_{I_1 \wedge I_2} = Q_{I_1} \cap Q_{I_2}$

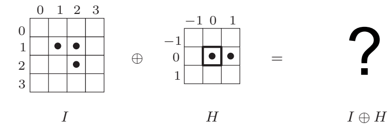
- Invertieren: $I(u,v) \mapsto \neg I(u,v)$

  $Q_{\neg I} = \overline{Q_I}$

Dilation (Wachsen)

- Kombination aller Punkte aus Q_I und Q_H

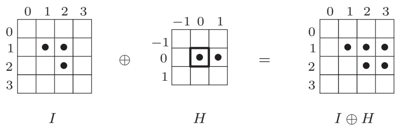
$$I \oplus H = \left\{ (u',v') = (u+i, v+j) \mid (u,v) \in Q_I, (i,j) \in Q_H \right\}$$



Dilation (Wachsen)

- Kombination aller Punkte aus Q_I und Q_H

$$I \oplus H = \left\{ (u',v') = (u+i, v+j) \mid (u,v) \in Q_I, (i,j) \in Q_H \right\}$$

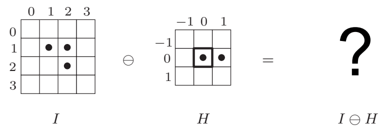


$$\begin{aligned} I \oplus H = \{\ & (1,1) + (\mathbf{0},\mathbf{0})\ ,\ (1,1) + (\mathbf{1},\mathbf{0})\ , \\ & (2,1) + (\mathbf{0},\mathbf{0})\ ,\ (2,1) + (\mathbf{1},\mathbf{0})\ , \\ & (2,2) + (\mathbf{0},\mathbf{0})\ ,\ (2,2) + (\mathbf{1},\mathbf{0})\ \} \end{aligned}$$

Erosion (Schrumpfen)

- Nur Punkte, die Strukturelement vollständig „enthalten"

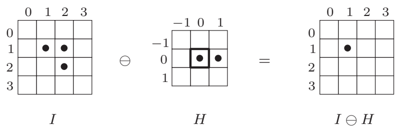
$$I \ominus H = \left\{ (u',v') \mid (u'+i, v'+j) \in Q_I, \forall (i,j) \in Q_H \right\}$$



Erosion (Schrumpfen)

- Nur Punkte, die Strukturelement vollständig „enthalten"

$$I \ominus H = \left\{ (u',v') \mid (u'+i, v'+j) \in Q_I, \forall (i,j) \in Q_H \right\}$$



$$I \ominus H = \{\,(1,1)\,\}\text{, weil}$$
$$(1,1) + (\mathbf{0},\mathbf{0}) = (1,1) \in Q_I \quad \text{und} \quad (1,1) + (\mathbf{1},\mathbf{0}) = (2,1) \in Q_I$$

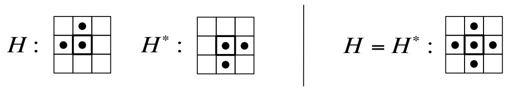
Regeln 1/2

Oberstrich: Inverse (invertiert)
I : Bild
H: Strukturelement
(-) = Erosion, (+) Dilation

- Dilation und Erosion sind *dual*

  $\overline{I} \oplus H = \overline{I \ominus H} \qquad \overline{I} \ominus H = \overline{I \oplus H}$

  falls $H = H^*$ (d.h. H punktsymmetrisch)



- Allgemein

  $\overline{I} \oplus H = \overline{I \ominus H^*} \qquad \overline{I} \ominus H = \overline{I \oplus H^*}$

Regeln 2/2

- Rechnen *fast* wie mit Plus und Minus

  $I \oplus H = H \oplus I$

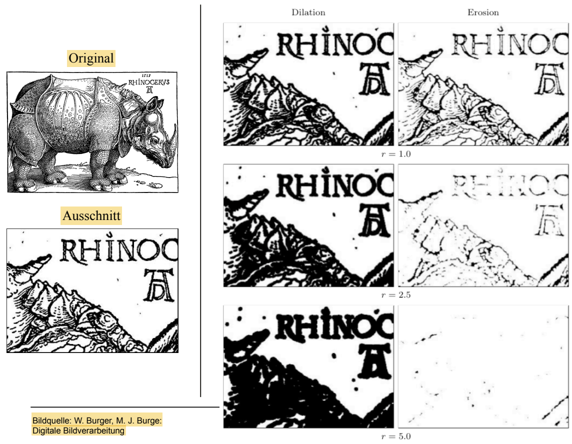
  $(I_1 \oplus I_2) \oplus I_3 = I_1 \oplus (I_2 \oplus I_3)$

  $I \ominus H \neq H \ominus I$

  $(I_1 \ominus I_2) \ominus I_3 = I_1 \ominus (I_2 \oplus I_3)$

- Achtung: $(I \ominus H) \oplus H \neq I$

Etwas Wegnehmen & wieder hinzufügen,
kommt nicht das Gleiche raus.
Siehe Schrumpfen & Wachsen



Bildquelle: W. Burger, M. J. Burge: Digitale Bildverarbeitung

Anwendung: Outline

- 1. Schritt: Bild erodieren

  $I' = I \ominus H$

- 2. Schritt: Nur Pixel des Originals, die nicht im erodierten Bild sind

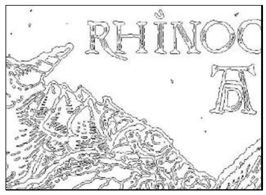
  Bild invertieren

  $B = I \cap \overline{I'} = I \cap \overline{(I \ominus H)}$

Vordergrund im Orignal sowie im Invertiertem Bild (was wie Hintergrund ausseht)

Beispiel: Outline

Original

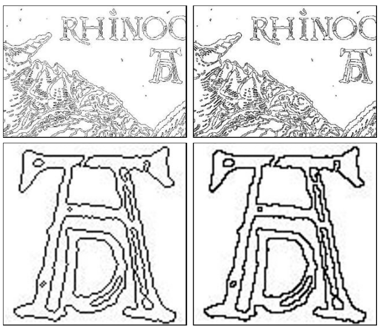


Outline

Bildquelle: W. Burger, M. J. Burge: Digitale Bildverarbeitung

Beispiel Outline

H ist 4er Nachbarschaft

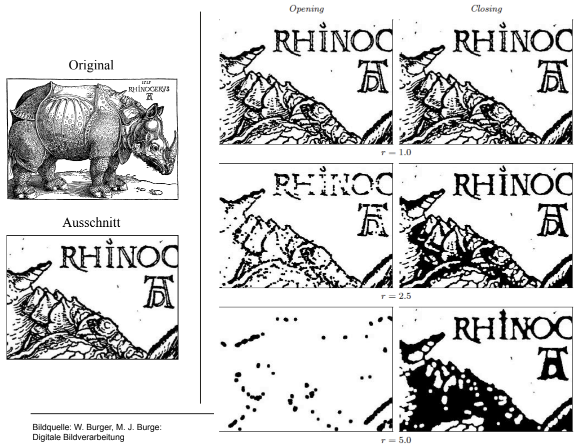


H ist 8er Nachbarschaft

Bildquelle: W. Burger, M. J. Burge: Digitale Bildverarbeitung

Opening und Closing

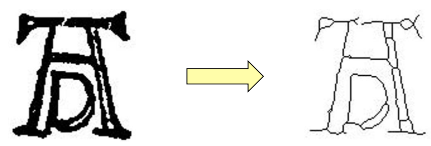
- Opening $I \circ H = (I \ominus H) \oplus H$
  - Erosion gefolgt von Dilation mit gleichen H
  - Kleine Strukturen entfernen
  - Verbleibende Strukturen wieder auf ursprüngliche Größe anwachsen
- Closing $I \bullet H = (I \oplus H) \ominus H$
  - Füllen von kleinen Löchern und Zwischenräumen



Bildquelle: W. Burger, M. J. Burge: Digitale Bildverarbeitung

Ausblick

- Skelettieren (Thinning)
  - Modifizierte Erosion
  - Solange anwenden, bis nur 1 Pixel übrig bleibt



26 © Klaus Jung   Bildquelle: W. Burger, M. J. Burge: Digitale Bildverarbeitung

Ausblick

- Morphologische Filter auf Farb-/Graustufenbildern
  - Farbe = 3 × unabhängig Graustufe
  - Strukturelement kann reelle Werte annehmen
  - Bilden von Maximum und Minimum

Original

Closing

27 © Klaus Jung   Bildquelle: W. Burger, M. J. Burge: Digitale Bildverarbeitung

Hat Ähnlichkeiten mit einem Medianfilter

Grayscale-Dilation

- Uses *maximum* of added values:

$$(I \oplus H)(u,v) = \max_{(i,j)\in H} \{I(u+i, v+j) + H(i,j)\}$$

$$\overset{I}{\begin{bmatrix} 6 & 7 & 3 & 4 \\ 5 & 5 & 6 & 8 \\ 6 & 4 & 5 & 2 \\ 6 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}} \oplus \overset{H}{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} = \overset{I \oplus H}{\begin{bmatrix} & & & \\ & 8 & 9 & \\ & 7 & 9 & \\ & & & \end{bmatrix}}$$

6+1=7

$$I + H \quad \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 6 & 7 & 7 \\ 7 & 5 & 6 \end{bmatrix}$$

Maximum

28 © Klaus Jung

Grayscale-Erosion

- Uses *minimum* of differences:

$$(I \ominus H)(u,v) = \min_{(i,j)\in H} \{I(u+i, v+j) - H(i,j)\}$$

$$\overset{I}{\begin{bmatrix} 6 & 7 & 3 & 4 \\ 5 & 5 & 6 & 8 \\ 6 & 4 & 5 & 2 \\ 6 & 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}} \ominus \overset{H}{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}} = \overset{I \ominus H}{\begin{bmatrix} & & & \\ & 2 & 1 & \\ & 1 & 1 & \\ & & & \end{bmatrix}}$$

6-1=5

$$I - H \quad \begin{bmatrix} 5 & 6 & 2 \\ 4 & 3 & 5 \\ 5 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Minimum

29 © Klaus Jung

Grayscale Opening and Closing

- Opening $I \circ H = (I \ominus H) \oplus H$
  - Same definition as before
- Closing $I \bullet H = (I \oplus H) \ominus H$
  - Same definition as before

Opening

Closing

30 © Klaus Jung