

Лектор
Улупова Валерия Леонидовна
valeria@ulupov.com

13 декабря 2024

Теория производства

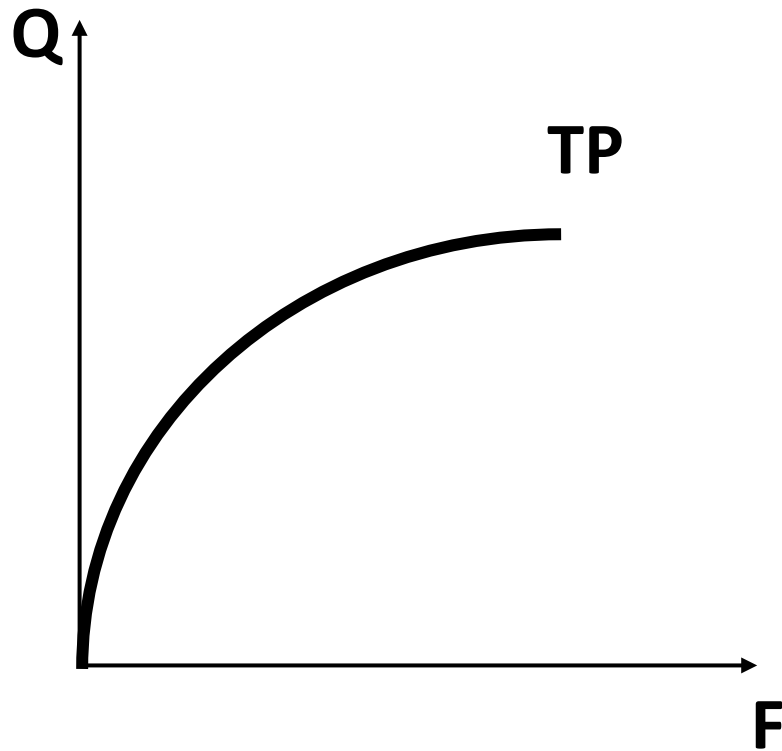
Производство

- Факторы производства
 - Технология
-
- Предпосылка о рациональности предпринимателя
 - Ограниченность ресурсов

Производственная функция

- **Производственная функция** показывает *максимальный* объем выпуск, который может произвести фирма с любой данной комбинацией факторов
- Или **производственная функция** показываем *минимальное* количество факторов необходимое для производства данного выпуска (технологическая эффективность)

Производственная функция



- $TP = f(F_1, F_2, F_3 \dots F_n)$
- Total product $\equiv Q = f(K, L)$
- **Технологически эффективный способ производства** такой, при котором хотя бы 1 фактора используется меньше, а остальных не больше, чем в других способах производства

Производственная функция

- Короткий период (Short run (SR)) – хотя бы один фактор неизменный
- Длительный период (Long run (LR)) – все факторы переменные
- SR и LR зависит от типа производства

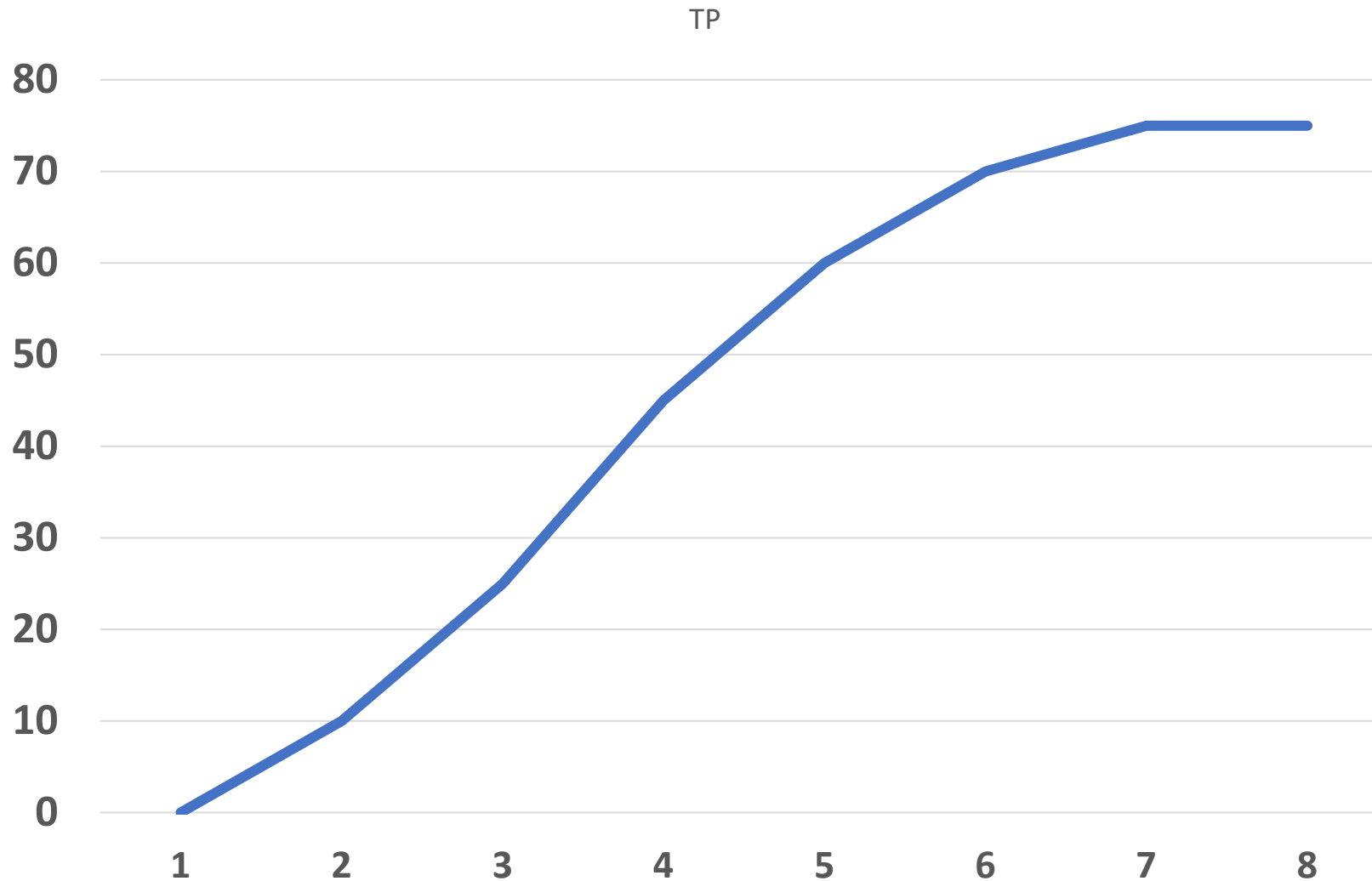
Производственная функция

- Total product (TP) – общий продукт (производственная функция)
- Average product (AP) – средний продукт $(\frac{TP}{F})$ – производительность фактора
- Marginal product (MP) – предельный продукт $(\frac{\Delta TP}{\Delta F})$ – приращение общего выпуска при увеличении фактора на единицу

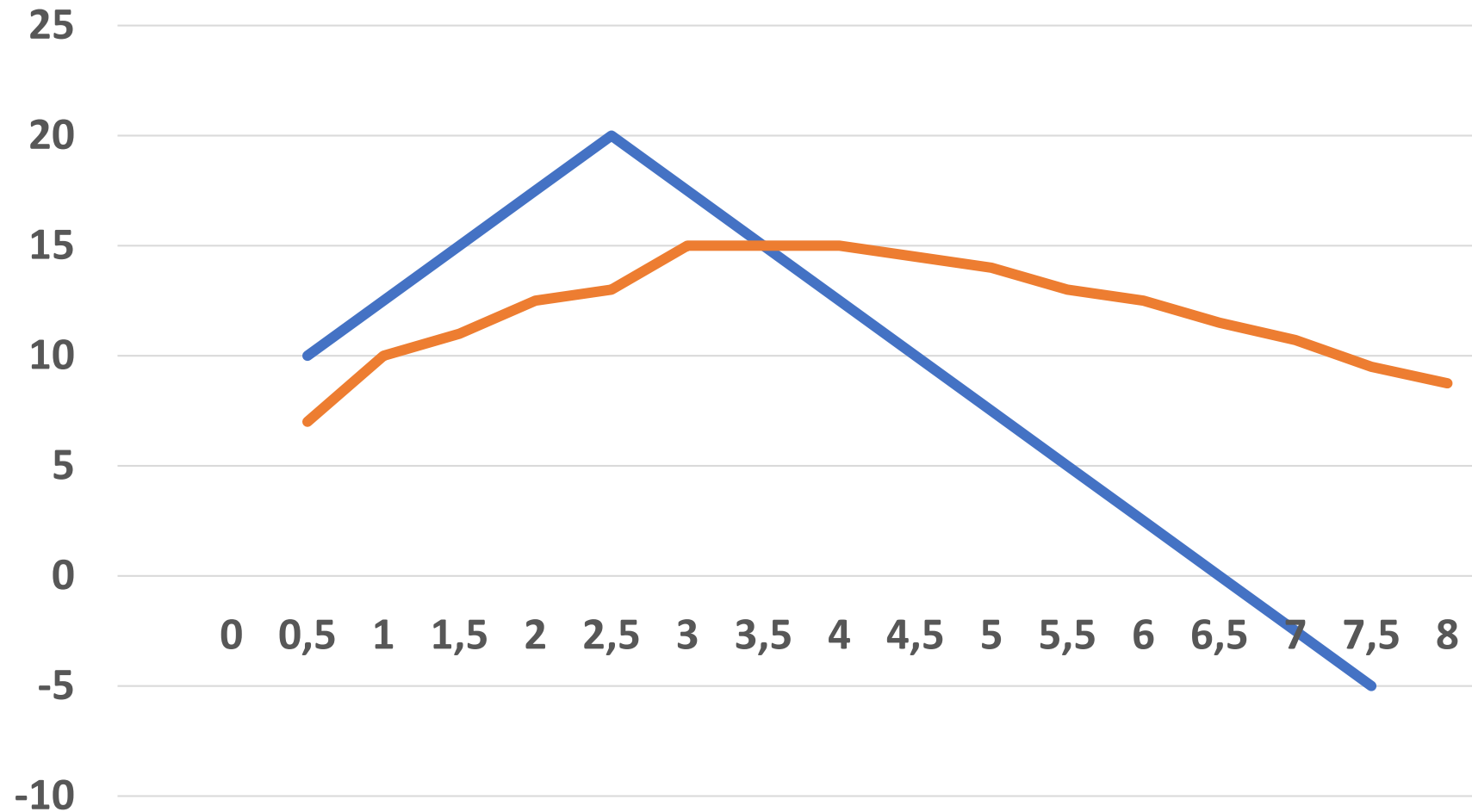
Производственная функция с одним переменным фактором

L	TP	MP	AP
0	0	-	
		10	
1	10		10
		15	
2	25		12,5
		20	
3	45		15
		15	
4	60		15
		10	
5	70		14
		5	
6	75		12,5
		0	
7	75		10,71
		-5	
8	70		8,75

Производственная функция с одним переменным фактором



Производственная функция с одним переменным фактором

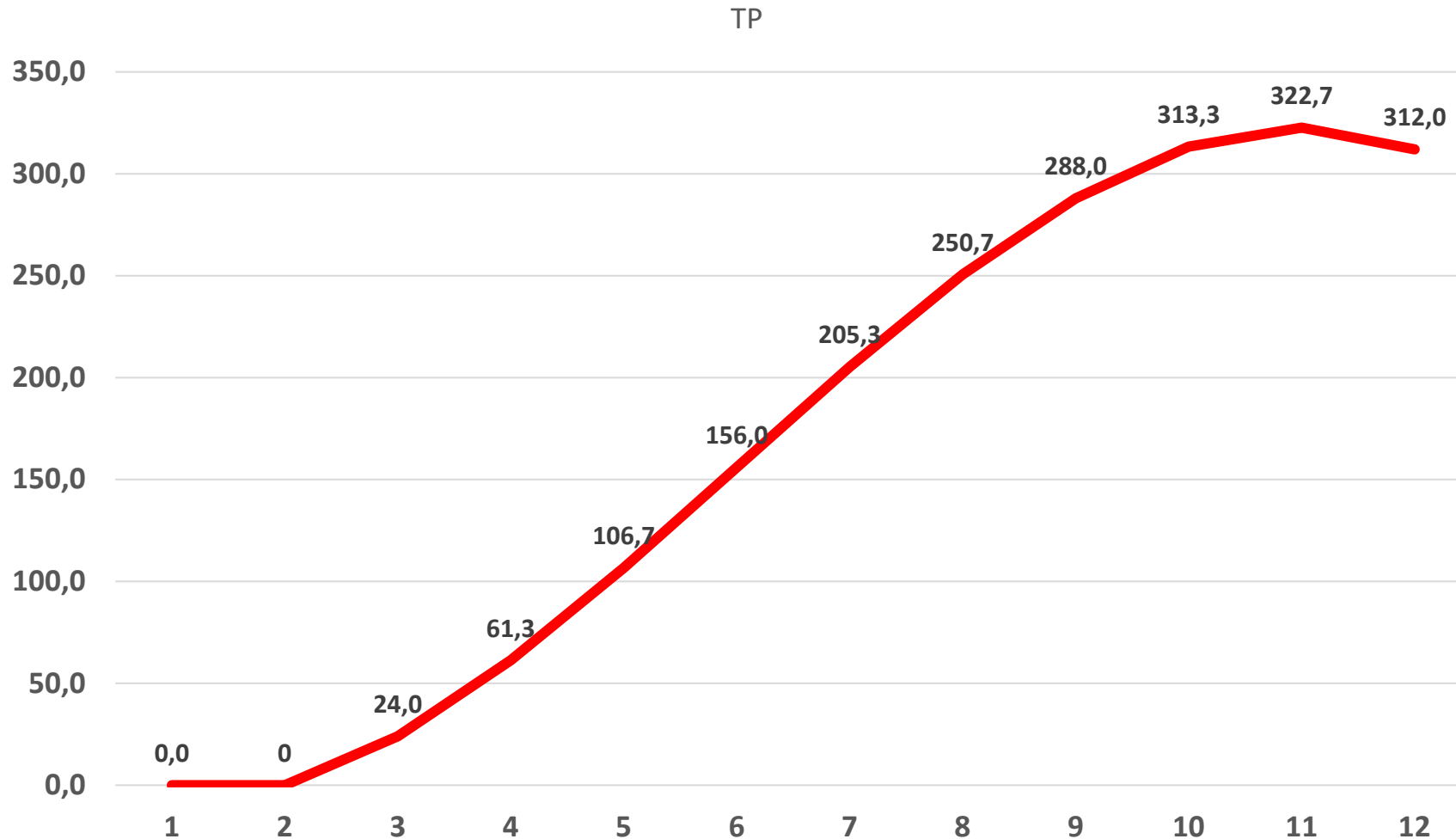


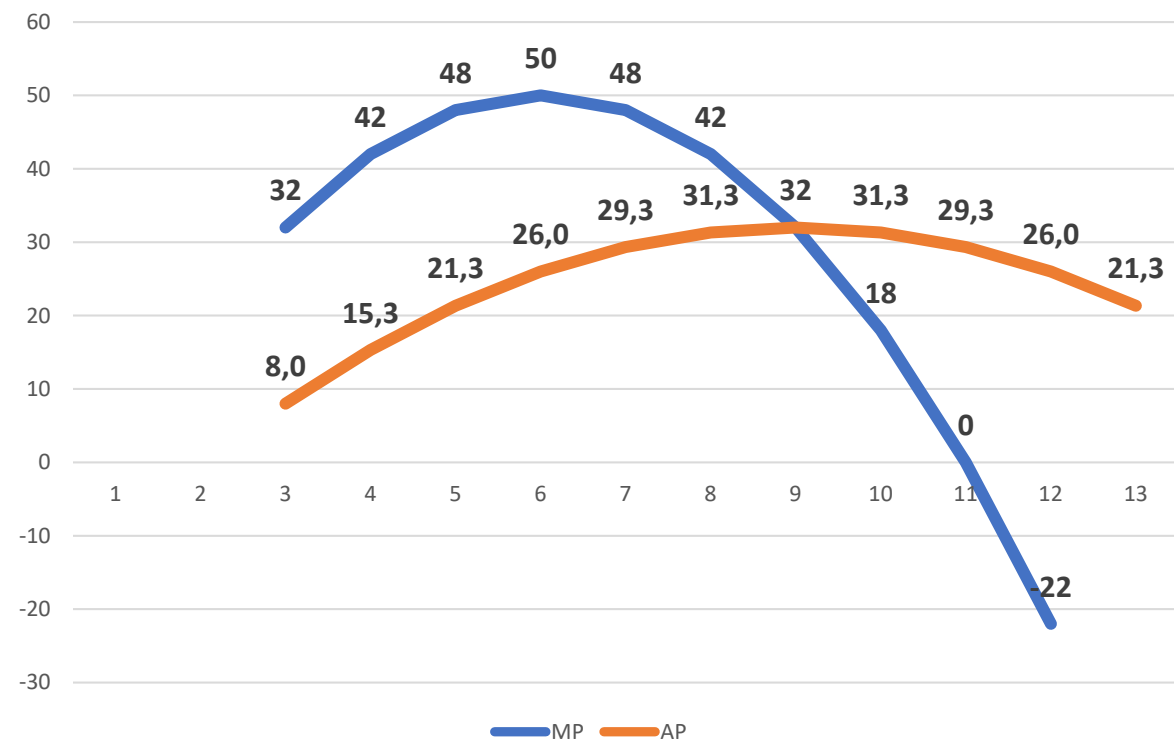
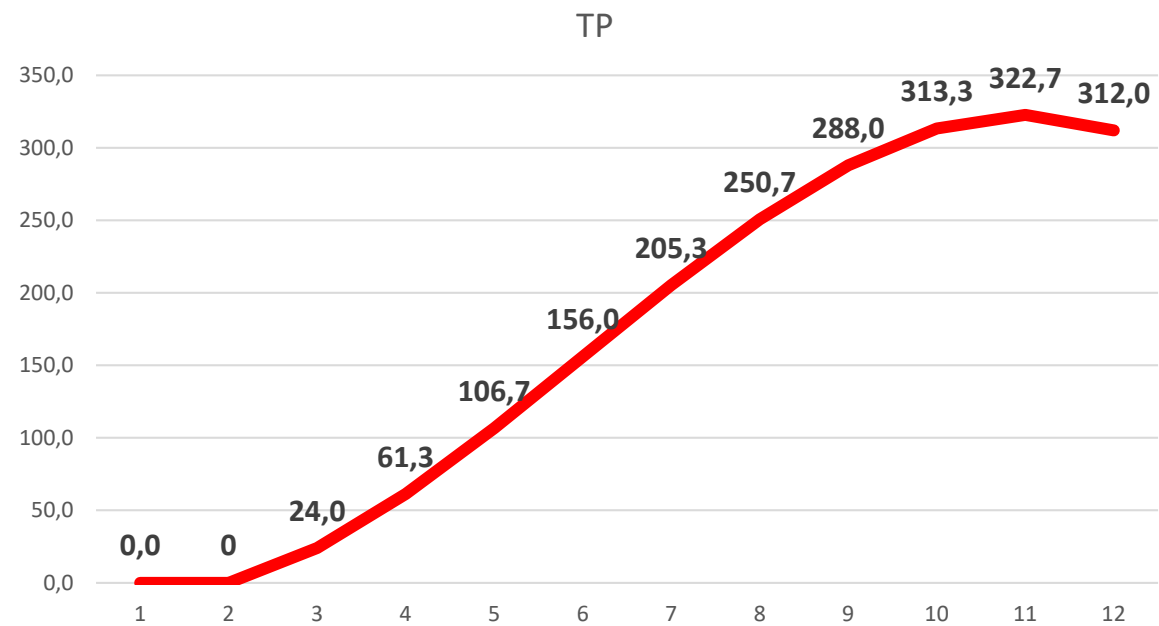
Производственная функция с одним переменным фактором

$$TP = -\frac{2}{3}L^3 + 12L^2 - 22L$$

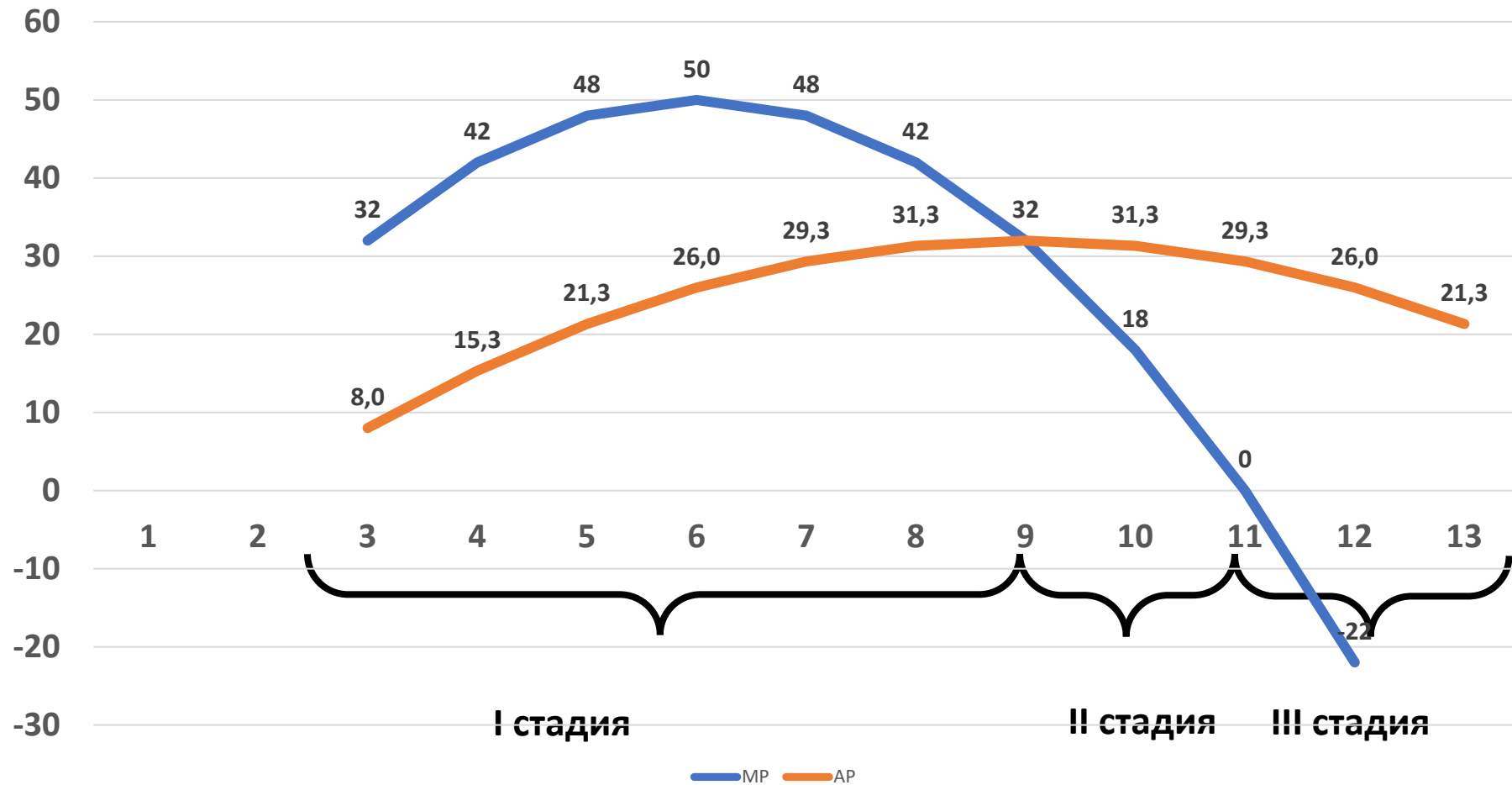
L	TP	MPI	Apl
0			
1			
2			
3	24,0	32	8,0
4	61,3	42	15,3
5	106,7	48	21,3
6	156,0	50	26,0
7	205,3	48	29,3
8	250,7	42	31,3
9	288,0	32	32,0
10	313,3	18	31,3
11	322,7	0	29,3
12	312,0	-22	26,0

Производственная функция с одним переменным фактором





Производственная функция с одним переменным фактором



Стадии производства

- I стадия – AP_L и AP_K возрастают – растущая отдача
- II стадия – убывающая, но положительная отдача от труда AP_L убывает, а AP_K растет
- III стадия – AP_L и AP_K убывают – убывающая отрицательная – производство технологически неэффективно

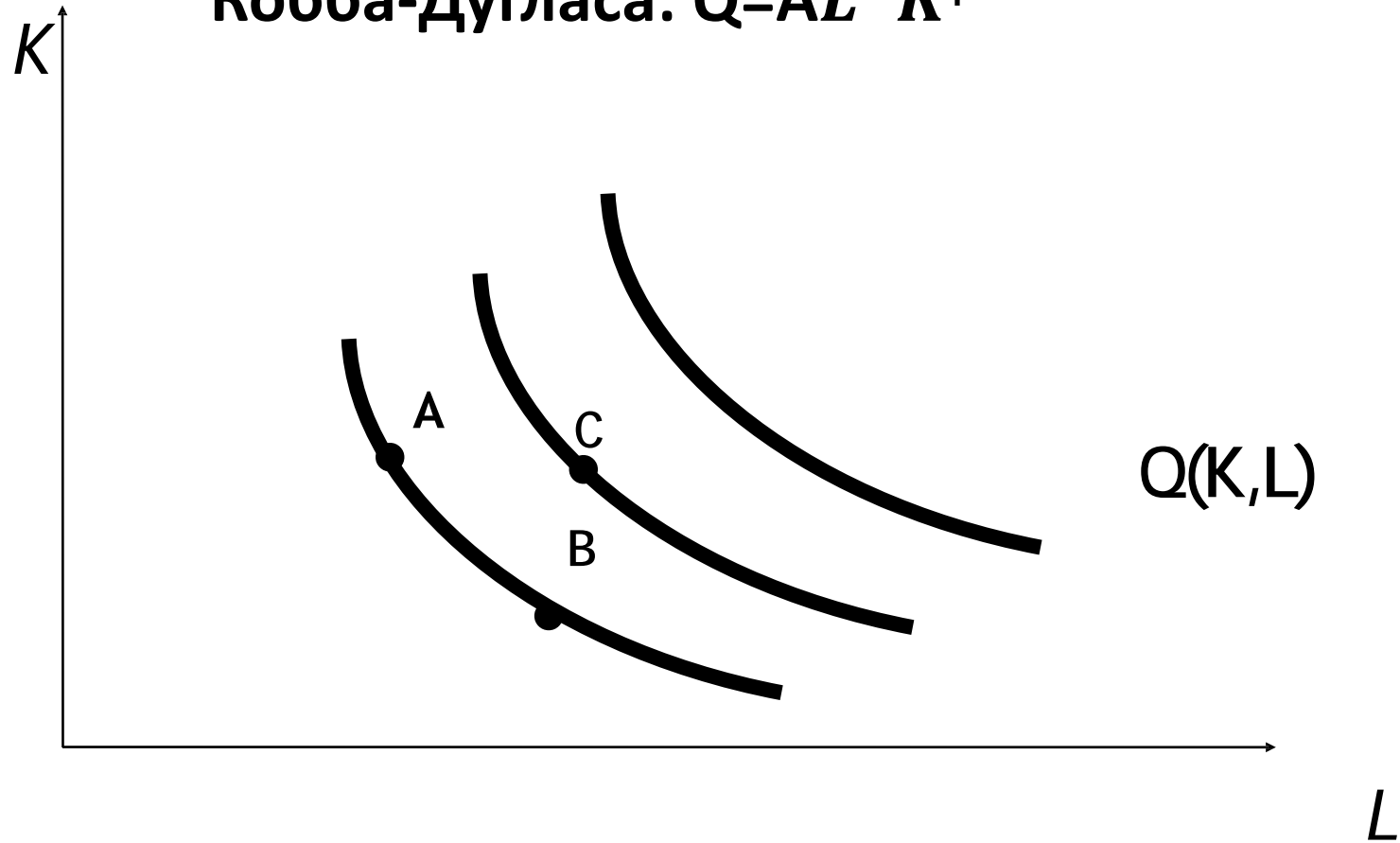
Двухфакторная модель

- $Qf(K,L)=AK^{\alpha} L^{\beta}$
- Total Cost (TC) – общие издержки
- w – ставка заработной платы
- r – ставка процента
- $TC=wL+rK$ – наиболее дешевая комбинация факторов из всех возможных
- $\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r}$

Изокванты

- Изокванта - линия, соединяющая равные выпуски продукта, которые фирма может произвести, используя разные сочетания труда и капитала (разные технически эффективные способы производства по данной технологии).
- Свойства изоквант:
 - не могут пересекаться
 - выпуклы к началу координат
 - чем выше изокванта, тем больший выпуск она характеризует

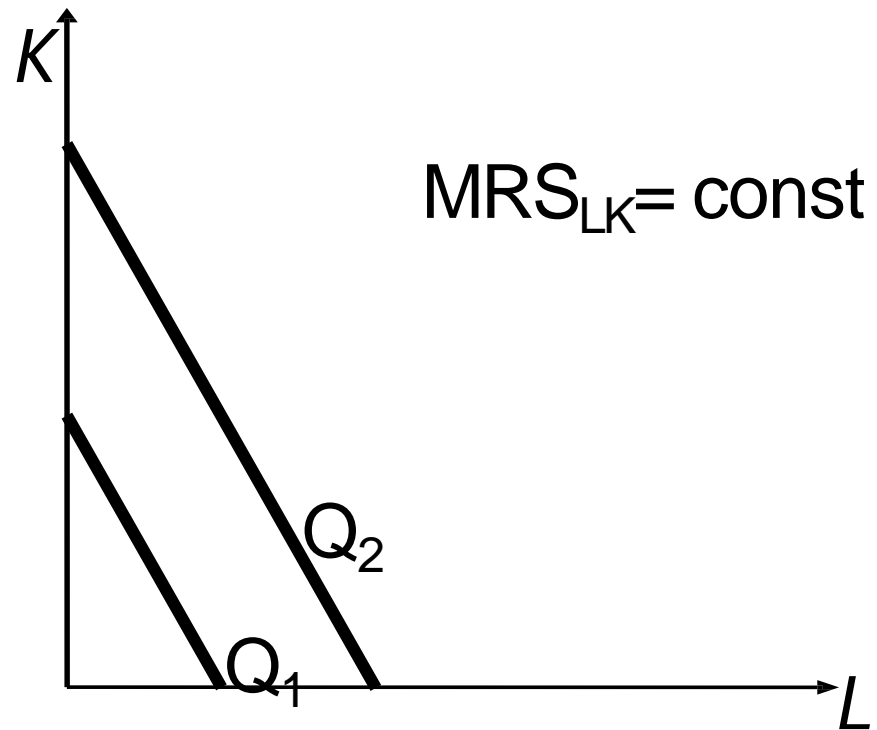
Производственная функция
Кобба-Дугласа: $Q=AL^{\alpha}K^{\beta}$



Карта изоквант

Производитель готов заменить один фактор
другим в постоянной пропорции

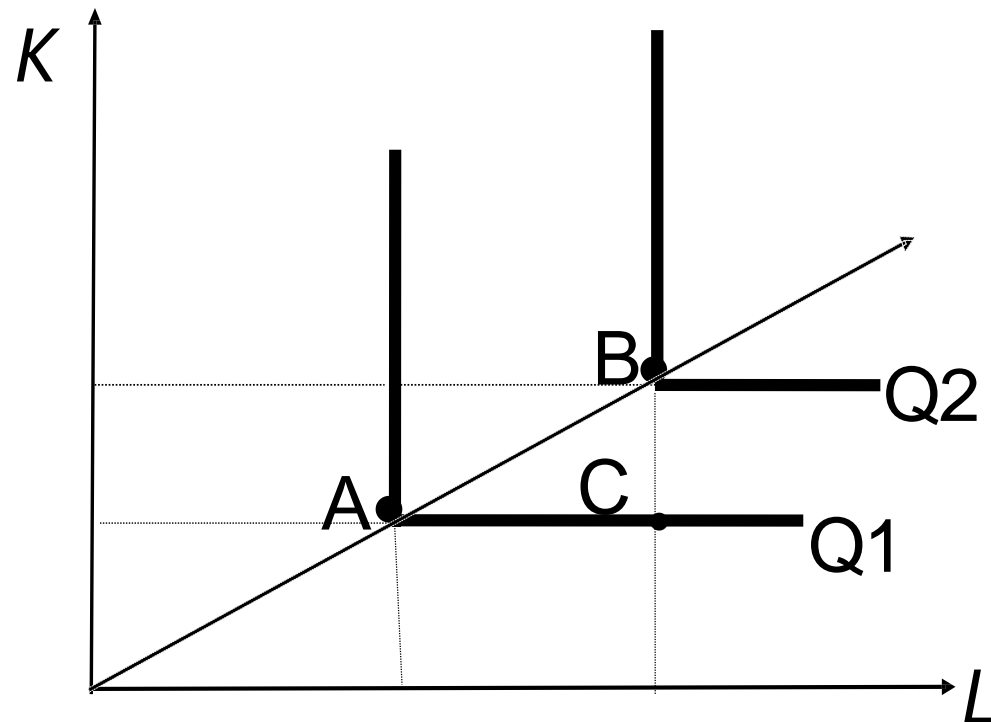
$$Q = \alpha L + \beta K$$



Комплементы

Факторы используются в постоянной пропорции

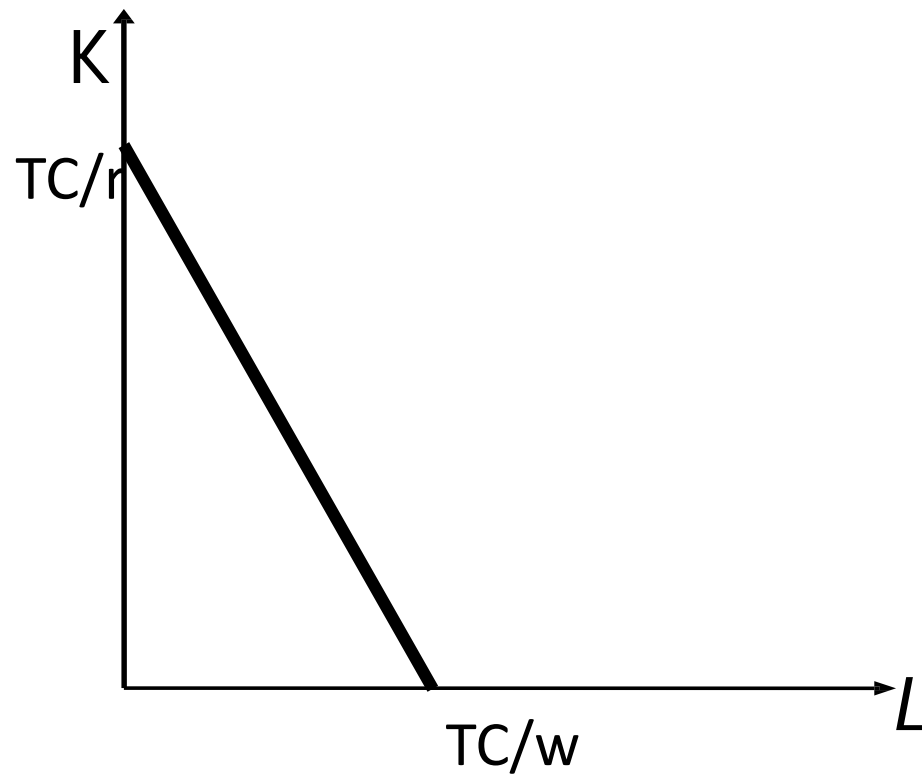
$$Q = \min \left\{ \frac{\alpha + \beta}{\alpha} L; \frac{\alpha + \beta}{\beta} K \right\}$$



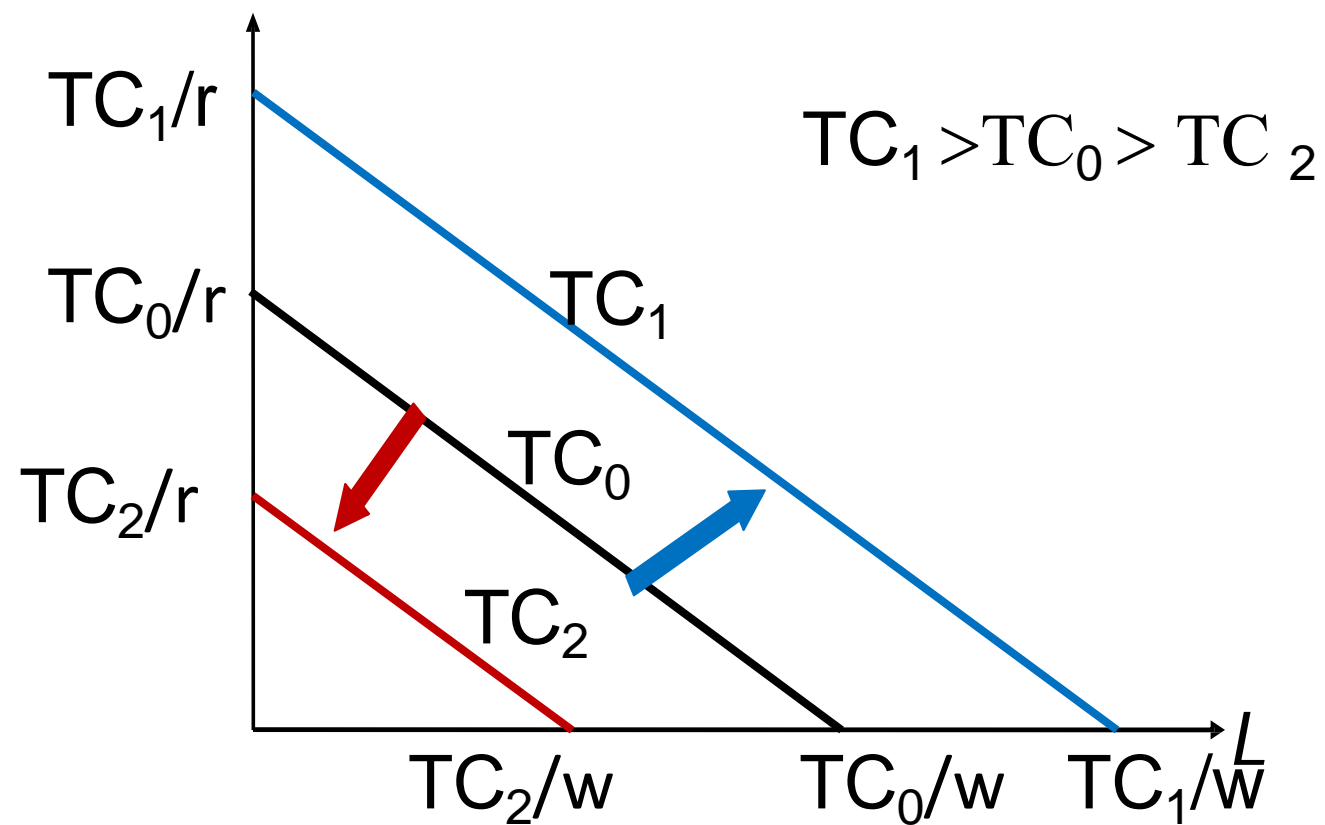
Изокоста

- **Изокоста** – это линия равных затрат (издержек производства); выполняет в теории производства роль бюджетного ограничения.
- $TC = r K + w L$
- $K = \frac{TC}{r} - \frac{w}{r}L$

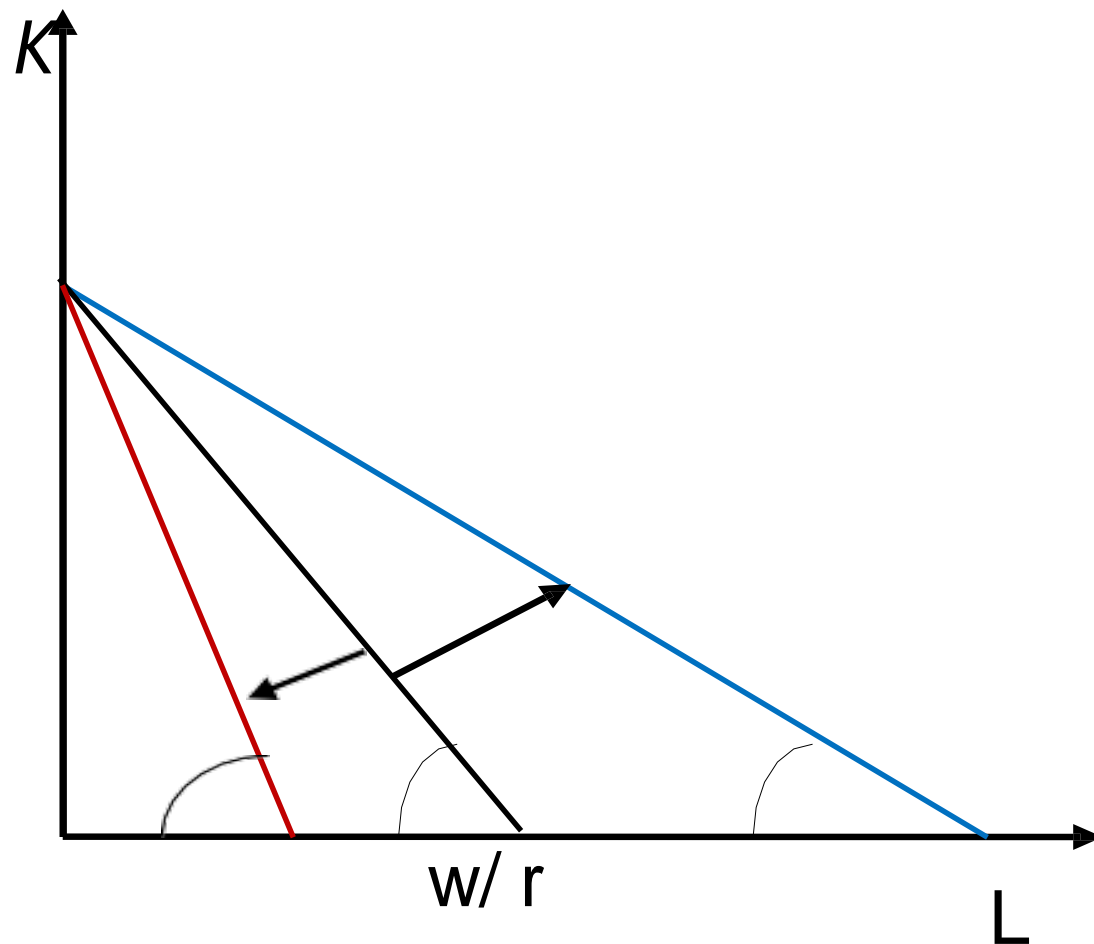
Изоко́ста



Влияние изменения издержек



Влияние изменения цены фактора производства (труд)



- **Предельная норма технического замещения капитала трудом ($MRTS_{LK}$)** показывает, на какую величину необходимо уменьшить количество капитала при увеличении количества труда на единицу, чтобы размеры выпуска не изменились

$$MRTS_{L,K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L}$$

$$MRTS_{L,K} = \frac{MP_L}{MP_K}$$

Прямая задача

$$\begin{cases} U(X, Y) \rightarrow \max \\ M = PxX + PyY \\ L = U(X, Y) - \lambda(PxX + PyY - M) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial X} = \frac{\partial U(X, Y)}{\partial X} - \lambda Px = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial Y} = \frac{\partial U(X, Y)}{\partial Y} - \lambda Py = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = PxX + PyY - M = 0 \end{cases}$$

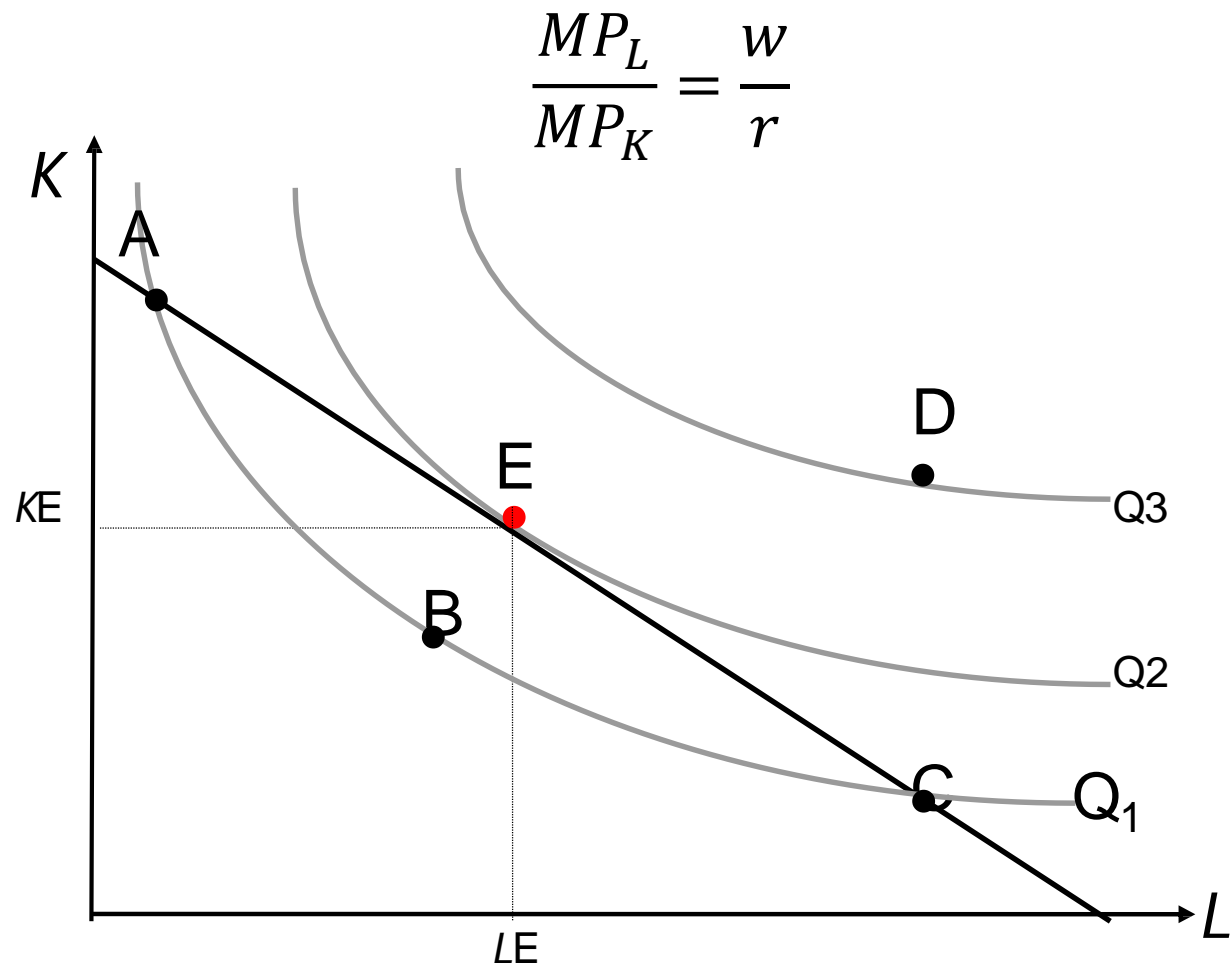
$$\lambda = \frac{MUx}{Px} = \frac{MUy}{Py}$$

$$X = f(Px, Py, M) \quad Y = f(Px, Py, M)$$

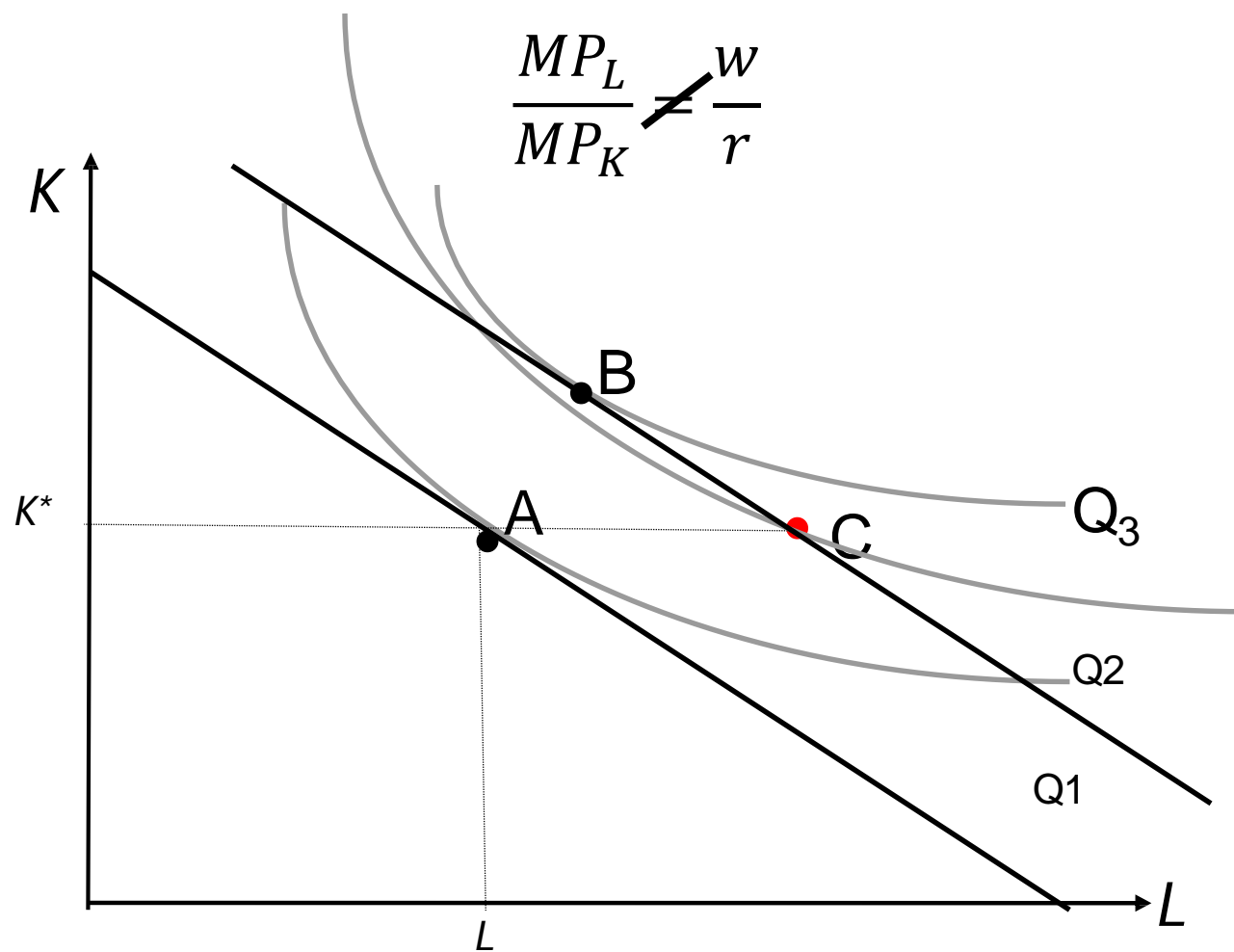
Двойственная задача

$$\begin{aligned} & \begin{cases} wL + rK \rightarrow \min \\ Q = f(K, L) \end{cases} \\ & L = wL + rK - \lambda(f(K, L) - Q) \\ & \begin{cases} \frac{\partial L}{\partial K} = r - \frac{\partial Q(K, L)}{\partial K} \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial L} = w - \frac{\partial Q(K, L)}{\partial L} \lambda = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \lambda} = f(K, L) - Q = 0 \end{cases} \\ & \lambda = \frac{w}{MP_L} = \frac{r}{MP_K} \\ & L = f(w, r, Q)K = f(w, r, Q) \end{aligned}$$

Оптимум производителя LR



Оптимум производителя SR



Эффект масштаба

- Как объем выпуска реагирует на увеличение всех факторов производства (LR)

1. $f(NK, NL) > Nf(K, L)$ – возрастающая
2. $f(NK, NL) = Nf(K, L)$ – постоянная
3. $f(NK, NL) < Nf(K, L)$ – убывающая

- $Qf(K, L) = AK^\alpha L^\beta$

1. $\alpha + \beta > 1$
2. $\alpha + \beta = 1$
3. $\alpha + \beta < 1$