一、选择题

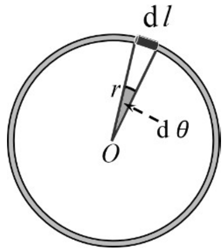
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	D	D	D	A	D	D	C	C	C

二、填空题

题号	答案	题号	答案
11	3.14×10^{-6} C	12	0.40 V， -0.5 $\mathrm{m^2/s}$
13	$-\mu_0 nI_m \pi a^2\omega\cos\omega t$	14	$-\dfrac{\mu_0 Igt}{2\pi}\ln\dfrac{a+l}{a}$
15	(1) 由 a 指向 O；(2) $-B\omega L^2/2$，0，$\omega Bd(d-2L)/2$	16	$\dfrac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\dfrac{a+b}{a-b}$
17	$\dfrac{5}{2}B\omega R^2$，O 点	18	$\dfrac{mgR}{BL}\tan\theta$，$a$，$\dfrac{mg}{BL}\tan\theta$，$b\to a$
19	1.5 mH	20	0.40 H

三、计算题

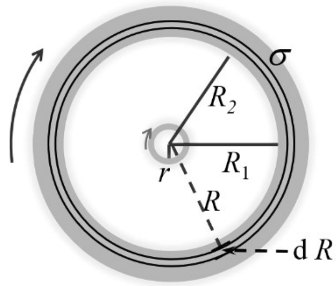
21.解：



① 对于半径为r、电荷线密度为λ带电圆环来说，当其以角速度$\omega(t)$旋转时，相当于圆环形成环形电流，设dl表示在圆环上所选取的线元，dθ表示 dl对应的角度，则其大小为：

$$I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=\frac{\lambda\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=\frac{\lambda r\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\lambda r\omega(t)$$

② 带电平面圆环的旋转相当于圆环中通有电流．在R_1与R_2之间取半径为R、宽度为dR的环带，根据①的结论，环带内有电流



$$\mathrm{d}I=\lambda R\omega(t)=\frac{\sigma\cdot 2\pi R\mathrm{d}R}{2\pi R}R\omega(t)=\sigma R\omega(t)\,\mathrm{d}R$$

dI在圆心 O 点处产生的磁场

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\,\mathrm{d}I}{2R}=\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega(t)\,\mathrm{d}R$$

由于整个带电环面旋转，在中心产生的磁感应强度的大小为

$$B=\int_{R_1}^{R_2}\mathrm{d}B=\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega(t)(R_2-R_1)$$

③ 选顺时针方向为小环回路的正方向，则小环中

$$\Phi_m=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}\approx BS=\frac{1}{2}\mu_0\sigma\omega(t)(R_2-R_1)\pi r^2$$

感应电动势：

$$\mathscr{E}_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mu_0}{2}\pi r^2(R_2-R_1)\sigma\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t}$$

感应电流：

$$i=\mathscr{E}_i/R'=-\frac{\mu_0\pi r^2(R_2-R_1)\sigma}{2R'}\cdot\frac{\mathrm{d}\omega(t)}{\mathrm{d}t}$$

方向：当$\frac{d\,\omega(t)}{d\,t}>0$时，$i$ 与选定的正方向相反，为逆时针方向；

当$\frac{d\,\omega(t)}{d\,t}<0$时，$i$ 与选定的正方向相同，为顺时针方向．

22.解：

① 圆筒可以看成一系列带电圆环的集合，则沿圆筒长度方向，单位长度每个圆环电荷电量为$\frac{Q}{L}$，在圆环上，其电荷线密度$\lambda=\frac{Q}{2\pi r\,L}$；当圆筒以角速度$\omega$旋转时，相当于圆筒表面单位长度上有环形电流:

$$I=\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t}=\frac{\lambda\mathrm{d}l}{\mathrm{d}t}=\frac{\lambda r\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{Q}{2\pi r\,L}\cdot\frac{r\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=\frac{Q\omega}{2\pi L}$$

其中$\mathrm{d}l$表示在圆环上所选取的线元．根据长螺线管产生磁场的公式：

筒内：$B_1=\mu_0 nI=\frac{\mu_0 Q\omega}{2\pi L}$(均匀磁场，方向沿筒的轴向)

筒外：$B_2=0$.

② 设线圈中电流方向与圆筒转动方向一致，则穿过圆形线圈的磁通量：

$$\Phi_m=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=B_1S=\pi r^2B_1=\frac{\mu_0 Q\omega r^2}{2L}$$

③ 单匝线圈中产生感生电动势：

$$\mathscr{E}_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$
$$=-\frac{\mu_0 Qr^2\omega_0}{2Lt_0}<0$$

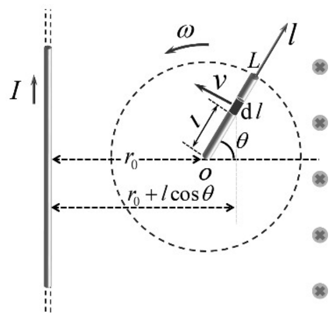
则电动势方向与圆筒转动方向相反.

④ 感应电流 i：

$$i=\mathscr{E}_i/R$$
$$=-\frac{\mu_0 Qr^2\omega_0}{2RLt_0}$$

i 的流向与圆筒转向相反.

23.解：



在棒上建立如图所示的坐标系，则载流为 I 的无限长直导线在距离其 x 处产生的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

方向如图所示

棒上线元 $\mathrm{d}l$ 中的动生电动势为：

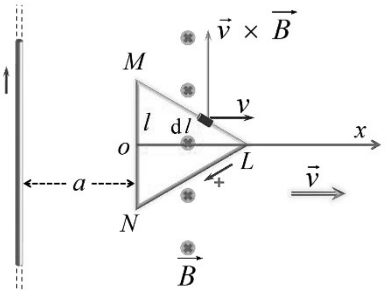
$$d\,\varepsilon=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-vB\,\mathrm{d}\,l=-\omega l\frac{\mu_0 I}{2\pi(r_0+l\cos\theta)}\mathrm{d}\,l$$

金属棒中总的感生电动势为

$$\mathscr{E}_i=\int_0^L\mathrm{d}\,\varepsilon$$
$$=-\int_0^L\frac{\omega\mu_0 I\;l}{2\pi\cos\theta\,(r_0+l\cos\theta)}\mathrm{d}(\,l\cos\theta)$$
$$=-\int_0^L\frac{\omega\mu_0 I\;l\cos\theta}{2\pi\cos^2\theta\,(r_0+l\cos\theta)}\mathrm{d}(\,l\cos\theta)$$
$$=-\int_0^L\frac{\omega\mu_0 I}{2\pi\cos^2\theta}(1-\frac{r_0}{r_0+l\cos\theta})\,\mathrm{d}(\,l\cos\theta)$$
$$=-\int_0^L\frac{\omega\mu_0 I}{2\pi\cos^2\theta}\mathrm{d}(\,l\cos\theta)+\int_0^L\frac{\omega\mu_0 I}{2\pi\cos^2\theta}(\frac{r_0}{r_0+l\cos\theta})\,\mathrm{d}(\,r_0+l\cos\theta)$$
$$=-\frac{\omega\mu_0 I}{2\pi\cos\theta}[L-\frac{r_0}{\cos\theta}\ln(\frac{r_0+L\cos\theta}{r_0})]<0$$

方向：根据$\vec{v}\times\vec{B}$可判断 O 点的电势高，或棒上的电势从另一端指向由 O

24.解：



① 建立如图所示的坐标系，则载流为 I 的无限长直导线在距离其 $x+a$ 处产生的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi(a+x)}$$

方向如图所示

设线圈回路以 $N\to M\to L\to N$ 的绕向为动生电动势 $\mathscr{E}_i$ 的正向，则与直导线平行的MN边产生的动生电动势

$$\mathscr{E}_{i1}=\int(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=vlB=vl\mu_0 I/(2\pi a)$$

② 其它两边ML和NL产生的动生电动势大小相等、方向相同.

如图所示，在ML边上选一线元$\mathrm{d}\vec{l}$，则其上产生的动生电动势为：

$$\mathrm{d}\varepsilon_2=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=vB\cos 120^\circ\,\mathrm{d}l$$

$$=-v\cos 60^\circ\frac{\mu_0 I\,\mathrm{d}l}{2\pi(a+x)}$$

$$\because\quad \mathrm{d}l\cos 30^\circ=\mathrm{d}x$$

$$\therefore\quad \mathrm{d}\varepsilon_2=-\frac{v\mu_0 I}{2\pi}\cdot\frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{a+x}$$

令$c=\sqrt{3}l/2$

$$\mathscr{E}_{i2}=\int\mathrm{d}\varepsilon_2$$

$$=-\frac{v\mu_0 I}{2\pi}\cdot\frac{\frac{1}{2}}{\sqrt{3}/2}\int_0^c\frac{\mathrm{d}x}{a+x}=-\frac{\sqrt{3}\mu_0 Iv}{6\pi}\ln\frac{a+c}{a}$$

③ 总电动势：

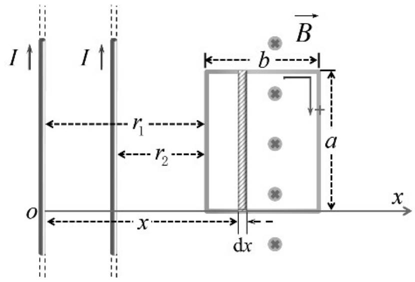
$$\mathscr{E}_i=\mathscr{E}_{i1}+2\mathscr{E}_{i2}$$

$$=\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\left[\frac{l}{a}-\frac{2\sqrt{3}}{3}\ln\frac{a+c}{a}\right]$$

当 $\mathscr{E}_i>0$ 时，电动势为顺时针方向，即如图所示的线框回路正方向

当 $\mathscr{E}_i<0$ 时，电动势为逆时针方向，即如图所示的线框回路反方向

25.解：



① 建立如图所示的坐标系，则载流为 I 的无限长直导线在距离其 x 处产生的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

方向如图所示

两个载有向电流的长直导线在如图坐标 x 处所产生的磁场为

$$B=\frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I}{x}+\frac{I}{x-(r_1-r_2)}\right)$$

② 如图所示，选顺时针方向为线框回路正方向，则穿过线圈的磁通量：

$$\Phi_m=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}=\int B\,\mathrm{d}S$$

$$=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\left(\int_{r_1}^{r_1+b}\frac{\mathrm{d}x}{x}+\int_{r_1}^{r_1+b}\frac{\mathrm{d}x}{x-r_1+r_2}\right)$$

$$=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln\left(\frac{r_1+b}{r_1}\cdot\frac{r_2+b}{r_2}\right)$$

③ 根据法拉弟电磁感应定律求得电动势：

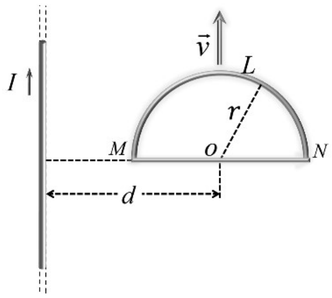
$$\therefore\quad \mathscr{E}_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

$$=\frac{\mu_0 I_0 a\omega}{2\pi}\ln\left[\frac{(r_1+b)(r_2+b)}{r_1 r_2}\right]\sin\omega t$$

当$\sin\omega t>0$，则 $\mathscr{E}_i>0$，电动势为顺时针方向，即如图所示的线框回路正方向

当$\sin\omega t<0$，则 $\mathscr{E}_i<0$，电动势为逆时针方向，即如图所示的线框回路反方向

26.解：



① 如图所示，为了方便计算，引入辅助导线$\overline{MN}$，其与半圆环导线构成闭合回路 $MLNM$，则穿过闭合回路的磁通量不变，故总电动势为零，即：

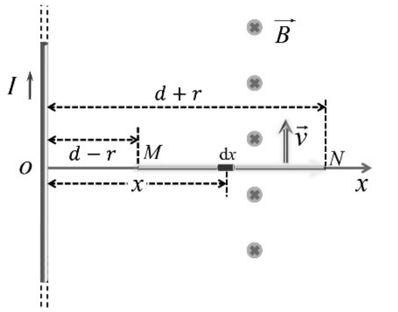
$$\mathscr{E}_{总}=\mathscr{E}_{MLN}+\mathscr{E}_{NM}=0$$

$$\therefore \mathscr{E}_{MLN}=-\mathscr{E}_{NM}=\mathscr{E}_{MN}$$

② 建立如图所示的坐标系，则载流为 I 的无限长直导线在距离其 x 处产生的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

方向如图所示



在导线MN边上选一线元$\mathrm{d}x$，则其上产生的动生电动势为：

$$\mathrm{d}\varepsilon=(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-vB\,\mathrm{d}x$$

$$=-v\frac{\mu_0 I\,\mathrm{d}x}{2\pi x}$$

MN中总的感生电动势为:

$$\mathscr{E}_{MN}=\int\mathrm{d}\varepsilon$$

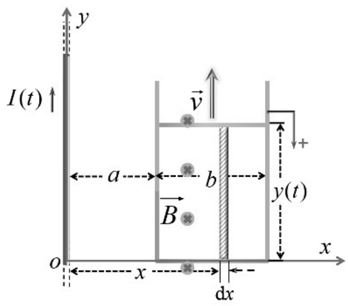
$$=\int_{d-r}^{d+r}-v\frac{\mu_0 I\,\mathrm{d}x}{2\pi x}=-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{d+r}{d-r}$$

$$\mathscr{E}_{MLN}=\mathscr{E}_{MN}$$

$$=-\frac{\mu_0 Iv}{2\pi}\ln\frac{d+r}{d-r}<0$$

由于 $\mathscr{E}_i<0$，所以 M 点的电势高，N 点的电势低.

27.解：



① 建立如图所示的 xy 坐标系，则载流为 I 的无限长直导线在距离其 x 处产生的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

方向如图所示

设顺时针绕向为 $\mathscr{E}_i$ 的正方向．如图所示，在矩形线框中选取宽为 $\mathrm{d}x$，长为 $y(t)$的矩形面元，则任意时刻 t 通过线圈的磁通量为：

$$\Phi_m(t)=\int\vec{B}\cdot\mathrm{d}\vec{S}$$

$$=\int_a^{a+b}\frac{\mu_0 I(t)}{2\pi x}y(t)\,\mathrm{d}x$$

$$=\frac{\mu_0}{2\pi}I(t)y(t)\ln\frac{a+b}{a}$$

② 线圈中产生感生电动势：

$$\mathscr{E}_i=-\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t}$$

$$=-\frac{\mu_0}{2\pi}(\ln\frac{a+b}{b})(\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}y+I\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t})$$

$$\because\ y=vt$$

$$\therefore\ \mathscr{E}_i=-\frac{\mu_0}{2\pi}I_0e^{-\lambda t}v(1-\lambda t)\ln\frac{a+b}{a}$$

$$=\frac{\mu_0}{2\pi}vI_0e^{-\lambda t}(\lambda t-1)\ln\frac{a+b}{a}$$

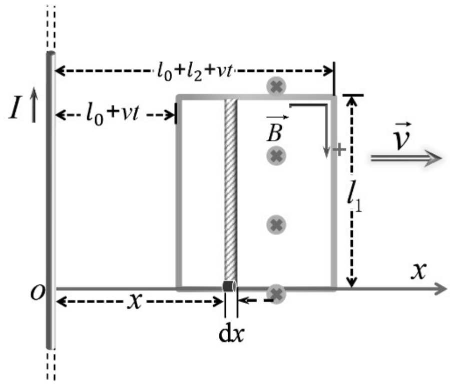
$\mathscr{E}_i$ 方向：若$\lambda t<1$时，$\mathscr{E}_i<0$，同题中所设的正方向相反，则沿矩形线框的逆时针方向；

若$\lambda t>1$时，$\mathscr{E}_i>0$，同题中所设的正方向相同，沿矩形线框的顺时针方向.

28.解：

(1) 建立如图所示的坐标系，原点在长直导线处，则载流为 i 的无限长直导线在距离其 x 处产生的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$



设某一时刻t线圈的位置如图所示，同时设顺时针绕向为 $\mathscr{E}_i$ 的正方向．在矩形线框中选取宽为 dx，长为l_1的矩形面元，则任意时刻 t 通过线圈的磁通量为：

$$\begin{aligned}\Phi_m(t)&=\int\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}\\&=\int_{l_0+vt}^{l_0+l_2+vt}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}l_1\,\mathrm{d}\,x\\&=\frac{\mu_0 I l_1}{2\pi}\ln\frac{l_0+l_2+vt}{l_0+vt}\end{aligned}$$

线圈中产生感生电动势：

$$\begin{aligned}\mathscr{E}_i&=-\frac{\mathrm{d}\,\Phi_m}{\mathrm{d}\,t}\\&=\frac{\mu_0 I l_1}{2\pi}\cdot\frac{vl_2}{(l_0+vt)(l_0+l_2+vt)}>0\end{aligned}$$

$\mathscr{E}_i$ 方向：$\mathscr{E}_i>0$，同题中所设的正方向相同，沿矩形线框的顺时针方向．

(2) 线圈不动，电流变化，则任意时刻 t 通过线圈的磁通量为：

$$\begin{aligned}\Phi_m(t)&=\int\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=\int_{l_0}^{l_0+l_2}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}l_1\,\mathrm{d}\,x\\&=\frac{\mu_0 I l_1}{2\pi}\ln\frac{l_0+l_2}{l_0}\end{aligned}$$

线圈中产生感生电动势：

$$\begin{aligned}\mathscr{E}_i&=-\frac{\mathrm{d}\,\Phi_m}{\mathrm{d}\,t}\\&=-\frac{3\mu_0 I_0 l_1 t^2}{2\pi}\cdot\ln\frac{l_0+l_2}{l_0}<0\end{aligned}$$

$\mathscr{E}_i$ 方向：$\mathscr{E}_i<0$，同题中所设的正方向相反，沿矩形线框的逆时针方向．

(2) 线圈运动，电流变化，则任意时刻 t 通过线圈的磁通量为：

$$\begin{aligned}\Phi_m(t)&=\int\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S}\\&=\int_{l_0+vt}^{l_0+l_2+vt}\frac{\mu_0 I}{2\pi x}l_1\,\mathrm{d}\,x\\&=\frac{\mu_0 l_1 I_0 t^3}{2\pi}\ln\frac{l_0+l_2+vt}{l_0+vt}\end{aligned}$$

线圈中产生感生电动势：

$$\begin{aligned}\mathscr{E}_i&=-\frac{\mathrm{d}\,\Phi_m}{\mathrm{d}\,t}\\&=-\frac{\mathrm{d}(\frac{\mu_0 l_1 I_0 t^3}{2\pi}\ln\frac{l_0+l_2+vt}{l_0+vt})}{\mathrm{d}t}\\&=\frac{\mu_0 I_0 t^3 l_1}{2\pi}\cdot\frac{v\,l_2}{(l_0+vt)(l_0+l_2+vt)}-\frac{3\mu_0 I_0 l_1 t^2}{2\pi}\cdot\ln\frac{l_0+l_2+vt}{l_0+vt}\end{aligned}$$