一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	D	A	C	D	D	A	C	C	D	B

二、填空题

题号	答案	题号	答案
11	$-\frac{1}{2}B\pi R^2$	12	0
13	$1.71\times10^{-5}\mathrm{T}$	14	$\mu_0 I$，0，$2\mu_0 I$
15	1:1	16	0，$-\mu_0 I$
17	$\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$，垂直图面向内	18	$\frac{\mu_0 I}{4}(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$，垂直图面向内

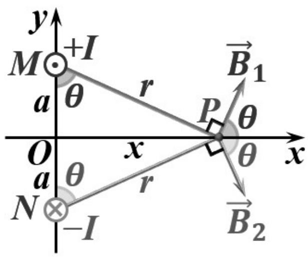
三、计算题

19. 解：

由安培环路定理，可得电流$+I$和$-I$在场点 P 处的磁感应强度$\vec{B}$的大小分别为

$$B_1=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}=\frac{\mu_0 I}{2\pi(x^2+a^2)^{1/2}}$$ （$\vec{B}_1$与电流$+I$及$\overline{MP}$均垂直）

$$B_2=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}=\frac{\mu_0 I}{2\pi(x^2+a^2)^{1/2}}$$ （$\vec{B}_2$与电流$-I$及$\overline{NP}$均垂直）



由电流与场点 P 的位置关系可知，磁感应强度矢量$\vec{B}_1$和$\vec{B}_2$与 x 轴的夹角θ相等，根据磁感应强度的叠加原理，P 点的磁感应强度分量为

$$B_x=B_{1x}+B_{2x}=B_1\cos\theta+B_2\cos\theta=\frac{\mu_0 I\cos\theta}{\pi(x^2+a^2)^{1/2}}$$

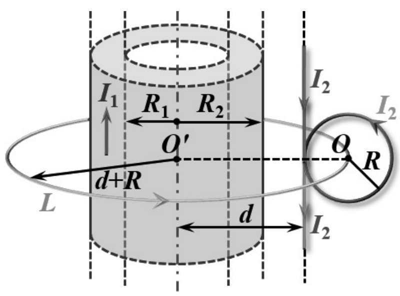
$$B_y=B_{1y}+B_{2y}=B_1\sin\theta-B_2\sin\theta=0$$

由几何关系可知，图中$\angle OMP=\angle ONP=\theta$，因此 P 点的总磁感应强度为

$$\vec{B}=\frac{\mu_0 I\cos\theta}{\pi(x^2+a^2)^{1/2}}\vec{i}=\frac{\mu_0 I}{\pi(x^2+a^2)^{1/2}}\cdot\frac{a}{(x^2+a^2)^{1/2}}\vec{i}=\frac{\mu_0 aI}{\pi(x^2+a^2)}\vec{i}$$

20. 解：

应用安培环路定理计算载流圆筒在O点产生的磁场．设环心 O 点在圆筒轴线上的投影为O'点，以O'点为中心，以$(d+R)$为半径做与轴线垂直的圆环作为积分环路 L，设其环绕方向与电流 I_1 的方向满足右手定则，则环路上各点的磁感应强度$\vec{B}_1$大小相等，且与环路线元$\mathrm{d}\vec{l}$的夹角均为 0．对环路 L 应用安培环路定理：



$$\oint_L \vec{B}_1\cdot d\vec{l}=\oint_L B_1\cdot dl=B_1\cdot 2\pi(d+R)=\mu_0 I_1$$

可得载流圆筒在O点产生的磁场大小为

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+R)} \qquad \text{（方向垂直于图面向内）}$$

长直电流 I_2 在 O 点产生的磁场大小为

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R} \qquad \text{（方向垂直于图面向外）}$$

载流圆环 I_2 在 O 点产生的磁场大小为

$$B_3 = \frac{\mu_0 I_2}{2R} \qquad \text{（方向垂直于图面向外）}$$

根据磁感应强度的叠加原理，O 点总磁感应强度 $\vec{B}$ 的大小为

$$B = B_1 - B_2 - B_3 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+R)} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi R} - \frac{\mu_0 I_2}{2R} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left[\frac{I_1}{d+R} - (1+\pi)\frac{I_2}{R}\right]$$

以上磁感应强度的表达式以方向垂直于图面向内为正方向，若 $B > 0$，则总磁感应强度方向垂直于图面向内；若 $B < 0$，则总磁感应强度方向垂直于图面向外.

21. 解：

带电体转动时，由电荷运动形成一系列的环形电流，如图中虚线环带所示，因此 O 点的总磁场为各环形电流在 O 点所产生磁场的矢量和.

半径为 a 和 b 的带电半圆转动时，形成的等效电流 I_1 和 I_2 分别为

$$I_1 = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\lambda \pi a}{2\pi/\omega} = \frac{\lambda \omega a}{2}$$

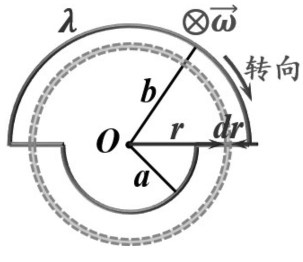
$$I_2 = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\lambda \pi b}{2\pi/\omega} = \frac{\lambda \omega b}{2}$$

等效电流 I_1 和 I_2 在 O 点所产生的磁感应强度大小分别为

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2a} = \frac{\mu_0 \lambda \omega}{4} \qquad \text{（方向垂直于图面）}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2b} = \frac{\mu_0 \lambda \omega}{4} \qquad \text{（方向垂直于图面）}$$

在径向线段上选择与 O 点距离为 r，长度为 $\mathrm{d}r$ 的线元作为电荷元 $\mathrm{d}q$，则由 $\mathrm{d}q$ 运动形成的等效元电流 $\mathrm{d}I$ 为



$$\mathrm{d}I = \frac{2\lambda \mathrm{d}r}{2\pi/\omega} = \frac{\lambda \omega \mathrm{d}r}{\pi}$$

由元电流 dI 在 O 点所产生的磁感应强度大小 dB 为

$$\mathrm{d}B_3 = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2r} = \frac{\mu_0 \lambda \omega \mathrm{d}r}{2\pi r}$$

带电径向线段在 O 点所产生的磁感应强度大小为

$$B_3 = \int_a^b \mathrm{d}B_3 = \int_a^b \frac{\mu_0 \lambda \omega \mathrm{d}r}{2\pi r} = \frac{\mu_0 \lambda \omega}{2\pi}\int_a^b \frac{\mathrm{d}r}{r} = \frac{\mu_0 \lambda \omega}{2\pi}\ln\frac{b}{a} \qquad \text{（方向垂直于图面）}$$

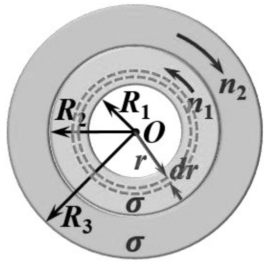
根据磁感应强度的叠加原理，O 点的总磁感应强度 $\vec{B}$ 的大小为

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = 2\cdot\frac{\mu_0 \lambda \omega}{4} + \frac{\mu_0 \lambda \omega}{2\pi}\ln\frac{b}{a} = \frac{\mu_0 \lambda \omega}{2\pi}\left(\pi + \ln\frac{b}{a}\right)$$

以上磁感应强度的表达式以垂直于图面向内为正方向，若 $\lambda > 0$，则总磁感应强度方向垂

直于图面向内；若$\lambda < 0$，则总磁感应强度方向垂直于图面向外.

22. 解：



在内圆环上选择半径为 r，长度为 dr 的同心圆环作为电荷元 dq，其电量为

$$\mathrm{d}q = \sigma 2\pi r \mathrm{d}r$$

则由 dq 运动形成的等效元电流$\mathrm{d}I_1$为

$$\mathrm{d}I_1 = n_1 \sigma 2\pi r \mathrm{d}r$$

由元电流$\mathrm{d}I_1$在 O 点所产生的磁感应强度$\mathrm{d}B_1$的大小为

$$\mathrm{d}B_1 = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I_1}{2r} = \frac{\mu_0 n_1 \sigma 2\pi r \mathrm{d}r}{2r} = \mu_0 n_1 \sigma \pi \mathrm{d}r$$

根据磁感应强度的叠加原理，内圆环在 O 点所产生的总磁感应强度B_1的大小为

$$B_1 = \int \mathrm{d}B_1 = \mu_0 n_1 \sigma \pi \int_{R_1}^{R_2} \mathrm{d}r = \mu_0 n_1 \sigma \pi (R_2 - R_1) \qquad \text{（方向垂直于图面向外）}$$

同理，外圆环转动形成的等效元电流$\mathrm{d}I_2$为

$$\mathrm{d}I_2 = n_2 \sigma 2\pi r \mathrm{d}r$$

由元电流$\mathrm{d}I_2$在 O 点所产生的磁感应强度$\mathrm{d}B_2$的大小为

$$\mathrm{d}B_2 = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I_2}{2r} = \mu_0 n_2 \sigma \pi \mathrm{d}r$$

根据磁感应强度的叠加原理，外圆环在 O 点所产生的总磁感应强度B_2的大小为

$$B_2 = \int \mathrm{d}B_2 = \mu_0 n_2 \sigma \pi \int_{R_2}^{R_3} \mathrm{d}r = \mu_0 n_2 \sigma \pi (R_3 - R_2) \qquad \text{（方向垂直于图面向内）}$$

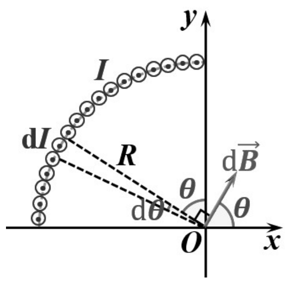
已知 O 点的总磁感应强度为零，根据磁场叠加原理，O 点的总磁感应强度为

$$B = B_1 - B_2 = \mu_0 n_1 \sigma \pi (R_2 - R_1) - \mu_0 n_2 \sigma \pi (R_3 - R_2) = 0$$

由此可得内、外圆环转速的比值为

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{R_3 - R_2}{R_2 - R_1}$$

23. 解：



1/4 圆柱面在 Oxy 平面内的截面为 1/4 圆弧，在圆弧上与 y 轴正方向夹角为θ处，选择对应夹角为$\mathrm{d}\theta$的弧元$R\mathrm{d}\theta$作为电流元$\mathrm{d}I$，则

$$\mathrm{d}I = \frac{I}{2\pi R/4} R\mathrm{d}\theta = \frac{2I\mathrm{d}\theta}{\pi}$$

电流元$\mathrm{d}I$在 O 点产生的磁感应强度$\mathrm{d}\vec{B}$的大小为

$$\mathrm{d}B = \frac{\mu_0 \mathrm{d}I}{2\pi R} = \frac{\mu_0 I \mathrm{d}\theta}{\pi^2 R}$$

磁感应强度$\mathrm{d}\vec{B}$在 x 轴和 y 轴方向上的分量分别为

$$\mathrm{d}B_x = \mathrm{d}B\cos\theta = \frac{\mu_0 I \cos\theta \mathrm{d}\theta}{\pi^2 R}$$

$$\mathrm{d}B_y = \mathrm{d}B\sin\theta = \frac{\mu_0 I \sin\theta \mathrm{d}\theta}{\pi^2 R}$$

积分可得 O 点磁感应强度$\vec{B}$的分量为

$$B_x=\int_0^{\pi/2}\mathrm{d}B_x=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

$$B_y=\int_0^{\pi/2}dB_y=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\int_0^{\pi/2}\sin\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}$$

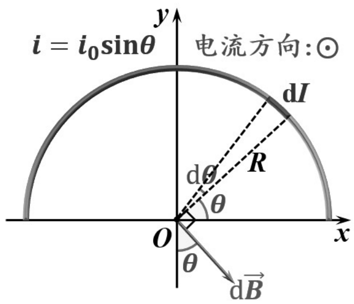
根据磁感应强度的叠加原理，O 点的磁感应强度$\vec{B}$为

$$\vec{B}=B_x\vec{i}+B_y\vec{j}=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\vec{i}+\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\vec{j}$$

24. 解：

半圆柱面在 Oxy 平面内的截面为半圆弧，在圆弧上与 x 轴正方向夹角为θ处，选择对应夹角为$\mathrm{d}\theta$的弧元$R\mathrm{d}\theta$作为电流元$\mathrm{d}I$，则

$$\mathrm{d}I=iR\mathrm{d}\theta=i_0R\sin\theta\mathrm{d}\theta$$



电流元$\mathrm{d}I$在 O 点产生的磁感应强度$\mathrm{d}\vec{B}$的大小为

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2\pi R}=\frac{\mu_0 i_0\sin\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi}$$

磁感应强度$\mathrm{d}\vec{B}$在 x 轴和 y 轴方向上的分量分别为

$$\mathrm{d}B_x=\mathrm{d}B\sin\theta=\frac{\mu_0 i_0\sin^2\theta}{2\pi}$$

$$\mathrm{d}B_y=\mathrm{d}B\cos\theta=\frac{\mu_0 i_0\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta}{2\pi}$$

积分可得 O 点磁感应强度$\vec{B}$的分量为

$$B_x=\int_0^{\pi}\mathrm{d}B_x=\frac{\mu_0 i_0}{2\pi}\int_0^{\pi}\sin^2\theta\mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 i_0}{4}$$

$$B_y=\int_0^{\pi}\mathrm{d}B_y=\frac{\mu_0 i_0}{2\pi}\int_0^{\pi}\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta=0$$

根据磁感应强度的叠加原理，O 点的磁感应强度$\vec{B}$为

$$\vec{B}=B_x\vec{i}+B_y\vec{j}=\frac{\mu_0 i_0}{4}\vec{i}$$