一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	C	D	D	A	C	B	A	B	C

二、填空题

题号	答案	题号	答案
11	$6.67\times10^{-7}\,\mathrm{T}$，$7.20\times10^{-7}\,\mathrm{A\cdot m^2}$	12	$\dfrac{Be^2}{2\pi m_e}$，$\dfrac{Be^2R^2}{2m_e}$
13	$8.0\times10^{-14}\vec{k}$ (N)	14	$\dfrac{\mu_0 nIqR}{2m\sin\alpha}$
15	$\pi\omega\lambda BR^3$，在图面中向上	16	0，扩大或扩张
17	$\sqrt{2}aIB$	18	aIB

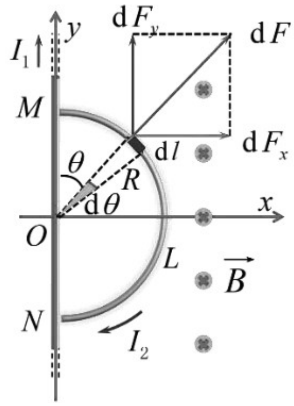
三、计算题

19. 解：

① 建立如图所示的 xOy 坐标系，则载流为 I 的无限长直导线在距离其 x 处产生的磁感应强度为：

$$B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$$

方向如图所示



因此，在半圆形线圈上，线电流 dl 所在处产生的磁感应强度大小为：

$$B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi R\sin\theta}$$

方向：垂直纸面向里

式中，θ为场点至圆心的联线与 y 轴的夹角.

② 半圆形线圈上线电流 dl 所受的安培力为：

$$\mathrm{d}F=\left|I_2\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}\right|=I_2B\,\mathrm{d}l，方向如图所示$$
$$=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi\sin\theta}\mathrm{d}\theta$$

③ 因为在半圆形线圈上不同位置处的电流元受到的安培力方向和大小各不相同，因此对力在 x、y 方向进行分解.

$$\mathrm{d}F_x=\mathrm{d}F\sin\theta$$
$$\mathrm{d}F_y=\mathrm{d}F\cos\theta$$

根据对称性可得：$F_y=\int\mathrm{d}F_y=\int\mathrm{d}F\cos\theta=0$

$$F_x=\int_0^{\pi}\mathrm{d}F_x=\int_0^{\pi}\mathrm{d}F\sin\theta=\int_0^{\pi}\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi}\mathrm{d}\theta=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2}$$

∴半圆线圈受 I_1 的磁力大小为：

$$F=\sqrt{{F_x}^2+{F_y}^2}=\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2}$$

方向：垂直 I_1 向右(沿 x 轴正向).

20. 解：

当$\vec{B}$的方向沿 x 轴正方向时，由安培定律 $\mathrm{d}\vec{F}=I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}$可得：

(1) $I\Delta l_1$电流元：

$$\Delta F_1=I\Delta l_1 B\sin 30^\circ=16\times 0.15\times 10^{-3}\times 8.5\times 10^{-2}\times 0.5=1.02\times 10^{-4}\ \mathrm{N}$$

方向：垂直纸面向外

$I\Delta l_2$电流元：

$$\Delta F_2=I\Delta l_2 B\sin 135^\circ=16\times 0.15\times 10^{-3}\times 8.5\times 10^{-2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=1.44\times 10^{-4}\ \mathrm{N}$$

方向：垂直纸面向里

(2)直线段ab:

$$F_{ab}=\int_a^b \mathrm{d}F=\int_a^b\left|I\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}\right|=(\int_a^b I\,\mathrm{d}\,l)B\sin 45^\circ$$

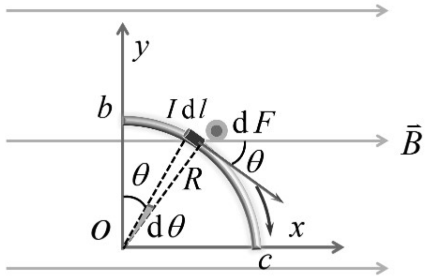
$$=I\frac{R}{\sin 45^\circ}B\sin 45^\circ=IRB=16\times 15\times 10^{-2}\times 8.5\times 10^{-2}$$

$$=2.04\times 10^{-1}\ \mathrm{N}$$

方向：垂直纸面向里

同理，直线段cd:

$F_{cd}=IRB=2.04\times 10^{-1}\ \mathrm{N}$，方向：垂直纸面向外



(3) 圆弧段$\widehat{bc}$：

在$\widehat{bc}$圆弧上取一电流元$Idl=IR\mathrm{d}\theta$，如图所示．这段电流元在磁场中所受安培力：

$$\mathrm{d}\,F=I\,\mathrm{d}\,l\,B\sin\theta=IRB\sin\theta\,\mathrm{d}\,\theta$$

方向：垂直纸面向外

所以圆弧$\widehat{bc}$上所受的力:

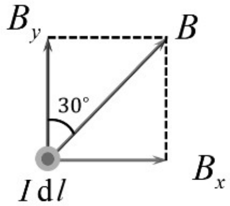
$$F_{bc}=\int_0^{\pi/2}IRB\sin\theta\,\mathrm{d}\,\theta=IRB=2.04\times 10^{-1}\ \mathrm{N}$$

方向：垂直纸面向外

同理，圆弧段$\widehat{da}$：

$F_{da}=2.04\times 10^{-1}\ \mathrm{N}$，方向：垂直纸面向里．

21. 解：

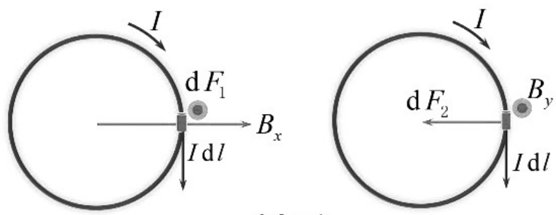


垂直纸面视图

① 在线圈上取一电流元Idl，将电流元Idl处的$\vec{B}$，分解为平行线圈平面的B_x和垂直线圈平面的B_y两个分量，则

$$B_x=B\sin 30^\circ$$
$$B_y=B\cos 30^\circ$$

② 分别求解线圈在B_x和B_y方向磁场中所受的合力 F_1 与 F_2.



俯视图

如图，电流元$I\,\mathrm{d}\,l$受B_x的作用力：

$$\mathrm{d}F_1=I\,\mathrm{d}\,l\,B_x\sin\theta$$
$$\mathrm{d}F_1=I\,\mathrm{d}\,l\,B_x\sin 90^\circ$$
$$=IB\sin 30^\circ\,\mathrm{d}\,l$$

方向：平行圆环轴线向外

因线圈上所有电流元受力的方向均相同，所以合力

$$F_1=\int\mathrm{d}F_1=IB\sin 30^\circ\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}\,l$$
$$=IB\sin 30^\circ\cdot 2\pi R$$

$$= 16 \times 0.15 \times \sin 30^\circ \times 2\pi \times 5 \times 10^{-2}$$
$$= 0.38\ \mathrm{N}$$

方向：垂直环面向上(相对于原题图中位置)

同理，电流元$I\,\mathrm{d}\,l$受 B_y 的作用力

$$\mathrm{d}F_2 = I\,\mathrm{d}\,l\,B_y$$
$$= IB\cos 30^\circ\,\mathrm{d}\,l$$

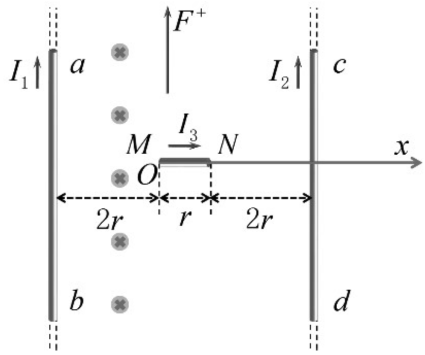
方向：指向线圈平面中心

由于轴对称，$\mathrm{d}F_2$ 对整个线圈的合力为零，即$F_2 = 0$.

③ 所以圆环所受合力：

$F = F_1 = 0.38\ \mathrm{N}$，方向：垂直环面向上

22. 解：



① 建立如图所示的坐标系，则载流为 I 的无限长直导线在距离其 x 处产生的磁感应强度为：

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

方向如图所示

设垂直纸面向里为 B 的正方向，则载流导线$\overline{MN}$上任一点处的磁感应强度大小为：

$$B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(2r + x)} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(3r - x)}$$

② 设竖直向上为安培力的正方向，根据安培定律 $\mathrm{d}\vec{F} = I\mathrm{d}\vec{l} \times \vec{B}$可得：

MN 上电流元 $I_3\mathrm{d}x$ 所受磁力：

$$\mathrm{d}\,F = I_3 B\,\mathrm{d}\,x = I_3[\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(2r + x)} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(3r - x)}]\,\mathrm{d}\,x$$

$$F = I_3 \int_0^r [\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(2r + x)} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(3r - x)}]\,\mathrm{d}\,x$$
$$= \frac{\mu_0 I_3}{2\pi}[\int_0^r \frac{I_1}{2r + x}\,\mathrm{d}\,x - \int_0^r \frac{I_2}{3r - x}\,\mathrm{d}\,x]$$
$$= \frac{\mu_0 I_3}{2\pi}(I_1 - I_2)\ln\frac{3}{2}$$

若$I_2 > I_1$，则$F < 0$，即其方向与题设方向相反，则$\vec{F}$的方向向下

若$I_2 < I_1$，则$F > 0$，即其方向与题设方向相同，则$\vec{F}$的方向向上

23. 解：

① 假设摩擦力足够大，圆柱体只有滚动无滑动．对于圆柱体来说，其受到两个方向相反的力矩的作用．一个使圆柱体受重力矩作用沿斜面向下滚动，另一个让处于圆柱轴线平面内的载流线圈要受磁力矩作用而阻止圆柱体向下滚动．

如果圆柱体不沿斜面向下滚动，必须满足受到的重力矩与线框所受的磁力矩平衡．

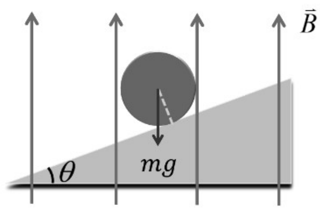
② 重力矩

$$M_1 = mgR\sin\theta$$

③ 磁力矩:$\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

磁矩大小:$m = IS = NI2Rl$

$$M_2 = mB\sin\theta$$
$$= NI2RlB\sin\theta$$

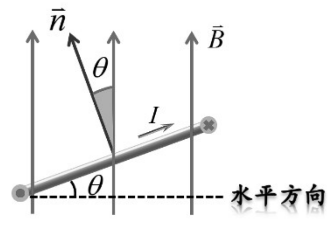


重力矩

④ 平衡时$M_1 = M_2$

所以:

$$mgR\sin\theta = NI2RlB\sin\theta$$
$$I = \frac{mg}{2NBl} = \frac{0.35\times 9.8}{2\times 10\times 0.15\times 0.6}$$
$$\approx 1.91\ \mathrm{A}$$

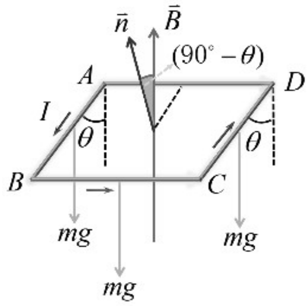


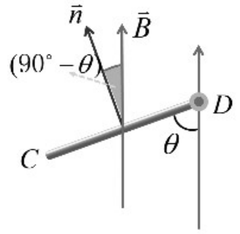
载流线圈磁矩

24. 解：

(1) 根据公式$\vec{m} = I\vec{S}$

$m = Ia^2$，方向：垂直于线圈平面向上





沿*DA*方向视图

$$\left|\vec{M}\right| = \left|\vec{m}\times\vec{B}\right| = Ia^2B\sin 90^\circ$$
$$= Ia^2B = 15\times 0.15^2\times 8.80\times 10^{-3}$$
$$= 2.97\times 10^{-3}\ \ \mathrm{N\cdot m}$$

(2) 设线圈绕 *AD* 边转动，并且线圈稳定时，磁场对线圈的力矩与线圈受到的重力矩大小相等，方向相反.

设线圈平面与竖直平面夹角为θ，则磁场对线圈的力矩为：

$$\left|\vec{M}\right| = \left|\vec{m}\times\vec{B}\right| = Ia^2B\sin(\frac{1}{2}\pi-\theta) = Ia^2B\cos\theta$$

重力矩等于三条边所受的重力矩的代数和：

$$L = a\cdot\rho gSa\cdot\sin\theta + 2\cdot\rho gSa\cdot(\frac{1}{2}a\sin\theta) = 2a^2S\rho g\sin\theta$$

平衡时，重力矩等于磁力矩：

$$Ia^2B\cos\theta = 2a^2S\rho g\sin\theta$$
$$\tan\theta = \frac{BI}{2S\rho g} = \frac{8.80\times 10^{-3}\times 15}{2\times 4\times 10^{-6}\times 8.9\times 10^3\times 9.8} = 0.189$$

于是: $\theta = 10.7^\circ$