**第一部分 专项同步练习**

**第一章 行列式**

**一、单项选择题**

**1．**下列排列是5阶偶排列的是 ( ).

(A) 24315 (B) 14325 (C) 41523 (D)24351

**2**．如果阶排列的逆序数是, 则排列的逆序数是( ).

(A) (B) (C) (D)

**3**. 阶行列式的展开式中含的项共有( )项.

(A) 0 (B) (C)  (D) 

**4．**( ).

(A) 0 (B) (C)  (D) 2

**5.** ( ).

(A) 0 (B) (C)  (D) 2

**6．**在函数中项的系数是( ).

(A) 0 (B) (C)  (D) 2

**7**.若，则 ( ).

(A) 4 (B)  (C) 2 (D) 

**8．**若，则 ( ).

(A) (B) (C) (D)

**9．** 已知4阶行列式中第1行元依次是, 第3行元的余子式依次为, 则( ).

(A) 0 (B) (C)  (D) 2

**10.** 若，则中第一行元的代数余子式的和为( ).

(A) (B) (C) (D)

**11.** 若，则中第四行元的余子式的和为( ).

(A) (B) (C) (D)

**12.** 等于下列选项中哪个值时，齐次线性方程组有非零解. ( )

(A) (B) (C) (D)

**二、填空题**

**1.** 阶排列的逆序数是.

**2．**在六阶行列式中项所带的符号是.

**3．**四阶行列式中包含且带正号的项是.

**4．**若一个阶行列式中至少有个元素等于, 则这个行列式的值等于.

**5.** 行列式.

**6．**行列式.

**7．**行列式.

**8．**如果，则.

**9．**已知某5阶行列式的值为5，将其第一行与第5行交换并转置，再用2乘所有元素，则所得的新行列式的值为.

**10．**行列式.

**11．**阶行列式.

**12．**已知三阶行列式中第二列元素依次为1,2,3, 其对应的余子式依次为3,2,1，则该行列式的值为.

**13．**设行列式，为D中第四行元的代数余子式，则.

**14．**已知， D中第四列元的代数余子式的和为.

**15．**设行列式，为的代数余子式，则，.

**16．**已知行列式，D中第一行元的代数余子式的和为.

**17．**齐次线性方程组仅有零解的充要条件是.

**18．**若齐次线性方程组有非零解，则=.

**三、计算题**

**1.** ; **2．**；

**3．**解方程；  **4．**；

**5.** ()；

**6.** 

**7.** ； **8．**;

**9.** ; **10**. 

**11．**.

**四、证明题**

**1．**设，证明：.

**2．**.

**3．**.

**4．**.

**5．**设两两不等，证明的充要条件是.

**参考答案**

**一．单项选择题**

A D A C C D A B C D B B

**二．填空题**

1.; 2.; 3.; 4.; 5.; 6.; 7.; 8.; 9.; 10.; 11.; 12.; 13.; 14.; 15.; 16.; 17.; 18.

**三．计算题**

1．； 2. ；

3. ; 4. 

5. ; 6. ;

7. ; 8. ;

9. ; 10. ;

11. .

**四. 证明题 (略)**

**第二章 矩阵**

**一、单项选择题**

1. A、B为n阶方阵，则下列各式中成立的是( )。

(a)(b) (c) (d)

2.设方阵A、B、C满足AB=AC,当A满足( )时，B=C。

(a) AB =BA (b)  (c) 方程组AX=0有非零解 (d) B、C可逆

3.若为n阶方阵，为非零常数，则( )。

(a)  (b)  (c)  (d)  4.设为n阶方阵，且，则( )。

(a) 中两行(列)对应元素成比例 (b) 中任意一行为其它行的线性组合

(c) 中至少有一行元素全为零 (d) 中必有一行为其它行的线性组合

5.设，为n阶可逆矩阵,下面各式恒正确的是( )。

(a)  (b) 

(c)  (d) 

6.设为n阶方阵,为的伴随矩阵,则( )。

1. (a)  (b)  (c)  (d) 

7. 设为3阶方阵,行列式,为的伴随矩阵,则行列式( )。

(a)  (b)  (c)  (d) 

8. 设，为n阶方矩阵,,则下列各式成立的是( )。

(a)  (b)  (c)  (d) 

9. 设，均为n阶方矩阵,则必有( )。

(a)  (b)  (c)  (d) 

10.设为阶可逆矩阵，则下面各式恒正确的是（ ）。

（a） (b) 

(c)  (d) 

11.如果，则（ ）。

（a） (b)  (c)  (d) 

12.已知，则（ ）。

（a） (b) 

（c） （d）

13.设为同阶方阵，为单位矩阵，若，则（ ）。

（a） （b） （c） （d）

14.设为阶方阵，且，则（ ）。

（a）经列初等变换可变为单位阵

（b）由，可得

（c）当经有限次初等变换变为时，有

（d）以上（a）、（b）、（c）都不对

15.设为阶矩阵，秩，则（ ）。

（a）中阶子式不全为零 （b）中阶数小于的子式全为零

（c）经行初等变换可化为 （d）为满秩矩阵

16.设为矩阵，为阶可逆矩阵，，则( )。

(a)秩()> 秩() 　 (b) 秩()= 秩()

(c) 秩()< 秩()　　 (d) 秩()与秩()的关系依而定

17.，为n阶非零矩阵，且，则秩()和秩()( )。

(a)有一个等于零 (b)都为n (c)都小于n (d)一个小于n，一个等于n

18.n阶方阵可逆的充分必要条件是( )。

(a) (b) 的列秩为n

(c) 的每一个行向量都是非零向量 (d)伴随矩阵存在

19.n阶矩阵可逆的充要条件是( )。

(a) 的每个行向量都是非零向量

(b) 中任意两个行向量都不成比例

(c) 的行向量中有一个向量可由其它向量线性表示

(d)对任何n维非零向量，均有

**二、填空题**

1.设为n阶方阵,为n阶单位阵,且,则行列式\_\_\_\_\_\_\_

2.行列式\_\_\_\_\_\_\_

3.设2，则行列式的值为\_\_\_\_\_\_\_

4.设，且已知，则行列式\_\_\_\_\_\_\_

5.设为5阶方阵，是其伴随矩阵，且，则\_\_\_\_\_\_\_

6.设4阶方阵的秩为2，则其伴随矩阵的秩为\_\_\_\_\_\_\_

7.非零矩阵的秩为\_\_\_\_\_\_\_\_

8.设为100阶矩阵，且对任何100维非零列向量，均有，则的秩为\_\_\_\_\_\_\_

9.若为15阶矩阵，则的第4行第8列的元素是\_\_\_\_\_\_\_

10.若方阵与相似，则\_\_\_\_\_\_\_ 11.\_\_\_\_\_\_\_

12.\_\_\_\_\_\_\_

**三、计算题**

1.解下列矩阵方程(X为未知矩阵).

1)  ； 2)  ；

3) ,其中 ；  ；

4) ,其中；

5) ,其中；

2.设为阶对称阵,且,求.

3.已知,求.

4.设,,,,求.

5.设,求一秩为2的方阵,使.

6.设,求非奇异矩阵,使.

7.求非奇异矩阵,使为对角阵.

1)  2) 

8.已知三阶方阵的三个特征根为1,1,2,其相应的特征向量依次为,求矩阵.

9.设,求.

**四、证明题**

1. 设、均为阶非奇异阵,求证可逆.

2. 设(为整数), 求证可逆.

3.设为实数,且如果,如果方阵满足,求证是非奇异阵.

4. 设阶方阵与中有一个是非奇异的,求证矩阵相似于.

5. 证明可逆的对称矩阵的逆也是对称矩阵.

6. 证明两个矩阵和的秩小于这两个矩阵秩的和.

7.证明两个矩阵乘积的秩不大于这两个矩阵的秩中较小者.

8. 证明可逆矩阵的伴随矩阵也可逆，且伴随矩阵的逆等于该矩阵的逆矩阵的伴随矩阵.

9.证明不可逆矩阵的伴随矩阵的逆不大于1.

10.证明每一个方阵均可表示为一个对称矩阵和一个反对称矩阵的和。

**第二章参考答案**

一：1. a；2. b；3.c；4.d；5.b；6.d；7.a；8.d；9.c；10.d；11.b；12.c；13.b；14.a；15.a；16.b；17.c；18.b；19.d.

二．1. 1或-1；2. 0；3. -4；4. 1；5. 81；6. 0；7. 1；8. 100；9. ；10. I；12. 0；11. .

三、1.1）、；2）、；3）、；4）、；

5）、. 2. 0；3. ；4.； 5.不唯一；6.；7. 1）、. 2)、；8.；9..

**第三章 向量**

**一、单项选择题**

1. ， 都是四维列向量，且四阶行列式,,则行列式

   

1. 设为阶方阵，且,则（ ）。









1. 设为阶方阵，，则在的个行向量中（ ）。







1. 阶方阵可逆的充分必要条件是（ ）









1. 维向量组线性无关的充分条件是( )

都不是零向量

中任一向量均不能由其它向量线性表示

中任意两个向量都不成比例

中有一个部分组线性无关

1. 维向量组线性相关的充要条件是( )

中至少有一个零向量

中至少有两个向量成比例

中任意两个向量不成比例

中至少有一向量可由其它向量线性表示

1. 维向量组线性无关的充要条件是( )

使得

中任意两个向量都线性无关

中存在一个向量,它不能被其余向量线性表示

中任一部分组线性无关

1. 设向量组的秩为,则( )

中至少有一个由个向量组成的部分组线性无关

中存在由个向量组成的部分组线性无关

中由个向量组成的部分组都线性无关

中个数小于的任意部分组都线性无关

1. 设均为维向量,那么下列结论正确的是( )

若,则线性相关

若对于任意一组不全为零的数,都有,则线性无关

若线性相关,则对任意不全为零的数,都有

若,则线性无关

1. 已知向量组线性无关，则向量组（ ）

线性无关

线性无关

线性无关

线性无关

1. 若向量可被向量组线性表示，则（ ）

存在一组不全为零的数使得

存在一组全为零的数使得

存在一组数使得

对的表达式唯一

1. 下列说法正确的是（ ）

若有不全为零的数，使得，则线性无关

若有不全为零的数，使得，则线性无关

若线性相关，则其中每个向量均可由其余向量线性表示

任何个维向量必线性相关

1. 设是向量组，的线性组合，则=（ ）

   

1. 设有向量组，，，，，则该向量组的极大线性无关组为（ ）

 

 

1. 设，，，，下列正确的是（ ）





**二、填空题**

1. 若，，线性相关，则t=▁▁▁▁。
2. n维零向量一定线性▁▁▁▁关。
3. 向量线性无关的充要条件是▁▁▁▁。
4. 若线性相关，则线性▁▁▁▁关。
5. n维单位向量组一定线性▁▁▁▁。
6. 设向量组的秩为r,则 中任意r个▁▁▁▁的向量都是它的极大线性无关组。
7. 设向量与正交，则▁▁▁▁。
8. 正交向量组一定线性▁▁▁▁。
9. 若向量组与等价，则的秩与的秩▁▁▁▁。
10. 若向量组可由向量组线性表示，则▁▁▁▁。
11. 向量组，，的线性关系是▁▁▁▁。
12. 设n阶方阵,则▁▁▁▁.
13. 设，，若是标准正交向量，则x和y的值▁▁▁▁.
14. 两向量线性相关的充要条件是▁▁▁▁.

**三、计算题**

1. 设，，，，问

（1）为何值时，能由唯一地线性表示？

（2）为何值时，能由线性表示，但表达式不唯一？

（3）为何值时，不能由线性表示？

1. 设，，，，问：

（1）为何值时，不能表示为的线性组合？

（2）为何值时，能唯一地表示为的线性组合？

1. 求向量组，，，，的一个极大线性无关组，并将其余向量用该极大无关组线性表示。
2. 设，，，t为何值时线性相关，t为何值时线性无关？
3. 将向量组，，标准正交化。

**四、证明题**

1. 设，试证线性相关。
2. 设线性无关，证明在n为奇数时线性无关；在n为偶数时线性相关。
3. 设线性相关，而线性无关，证明能由线性表示且表示式唯一。
4. 设线性相关，线性无关，求证不能由线性表示。
5. 证明：向量组线性相关的充要条件是其中至少有一个向量是其余向量的线性组合。
6. 设向量组中，并且每一个都不能由前个向量线性表示，求证线性无关。
7. 证明：如果向量组中有一个部分组线性相关，则整个向量组线性相关。

8.设是线性无关向量组，证明向量组也线性无关。

**第三章向量参考答案**

1. 单项选择

1.b 2.d 3.a 4.b 5.b 6.d 7.d 8.a 9.b 10.c 11.c 12.d 13.a 14.b 15. a

二、填空题

1. 5 2.相关 3.  4.相关 5.无关 6.线性无关 7. -1

8.无关 9.相等 10.  11.线性无关 12. 0 13. 

14.对应分量成比例

三、解答题

1. 解：设

则对应方程组为

其系数行列式

（1）当时，，方程组有唯一解，所以可由唯一地线性表示;

（2）当时，方程组的增广阵 ， ，方程组有无穷多解，所以可由线性表示，但表示式不唯一;

（3）当时，方程组的增广阵，，方程组无解，所以不能由线性表示。

2.解:以为列构造矩阵



（1）不能表示为的线性组合；

（2）能唯一地表示为的线性组合。

3.解：

为一个极大无关组，且, 

4.解：，

当时线性相关，当时线性无关。

5.解：先正交化：

令

=

=

再单位化：

，，



为标准正交向量组。

四、证明题

1.证：∵

∴

∴线性相关

2.证：设

则

∵线性无关

∴

其系数行列式=

∴当n为奇数时，只能为零，线性无关；

当n为偶数时，可以不全为零，线性相关。

3.证：∵线性相关

∴存在不全为零的数使得

若，则，（）

与线性无关矛盾

所以

于是

∴能由线性表示。

设 ①

 ②

则①-②得

∵线性无关

∴

∴ 即表示法唯一

4.证：假设能由线性表示

∵线性无关，∴线性无关

∵线性相关，∴线性表示，

∴ 能由线性表示，从而线性相关，矛盾

∴不能由线性表示。

5.证：必要性

设向量组线性相关

则存在不全为零的数使得

不妨设，则，

即至少有一个向量是其余向量的线性组合。

充分性

设向量组中至少有一个向量是其余向量的线性组合

不妨设

则，

所以线性相关。

6.证：用数学归纳法

当s=1时，，线性无关，

当s=2时，∵不能由线性表示，∴线性无关，

设s=i-1时，线性无关

则s=i时，假设线性相关，线性无关， 可由线性表示，矛盾，所以线性无关。得证

7.证：若向量组中有一部分组线性相关，不妨设（r<s）

线性相关，则存在不全为零的数使得

于是

因为0，┈，0不全为零

所以线性相关。

8.证：设

则

因线性无关，

所以解得

所以向量组线性无关。

**第四章 线性方程组**

**一、单项选择题**

**1．**设元齐次线性方程组的系数矩阵的秩为，则有非零解的充分必要条件是（ ）

(A)  (B) 

(C)  (D) 

**2．**设是矩阵，则线性方程组有无穷解的充要条件是（ ）

(A)  (B) 

(C)  (D) 

**3．**设是矩阵，非齐次线性方程组的导出组为，若，则（ ）

(A) 必有无穷多解 (B) 必有唯一解

(C) 必有非零解 (D) 必有唯一解

**4．**方程组无解的充分条件是（ ）

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

**5．**方程组有唯一解的充分条件是（ ）

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

**6．**方程组有无穷解的充分条件是（ ）

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

**7．** 已知是非齐次线性方程组的两个不同的解，是导出组的基本解系，为任意常数，则的通解是（ ）

(A)  (B) 

(C)  (D) 

**8．**设为矩阵，则下列结论正确的是（ ）

(A) 若仅有零解 ，则有唯一解

(B) 若有非零解 ，则有无穷多解

(C) 若有无穷多解 ，则仅有零解

(D) 若有无穷多解 ，则有非零解

**9．**设为矩阵，齐次线性方程组仅有零解的充要条件为（ ）

(A) 的列向量线性无关 (B) 的列向量线性相关

(C) 的行向量线性无关 (D) 的行向量线性相关

**10．**线性方程组 （ ）

(A) 无解 (B) 有唯一解 (C) 有无穷多解 (D) 其导出组只有零解

**二、填空题**

**1.** 设为100阶矩阵，且对任意100维的非零列向量，均有，则的秩为 .

**2.** 线性方程组仅有零解的充分必要条件是 .

**3.** 设和均为非齐次线性方程组的解（为常数），则 .

**4.** 若线性方程组的导出组与有相同的基础解系，则 .

**5.** 若线性方程组的系数矩阵的秩为，则其增广矩阵的秩为 .

**6.** 设矩阵的秩为，则的解向量组的秩为 .

**7.** 如果阶方阵的各行元素之和均为，且，则线性方程组的通解为 .

**8.** 若元齐次线性方程组有个线性无关的解向量，则 .

**9.** 设，若齐次线性方程组只有零解，则 .

**10.** 设，若线性方程组无解，则 .

**11.** 阶方阵，对于，若每个维向量都是解，则 .

**12.** 设矩阵的秩为，是非齐次线性方程组的三个不同的解向量，若，则的通解为 .

**13.** 设为矩阵，，则有 个解，有 个线性无关的解.

**三、计算题**

**1.** 已知是齐次线性方程组的一个基础解系，问是否是该方程组的一个基础解系？为什么？

**2.** 设，，已知的行向量都是线性方程组的解，试问的四个行向量能否构成该方程组的基础解系？为什么？

**3.** 设四元齐次线性方程组为 （Ι）：

1）求（Ι）的一个基础解系

2）如果是某齐次线性方程组（II）的通解，问方程组（Ι）和（II）是否有非零的公共解？若有，求出其全部非零公共解；若无，说明理由。

**4.** 问为何值时，下列方程组无解？有唯一解？有无穷解？在有解时求出全部解（用基础解系表示全部解）。

1） 2）

**5.** 求一个非齐次线性方程组，使它的全部解为



**6.** 设，求一个矩阵，使得，且。

**参考答案**

**一、单项选择题**

**1.B 2.D 3.C 4.B 5.A 6.C 7.B 8.D 9.A 10.C**

**二、填空题**

**1.**100 **2.** **3.**1 **4.** **5.** **6.** 7

**7.**  （为任意实数） **8.**0 **9.**  **10.** **11.** 0

**12.**  **13.**无穷，

**三、计算题**

**1.** 是 **2.** 不能

**3.** 1） 2）

**4.** 1）当时，无解；当时有唯一解：；当时有无穷多解：

2）当时，无解；当时有唯一解：；当时有无穷多解：

**5.** 

**6.** 

**第五章 特征值与特征向量**

**一、单项选择题**

1. 设,则的特征值是( )。

(a) -1,1,1 (b) 0,1,1 (c) -1,1,2 (d) 1,1,2

1. 设,则的特征值是( )。

(a) 0,1,1 (b) 1,1,2 (c) -1,1,2 (d) -1,1,1

1. 设为阶方阵, ,则( )。

(a)  (b) 的特征根都是1 (c)  (d) 一定是对称阵

1. 若分别是方阵的两个不同的特征值对应的特征向量,则也是的特征向量的充分条件是( )。

(a)  (b)  (c)  (d) 

1. 若阶方阵的特征值相同,则( )。

(a)  (b)  (c) 与相似 (d) 与合同

1. 设为阶可逆矩阵, 是的特征值,则的特征根之一是( )。

(a)  (b)  (c)  (d) 

1. 设2是非奇异阵的一个特征值,则至少有一个特征值等于( )。

(a) 4/3 (b) 3/4 (c) 1/2 (d) 1/4

1. 设阶方阵的每一行元素之和均为,则有一特征值为( )。

(a)a (b)2a (c)2a+1 (d) +1

1. 矩阵A的属于不同特征值的特征向量（ ）。

(a)线性相关 (b)线性无关

(c)两两相交 (d)其和仍是特征向量

1. 是阶矩阵与相似的( )。

(a)充要条件 (b)充分而非必要条件

(c)必要而非充分条件 (d)既不充分也不必要条件

1. 阶方阵有个不同的特征根是与对角阵相似的( )。

(a)充要条件 (b)充分而非必要条件

(c)必要而非充分条件 (d)既不充分也不必要条件

1. 设矩阵与相似,则的值分别为( )。

(a) 0,0 (b) 0,1 (c) 1,0 (d) 1,1

1. 设为相似的阶方阵,则( )。

(a)存在非奇异阵,使 (b)存在对角阵,使与都相似于

(c)存在非奇异阵,使 (d)与有相同的特征向量

1. 若阶方阵与某对角阵相似,则( )。

(a)  (b) 有个不同的特征值

(c) 有个线性无关的特征向量 (d) 必为对称阵

1. 若相似于,则( )。

(a)  (b) 

(c) 及与同一对角阵相似 (d) 和有相同的伴随矩阵

1. 设,则与相似的矩阵是( )。

(a)  (b)  (c)  (d) 

1. 下列说法不妥的是 （ ）

(a)因为特征向量是非零向量，所以它所对应的特征向量非零

(b)属于一个特征值的向量也许只有一个

(c)一个特征向量只能属于一个特征值

(d)特征值为零的矩阵未必是零矩阵

1. 若****，则下列结论错误的是 （ ）

(a) (b)

(c) 存在可逆矩阵，使 (d)

**二、填空题**

1. n阶零矩阵的全部特征值为\_\_\_\_\_\_\_。
2. 设为n阶方阵，且，则的全部特征值为\_\_\_\_\_\_\_。
3. 设为n阶方阵，且(m是自然数)，则的特征值为\_\_\_\_\_\_\_。
4. 若，则的全部特征值为\_\_\_\_\_\_\_。
5. 若方阵与相似，则\_\_\_\_\_\_\_。
6. 若n阶矩阵有n个相应于特征值的线性无关的特征向量，则\_\_\_\_\_\_\_。
7. 设三阶矩阵的特征值分别为-1,0,2,则行列式 。
8. 设二阶矩阵满足，则的特征值为 。
9. 特征值全为1的正交阵必是 阵。
10. 若四阶矩阵相似，的特征值为，则= 。
11. 若，则 ，= 。

**三、计算题**

1. 若阶方阵的每一行元素之和都等于,试求的一个特征值及该特征值对应的一个特征向量.
2. 求非奇异矩阵,使为对角阵.

1)  2) 

1. 已知三阶方阵的三个特征根为1,1,2,其相应的特征向量依次为,求矩阵.
2. 设，有一个特征向量，求的值，并求出对应于的特征值。
3. 设，有一个特征向量，求的值。
4. 设有三个线性无关的特征向量，求满足的条件。
5. 求正交阵，使为对角阵，其中。
6. 设三阶矩阵的特征值为-1,2,5，矩阵，求

（1）的特征值；

（2）可否对角化，若可对角化求出与相似的对角阵；

（3）求.

1. 已知矩阵与相似，
2. 求；
3. 求一个满足的可逆阵。
4. 设,求.

**四、证明题**

1. 设是非奇异阵, 是的任一特征根,求证是的一个特征根,并且关于的特征向量也是关于的特征向量.
2. 设,求证的特征根只能是.
3. 设阶方阵与中有一个是非奇异的,求证矩阵相似于.
4. 证明:相似矩阵具有相同的特征值.
5. 设n阶矩阵，如果，证明：-1是的特征值。
6. 设，证明。
7. 设是n阶矩阵分别属于的特征向量，且，证明不是的特征向量。

**第五章 参考答案**

**一、单项选择题**

1.a 2.c 3.c 4.d 5.b 6.b 7.b 8.d 9.b 10.c 11.b 12.a 13.a 14.c 15.b 16.b 17.a 18.a

**二、填空题**

1.0 2.1,-1 3.0 4.0,1 5.4I 6. 7.7 8.1,2 9.单位 10.24 11.-17,-12

**三、计算题**

1.

2.(1) (2)

3.

4. 5. 6.

7.

8.(1)-4,2,-10 (2), (3)8

9.（1）（2）特征值2,2,6；

10.

**四. 证明题 (略)**

**第六章 二次型**

**一、单项选择题**

**1．**阶对称矩阵正定的充分必要条件是（ ）。

 存在阶阵C，使

负惯性指数为零  各阶顺序主子式为正

**2．**设为n阶方阵，则下列结论正确的是（ ）。

A必与一对角阵合同

若A的所有顺序主子式为正，则A正定

若A与正定阵B合同，则A正定

 若A与一对角阵相似，则A必与一对角阵合同

**3．**设A为正定矩阵**，**则下列结论不正确的是（ ）。

A可逆  正定

A的所有元素为正  任给

**4．**方阵A正定的充要条件是（ ）。

A 的各阶顺序主子式为正；  是正定阵；

A的所有特征值均大于零；  是正定阵。

**5．**下列****为二次型的是（ ）。

  

  

**6．** 设A、B为n阶方阵，且则A=B的充要条件是（ ）。

   

  ，，

**7．** 正定二次型****的矩阵为**A**，则( )必成立.

 **A**的所有顺序主子式为非负数  **A**的所有特征值为非负数

 **A**的所有顺序主子式大于零  **A**的所有特征值互不相同

**8．**设A，B为n阶矩阵，若( )，则A与B合同.

. 存在n阶可逆矩阵****且

 存在n阶可逆矩阵****，且

 存在n阶正交矩阵****，且

 存在n阶方阵，且**9．**下列矩阵中，不是二次型矩阵的为（ ）

. 

  

**10．**下列矩阵中是正定矩阵的为（ ）

     

**11．**已知A是一个三阶实对称且正定的矩阵，那么A的特征值可能是（ ）

3，i, －1; 2, －1, 3; 2, i, 4; 1, 3, 4

**二、填空题**

**1.** 二次型****的秩为 。

2．二次型的矩阵为 。

**3．** 设，则二次型的矩阵为 。

**4．**若****正定，则t的取值范围是 。

**5．**设A为n阶负定矩阵，则对任何均有 。

**6．**任何一个二次型的矩阵都能与一个对角阵 。

**7．**设是正定矩阵，则满足条件 。

**8．**设实二次型则当的取值为\_\_\_\_\_\_\_ 时，二次型是正定的。

**9．**二次型的负惯性指数是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

**10．**二次型的矩阵为 。

**三、计算题**

1. 求一个非退化的线性变换，将下列二次型化为标准型。

1）

2） 

**2．**设，，求非奇异矩阵C，使。

**3．**用配方法化二次型为标准形，并写出相应的满秩线性变换

**4．**求非奇异矩阵P，使为对角阵.

 

**四、证明题**

1. 已知二次型在正交变换下的标准形为，

且的第3列为.

**(Ⅰ)**求矩阵A ； **（II）**证明为正定矩阵，其中为3阶单位矩阵.

**2．**设A、B为同阶正定矩阵，，，求证也是正定矩阵。

**3．**设A, B是同阶正定矩阵，试证A＋B也是正定矩阵。

**第六章 参考答案**

**一、单项选择题**

**1．**  **2．**  **3．**  **4．**  **5．**  **6．**  **7．**  **8．** 

**9．** **10．**  **11．** 

**二、填空题**

**1.** 3 2． **3．** ， **4．**

**5．**

**6．**合同

**7．**

**8．**

**9．**1

**10．**

**三、计算题**

**1．**

1）

2） 

**2．** ，

**3．**解：令 即

则：

令 即

即使

**4．**  

**四、证明题**

1. 解：由题意A的特征值为1,1,0.且为特征值0的特征血量

所以1的特征向量若为时有



 解方程即得Q的前2列为，

 



**第二部分 历年期末试题**

山 西 财 经 大 学

2006—2007学年第二学期期末

**2007级《线性代数》** 课程试卷（A）

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 四 | 五 | 总分 |
| 分 数 |  |  |  |  |  |  |
| 评卷人 |  |  |  |  |  |  |
| 复核人 |  |  |  |  |  |  |

1、本卷考试形式为**闭卷**，考试时间为**两小时。**

2、考生不得将装订成册的试卷拆散，不得将试卷或答题卡带出考场。

3、考生只允许在密封线以外答题，答在密封线以内的将不予评分。

4、考生答题时一律使用蓝色、黑色钢笔或圆珠笔（制图、制表等除外）。

5、考生禁止携带手机、耳麦等通讯器材。否则，视为为作弊。

6、不可以使用普通计算器等计算工具。

一、单项选择题（共5小题，每题2分，共计10分）

二、填空题（共10小题，每题2分，共计20分）

三、计算题（一）（共4小题，每题8分，共计32分）

四、计算题（二）（共3小题，每题10分，共计30分）

五、证明题（共2小题，每题4分，共计8分）

一、单项选择题（共5小题，每题2分，共计10分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（每题只有一个是符合题目要求的，请将

所选项填在题后的括号内，错选、多选或未选均无分）

1. 设n阶方阵等价，则必有 （ ）

(A) 当 (B) 当

(C) 当 (D) 当

2、设为同阶可逆矩阵，则 （ ）

(A) 矩阵与等价 (B) 矩阵与相似

(C) 矩阵与合同 (D) 矩阵与可交换

3、向量组Ⅰ：；可由向量组Ⅱ：线性表示，则（ ）

(A) 当时，向量组Ⅱ必线性相关

(B) 当时，向量组Ⅰ必线性相关

(C) 当时，向量组Ⅰ必线性相关

(D) 当时，向量组Ⅱ必线性相关

4、已知和是非奇次线性方程组的两个不同的解，是对应导出组的基础解系，为任意常数，则方程组的通解（一般解）为（ ）

(A)  (B) 

(C)  (D) 

5、若方阵，则的特征值为 （ ）

(A) 1，0，1 (B) 1，1，2 (C) -1，1，2 （D）-1，1，1

二、填空题（共10小题，每题 2分，共计 20 分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：将正确答案填写在横线上

1、已知为2维列向量，矩阵，若行列式 。

2、设3阶方阵则的逆矩阵= 。

3、设，矩阵满足，其中为的伴随矩阵，为三阶单位矩阵，则的行列式= 。

4、设是35阶矩阵，的秩，而，则 。

5、已知四阶行列式中第二列元素依次为1，2，3，4，其对应的余子式依次为4，3，2，1，则该行列式的值为 。

6、设三阶矩阵，三维列向量，已知线性相关，则= 。

7、设四阶矩阵相似于，的特征值为2，3，4，5，为四阶单位矩阵，则行列式 。

8、如果10阶方阵的各行元素之和均为0，且，则线性方程组的通解为 。

9、若方阵与对角阵相似，且，（m为自然数），则 。

10、若二次型正定，则的所属区间为 。

三、计算题（一）（共4小题，每题8分，共计32分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（请将答案写在指定位置上，解题时应写出文字说明或计算步骤）

1、解方程

1. 求向量组的一个极大无关组，并用该极大无关组表示其余的向量。其中，

。

3、设，求的秩。

4、求矩阵，使。其中，，。

四、计算题（二）（共3小题，每题10 分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（请将答案写在指定位置上，解题时应

写出文字说明或计算步骤）

1、已知向量，判断向量能否由向量组线性表示，若能，写出它的一般表示方式；若不能，请说明理由。

2、设，

（1）计算二次型，写出该二次型所对应的矩阵；

（2）将二次型化为标准形，写出所用的可逆线性变换及变换矩阵。

3、设，如果相似，求

（1）的值

（2）相应的正交矩阵。

五、证明题（共2小题，每题4分，共计8分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（请将答案写在指定位置上，并写清证明

过程）

1、设为n阶方阵，为n阶单位矩阵，且。试证：可逆，并求。

2、若向量组线性无关，向量组是否线性相关？说明其理由。

2008—2009学年第二学期期末

**线性代数** 课程试卷（A）

一、单项选择题（共5小题，每题2分，共计10分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（每题只有一个是符合题目要求的，请将

所选项填在题后的括号内，错选、多选或未选均无分）

1. 行列式 的展开式中，的系数为 （ ）

(A) -1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2．设为n阶非零矩阵，且，则 （ ）

(A)  (B) 

(C)  (D) 

3．向量组线性无关的充要条件是 （ ）

(A) 向量组不含零向量

(B) 向量组中任意两个线性无关

(C) 向量不能由向量组 线性表出

(D)任一组不全为零的数，都使



4．已知四阶方阵有特征值0，1，2，3，则方程组的基础解系所含解向量个数为 （ ）

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

5．n阶对称阵为正定矩阵的充分必要条件是 （ ）

(A)  (B) 等价于单位矩阵

(C) 的特征值都大于0 （D） 存在n阶矩阵，使

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

二、填空题（共10小题，每题 2分，共计 20 分）

答题要求：将正确答案填写在横线上

1．三阶行列式的展开式中，前面的符号应是 。

2．设为中元的代数余子式，则

 。

3．设n阶矩阵的秩，则的伴随矩阵的元素之和 。

4．三阶初等矩阵的伴随矩阵为 。

5．若非齐次线性方程组有唯一解，则其导出组解的情况是 。

6．若向量组线性相关，则向量组

的线性关系是 。

7．设矩阵的特征多项式为，则行列式

 。

8．如果n阶方阵的各行元素之和均为2，则矩阵必有特征值 。

9．设为正交矩阵，则其逆矩阵 。

10．二次型的正惯性指数为 。

三、计算题（一）（共4小题，每题8分，共计32分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（请将答案写在指定位置上，解题时应写出文字说明或计算步骤）

1．计算n阶行列式：

2.设, (1)用初等变换法求；（2）将表示为初等矩阵之积。

3．设，，且满足，求。

4．化二次型为标准形，并写出可逆的线性变换。

四、计算题（二）（共3小题，每题10 分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（请将答案写在指定位置上，解题时应

写出文字说明或计算步骤）

1．当为何值时，方程组



有无穷多组解？在有无穷多组解时，用导出组的基础解系表示全部解。

1. 判别向量组能否由向量组， 线性表出，并求向量组的一个极大无关组。

3．设 求正交矩阵，使为对角矩阵，并写出相应的对角阵。

五、证明题（共2小题，每题4分，共计8分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（请将答案写在指定位置上，并写清证明

过程）

1．设n阶方阵有不同的特征值，相应的特征向量分别是，证明：当全不为零时，线性组合不是的特征向量。

2. 设n维列向量组线性相关，为n阶方阵，证明：向量组

线性相关。

**附：《线性代数》（A卷）答案要点及评分标准**

**一．**选择题（共5小题，每题2分，共计10分）

1．B； 2．A； 3．D； 4．A； 5．C.

**二．填空题（**共10小题，每题2分，共计20分**）**

1．负号； 2．1； 3．0； 4．或； 5．唯一解（或只有零解）； 6．线性相关； 7．-27； 8．2； 9．； 10．3.

三、计算题（一）（共4小题，每题8分，共计32分）

1、解：按照第一行展开得到

 ………8分

2、解：

（1） ………2分

 

所以  ………5分

（2） ………8分

3、解：方法一：由, 得到， ……2分

 ……5分

所以，可逆，=. ……8分

方法二：由, 得到， ……2分

用初等行变换求



 ……6分

所以，可逆， =. ……8分

4、 =

= ………6分

令  即可逆线性变换为

. ………8分

四、计算题（二）（共3小题，每题10分，共计30分）

1、解：由





方程组有无穷多组解，所以，故 ……4分

 原方程组等价于方程组



取，得到特解 ……7分

令，分别代入等价方程组的齐次线性方程组中求得基础解系为

，，

方程组的全部解为

 其中为任意常数

……10分

2、解：初等行变换矩阵到行最简梯矩阵为

 

……6分

可得到能由线性表示，且



向量组的一个极大无关组为 ……10分

3、解：

 ………4分

得到矩阵的全部特征值为

当时，由得一个基础解系



正交化,单位化， …7分

当时，由的一个基础解 

将其单位化得 ………9分

则正交阵，，

相应的对角阵为  ……10分

五、证明题（共2小题，每题4分，共计8分）

1、证明： 

因为 

 而

所以 不是的特征向量. ………4分

2、证明：由线性相关，根据定义，存在不全为0的，使得，用矩阵左乘等号两边得到 

不全为0，根据线性相关的定义

得到向量组线性相关. ………4分

山 西 财 经 大 学

2009—2010学年第二学期期末

一、单项选择题（共5小题，每题2分，共计10分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（每题只有一个是符合题目要求的，请将

所选项填在题后的括号内，错选、多选或未选均无分）

1.在展开式中，的系数为 （ ）

(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

2.是m×n矩阵，是m阶可逆矩阵，是m阶不可逆矩阵，且

，则 （ ）

(A) 的基础解系由n-m个向量组成

(B) 的基础解系由n-r个向量组成

(C) 的基础解系由n-m个向量组成

(D) 的基础解系由n-r个向量组成

3.设n阶矩阵有共同的特征值，且各自有n个线性无关的特征向量，则（ ）

(A)  (B) 

(C)  (D) 不一定相似，但

4.设均为n阶矩阵，且，其中为n阶单位阵，则

 （ ）

(A)  (B)  (C)  (D) 

5．设，则 （ ）

(A)合同，且相似 (B)不合同，但相似

(C)合同，但不相似 （D）既不合同，又不相似

二、填空题（共 二、填空题（共10小题，每题 2分，共计 20 分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：将正确答案填写在横线上

1．已知，则 。

2．设，若三阶矩阵满足则的第一行的行向量是 。

3．已知为n维单位列向量，为的转置，若 ，则 。

4．设分别是属于实对称矩阵的两个互异特征值的特征向量，则 。

5．设是四阶矩阵，为其伴随矩阵，是齐次方程组的两个线性无关解，则 。

6．向量组的线性关系是 。

7．已知三阶非零矩阵的每一列都是方程组的解，则

 。

8．已知三维向量空间的基底为，则向量在此基底下的坐标是 。

9．设 。

10．二次型的秩为 。

三、计算题（一）（共4小题，每题8分，共计32分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（请将答案写在指定位置上，解题时应写出文字说明或计算步骤）

1．试求行列式的第四行元素的代数余子式之和.

2.设, 求.

3．设n阶方阵满足，已知，求矩阵.

4．设二次型中，二次型的矩阵的特征值之和为1，特征值之积为-12 .（1）求的值；（2）用配方法化该二次型为标准形.

四、计算题（二）（共3小题，每题10 分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（请将答案写在指定位置上，解题时应

写出文字说明或计算步骤）

1．当为何值时，方程组



无解、有唯一解或有无穷多组解？在有无穷多组解时，用导出组的基础解系表示全部解.

2已知向量组， ，****，，（1）求向量组的秩；（2）求该向量组的一个极大无关组，并把其余向量分别用该极大无关组线性表示.

3．已知矩阵；判断能否对角化，若可对角化，求正交矩阵，使为对角矩阵，并写出相应的对角矩阵。

五、证明题（共2小题，每题4分，共计8分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：（请将答案写在指定位置上，并写清证明

过程）

1．设是n阶矩阵的属于特征值的特征向量.证明：也是的特征向量. 其中为n阶单位矩阵.

2. 设n维向量组线性无关，向量组 线性相关，证明：必可由线性表示.

**2009—2010学年第二学期期末**

**《线性代数》（A卷）答案要点及评分标准**

**一．**选择题（共5小题，每题2分，共计10分）

1．A； 2．B； 3．C； 4．D； 5．C.

**二．填空题（**共10小题，每题2分，共计20分**）**

1．6m； 2．(2,0,1)； 3．； 4．0； 5．0；

6．线性无关； 7． 1； 8． 1,1,-1； 9． 1； 10． 2.

三、计算题（一）（共4小题，每题8分，共计32分）

1、解：

 ………4分

 ………8分

2、解：方法一：

………2分



 

所以  ………8分

（2）方法二：

………8分

3、解：方法一：由, 得到，……2分



 ……5分

所以，可逆，=. ……8分

方法二：由, 得到， ……2分

用初等列变换求

  

……6分

所以， . ……8分

4、 解：二次型的矩阵 根据题意得到

  ………4分

=

令  ，标准形为. ………8分

四、计算题（二）（共3小题，每题10分，共计30分）

1、解：  由克莱姆法则

当时，方程组有唯一解； ……2分

当时



有，所以方程组无解； ……4分

当时



有，方程组有无穷多组解，原方程组等价于方程组为 

取，得到特解

令，代入等价方程组的齐次线性方程组中求得基础解系为



方程组的全部解为

 其中为任意常数 ……10分

2、解：初等行变换矩阵到行最简梯矩阵为

 

……6分

可得向量组的秩为3，

向量组的一个极大无关组为，且

 ……10分

3、解：的特征多项式为

 ………3分

得到矩阵的全部特征值为

当时，由得一个基础解系



正交化,单位化，

当时，由的一个基础解 

将其单位化得 ………8分

因此能对角化

且正交阵，，

相应的对角阵为  ……10分

五、证明题（共2小题，每题4分，共计8分）

1、证明： 因为  有



根据特征值和特征向量的定义得也是的特征向量.

………4分

2、证明：由线性无关，得到线性无关，又 线性相关，则可以由线性表示，所以必可由线性表示.

………4分

**山西财经大学华商学院**

**2008-2009学年第二学期期末**

**线性代数 课程试卷（A）**

1、本卷考试形式为**闭卷，**考试时间为**两小时。**

2、考生不得将装订成册的试卷拆散，不得将试卷或答题卡带出考场。

3、考生只允许在密封线以外答题，答在密封线以内的将不予评分。

4、考生答题时一律使用蓝色、黑色钢笔。

5、考生禁止携带手机、耳麦等通讯器材。否则，视为作弊。

6、禁止使用电子翻译工具和字典。

客观题：

一、单项选择题（共10题，每题2分，共20分，1—10题）

二、判断题 （共10题，每题1分，共10分，11--20题）

主观题：

S1：填空题 （共5题，每题2分，共10分）

S2：计算题(一) （共3题，每题6分，共18分）

S3：计算题(二) （共2题，每题8分，共16分）

S4：计算题(三) （共2题，每题10分，共20分）

S5：证明题 （共1题，每题6分，共6分）

第一部分 客观题（共30分）

**一、单项选择题（共 10小题，每小题2分，共2**0**分）**

1. 若行列式，则等于 ( )

(A)  (B)  (C)  (D) 

2. 设，是中元素的余子式，则=（ ）

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

3. 设为阶可逆矩阵，则下列各式恒成立的是（ ）

(A)  (B) 

(C)  (D) 

4. 初等矩阵满足（ ）

(A) 任两个之乘积仍是初等矩阵 (B) 任两个之和仍是初等矩阵

(C) 都是可逆矩阵 (D) 所对应的行列式的值为1

5. 下列不是阶矩阵可逆的充要条件为（ ）

(A)  (B) 可以表示成有限个初等阵的乘积

(C) 伴随矩阵存在 (D) 的等价标准型为单位矩阵

6. 设为矩阵，为阶可逆矩阵，，则 ( )。

(A) 秩()> 秩() 　 (B) 秩()= 秩()

(C) 秩()< 秩()　　 (D) 秩()与秩()的关系依而定

7. 如果向量可由向量组线性表示,则下列结论中正确的是（ ）

(A) 存在一组不全为零的数，使得 成立

(B) 存在一组全为零的数，使得 成立

(C) 存在一组数，使得 成立

(D) 对的线性表达式唯一

8. 设是齐次线性方程组的解，是非齐次线性方程组的解，则（ ）

(A) 为的解 (B) 为的解

(C) 为的解 (D) 为的解

9. 设,则的特征值是( )。

(A)  (B)  (C)  (D) 

10. 若阶方阵与某对角阵相似，则 ( )。

(A)  (B) 有个互不相同的特征值

(C) 有个线性无关的特征向量 (D) 必为对称矩阵

**二、判断题（共** 10**小题，每小题**1**分，共**10**分 ）**注：正确选择A,错误选择B.

11. 设和为阶方阵，则有。（ ）

12. 当为奇数时，阶反对称矩阵是奇异矩阵。（ ）

13. 设为同阶方阵，，则。（ ）

14. 若矩阵有一个阶子式，且中有一个含有的阶子式等于零，则的秩等于。（ ）

15. 若非齐次线性方程组有无穷多解，则其导出组一定有非零解。（ ）

16 若向量组线性无关，则向量组线性无关。（ ）

17. 等价的向量组的秩相等。（ ）

18. 设与都是阶正交矩阵，则也是正交矩阵。（ ）

19. 矩阵不同特征值对应的特征向量必线性无关。（ ）

20. 两个相似的方阵必等价，两个合同的方阵也必等价。（ ）

第二部分 主观题（共70分）

|  |  |
| --- | --- |
| 题 号 | 得 分 |
|  |  |

**三、填空题（共**5**小题，每小题**2**分，共**10**分）**

**1．**在5阶行列式中，的符号是

2**．**若为3阶方阵，为的逆矩阵且，则 .

3.线性方程组  仅有零解的充要条件是 .

4.已知三阶矩阵的特征值为，则 .

5．实二次型，当＝ 时，其秩为2.。

|  |  |
| --- | --- |
| 题 号 | 得 分 |
|  |  |

**四、计算题（一）（共3小题，每小题6分，共**18**分）**

1. 计算4阶行列式 

2. 已知向量组线性相关，求

3. 设，用施密特正交化法将该向量组正交化。

|  |  |
| --- | --- |
| 题 号 | 得 分 |
|  |  |

**五、计算题（二）（共2小题，每小题8分，共**16**分）**

1. 设 ， ，若矩阵满足，求。

2. 设 ，问为何值时，矩阵能对角化？

|  |  |
| --- | --- |
| 题 号 | 得 分 |
|  |  |

**六、计算题（三）（共2小题，每小题10分，共20分）**

1.当为何值时，线性方程组



有解？在有解的情况下，求其全部解（若有无穷解，用其导出组的基础解系表示）。

2. 求向量组、、、、的一个极大无关组，并将其余向量用极大无关组线性表示。

|  |  |
| --- | --- |
| 题 号 | 得 分 |
|  |  |

**七、证明题（共**1**小题，每题6分，共计6分）**

设和是矩阵的两个不同的特征值，对应的特征向量依次为和，证明不是的特征向量。

**山西财经大学华商学院**

**2009-2010学年第二学期期末**

**线性代数 课程试卷（A）及答案**

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

一、单项选择题（共10小题，每题2分，共计20分）

答题要求：请将正确选项前的字母填在题后的括号内

1.若都是四维列向量，且四阶行列式，，则四阶行列式

(A)m+n (B)-(m+n) (C)n-m (D)m-n

2.设矩阵，则（B）

(A) (B)

(C) (D)

3.若A、B均为非零方阵，且AB=**O**，则有A、B（D）

(A)都可逆 (B)至少有一个可逆 (C)r(A)=r(B) (D)都不可逆

4.下列向量中，可由与线性表示的是（B）

(A)  (B)  (C)  (D) 

5.设矩阵A满足**O**，则（A）

(A)A与A+4E同时可逆 (B)A+5E一定可逆

(C)齐次线性方程组**O**有非零解 (D)A-E一定可逆

6.若n阶矩阵A的行列式，则A的秩为（D）

(A)1 (B)0 (C)n-1 (D)n

7.设A为n阶方阵，且，有（C）

(A)A中必有两行（列）元素对应成比例

(B)A中至少有一行（列）元素全为零

(C)A中必有一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合

(D)A中任意一行（列）向量是其余各行（列）向量的线性组合

8.设A为矩阵，则齐次线性方程组AX=**O**仅有零解的充要条件是（D）

(A)A的行向量线性相关 (B)A的列向量线性相关

(C)A的行向量线性无关 (D)A的列向量线性无关

9.可逆矩阵A与矩阵（A）有相同的特征值

(A) (B) (C) (D)A+E

10.与分别是n阶方阵A的属于特征值的特征向量，若，则与（B）

(A)线性相关 (B)线性无关 (C)相等 (D)正交

二、判断题（共10小题，每题1分，共计10分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：判断正误，正确选择A，错误选择B

11.若方阵可逆，则也可逆 （**A**）

12.设A、B均为n阶方阵，则 （**B**）

13.对任意n阶方阵（n>1）A与B，都有 （**B**）

14.若向量组与等价，则 （**B**）

15.若齐次线性方程组AX=**O**存在基础解系，则方程组AX=b（b≠0）有无穷多解 (B)

16.若同阶矩阵A与B的秩相等，则A可经过有限次的初等变换化成B

（**A**）

17.若是方阵A的特征值，则是的特征值（其中为自然数）（**A**）

18.若n阶方阵A相似于对角矩阵，则A有n个互异特征值 （**B**）

19.设与是A的任意两个特征向量，则也是其特征向量 （**B**）

20.若A为正交矩阵，则 （**A**）

三、填空题（共10小题，每题2分，共计20分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：请将最终答案直接填在题中横线上.

21.设A为三阶矩阵，且，则 54

22. ，则

23.设矩阵A可逆，则其伴随矩阵可逆，且

24.如果阶矩阵A的行向量组线性无关，则齐次线性方程组AX=**O**的

基础解系中含有个向量

25.若向量组中含有零向量，则此向量组线性相关

26.若与正交，则

27.设A为正交矩阵，则

28.设三阶矩阵A的特征值为-2、1、4，则

29.已知-5是方阵A的特征值，则A-2E一定有一个特征值-7

30.设为非齐次线性方程组AX=b的一组解，如果

也是该方程组的一个解，则

**S1：**计算题一（共2小题，每题8分，共16分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：写出文字说明和主要验算步骤

1．计算四阶行列式

解：

=

2.解矩阵方程，其中，

解：



**S2：**计算题二（共3小题，每题10分，共30分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：写出文字说明和主要验算步骤

1.给定向量组，，，

 ，求该向量组的秩，并确定一个极大无关组，将其余

向量用该极大无关组线性表示。

解：

所以：，是一个极大无关组，且

2.用其导出组的基础解系表示下面方程组的全部解







令，得线性方程组的一个特解

其导出组的一般解为：

令分别为

得导出组的基础解系为：

所以，方程组的全部解为： （）

3.已知的特征值为-1,2，5，求正交矩阵，使得

为对角矩阵。

解：当时，由，得基础解系为

当时，由，得基础解系为

当时，由，得基础解系为

不难验证是正交向量组，把单位化，得



**S3：**证明题（共1小题，共计4分）

|  |  |
| --- | --- |
| 本题  得分 |  |

答题要求：应写出文字说明

1. 已知n维向量线性无关，则向量组线性

无关。

证明：

整理得：

线性无关



解得：

所以，向量组线性无关。

**第三部分 近六年考研试题**

**一、单项选择题**

1.[2006-3] 若均为n维列向量， 是矩阵，下列选项正确的是

(A) 若线性相关，则线性相关.

(B) 若线性相关，则线性无关.

(C) 若线性无关，则线性相关.

(D) 若线性无关，则线性无关. [ A ]

2.[2006-3、4] 设为3的阶矩阵，将的第2行加到第1行得，再将的第1列的-1倍加到第2列得，记 ，则

(A) =. (B)=. (C)=. (D) =. [ B ]

3.[2007-3、4] 设向量组线性无关，则下列向量组线性相关的是

(A)  (B) 

(C)  (D)  [ A ]

4[2007-3、4]设矩阵，，则与

(A)合同，且相似 (B)合同，但不相似

(C)不合同，但相似 (D)不合同，也不相似 [ B ]

5. [2008-3] 设A为n阶非零矩阵，E为n阶单位矩阵，若，则

(A) 不可逆，不可逆. (B) 不可逆，可逆.

(C) 可逆，可逆. (D) 可逆，不可逆 [ C ]

6. [2008-3]设，则在实数域上与A合同的矩阵为

(A)  (B)  (C)  (D)  [ D ]

7. [2009-3] 设均为2阶矩阵，分别为的伴随矩阵，若，，则分块矩阵的伴随矩阵为

(A)  (B)  (C)  (D)  [ B ]

8. [2009-3] 设均为3阶矩阵，为的转置矩阵，且. 若，，则为

(A)  (B)  (C)  (D)  [ A ]

9. [2010-3]设向量组I:可由向量组II:线性表出.下列命题正确的是

(A) 若向量组I线性无关，则 (B) 若向量组I线性相关，则

(C) 若向量组II线性无关，则 (D) 若向量组II线性相关，则 [ A ]

10. [2010-3] 设为4阶实对称矩阵，且.若的秩为3，则相似于

(A) (B) (C) (D) [ D ]

11.[2011-3]设A为3阶方阵，将A的第2列加到第一列得到矩阵B，再交换B的第二行与第三行得单位矩阵，记，则A=

(A) (B)  (C)  (D)  [ D ]

12. [2011-3]设A为4×3矩阵，是非齐次线性方程组的3个线性无关的解，为任意常数，则的通解为

(A) (B) 

(C)  (D)  [C]

**二、填空题**

1.[2006-3、4] 已知为2维列向量，矩阵，.若行列式 -2 .

2.[2006-4] 设矩阵，E为2阶单位矩阵，矩阵满足矩阵，则B =

3.[2007-3、4] 设矩阵，则的秩为 

4. [2008-3] 设3阶矩阵A的特征值是1, 2, 2，E为3阶单位矩阵，则= \_3\_\_\_

5. [2009-3] 设。若矩阵相似于，则＝.

6. [2010-3] 设，为3阶矩阵，且，，，则 3 .

7. [2011-3]设二次型的秩为1，A的各行元素之和为3，则在正交变换下的标准形为.

**三、解答题**

1.[2006-3、4] 设4维向量组,,，，问为何值时，线性相关？当线性相关时，

求其一个极大线性无关组，并将其余向量用该极大线性无关组线性表出.

2.[2006-3、4] 设3阶实对称矩阵的各行元素之和均为3，向量

是线性方程组的两个解.

( I ) 求的特征值与特征向量； ( II ) 求正交矩阵和对角矩阵，使得；

(III) 求及，其中为3阶单位矩阵.