第一部分 选择题 (共28分)

1. 单项选择题（本大题共14小题，每小题2分，共28分）在每小题列出的四个选项中只有一个是符合题目要求的，请将其代码填在题后的括号内。错选或未选均无分。

1.设行列式=m，=n，则行列式等于（ ）

A. m+n B. -(m+n)

C. n-m D. m-n

2.设矩阵**A**=，则**A**-1等于（ ）

A.  B. 

C.  D. 

3.设矩阵**A**=，**A**\*是**A**的伴随矩阵，则**A** \*中位于（1，2）的元素是（ ）

A. –6 B. 6

C. 2 D. –2

4.设**A**是方阵，如有矩阵关系式**AB**=**AC**，则必有（ ）

A. **A** =**0** B. **B****C**时**A**=**0**

C. **A****0**时**B**=**C** D. |**A**|**0**时**B**=**C**

5.已知3×4矩阵**A**的行向量组线性无关，则秩（**A**T）等于（ ）

A. 1 B. 2

C. 3 D. 4

6.设两个向量组**α**1，**α**2，…，**α**s和**β**1，**β**2，…，**β**s均线性相关，则（ ）

A.有不全为0的数λ1，λ2，…，λs使λ1**α**1+λ2**α**2+…+λs**α**s=0和λ1**β**1+λ2**β**2+…λs**β**s=0

B.有不全为0的数λ1，λ2，…，λs使λ1（**α**1+**β**1）+λ2（**α**2+**β**2）+…+λs（**α**s+**β**s）=0

C.有不全为0的数λ1，λ2，…，λs使λ1（**α**1-**β**1）+λ2（**α**2-**β**2）+…+λs（**α**s-**β**s）=0

D.有不全为0的数λ1，λ2，…，λs和不全为0的数μ1，μ2，…，μs使λ1**α**1+λ2**α**2+…+λs**α**s=0和μ1**β**1+μ2**β**2+…+μs**β**s=0

7.设矩阵**A**的秩为r，则**A**中（ ）

A.所有r-1阶子式都不为0 B.所有r-1阶子式全为0

C.至少有一个r阶子式不等于0 D.所有r阶子式都不为0

8.设**Ax=b**是一非齐次线性方程组，**η**1，**η**2是其任意2个解，则下列结论错误的是（ ）

A.**η**1+**η**2是**Ax=0**的一个解 B.**η**1+**η**2是**Ax=b**的一个解

C.**η**1-**η**2是**Ax=0**的一个解 D.2**η**1-**η**2是**Ax=b**的一个解

9.设n阶方阵**A**不可逆，则必有（ ）

A.秩(**A**)<n B.秩(**A**)=n-1

C.**A=0** D.方程组**Ax=0**只有零解

10.设A是一个n(≥3)阶方阵，下列陈述中正确的是（ ）

A.如存在数λ和向量**α**使**Aα**=λ**α**，则**α**是**A**的属于特征值λ的特征向量

B.如存在数λ和非零向量**α**，使(λ**E**-**A**)**α=0**，则λ是**A**的特征值

C.**A**的2个不同的特征值可以有同一个特征向量

D.如λ1，λ2，λ3是**A**的3个互不相同的特征值，**α**1，**α**2，**α**3依次是**A**的属于λ1，λ2，λ3的特征向量，则**α**1，**α**2，**α**3有可能线性相关

11.设λ0是矩阵**A**的特征方程的3重根，**A**的属于λ0的线性无关的特征向量的个数为k，则必有（ ）

A. k≤3 B. k<3

C. k=3 D. k>3

12.设**A**是正交矩阵，则下列结论错误的是（ ）

A.|**A|**2必为1 B.|**A**|必为1

C.**A**-1=**A**T D.**A**的行（列）向量组是正交单位向量组

13.设**A**是实对称矩阵，**C**是实可逆矩阵，**B**=**C**T**AC**.则（ ）

A.**A**与**B**相似

B. **A**与**B**不等价

C. **A**与**B**有相同的特征值

D. **A**与**B**合同

14.下列矩阵中是正定矩阵的为（ ）

A. B.

C. D.

第二部分 非选择题（共72分）

二、填空题（本大题共10小题，每小题2分，共20分）不写解答过程，将正确的答案写在每小题的空格内。错填或不填均无分。

15. .

16.设**A**=，**B**=.则**A**+2**B**= .

17.设**A**=(aij)3×3，|**A**|=2，**A**ij表示|**A**|中元素aij的代数余子式（i,j=1,2,3）,则(a11A21+a12A22+a13A23)2+(a21A21+a22A22+a23A23)2+(a31A21+a32A22+a33A23)2= .

18.设向量（2，-3，5）与向量（-4，6，a）线性相关，则a= .

19.设**A**是3×4矩阵，其秩为3，若**η**1，**η**2为非齐次线性方程组**Ax=b**的2个不同的解，则它的通解为 .

20.设**A**是m×n矩阵，**A**的秩为r(<n)，则齐次线性方程组**Ax=0**的一个基础解系中含有解的个数为 .

21.设向量**α**、**β**的长度依次为2和3，则向量**α**+**β**与**α**-**β**的内积（**α**+**β**，**α**-**β**）= .

22.设3阶矩阵A的行列式|**A**|=8，已知**A**有2个特征值-1和4，则另一特征值为 .

23.设矩阵**A**=，已知**α**=是它的一个特征向量，则**α**所对应的特征值为 .

24.设实二次型f(x1,x2,x3,x4,x5)的秩为4，正惯性指数为3，则其规范形为 .

三、计算题（本大题共7小题，每小题6分，共42分）

25.设**A**=，**B**=.求（1）**AB**T；（2）|4**A**|.

26.试计算行列式.

27.设矩阵**A**=，求矩阵**B**使其满足矩阵方程**AB**=**A**+2**B**.

28.给定向量组**α**1=，**α**2=，**α**3=，**α**4=.

试判断**α**4是否为**α**1，**α**2，**α**3的线性组合；若是，则求出组合系数。

29.设矩阵**A**=.

求：（1）秩（**A**）；

（2）**A**的列向量组的一个最大线性无关组。

30.设矩阵A=的全部特征值为1，1和-8.求正交矩阵T和对角矩阵**D**，使**T**-1**AT**=**D**.

31.试用配方法化下列二次型为标准形

f(x1,x2,x3)=，

并写出所用的满秩线性变换。

四、证明题（本大题共2小题，每小题5分，共10分）

32.设方阵**A**满足**A**3**=0**，试证明**E**-**A**可逆，且（**E**-**A**）-1=**E**+**A**+**A**2.

33.设**η**0是非齐次线性方程组**Ax=b**的一个特解，**ξ**1，**ξ**2是其导出组**Ax=0**的一个基础解系.试证明

（1）**η**1=**η**0+**ξ**1，**η**2=**η**0+**ξ**2均是**Ax=b**的解；

（2）**η**0，**η**1，**η**2线性无关。

**答案：**

一、单项选择题（本大题共14小题，每小题2分，共28分）

1.D 2.B 3.B 4.D 5.C

6.D 7.C 8.A 9.A 10.B

11.A 12.B 13.D 14.C

二、填空题（本大题共10空，每空2分，共20分）

15. 6

16. 

17. 4

18. –10

19. **η**1+c(**η**2-**η**1)（或**η**2+c(**η**2-**η**1)），c为任意常数

20. n-r

21. –5

22. –2

23. 1

24. 

三、计算题（本大题共7小题，每小题6分，共42分）

25.解（1）**AB**T=

=.

（2）|4**A**|=43|**A**|=64|**A**|，而

|**A**|=.

所以|4**A**|=64·（-2）=-128

26.解 

=

=

27.解 **AB**=**A**+2**B**即（**A**-2**E**）**B**=**A**，而

（**A**-2**E**）-1=

所以 **B**=(**A**-2**E**)-1**A**=

=

28.解一 





所以**α**4=2**α**1+**α**2+**α**3，组合系数为（2，1，1）.

解二 考虑**α**4=x1**α**1+x2**α**2+x3**α**3，

即 

方程组有唯一解（2，1，1）T，组合系数为（2，1，1）.

29.解 对矩阵**A**施行初等行变换

**A**

=**B**.

（1）秩（**B**）=3，所以秩（**A**）=秩（**B**）=3.

（2）由于**A**与B的列向量组有相同的线性关系，而**B**是阶梯形，**B**的第1、2、4列是**B**的列向量组的一个最大线性无关组，故**A**的第1、2、4列是**A**的列向量组的一个最大线性无关组。

（**A**的第1、2、5列或1、3、4列，或1、3、5列也是）

30.解 **A**的属于特征值λ=1的2个线性无关的特征向量为

**ξ**1=（2，-1，0）T， **ξ**2=（2，0，1）T.

经正交标准化，得**η**1=，**η**2=.

λ=-8的一个特征向量为

**ξ**3=，经单位化得**η**3=

所求正交矩阵为 **T**=.

对角矩阵 **D**=

（也可取**T**=.）

31.解 f(x1，x2，x3)=（x1+2x2-2x3）2-2x22+4x2x3-7x32

=（x1+2x2-2x3）2-2（x2-x3）2-5x32.

设， 即，

因其系数矩阵**C**=可逆，故此线性变换满秩。

经此变换即得f(x1，x2，x3)的标准形

y12-2y22-5y32 .

四、证明题（本大题共2小题，每小题5分，共10分）

32.证 由于（**E**-**A**）（**E**+**A**+**A**2）=**E**-**A**3=**E**，

所以**E**-**A**可逆，且

（**E**-**A**）-1= **E**+**A**+**A**2 .

33.证 由假设**Aη**0=**b**，**Aξ**1=**0**，**Aξ**2=**0**.

（1）**Aη**1=**A**（**η**0+**ξ**1）=**Aη**0+**Aξ**1=**b**，同理**Aη**2= **b**，

所以**η**1，**η**2是**Ax**=**b**的2个解。

（2）考虑*l*0**η**0+*l*1**η**1+*l*2**η**2=**0**，

即 （*l*0+*l*1+*l*2）**η**0+*l*1**ξ**1+*l*2**ξ**2=**0**.

则*l*0+*l*1+*l*2=0，否则**η**0将是**Ax**=**0**的解，矛盾。所以

*l*1**ξ**1+*l*2**ξ**2=**0**.

又由假设，**ξ**1，**ξ**2线性无关，所以*l*1=0，*l*2=0，从而 *l*0=0 .

所以**η**0，**η**1，**η**2线性无关。