

# Aritmetica modulare in GeoGebra

23 settembre 2025

# Numeri modulo $n$

Fissiamo un numero intero  $n > 1$ , ad esempio  $n = 6$ .

**Definizione.** Diciamo che due numeri naturali  $a$  e  $b$  sono uguali modulo  $n$  se hanno lo stesso resto quando sono divisi per  $n$ .

Ad esempio, i numeri 8 e 14 sono uguali modulo 6 poiché hanno entrambi resto 2 quando sono divisi per 6. Scriveremo semplicemente  $8 = 14 \text{ mod } 6$ , oppure semplicemente  $8 = 14$  se è chiaro che il nostro modulo è 6.

Esistono situazioni della vita quotidiana in cui usiamo questo tipo di aritmetica?

# Altri esempi e considerazioni

$$0 = 7 = 14 = 21 = 28 \quad \text{mod } 7$$

$$1 = 13 = 25 = 37 = 49 \quad \text{mod } 12$$

$$4 = 9 = 14 = 19 = 24 \quad \text{mod } 5$$

## Domande

- Fissato un intero  $n$ , quanti sono i possibili numeri modulo  $n$ ?
- Ha senso considerare i numeri modulo 1?
- Se tutti i numeri naturali si rappresentano su una retta, dove ha senso rappresentare i numeri modulo  $n$ ?

# Multipli (modulo $n$ ) di un numero

Lavorando modulo 6 possiamo dire che i multipli di 4 sono 0, 4 e 2: infatti, partendo da 0 e aggiungendo 4 ogni volta, troviamo la sequenza:

$$0 \rightarrow 4 \rightarrow 8 = 2 \rightarrow 6 = 0 \rightarrow \text{ecc.}$$

I multipli di 3 invece sono soltanto 2:

$$0 \rightarrow 3 \rightarrow 6 = 0 \rightarrow \text{ecc.}$$

Possiamo costruire un'applicazione in **GeoGebra** ([link](#)) per individuare la configurazione dei multipli di un numero  $d$  modulo  $n$ .

# Esplorazione in GeoGebra

Utilizzando l'applicazione cerca una risposta alle seguenti domande.

- Imposta  $n = 10$  e osserva quanti sono i multipli di  $d$  scorrendo lo slider: in quali casi i multipli di  $d$  sono esattamente 10?
  - In generale, che relazione deve esistere tra  $n$  e  $d$  affinché i multipli di  $d$  modulo  $n$  siano esattamente  $n$ ?
  - È possibile scegliere  $n$  in modo che i multipli di **qualsiasi numero  $d$**  siano sempre esattamente  $n$ ?
-  Conoscendo i valori dei numeri  $n$  e  $d$ , è possibile capire **quanti sono** i multipli di  $d$  modulo  $n$ ?

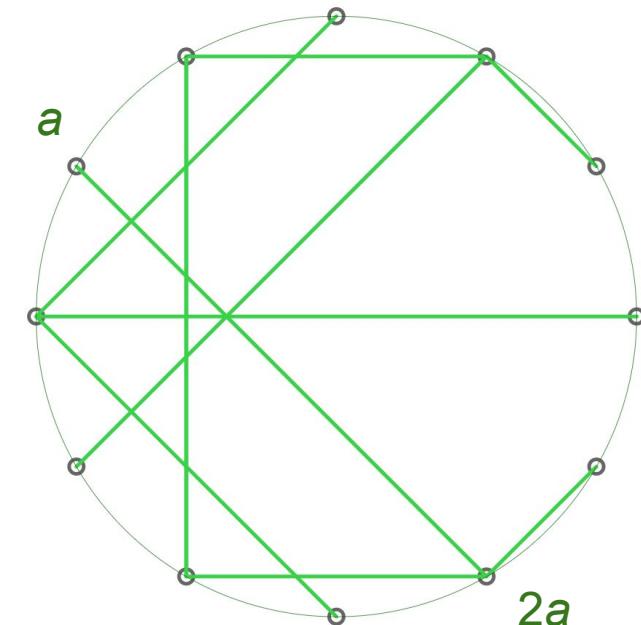
# Tabelline modulo $n$

Come esempio iniziale, costruiamo come esempio la tabellina del 2 modulo 12 sulla “circonferenza dei numeri”.

Al variare di  $a$  da 0 a 11, tracciamo il segmento che ha per estremi i numeri  $a$  e  $2a$ .

Allo stesso modo possiamo costruire la tabellina del  $k$  modulo  $n$ , dove  $n$  e  $k$  sono valori arbitrari.

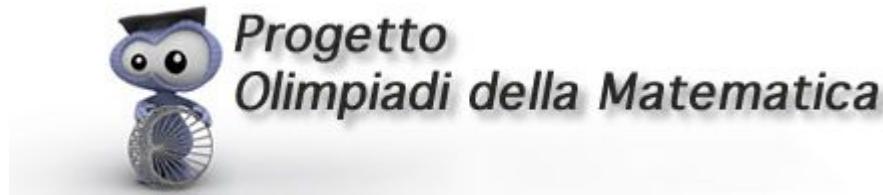
Link: [realizzazione in GeoGebra](#)



# Tabelline: esplorazione

Utilizzando l'applicazione imposta il valore  $n = 200$ .

1. Rappresenta e analizza le tabelline del 34, del 51 e del 99 modulo 200
2. Ci sono altri valori che ti sembrano interessanti?
3. La tabellina del 2 forma all'interno della circonferenza una curva chiamata *cardioide*: ti è mai capitato di notare una curva simile nella realtà?



# Bonus: un esempio di Machine Learning



<https://www.mscroggs.co.uk/menace/>