

Aritmetica modulare in GeoGebra

23 settembre 2025

Numeri modulo n

Fissiamo un numero intero $n > 1$, ad esempio $n = 6$.

Definizione. Diciamo che due numeri naturali a e b sono uguali modulo n se hanno lo stesso resto quando sono divisi per n .

Ad esempio, i numeri 8 e 14 sono uguali modulo 6 poiché hanno entrambi resto 2 quando sono divisi per 6. Scriveremo semplicemente $8 = 14 \bmod 6$, oppure semplicemente $8 = 14$ se è chiaro che il nostro modulo è 6.

Esistono situazioni della vita quotidiana in cui usiamo questo tipo di aritmetica?

Altri esempi e considerazioni

$$0 = 7 = 14 = 21 = 28 \quad \text{mod } 7$$

$$1 = 13 = 25 = 37 = 49 \quad \text{mod } 12$$

$$4 = 9 = 14 = 19 = 24 \quad \text{mod } 5$$

Domande

- Fissato un intero n , quanti sono i possibili numeri modulo n ?
- Ha senso considerare i numeri modulo 1?
- Se tutti i numeri naturali si rappresentano su una retta, dove ha senso rappresentare i numeri modulo n ?

Multipli (modulo n) di un numero

Lavorando modulo 6 possiamo dire che i multipli di 4 sono 0, 4 e 2: infatti, partendo da 0 e aggiungendo 4 ogni volta, troviamo la sequenza:

0 \rightarrow **4** \rightarrow 8 = **2** \rightarrow 6 = 0 \rightarrow ecc.

I multipli di 3 invece sono soltanto 2:

0 \rightarrow **3** \rightarrow 6 = 0 \rightarrow ecc.

Possiamo costruire un'applicazione in **GeoGebra** ([link](#)) per individuare la configurazione dei multipli di un numero d modulo n .

Esplorazione in GeoGebra

Utilizzando l'applicazione cerca una risposta alle seguenti domande.

- Imposta $n = 10$ e osserva quanti sono i multipli di d scorrendo lo slider: in quali casi i multipli di d sono esattamente 10?
- In generale, che relazione deve esistere tra n e d affinché i multipli di d modulo n siano esattamente n ?
- È possibile scegliere n in modo che i multipli di **qualsiasi numero d** siano sempre esattamente n ?



Conoscendo i valori dei numeri n e d , è possibile capire **quanti sono** i multipli di d modulo n ?

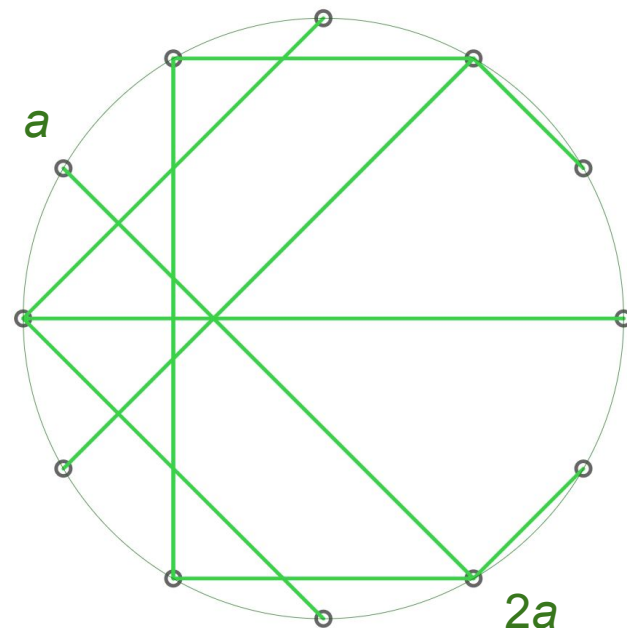
Tabelline modulo n

Come esempio iniziale, costruiamo come esempio la tabellina del 2 modulo 12 sulla “circonferenza dei numeri”.

Al variare di a da 0 a 11, tracciamo il segmento che ha per estremi i numeri a e $2a$.

Allo stesso modo possiamo costruire la tabellina del k modulo n , dove n e k sono valori arbitrari.

Link: [realizzazione in GeoGebra](#)



Tabelline: esplorazione

Utilizzando l'applicazione imposta il valore $n = 200$.

1. Rappresenta e analizza le tabelline del 34, del 51 e del 99 modulo 200
2. Ci sono altri valori che ti sembrano interessanti?
3. La tabellina del 2 forma all'interno della circonferenza una curva chiamata *cardioide*: ti è mai capitato di notare una curva simile nella realtà?



**Progetto
Olimpiadi della Matematica**

Bonus: un esempio di Machine Learning



<https://www.msccroggs.co.uk/menace/>