- 4.1 己知 $u_{\text{A}} = 200\cos 314t\text{V}$, $u_{\text{B}} = 100\sqrt{2}\cos(314t 120^{\circ})$, 。求:
- (1)写出它们的有效值、初相、频率和周期;
- (2) u_A 和 u_B 的相位差;
- (3)在同一坐标平面上画出 u_A 与 u_B 的波形图。

解(1)依题意:

$$u_{\rm A} = 200\cos 314t \text{V}$$
, $u_{\rm B} = 100\sqrt{2}\cos\cos(314t - 120^\circ)$,.

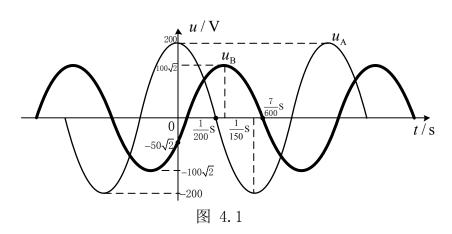
故,

$$U_{\rm A} = \frac{200}{\sqrt{2}} = 100\sqrt{2} \text{V}, \quad U_{\rm B} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 100 \text{V}$$

$$\varphi_{\mathrm{A}} = 0^{\circ}$$
 , $\varphi_{\mathrm{B}} = -120^{\circ}$

$$f_{\rm A} = f_{\rm B} = \frac{\omega}{2\pi} = 50 \text{Hz } T_{\rm A} = T_{\rm B} = 0.02 \text{s}$$

- (2) $\Delta \varphi = \varphi_{A} \varphi_{B} = 120^{\circ}$
- (3) u_A , u_B 的波形如图 4.1 所示。



4.2 已知某一正弦电流的周期为0.0002s,初相位为 -120° ,且知当t = 0.0001s时它的瞬时值为10mA。试写出它的瞬时值表达式,并画出其波形图。解 由题意可以设正弦电流的瞬时表达式:

$$i(t) = I_{\rm m} \cos(\omega t + \varphi)$$

则有

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 3.14 \times 10^4 \text{ rad/s}, \quad \varphi = -120^\circ$$

t = 0.0001s 时,

$$i = I_{\rm m} \cos(180^{\circ} \text{ ...})$$

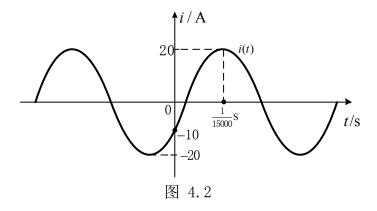
故

$$I_{\rm m} = 20 \,\mathrm{mA}$$

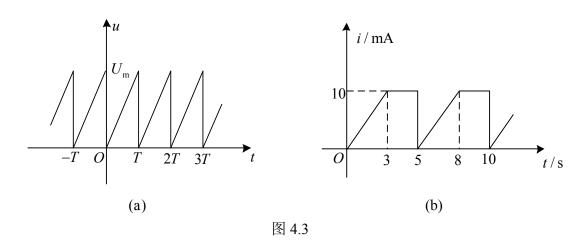
所求电流的表达式为:

$$i(t) = 20\cos(31400t - 120^{\circ})$$
....

其图形如图 4.2 所示。



4.3 试计算题图 4.3 所示周期电压及电流的有效值。



解 (a) 由题图及有效电压定义可得:

$$\frac{1}{T} \int_{0}^{T} \frac{\left(\frac{U_{\rm m}}{T}t\right)^{2}}{R} dt = \frac{U_{\dot{\rm fl}\dot{\rm M}}^{2}}{R}$$

即

$$\frac{1}{T} \frac{(\frac{U_{\rm m}}{T})^2}{R} \int_0^T t^2 dt = \frac{1}{T} \frac{(\frac{U_{\rm m}}{T})^2}{R} \times \frac{1}{3} \times t^3 \bigg|_0^T = \frac{U_{\rm m}^2}{3R} = \frac{U_{\rm fix}^2}{R}$$

故

$$U_{\rm fix} = \frac{U_{\rm m}}{\sqrt{3}}$$

(b) 由题图及有效电流定义可得:

$$\int_{0}^{3} (\frac{10}{3}t)^{2} R dt + 10^{2} \times R \times 2 = I_{\text{fix}}^{2} \times R \times 5$$

容易解得:

$$I_{\text{fight}} = 2\sqrt{15} \text{mA}$$

4.4 已知电流相量 \vec{I}_1 = 6+ j8A, \vec{I}_2 = -6+ j8A, \vec{I}_3 = -6- j8A, \vec{I}_4 = 6- j8A。 试 写出其极坐标形式和对应的瞬时值表达式。设角频率为 ω 。解 依题意:

$$\vec{I}_1 = 6 + 8jA$$
, $\vec{I}_2 = -6 + 8jA$, $\vec{I}_3 = -6 - 8jA$, $\vec{I}_4 = 6 - 8jA$

所以它们的极坐标表达式为:

$$\vec{I}_1 = 10 \angle 53.13^\circ$$
, $\vec{I}_2 = 10 \angle 126.87^\circ$,

$$\vec{I}_3 = 10 \angle -126.87^\circ$$
, $\vec{I}_4 = 10 \angle -53.13^\circ$

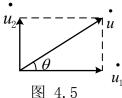
容易写出它们的瞬时值表达式:

$$i_1 = 10\sqrt{2}\cos(\omega t + 53.13^\circ)$$
, $i_2 = 10\sqrt{2}\cos(\omega t + 126.87^\circ)$, ,

$$i_3 = 10\sqrt{2}\cos(\omega t - 126.87^{\circ})$$
, $i_4 = 10\sqrt{2}\cos(\omega t - 53.13^{\circ})$.

4. 5 已知 $u_1 = 40\cos \omega t$ V, $u_2 = 30\cos(\omega t + 90^{\circ})$,,试分别用相量图和复数运算求 $u = u_1 + u_2$ 的有效值,并写出u 的瞬时值表达式。

解 (相量图)以 u_1 方向为参考方向,则可以画出 u_1 , u_2 的相量图,如图 4.5 所示:



由题意,

$$u_1 = 40\cos\omega t \text{V}$$
, $u_2 = 30\cos(\omega t + 90^\circ)$,.

容易得到:

$$U_1 = \frac{40}{\sqrt{2}} \text{ V}, \quad U_2 = \frac{30}{\sqrt{2}} \text{ V}$$

所以由 $U=U_1+U_2$,得到

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + U_1 U_2 \cos 90^\circ}$$
 $\sqrt{\frac{7}{2}} V$, $\theta = \arctan \frac{U_2}{U_1} = 37^\circ$

故u的瞬时表达式为

$$u = 50\cos(\omega t + 37^{\circ})$$
,.

(复数计算)由题意:

$$u_1 = 40\cos\omega tV$$
, $u_2 = 30\cos(\omega t + 90^\circ)$.

容易得到:

$$\dot{U}_1 = \frac{0}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ$$
, $\dot{U}_2 = \frac{0}{\sqrt{2}} \angle 90^\circ$

所以

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = \frac{40}{\sqrt{2}} \angle 0^\circ \cdot \dot{\sqrt{2}} - \dot{\sqrt{2}} \cdot \dot{\sqrt{2}} \cdot \dot{\sqrt{2}} = \dot{\sqrt{2}} - \dot{\sqrt{2}} = \dot{\sqrt{2}} - \dot{\sqrt{2}} = \dot{\sqrt{2}} - \dot{\sqrt{2}} = \dot{\sqrt{2}} - \dot{\sqrt{2}} = \dot{\sqrt{2}} = \dot{\sqrt{2}} - \dot{\sqrt{2}} = \dot{\sqrt{2}} =$$

故u的瞬时表达式为

$$u = 50\cos(\omega t + 37^{\circ})$$
,.

4.6 某线圈电阻可以忽略,其电感为0.1H,接于电压为220V,频率为50Hz的电源上。求电路中电流的有效值;若电源频率改为100Hz,重求电流的有效值。

解 假设电源的初相位为0°,则其瞬时表达式为

$$u = 220\sqrt{2}\cos 314tV$$

当其接到电感为L=0.1H的线圈上时, $X_L = j\omega L = j10\pi$

所以

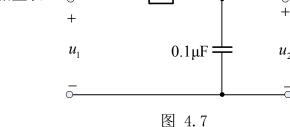
$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{X_L} = \frac{220}{\text{j}10\pi} = -\text{j}\frac{22}{\pi} = 7\angle -90^\circ$$

故电流的有效值为I = 7A,同理,当 $u = 220\sqrt{2}\cos 628t$ V电流的有效值为:

$$I = 3.5A$$

4.7 题图 4.7 所示电路中,已知激励电压 u_1 为正弦电压,频率为1000Hz,要使输出电压 u_2 的相位滞后 u_1 的相位 60° ,则电阻R的值应为多少?

解 假设电压 u_1 的初相位为 0° ,则其相量表达式为



$$\dot{U}_1 = U_1 \angle 0^\circ$$

电路中复阻抗为

$$Z = R + \frac{1}{j\omega C}$$

电路中的电流

$$\frac{U_1}{\sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}} \angle \arctan \frac{1}{R\omega C}$$

所以u,上的电压为

$$\vec{U} = \frac{U_1}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \times \arctan \frac{1}{R\omega C}$$

$$= \frac{U_1}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \angle \arctan \frac{1}{R\omega C} - 90^\circ$$

因为输出电压 u_2 的相位滞后 u_1 的相位 60° ,故

$$\angle \arctan \frac{1}{R\omega C} - 90^{\circ}$$

所以

$$\frac{1}{R\omega C} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

即有

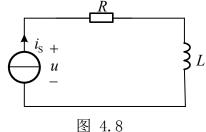
$$R = \frac{\sqrt{3}}{\omega C} = 2.757 \text{k}\Omega$$

4.8 题图 4.8 所示电路中,已知 $i_{\rm S} = 10\sqrt{2}\cos(2t - 36.9^{\circ},..., u = 50\sqrt{2}\cos2t{\rm V}$ 。 试确定 R 和 L 的值。

解 由题意,

$$i_{S} = 10\sqrt{2}\cos(2t - 36.9^{\circ}).$$

$$u = 50\sqrt{2}\cos 2tV$$



写成相量的形式:

电路中复阻抗为

$$Z = R + j\omega L$$

所以

$$Z = \frac{l}{l}$$
 ∂L

化简得:

$$4 + j3 = R + j\omega L$$

故

$$R = 4\Omega$$
, $L = 1.5H$

- 4.9 日光灯电源电压为 220V, 频率为 50Hz, 灯管相当于 300Ω 的电阻, 与灯管串联的镇流器的感抗为 500Ω (电阻不计)。试求灯管两端电压与工作电流的有效值。
- 解 设电源电压的初相为0°,则其相量表达式为

$$\dot{U} = 220 \angle 0^{\circ}$$
.

电路中的复阻抗为

$$Z = (300 + j500)\Omega$$

故电路中的电流为

$$\vec{I} = \frac{11}{Z} = \frac{11}{170} (3 - j5) A$$

灯管两端的电压为

$$\dot{U}_1 = 300 \dot{I} = \frac{17}{17} (3 - j5) V$$

所以灯管两端的电压和工作电流的有效值为

$$U_{\rm lm} = \frac{330}{17} \sqrt{34} \approx 113 \text{V}, \quad I = \frac{11}{170} \sqrt{34} \approx 0.38 \text{A}$$

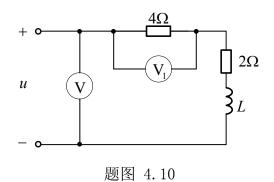
4. 10 题图 4. 10 所示正弦电路中,已知电压表的V 读数为10V, V_1 的读数为4V,电源角频率 ω =1000rad/s,求电感L 的值,并画出相量图。

解 由题意,u 的相量形式为: $\dot{U} = 10 \angle 0^{\circ}$. (设初相为零),电路中的复阻抗为

$$Z = (6+j\omega L)\Omega$$

所以电压的读数为

$$\dot{U}_1 = \frac{40}{Z} \times 4\Omega = \frac{40}{36 + (\omega L)^2} (6 - j\omega L) V$$



故

$$\frac{40}{36 + (\omega L)^2} \sqrt{36 + (\omega L)^2} = 4$$

解得

$$L = 8 \text{mH}$$

相量图略。

4.11 题图 4.11 所示电路中,若 $i_s = 2\sqrt{2}\cos(2t + 45^\circ)$, $u = 10\cos 2t$ V,试确

定R和C的值。

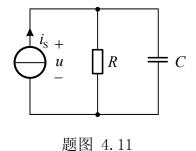
解 由题意可以求得电路中的复阻抗:

Z=R//(-
$$j\frac{1}{\omega C}$$
)= $\frac{R}{1+(R\omega C)^2}$ - $j\frac{R^2\omega C}{1+(R\omega C)^2}$

电流源发出电流的相量形式为

$$\vec{I}_s = 2\angle 45^\circ$$
. $\sqrt{2}(1+j)A$

电压的相量形式



 $\dot{U} = 5\sqrt{2} \angle 0^{\circ} \cdot \sqrt{2}V$

故有

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}_s} - \frac{5}{5} (1 - j)\Omega$$

所以解得:

$$R = 5\Omega$$
, C=0.1F

4.12 电路如题图 4.12 所示,已知电流表 A_1 的读数为3A, A_2 的读数为4A,

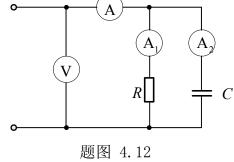
求电流表 A 的读数。若此时电压表 V 的读数为100V, 求电阻的复阻抗及负导纳。

解 由题意,设

$$\vec{I}_1 = \frac{1}{R} = 3 \angle \theta_1 A$$
, $\vec{I}_2 = J\omega C \times \dot{U} = 4 \angle \theta_2 A$,

所电路表A的读数为

$$I = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5A$$



容易求得

$$\frac{1}{R} = \frac{I_1}{U} = \frac{3}{100} S$$
, $j\omega C = \frac{I_2}{U} = j\frac{4}{100} S$

故

$$Y = \frac{1}{R} + j\omega C = (0.03 + j0.04)S$$
, $Z = \frac{1}{V} = (12 - j16)\Omega$

4.13 题图 4.13 所示电路,试确定方框内最简单的等效串联组合的元件值。解(a)由图可设,

$$\dot{U} = 50\sqrt{2}\angle 0^{\circ}$$
 . $\dot{I} = 5\sqrt{2}\angle 60^{\circ}$.

所以复阻抗为

$$Z = \frac{\dot{U}}{1} \qquad 10\angle -60^{\circ} \qquad (-j5\sqrt{3})\Omega$$

故最简单为阻容串联,且 $R = 5\Omega$, $C = \frac{\sqrt{3}}{30} \approx 0.058$ F

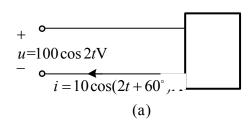
(b) 由图可设,

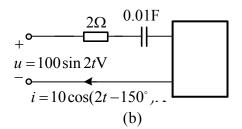
$$\dot{U} = 50\sqrt{2}\angle -90^{\circ}$$
 , $\dot{I} = 5\sqrt{2}\angle -150^{\circ}$.

所以复阻抗为

$$Z = \frac{\dot{U}}{1}$$
 $10 \angle 60^{\circ}$ $(-j50) = [3+j(50+5\sqrt{3})]\Omega$

故最简单为阻感串联,且 $R = 3\Omega$, $L = \frac{5}{2}(10 + \sqrt{3}) = 29.3$ H





题图 4.13

4.14 有一个线圈接到50V的直流电源上,电源为5A;若将它接到110V、50Hz的交流电源上,电流为2A。求线圈的电阻和电感。

解 由题意,线圈的电阻为

$$R = \frac{50 \text{V}}{5 \text{A}} = 10 \Omega$$

线圈的电感为

$$L = \frac{110\text{V}}{2\text{A}} \times \frac{1}{2\pi f} = 175\text{mH}$$

4.15 题图 4.15 所示电路,已知 $u_{\rm S}(t) = 50\sqrt{2}\cos 1000t{\rm V}$ 。求电流 $i_{\rm ab}(t)$ 。

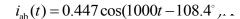
解 由题意, 电压源的电压相量形式为 $U_s = 50 \angle 0^\circ$., 电路中的复阻抗为

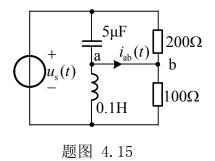
$$Z = Z_1 + Z_2 = (200 // - j \frac{1}{\omega C}) + (100 // j \omega L) = 50(3 - j)\Omega = 50\sqrt{10} \angle 108.4^{\circ}$$

所以

$$\vec{I} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{\sqrt{10}} \angle -108.4^{\circ}.$$

即





4. 16 题图 4. 16 所示正弦稳态电路中,已知 $u_{\rm S}(t)=10\sqrt{2}\cos 1000t{\rm V}$ 。求电流 $i_{\rm I}(t)$ 。

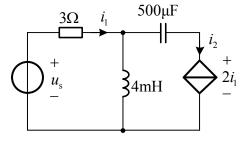
解 由题图得, j $\omega L = j4\Omega$, $-j\frac{1}{\omega C} = -j2\Omega$ 。

由 KCL、KVL 有,

$$-\dot{U}_{s} + 3i_{1} + (-j2)i_{2} + 2i_{1} = 0$$

$$-\dot{U}_s + 3i_1 + (j4)(i_1 - i_2) = 0$$

解得,
$$i_1 = \frac{\dot{U}_s}{7 - j4}$$
, $i_2 = \frac{-1 + j2}{4 + j7}\dot{U}_s$



题图 4.16

带入已知数据计算得:

$$i_1(t) = 1.75\cos(1000t + 19.7^{\circ}), \quad i_2(t) = 3.92\cos(1000t + 56.3^{\circ}), \quad i_3(t) = 3.92\cos(1000t + 56.3^{\circ}), \quad i_4(t) = 3.92\cos(1000t + 56.3^{\circ}), \quad i_5(t) = 3.92\cos(1000t + 56.3^$$

4. 17 题图 4. 17 所示电路,已知 $\dot{U_{\rm S}}=100\angle 0^\circ$., $\dot{I_{\rm S}}=10\sqrt{2}\angle -45^\circ$.., $Z_1=Z_3=10\Omega$, $Z_2=-{
m j}10\Omega$, $Z_4={
m j}5\Omega$ 。试分别用节点法和戴维南定理求 \dot{I} 。

解(节点法)如题图,以③为参考点,则对节点①②有:

$$(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3})\dot{U}_1 - \frac{1}{Z_2}\dot{U}_2 = \frac{1}{Z_1} - \dot{I}_S$$

$$-\frac{1}{Z_2}\dot{U}_1 + (\frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_4})\dot{U}_2 = \dot{I}_S$$

解得:
$$\dot{U}_1 = \frac{1}{Z_4} \dot{U}_2 - Z_2 \dot{I}_S$$
 , $\dot{U}_2 = \frac{Z_2 Z_4 (Z_1 + Z_3) \dot{I}_S + Z_3 Z_4}{Z_1 Z_3 + (Z_2 + Z_4)(Z_1 + Z_3)}$

所以

$$I = \frac{1}{Z_A} = 15.8 \angle -72^\circ$$
.

(戴维南定理)如题图所示,首先断开 Z_4 ,求节点②③间电压和等效电阻。

等效复阻抗为

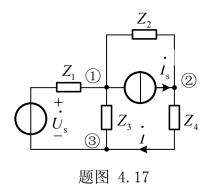
$$Z = Z_1 / / Z_3 + Z_2$$

②③开路电压为

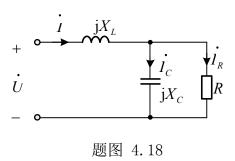
$$U_{\text{oc}} = \frac{Z_3}{Z_1 + Z_3} \dot{U}_{\text{S}} - Z_2 \dot{I}_{\text{S}}$$

所以电流

$$I = \frac{J_{\text{oc}}}{Z + Z_{4}} = 15.8 \angle -72^{\circ}...$$



4. 18 题图 4. 18 所示电路,已知 $I_C=I_R=10$ A, U=100V, $\overset{\bullet}{U}$ 与 $\overset{\bullet}{I}$ 同相,试求 $I \ , \ R \ , \ X_L 和 \ X_C \ .$ (提示: 借助相量图)



解(代数法)依题意,容易求得

$$I = \sqrt{I_C^2 + I_R^2} = 14.1A$$

因为U与I同相,则在复阻抗

$$Z = jX_L + [R//(-jX_C)] = j(X_L - \frac{R^2X_C}{R^2 + X_C^2}) + \frac{RX_C^2}{R^2 + X_C^2}$$

中,虚部为零,即

$$X_L - \frac{R^2 X_C}{R^2 + X_C^2} = 0 {1}$$

由 KVL 有,
$$(\dot{U}-\dot{I}\times JX_L)^2 = (\dot{I}_R\times R)^2 = (\dot{I}_C\times JX_C)^2$$
,即

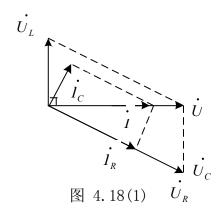
$$U^2 + (IX_L)^2 = (I_C \times X_C)^2$$
 2

$$U^2 + (IX_I)^2 = (I_R \times R)^2$$
 3

由①②③式解得:

$$R = 14.1\Omega$$
, $X_C = 14.1\Omega$, $X_L = 7.07\Omega$

(相量图法)根据题图可以画出相量图,如图 4.18(1)所示。



容易求得,

$$I = 14.1 \text{A}$$
, $R = 14.1 \Omega$, $X_C = 14.1 \Omega$, $X_L = 7.07 \Omega$

4.19 某一线圈具有电阻 20Ω和电感 0.2H,其上加100V、50Hz 的正弦交流电压。求这个线圈的视在功率、有功功率、无功功率和功率因素。

解 根据题意有,设 $u=100\sqrt{2}\cos 100\pi t$ V,又 $Z=(20+\mathrm{j}20\pi)\Omega$,则

视在功率:
$$S = \frac{U^2}{|Z|} = \frac{10000}{\sqrt{20(1+\pi^2)}} = 152V$$
•

有功功率:
$$P = (\frac{U}{|Z|})^2 R = 46W$$

无功功率:
$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = 145 \text{ var}$$

功率因素:
$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = 0.30$$

4. 20 题图 4. 20 所示电路,已知 $u_1(t)=10\cos(1000t+30^\circ)$, , $u_2(t)=5\cos(1000t-60^\circ)$, ,电容的阻抗 $Z_C=-\mathrm{j}10\Omega$ 。试求网络 N 的等效阻抗和所吸收的平均

功率及功率因素。

解 电流中的电流

$$\dot{I} = \frac{\dot{Z}}{Z_C} = \frac{\sqrt{2}}{4} \angle 30^\circ.$$

所以N网络的等效阻抗为

$$Z_{\rm N} = \frac{\dot{U}_1 - \dot{U}_2}{\dot{I}} = 10(2 + j) = 10\sqrt{5} \angle 26.6^{\circ} - 10$$

所以其吸收的平均功率为

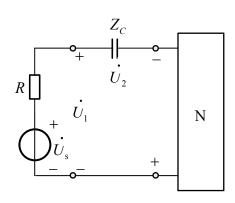
$$P = I^2 R_N = (\frac{\sqrt{2}}{4})^2 \times 20 = 2.5 \text{W}$$

又视在功率

$$S = (\frac{\sqrt{2}}{4})^2 \times 10\sqrt{5} \approx 2.795 \text{V}$$

所以功率因素为

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = 0.89$$



题图 4.20

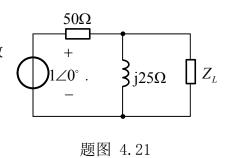
4.21 题图 4.21 所示电路,问负载 Z_L 为何值时获得最大功率,并求出此时的

最大功率 P_{\max} 。

解 首先求由戴维南定理求负载 Z_{L} 两端的等效

电路。其中

$$\dot{U}_{\rm oc} = \frac{\rm j25}{\rm 50 + \rm j25} \times 1 \angle 0^{\circ} \qquad \frac{\rm r}{\rm 5} \qquad$$



$$Z_i = 50//j25 = 10 + j20 = 10\sqrt{5} \angle 63.4^{\circ}$$

因此由最大功率传输定理知,当 $Z_{\rm L}=Z_{\rm i}^*=10$ – j20 Ω 时,获得最大功率,最大功率为

$$P_{\text{max}} = \frac{\dot{U}_{\text{oc}}}{4R_{\text{i}}} = \frac{\sqrt{5}}{5})^2 = 0.005 \text{W}$$

题图 4.22

4.22 题图 4.22 所示电路, 试求节点 A 的电位和电流源供给电路的有功功率及 无功功率。

解 如题图所示,用 KCL、KVL 求 A 点的电位。

$$(\frac{20 - \dot{V_{A}}}{4} + j10) \times (-j4) = \dot{V_{A}}$$

解得:

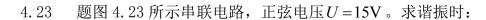
$$\dot{V}_{A} = 10(3+j)V$$

所以电流源两端的电压

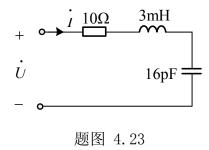
$$\dot{U} = \dot{V}_A + 2\Omega \times j10A = 30(1+j)V$$

故其有功功率: $P=10\times30=300W$

无功功率: $P = i10 \times i30 = -300 \text{ var}$



- (1) f_0 和Q;
- (2) 电流 I_0 和电感电压 U_L 、电容电压 U_C 。



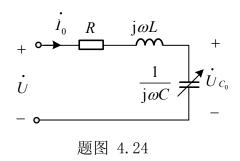
解 谐振时,由 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{\sqrt{3}}{12} \times 10^7 \text{ rad/s}$ 得

(1)
$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\sqrt{3}}{24\pi} \times 10^7 \text{Hz} = 0.23 \text{MHz}$$
, $Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega RC} = 433$

(2)
$$I_0 = \frac{U}{R} = \frac{15\text{V}}{10\Omega} = 1.5\text{A}, \ U_L = U_C = QU = 6645\text{V}$$

4. 24 题图 4. 24 所示电路,电源电压 $U=10\mathrm{V}$,角频率 $\omega=3000\mathrm{rad/s}$,调节电容使电路达到谐振。谐振时,电流 $I_0=100\mathrm{mA}$,电容电压 $U_{c_0}=200\mathrm{V}$,试求

 $R \times L \times C$ 的值及电路的品质因素。



解 由题意,可得:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$
, $U_{C_0} = \frac{\omega L}{R}U = \frac{1}{\omega CR}U$, $I_0 = \frac{U}{R}$

解得:

$$R = 100\Omega$$
, $L = 0.67$ H, $C = 0.17\mu$ F, $Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega RC} = 20 \text{ var}$

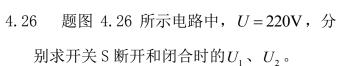
4. 25 题图 4. 25 为并联谐振电路。其中 $L=40\mu$ H,C=40pF,Q=60,谐振电流 $I_0=0.3$ mA,求谐振电路两端的电压U。

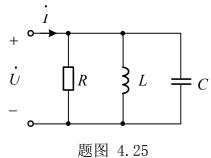
解 由题意, 电路的谐振角频率为 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

品质因数为 $Q = \omega RC$

故解得: R = 60kΩ

所以电路两端的电压U = IR = 18V





解 开关 S 断开时,电路中的复阻抗为 $Z=R=20\Omega$,达到谐振,所以有

$$I = \frac{U}{R} = 11A$$

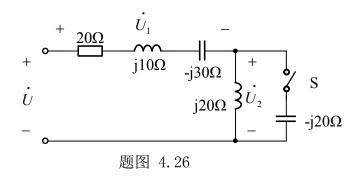
故
$$\dot{U}_1 = (20 - j20)\Omega \times 11A$$
, $\dot{U}_2 = j20\Omega \times 11A$

即有
$$U_1 = 311$$
V, $U_2 = 220$ V

开关 S 闭合时,电容和电感并联电阻为 $Z=(j20//-j20)\Omega=+\infty$

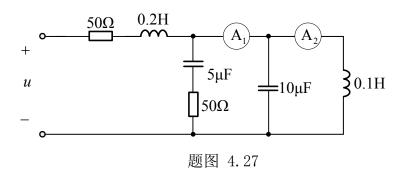
此时相当于开路, 所以电路中没有电流, 则

$$U_1 = 0V$$
, $U_2 = U = 220V$



4. 27 题图 4. 27 所示电路,正弦电压u 的有效值U=200V,电流表 A_2 的读数为零。求电流表 A_1 的读数。

解由于 A_2 的读数为零,所以电感和电容并联时的复阻抗为正无穷大,即开路。则有



$$\frac{1}{\omega C} = \omega L$$
, $\mathbb{R}^2 \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 1 \text{k rad/s}$

电流表 A_2 左边的电路中,复阻抗为 $Z=100\Omega$,所以整个电路达到谐振,则干路电路为

$$I = \frac{U}{Z} = 2A$$

0.1H 电感两端电压为

$$\dot{U}_0 = (50\Omega - j\frac{1}{5\mu F \times 1k \text{ rad/s}}) \times 2A = 100(1 - j4)V$$

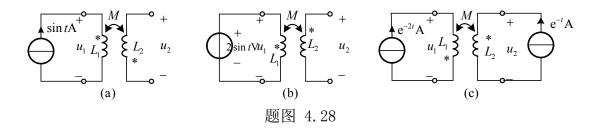
所以通过电流表 A₁的电流为

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{I}_0}{i\omega L} = -(1+j4)A$$

故电流表的读数为

$$I_{m} = \sqrt{17} A = 4.1 A$$

4. 28 求题图 4. 28 所示各电路中的 $u_1(t)$ 及 $u_2(t)$ 。 已知 L_1 = 1H , L_2 = 0.25H , M = 0.25H 。



解 (a) 由题图可得

$$u_1(t) = L_1 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\sin t) = \cos t \mathrm{V}$$

$$u_2(t) = -M \frac{d}{dt} (\sin t) = -0.25 \cos tV$$

(b)
$$u_1(t) = L_1 \frac{di_1}{dt} = 2 \sin t V$$

$$u_2(t) = M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} = 0.5 \sin t \mathrm{V}$$

(c)
$$u_1(t) = L_1 \frac{d}{dt} e^{-2t} - M \frac{d}{dt} e^{-t} = -2e^{-2t} + 0.25e^{-t}V$$

$$u_2(t) = -M \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} e^{-2t} + L_2 \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} e^{-t} = 0.5 e^{-2t} - 0.25 e^{-t} V$$

4. 29 题图 4. 29 所示电路接到频率为 500Hz 的正弦电源上,电流表的读数为 1A,电压表的读数为 31.4V,求耦合电感的互感系数 M 。

解 电路的角频率为

$$\omega = 2\pi f = 1000\pi$$

由题意,设 u_1 的幅值为 U_1 ,则

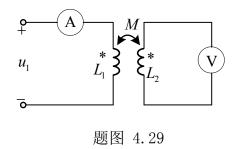
$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} = U_1 \cos 1000 \pi t V$$
,

所以

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt} = M \frac{U_1}{L_1} \cos 1000 \pi t V$$

电流表的读数为1A,则

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{U_1}{\omega L_1} = 1$$
A



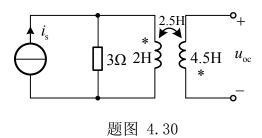
电压表的读数为 $31.4V=10\pi V$,即

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \times M \frac{U_1}{L_1} = 10\pi$$

解得:

$$M = 0.01H$$

4.30 题图 4.30 所示电路,已知 $i_s = 5\sqrt{2}\cos 2t$ A,试求稳态开路电压 u_{oc} 。



解 由题图,可以求得

$$\dot{U}_1 = Z \times \dot{I}_s = (3//\text{J}4) \times 5 = \frac{12}{5} (4 + \text{j}4)V$$

$$X u_1 = L_1 \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}, \quad u_{\mathrm{oc}} = -M \frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t}$$

故解得

$$u_{\rm oc} = -15\sqrt{2}\cos(2t + 37^{\circ})$$
.

4.31 题图 4.31 所示耦合串联电路,求耦合电感的耦合系数 K 和电流 I 。 解 电压相量

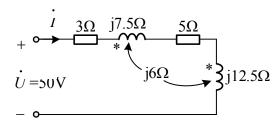
$$\dot{U} = 50 \text{V}$$

耦合电感为正向串联, 其等效阻抗为

$$Z = 3 + 5 + (j7.5 + j12.5) + 2 \times j6 = 8(1 + j4) = 8\sqrt{17} \angle 76^{\circ}$$

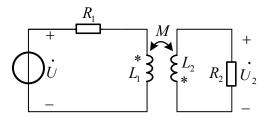
所以

$$\dot{I} = \frac{\dot{C}}{Z} = \frac{50\text{V}}{8\sqrt{17}\angle 76^\circ} - 1.52\angle -76^\circ$$
, $K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \frac{6}{\sqrt{7.5 \times 12.5}} = 0.62$



题图 4.31

4. 32 题图 4. 32 所示电路,已知 $R_1=R_2=10\Omega$, $\omega L_1=30\Omega$, $\omega L_2=20\Omega$, $\dot{U}=100\mathrm{V}$,求输出电压 \dot{U}_2 和功率 P_2 。



题图 4.32

解略

4.33 把耦合的两个线圈串联起来接到50Hz、220V的正弦电源上,顺接时测得电流I=2.7A,吸收的功率为218.7W,反接时电流为7A。求互感M。

解 设 R_1 、 L_1 , R_2 、 L_2 分别为两个线圈的参数,其中 $R=R_1+R_2$ 。

顺接时,设 $X_1 = \omega(L_1 + L_2 + 2M)$; 反接时,设 $X_2 = \omega(L_1 + L_2 - 2M)$

则

$$X_1 - X_2 = 4\omega M$$

另由题意,

$$\frac{220}{\sqrt{R^2 + X_1^2}} = 2.7$$

$$\frac{220}{\sqrt{R^2 + X_2^2}} = 7$$

$$218.7 = 2.7^2 \times R$$

故解得

$$M = 52.84 \text{mH}$$

4. 34 已知对称三相电源线电压 $U_L = 380$ V,对称三相负载每相的阻抗Z = 10 $\angle 53.1^{\circ}_{--}$ 。求负载为星形连接和三角连接时的相电流、线电流和三相总功率。

解 (星形连接)由题意, $U_{\rm p} = U_{\rm I}/\sqrt{3} = 220{\rm V}$, 其中

$$\dot{U}_{\rm A}=220\angle0^\circ$$
 , , $\dot{U}_{\rm B}=220\angle-120^\circ$, , $\dot{U}_{\rm C}=220\angle120^\circ$.

由于相电流与线电流相等,所以

总功率为 $P = 3U_p I_p \cos \varphi = 8688W$

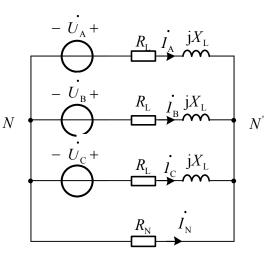
$$\vec{l}_{A} = 22 \angle -53.1^{\circ}...$$
, $\vec{l}_{B} = 22 \angle -173.1^{\circ}...$, $\vec{l}_{C} = 22 \angle 66.9^{\circ}...$ (三角连接)

相电流: $I_{AB'} = 38 \angle -53.1^{\circ}$, $I_{BC} = 38 \angle -173.1^{\circ}$ $I_{CA'} = 38 \angle 66.9^{\circ}$

线电流: $\vec{l}_A = 66\angle -83.1^\circ$..., $\vec{l}_B = 66\angle 156.9^\circ$..., $\vec{l}_C = 66\angle 36.9^\circ$...

总功率为 $P = 3U_p I_p \cos \varphi = 26064W$

4. 35 题图 4. 35 所示对称三相电路,电源相电压有效值 $U_{\rm P}=220{
m V}$,每相线路电阻 $R_{\rm L}=4\Omega$,中线电阻 $R_{\rm N}=8\Omega$,每相负载感抗 $X_{\rm L}=3\Omega$ 。 试求线电流 $\dot{I}_{\rm A}$ 、 $\dot{I}_{\rm B}$ 、 $\dot{I}_{\rm C}$ 、中线电流 $\dot{I}_{\rm N}$ 和三相负载总功率。



题图 4.35

于是由

$$\dot{U_{\rm A}}$$
 = 220 \angle 0° . , $\dot{U_{\rm B}}$ = 220 \angle -120° . , $\dot{U_{\rm C}}$ = 220 \angle 120° 可得:

$$\vec{I}_{A} = \frac{\vec{U}_{A}}{4 + i3\Omega} = 44 \angle -36.9^{\circ}...$$

$$\vec{l}_{\rm B} = \frac{\vec{U}_{\rm B}}{4 + \mathrm{j}3\Omega} = 44 \angle -156.9^{\circ}...$$

$$\vec{l}_{\rm C} = \frac{\vec{U}_{\rm C}}{4 + \mathrm{j}3\Omega} = 44 \angle 83.1^{\circ}...$$

总功率为 $P = 3U_P I_P \cos \varphi = 23232W$

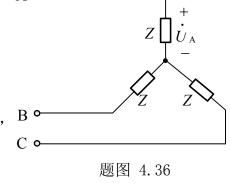
- 4.36 题图 4.36 所示对称三相电路,线电压为380V,负载的功率因素 λ =0.866 (感性),三相负载吸收的平均功率为25kW。求:
- (1) 线电流 I_{L} ;
- (2) 每相等效阻抗 Z。

解 (1)由
$$\overline{P} = U_p I_p \lambda$$
, $U_p = U_L / \sqrt{3} = 220 \text{V}$ 得,

$$I_{\rm L} = I_P = 131A$$

(2)由于是星形连接,所以线电流与相电流相同,





$$|Z| = \frac{U}{I} = 1.68$$
,由功率因素 $\lambda = 0.866$ 得

$$R = \sqrt{3}\omega L$$

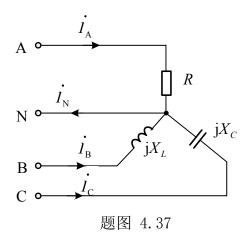
所以

$$Z = 1.45 + j0.84\Omega$$

4. 37 题图 4. 37 所示三相电路,三相对称电源线电压为 380V ,各相负载阻抗的模都等于 10Ω ,是否可以说负载是对称的? 试求各相电流 $I_{\rm A}$ 、 $I_{\rm B}$ 、 $I_{\rm C}$ 、中线电流 $I_{\rm N}$ (设 $U_{\rm AB}$ = 380V)。

解不可以。

依题意,由 $\dot{U}_{AB} = 220\angle -30^\circ$. , $\dot{U}_{BC} = 220\angle -150^\circ$. , $\dot{U}_{CA} = 220\angle 90^\circ$ 可得: $\dot{I}_A = \frac{\dot{I}_A}{10\Omega} = 22\angle -30^\circ$. , $\dot{I}_B = \frac{\dot{U}_B}{-\mathrm{j}10\Omega} = 22\angle -60^\circ$. , $\dot{I}_C = \frac{\dot{J}_C}{\mathrm{j}10\Omega} = 22\angle 0^\circ$. . $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 60.1\angle -30^\circ$. .

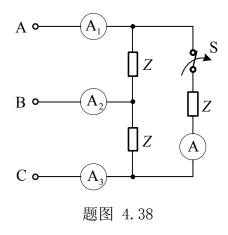


4.38 对称三相电源向三个相同的负载供电,如题图 4.38 所示,图中电流表内阻可忽略不计。当开关 S 闭合电路达到稳定状态时,电流表 A 的读数为 5.77 A。若将开关 S 打开并达到另一稳定状态时,试求各电流表的读数。

解当开关S闭合时,题图中为三相负载的三角连接,此时

$$A_1 = A_2 = A_3 = \sqrt{3}A = 10A$$

当开关 S 断开时,A、C 端的复阻抗发生了变化,而 B 得没有,故 电流表 A 的读数为 0; A_1 、 A_2 与 Z 的电流相同,为 5.77A; A_3 不变,为 10A



4.39 题图 4.39 所示矩形脉冲电压,其振幅为 U_m ,脉宽时间为 Δt ,求其有效

值U和平均值 U_{av} 。

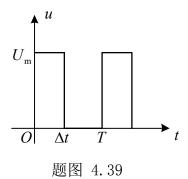
解 由有效值的定义可得:

$$\int_{0}^{T} U^{2} dt = \int_{0}^{\Delta t} U_{m}^{2} dt + \int_{\Delta t}^{T} 0 dt$$

解得:

$$U = U_{\rm m} \sqrt{\frac{\Delta t}{T}}$$

由平均值的定义可得:



$$\int_{0}^{T} |U_{av}| dt = \int_{0}^{\Delta t} |U_{m}| dt + \int_{\Delta t}^{T} 0 dt$$

解得:

$$U_{\rm av} = U_{\rm m} \, \frac{\Delta t}{T}$$

4.40 已知一无源二端网络端口电压和电流分别为

$$i = 10 + 5.64 \sin(\omega t - 30^{\circ})$$

试求: (1) 电压和电流的有效值; (2) 网络消耗的平均功率。 解 按定义求解,由给定的u、i可知各次谐波的有效值及平均功率为

$$U_0 = 0V$$
, $I_0 = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7.07A$, $P_0 = 0$

$$U_1 = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100 \text{V}$$
, $I_1 = \frac{5.64}{\sqrt{2}} = 4 \text{A}$, $P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 100 \times 4 \times 0.5 = 200 \text{W}$

$$U_2 = \frac{84.6}{\sqrt{2}} = 60 \text{V}$$
, $I_2 = 0 \text{A}$, $P_2 = 0$

$$U_3 = \frac{56.4}{\sqrt{2}} = 40 \text{V}$$
, $I_0 = \frac{3}{\sqrt{2}} = 2.12 \text{A}$, $P_3 = U_3 I_3 \cos \varphi_3 = 40 \times 2.12 \times 0.866 = 73.4 \text{W}$

(1)因此, 电压与电流的有效值为

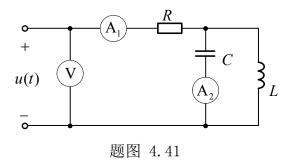
$$U = \sqrt{0^2 + (\frac{141}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{84.6}{\sqrt{2}})^2 + (\frac{56.4}{\sqrt{2}})^2} = 123V$$

$$I = \sqrt{\left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{5.64}{\sqrt{2}}\right)^2 + 0^2 + \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2} = 11A$$

- (2) 二端网络吸收的功率: P = 0 + 200 + 0 + 73.4 = 273.4W
- 4.41 题图 4.41 所示电路,已知电源电压

$$u(t) = 50 + 100\cos 1000t + 15\cos 2000tV$$

L=40mH,C=25μF,R=30Ω。试求电压表 V 及电流表 A_1 和 A_2 的读数(电表指示有效值,均为理想情况)。



解 由给定的u可知各次谐波的有效值及复阻抗为

$$U_0 = 50\text{V}$$
, $Z_0 = 30\Omega$, $V_0 = U_0 = 50\text{V}$, $I_{10} = \frac{50\text{V}}{30\Omega} = \frac{5}{3}\text{A}$, $I_{20} = 0\text{A}$

$$U_1 = 50\sqrt{2}V$$
, $Z_1 = 30 + (j40// - j40) = +\infty$, $V_1 = U_1 = 50\sqrt{2}V$, $I_{11} = 0A$,

$$I_{21} = \left| \frac{U_1}{-i40} \right| = \frac{5}{4} \sqrt{2} A$$

$$U_2 = 7.5\sqrt{2}\text{V}$$
, $Z_2 = 30 + (j80// - j20) = 10(3 + j\frac{8}{3})\Omega$, $V_2 = U_2 = 7.5\sqrt{2}\text{V}$,

$$I_{12} = \left| \frac{7.5\sqrt{2}}{10(3+j\frac{8}{3})} \right| = \frac{9\sqrt{290}}{580} A, \quad I_{22} = \left| \frac{j80}{j80-j20} \times I_{12} \right| = \frac{3\sqrt{290}}{145} A$$

所以电压表电压表V及电流表 A_1 和 A_2 的读数分别为:

$$V = \sqrt{50^2 + (50\sqrt{2})^2 + (7.5\sqrt{2})^2} = 87.25$$
V

$$I_1 = \sqrt{\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 0^2 + \left(\frac{9\sqrt{290}}{580}\right)^2} = 1.69$$
A

$$I_2 = \sqrt{0^2 + (\frac{5}{4}\sqrt{2})^2 + (\frac{3\sqrt{290}}{145})^2} = 1.80$$
A

4.42 题图 4.42 所示电路,已知 $u_1(t) = 10 + 10\sqrt{2}\cos\omega t + 10\sqrt{2}\cos3\omega t$ V,

$$\omega L = 1\Omega$$
, $\frac{1}{\omega C} = 9\Omega$, $\stackrel{?}{\cancel{x}} u_2(t)$ \circ

解 由给定的 u_1 可知各次谐波作用时,

$$\dot{U}_{10} = 10 \text{V}$$
, $Z_0 = 32 \Omega$, $\dot{U}_{20} = 5 \text{V}$

$$\dot{U}_{11} = 10\text{V}$$
, $Z_1 = 16 + [16//(j1 - j9] = \frac{32}{5}(3 - j)\Omega$,

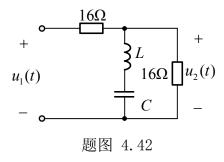
$$\dot{U}_{21} = 10 - \frac{10}{6.4(3-j)} \times 16 = 2.5(1-j) = 5\cos(\omega t - 45^\circ)$$
,.

$$U_{13}=10\mathrm{V}$$
,此时 $\omega'=3\omega$,所以 $\mathrm{j}X_L-\mathrm{j}X_C=\mathrm{j}3-\mathrm{j}3=0\Omega$,故

$$\dot{U}_{23} = 0V$$

所以有

$$u_2(t) = 5 + 5\cos(\omega t - 45^\circ)$$
,.

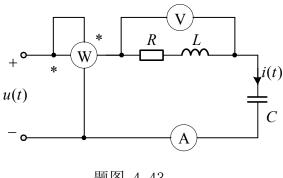


4. 43 题图 4. 43 所示 电路 $u(t) = 100 + 80\sqrt{2}\cos(\omega t + 30^\circ)$, $\sqrt{2}\cos 3\omega t$ V, $R = 6k\Omega$, $\omega L = 2k\Omega$, $\frac{1}{\omega C} = 18k\Omega$ 。求电磁系电流表、电压表及功率表的读数。

解 由给定的u可知各次谐波作用时,

$$\dot{U}_0 = 100 \text{V}$$
 , $Z_0 = 0 \Omega$, $I_0 = 0 \text{A}$, $V_0 = 0 \text{V}$, $P_0 = 0 \text{W}$

$$\dot{U}_1 = 80 \angle 30^\circ$$
., $Z_1 = 6 + j2 - j18 = 6 - j16 = 17 \angle -69.4^\circ$...



题图 4.43

$$I_1 = \frac{80\angle 30^\circ}{17.1\angle -69.4^\circ} - 4.48\angle 99.4^\circ \dots$$
, $V_1 = (6+j2)\times 4.68\angle 99.4^\circ$ _____.,

$$P_1 = 80 \times 4.68 = 374.4 \text{mW}$$

$$\dot{U}_3=18\mathrm{V}$$
,此时 $\omega=3\omega$,所以 $Z_3=6+\mathrm{j}6-\mathrm{j}6=6\mathrm{k}\Omega$,电路达到谐振。

$$I_3 = \frac{18}{6k} = 3\text{mA}$$
, $V_3 = (6+j6) \times 3 = 18\sqrt{2} \angle 45^\circ$., $P_3 = 18 \times 3\text{m} = 54\text{mW}$

所以,

$$I = \sqrt{0^2 + (4.68\text{m})^2 + (3\text{m})^2} = 5.6\text{mA}$$

$$V = \sqrt{0^2 + 29.5^2 + (18\sqrt{2})^2} = 39.1 \text{V}$$

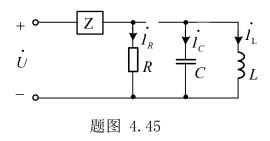
P = 0+374.4+54=428.4mW

题图 4. 44 所示正弦交流电路中, $i_{\rm S} = \frac{15}{4}\cos \omega t$ A ,已知电阻3Ω的功率是 6W,则电源对电路的功率因素是___。(2007 南京航空航天大学硕士研究 生入学试题)

解 因为 3Ω 电阻的功率为6W,所以 6Ω 电阻功率为3W,总功率为11.25W,故

功率因素为 $\lambda = 0.8$, 因此选择 B。

4. 45 题图 4. 45 所示电路中,方框部分的阻抗 $Z=2+j2\Omega$;电流的有效值 $I_R=5$ A, $I_C=8$ A, $I_L=3$ A,电路消耗的总功率 200W,求总电压的有效值 U。(2007 南京航空航天大学硕士研究生入学试题)



解 $U = 20\sqrt{2}V$

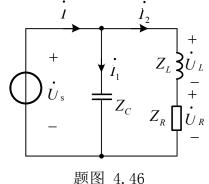
- 4. 46 正弦交流电路的相量模型如题图所示,已知 $U_{\rm S}=120\angle 0^{\circ}$., $Z_{C}=-{
 m j}120\Omega$, $Z_{L}={
 m j}60\Omega$, $Z_{R}=60\Omega$, 求:
- (1) 电流 I_2 、I 和 U_L ,并定性画出相量图;
- (2) 电压源发出的平均功率。(2006 南京航空航天大学硕士研究生入学试题)解(1) 由题意及题意得,

$$Z = Z_C / / (Z_R + Z_L) = 120\Omega$$

所以

$$\vec{I} = \frac{\vec{J}}{Z} = 1 \angle 0^{\circ}..., \quad \vec{I}_{2} = \frac{\vec{J}}{120} \times \vec{I} = 1 \angle -90^{\circ},$$

$$\vec{U}_{L} = \cancel{J}60 \times \vec{I}_{2} = 60 \angle 0^{\circ}$$



相量图略。

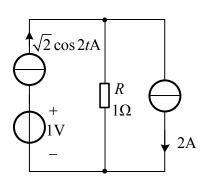
- (2) $P = 120 \times 1 = 120 \text{W}$
- 4.47 题图 4.47 所示稳态电路, 计算电阻 R 消耗的平均功率。

解 由 KCL 知,流过电阻 R 的电流为

$$I = 2 + \sqrt{2}\cos 2tA$$

所以电流的各次波作用所得功率和即为R 消耗的平均功率

$$P = 2^2 \times 1 + 1^2 \times 1 = 5W$$



题图 4.47

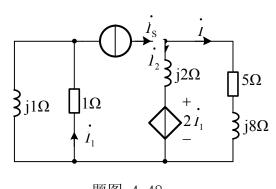
4. 48 题图 4. 48 所示正弦稳态电路,已知 $I_s=5 \angle 0^\circ$...,试求电流有效值相量 I。解 如题图 4. 48 所示,由 KCL、KVL 有,

$$\dot{I}_{\rm s} = \dot{I} + \dot{I}_{\rm 2}$$

$$(5+j8)i-4i_1-j2\times i_2=0$$

$$\dot{I}_1 + \frac{1}{\dot{j}} = \dot{I}_s$$

解得:
$$I = -\frac{1}{5}I_s = 2\angle 0^\circ$$



题图 4.48

- 4.49 略
- 4.50 略