

文章编号:1001-9081(2005)01-0206-04

火力优化分配问题的小生境遗传蚂蚁算法

陈云飞,刘玉树,范洁,赵基海

(北京理工大学 信息科学技术学院 计算机科学工程系,北京 100081)

(cyf_990@bit.edu.cn)

摘要:火力分配问题是 NP 难题,经典的求解算法存在指数级的时间复杂度。文中提出一种小生境遗传算法与蚁群优化算法相结合的小生境遗传蚂蚁算法,并针对具体问题提出蚂蚁搜索的禁忌规则。对该算法进行了实验,并将实验结果与其他算法进行比较分析,分析结果表明:新算法无论是在优化性能还是在时间性能都取得了非常好的效果。文中算法对其他的 NP 问题同样适用。

关键词:小生境遗传算法;蚁群优化算法;火力分配问题

中图分类号: TP391.9; TP301.6 **文献标识码:** A

Niche-based genetic & ant colony optimization algorithm
for generalized assignment problem

CHEN Yun-fei, LIU Yu-shu, FAN Jie, ZHAO Ji-hai

(Department of Computer Science and Engineering,

School of Information Science and Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: Weapon-Target Assignment problem (WTA) is NP hard. Classical methods for solving such problems are based on graph search approaches and usually result in exponential computational complexities. A novel Niche Genetic & Ant Colony Optimization (NGACO) algorithm based on the combination of niche-based genetic algorithm and ant colony optimization algorithm was proposed. Moreover, an intensive study of how to use this algorithm in WTA was made. Some experiments were made. Experiment results were compared with those obtained using other classical optimization algorithm. The results demonstrated that NGACO is an effective and efficient algorithm, and is viable for other NP-hard problem.

Key words: niching genetic; ant colony optimization; Weapon-Target assignment problem

0 引言

射击单位与目标的合理分配是炮兵及防空兵计划火力的重要内容,指在一定的准则条件下为更好地打击目标而对射击单位进行的任务分配。火力分配问题在本质上属于数学规划中的非线性整数规划问题,是一种 NP 难题^[1]。到目标为止已经提出了很多方法用于解决这一类问题。经典的方法大多是基于图的搜索,往往会产生指数级的时间复杂度^[2-5]。近年来,将多种启发式智能算法(如:模拟退火、遗传算法、蚂蚁算法、免疫算法等)进行交叉、融合生成新的优化性能更好的复合算法引起了越来越多学者的兴趣与关注^[6-11]。在诸多复合算法中,将遗传算法和蚁群优化算法相结合是其中的一个热点。遗传算法搜索使用目标函数启发,算法的求解速度快,但对系统中反馈信息利用不够,求精解效率低;而蚁群优化算法具有正反馈性、求精解效率高的特点,但由于初期信息素匮乏,求解速度慢,因此将两者相结合,能够实现优势互补,求得优化性能和时间性能上的双赢^[8]。文献[8]将简单遗传算法(Simple Genetic Algorithm, SGA)和最大最小蚂蚁(max-min ant system)算法相结合提出了 GAAA 算法。文献[10]将简单遗传算法和改进的合作蚁群优化(Cooperative Ant Colony Optimization, CACO)算法结合作为两层嵌套的循环,外层循环采用简单遗传算法将任务分配给主体,内层循环采用 CACO 算法获取优化分配方案。文献[11]将简单遗传算

法和蚂蚁网(AntNet)算法相结合,提出遗传蚂蚁路径算法(Genetic Ant Routing Algorithm, GARA)。但上述算法都是将简单遗传算法和蚁群优化算法相结合,存在以点不足:

(1) 简单遗传算法在进化代数不够大或初始种群选取覆盖空间不足的情况下,种群多样性差,容易陷入局部最优,蚁群优化算法在此基础上搜索,算法的全局收敛性不能得到保证。而增大简单遗传算法的进化代数以牺牲算法运行时间为代价,复合算法的时间优势又难以体现。

(2) 简单遗传算法只能得到目标函数的一个解。当最优解附近区域解的分布较为陡峭,个体的适应值跨度较大,靠近最优解的个体的适应值可能很差,这样即使种群中出现了最优区域中的个体,这些个体也可能因适应值较差而遭淘汰,使后期算法失去进一步在该区域搜索的机会,从而错过最优解。

本文提出一种求解火力分配问题的小生境遗传蚂蚁(Niche genetic & ant colony optimization algorithm, NGACO)算法。算法的前期采用小生境遗传算法,利用其快速、全局收敛,搜索到目标函数的多个峰值等特性,生成火力单位和目标的初始多个分配方案;算法后期采用蚁群优化算法,在前期算法的基础上利用蚁群优化算法的并行、正反馈,求精解效率高等特性,求得最优分配方案。

1 火力分配问题的数学模型

火力分配的任务就在于发挥诸火力单位的整体综合优

收稿日期:2004-07-02;修订日期:2004-12-15 基金项目:国家部委预研项目

作者简介:陈云飞(1977-),男,安徽滁州人,博士研究生,主要研究方向:人工智能、数据挖掘;刘玉树(1941-),男,山东人,博士生导师,主要研究方向:辅助决策、人工智能。

势,寻求在确定的约束条件下,总的射击效果最好的分配方案。在考虑这一问题时,有四个基本要素:火力单位特性、目标单位特性、最优准则(火力打击任务要求)、射击条件。将上述各要素进行不同组合,构成了多种多样的复杂的最优火力分配问题,经过合理地抽象后,总可以表示为一个数学规划问题。

以 I 表示目标集 ($I = \{i | i = 1, 2, \dots, n\}$), J 表示火力单位集 ($J = \{j | j = 1, 2, \dots, m\}$), 已知各个目标特性和火力单位的特性,且有 $m \geq n$ (当目标数多于火力单位数时,即 $m < n$, 可以按目标的威胁度分批选取前 m 个威胁度大的目标作为火力分配的对象,逐次处理完所有目标)。

当以“最大程度地毁伤目标”为火力分配的最优准则时,目标分配问题的优化模型为:

$$\max S = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \alpha_j p_{ij} x_{ij} \quad (1)$$

x_{ij} 为决策变量,当第 i 个火力单位射击第 j 个目标时, $x_{ij} = 1$, 否则, $x_{ij} = 0$ 。

α_j 为第 j 个目标的价值系数, p_{ij} 为第 i 个火力单位对第 j 个目标射击的毁伤概率。

$$\text{s. t.} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \leq g_i \quad (3)$$

约束(2)表示某一时刻第 i 个火力单元只能向一个目标射击,约束(3)表示某一时刻对第 j 个目标射击的火力单位数不得超过 g_i 。

2 火力分配问题的 NGACO 算法设计

2.1 NGACO 中小生境遗传算法设计

小生境遗传算法具有良好的全局收敛性,它通过维护群体中小规模低适应度物种生存,保持了物种多样性,使群体向优质个体分布良好的方向进化,避免进化过程中出现过早收敛和陷入局部最优,且群体多样性与进化代数无关,适合与蚁群优化算法结合;而且小生境遗传算法能够在算法的一次搜索过程中得到目标函数多个极值点,因而最终搜索到的优化点不只在目标函数的一个峰值上,而是在多个峰上都有分布,后期算法在此基础上寻优,既提高了搜索效率又能保证全局收敛性。

基于共享机制的小生境遗传算法通过引入共享函数来确定群体中个体之间的物种相似度,对群体中聚集成小块的个体可以通过施加共享函数进行惩罚,使其适应值减小,从而维护群体中小规模低适应度物种生存。当个体间的关系比较密切时,共享函数值较大,反之,共享函数值较小。共享函数 $sh(X, Y)$ 为:

$$sh(X, Y) = \begin{cases} 1 - (d(X, Y)/d_{share})^\alpha, & d(X, Y) < d_{share} \\ 0, & d(X, Y) \geq d_{share} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $d(X, Y)$ 为任意两个不同个体 X 和 Y 之间的距离(欧式距离或海明距离等), d_{share} 为设定的距离参数。 α 为群体划分参数,通常是一个大小有限的正实数。

施加共享函数后个体的适应度称为共享适应度 $\delta(X)$

$$\delta(X) = \frac{s\delta(X)}{\sum_{i=1}^s sh(X, Y_i)} \quad (5)$$

式中: s 代表群体规模, X 为群体中的任意个体, Y_i 为群体中不同于 X 的其他任意个体, $\delta(X)$ 为施加共享函数前个体 X 的适应值。

NGACO 中的小生境遗传算法的实施流程如下:

Step 1: (初始化)

根据火力分配问题的特性,对初始种群和适应度函数进行合理设置。染色体的编码方式采用实数编码。第 t 代的第 i 个个体 x_i^t 的染色体串为 $a_i^1 a_i^2 \dots a_i^n$ 。其中 n 为染色体的串长对应于待分配的目标总数,基因位 a_i^k 代表分配给该目标的火力单位在火力单位集中的序号:

$$a_i^k = \begin{cases} 0, & \text{没有火力单位分配给第 } i \text{ 个目标} \\ k_i, & \text{第 } k_i \text{ 个火力单位分配给第 } i \text{ 个目标} \end{cases}$$

在解空间的可行域中随机产生 s 个个体 (s 为群体规模代表 s 种分配方案) 组成初始群体:

$$X_t = \{x_i^t | i = 1, 2, \dots, s\}$$

Step 2: (共享函数和联赛挑选算子)

在遗传算法运行后期,群体中所有个体的适应度都近似相等。这时如果采用单纯的按适应度比例挑选算子,物种内选择力度不够。联赛挑选算子具有自动进行适应度比例变换的功能,选择力度与个体间的相对适应度大小无关,尤其适合与共享机制联合。因此,本文采用联赛挑选算子选择个体进行繁衍。

根据每个个体的共享适应度 $\delta(X)$ 从 $x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^s$ 中随机挑选 S_i 个个体,并将其中共享适应度最高的个体保留到繁衍组。独立地重复上述过程 s 次以形成繁衍组:

$$x_i'^1, x_i'^2, \dots, x_i''^s$$

Step 3: (交叉算子)

按交叉概率从繁衍组中选择父体进行交叉,保留每对个体的两个交叉结果,从而形成群体:

$$x_i''^1, x_i''^2, \dots, x_i''^s$$

Step 4: (变异算子)

按变异概率对 $x_i''^1, x_i''^2, \dots, x_i''^s$ 进行变异扰动以形成下一代群体:

$$X_{t+1} = \{x_i^{t+1} | i = 1, 2, \dots, s\}$$

Step 5: 当前代数 t 达到最大循环次数 t_{max} 则结束循环,保留遗传算法的运算结果,否则 $t++$, 转向 Step 2。

Step 6: 将最终群体代入目标函数计算,求得目标函数的 r 个极值点。将这 r 个极值点所对应的染色体个体译码,得到 r 个火力单位和目标的分配方案,保留 r 个方案作为后期算法的输入。

2.2 NGACO 中的蚁群优化算法设置与衔接

蚁群优化算法是近年来刚刚出现的一种启发性智能搜索算法,是由意大利学者 M. Dorigo 等人对蚂蚁的觅食行为进行模拟后提出的^[12]。蚁群优化算法最早是用于解决 TSP 问题,通过蚂蚁在信息素激励下的随机搜索,寻求环游所有城市的最短路径。为了能将蚁群优化算法应用到火力分配问题中,本文把火力分配问题表示为一个二部图 $G = (V, U, E)$ 。 V 是 n 个点的集合,分别表示 n 个目标,对应于二部图一侧的 n 个节点。 U 是 m 个点的集合表示 m 个火力单位,对于二部图的另一侧 m 个节点。 E 是连接目标节点和火力单位节点的边 $E = \{e_{ij} | i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, m\}$ 。若某个目标 i 被分配给火力单位 j , 则目标 i 和火力单位 j 之间有边 e_{ij} 相连,否则无边。 τ_{ij} 是边 e_{ij} 上的迹,如果目标 i 和火力单位 j 之间无边,则 $\tau_{ij} = 0$ 。

二部图的多个边组成的一条可行路径,对应于火力分配问题中目标集和火力单位集的一种分配方案,求火力分配问题的最优解就是寻求二部图的一条最优路径。

NGACO 中的蚁群优化算法描述如下:

Step 1: 初始化

目标集和武器集之间信息素的初始分布由下式决定:

$$\tau_{ij}(t_0) = \tau_0 + \Delta\tau \quad (6)$$

$\tau_{ij}(t_0)$ 表示在初始时刻($t_0 = 0$)边 e_{ij} 上的迹, τ_0 是信息素常数,为一个较小的正实数。 $\Delta\tau$ 由下式给定:

$$\Delta\tau = \sum_{k=1}^r \Delta\tau_{ij}^k \quad (7)$$

$\Delta\tau_{ij}^k$ 表示第 k 条路径中边 e_{ij} 上的迹, r 为小生境遗传算法输出的优化解的个数,对应初始 r 条路径。

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} Qp_{ij}, & \text{目标 } i \text{ 和武器 } j \text{ 之间有边} \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (8)$$

Q 为调整系数。

初始化将 m 个蚂蚁均匀地随机置于武器集的 m 个节点上。

Step 2: 节点选择策略

任一蚂蚁 k 按下式选择目标节点 j :

$$j = \begin{cases} \arg \max [\tau_{ij}(t) \eta_{ij}^\beta], & q \leq q_0, i = \text{allowed}_k(t) \\ s, & \text{其他} \end{cases} \quad (9)$$

q_0 是预先设定的阈值参数, $q_0 = 0.9$, q 是均匀分布在 $(0, 1)$ 内的一个随机数;

allowed_k^i 是当前 t 时刻对第 k 只蚂蚁而言还没有被分配的所有可用武器的集合;

$\tau_{ij}(t)$ 是 t 时刻第 i 个目标和第 j 件武器之间的迹;

η_{ij} 是与问题相关的启发信息; β 是参数,代表启发信息的重要程度。在火力分配问题之中, η_{ij} 的数学模型根据不同的最优准则给定,以“最大程度地毁伤目标”为例,其数学模型为第 j 件武器对第 i 个目标的毁伤概率 p_{ij} 与第 i 个目标的价值 π_i 之积;

$$\eta_{ij} = p_{ij} \times \pi_i \quad (10)$$

S 是在 $\text{allowed}_k(t)$ 集合中的某一件武器的序号, S 的取值由以下概率决定:

$$P_s^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{is}(t) \eta_{is}^\beta}{\sum_{s \in \text{allowed}_k(t)} \tau_{is}(t) \eta_{is}^\beta}, & s \in \text{allowed}_k(t) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (11)$$

Step 3: 信息素局部更新

每只蚂蚁选择好目标节点之后,就应用联机信息迹更新规则 (online pheromone update) 局部更新边 e_{ij} 上的迹。

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \psi) \tau_{ij}(t) + \psi \Delta\tau \quad (12)$$

式中, $0 < \psi \leq 1$ 是一个常数。

Step 4: 局部循环

所有蚂蚁都选择好各自目标节点并局部更新信息迹之后,设置蚂蚁的禁忌表(若目标点已被分配的武器数达到最大可分配武器数限制,则将该节点置于蚂蚁禁忌体)。蚂蚁随机移动至下一个未分配武器节点,转向 Step2; 若所有武器节点都已遍历完,则 Step 5。

Step 5: 信息素全局更新

所有蚂蚁都遍历完所有武器节点后,就建了 m 个解,将这

m 个解代入目标函数计算局部最优解,并将最优的一个解 F^{elite} 保留。应用脱机信息迹更新规则 (offline pheromone trail update) 全局更新所有边上的迹,脱机信息迹更新规则如下:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) \tau_{ij}(t) + \rho \tau_{ij}(t) \quad (13)$$

$0 < \rho \leq 1$ 是参数控制信息迹的衰减过程, $\tau_{ij}(t) = \frac{1}{F^{\text{elite}}}$ 。

2.3 蚂蚁搜索的禁忌规则

本文将火力分配问题近似化为二部图,通过蚂蚁在二部图上搜索最优路径来寻求分配问题的最优解。由于分配问题的特殊性,对蚁群优化算法进行改进,提出火力分配问题的蚂蚁搜索禁忌规则:

(1) 蚂蚁建立路径是基于一定约束的。路径的两端节点必须分属不同集合,同一集合的节点间不能建立路径。

(2) 当蚂蚁从未被分配的武器点移向目标点时,可以移向尚未分配武器的目标点,也可以移向已经分配了武器的目标点,但不允许移向已达到“最大可分配武器数”限制的目标点。

(3) 当从目标点移向武器节点时,若该目标点已被分配的武器数尚未达到最大可分配武器数限制,允许蚂蚁移向武器点;否则将该节点置于蚂蚁禁忌体中,不再参与搜索。

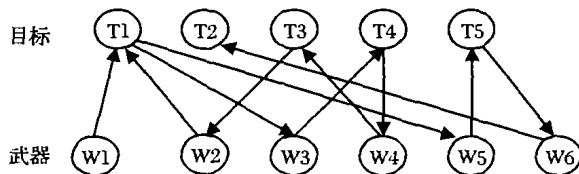


图1 蚂蚁禁忌搜索图

如图1所示为蚂蚁的一条可行路径: $W1 \rightarrow T1 \rightarrow W3 \rightarrow T4 \rightarrow W4 \rightarrow T3 \rightarrow W2 \rightarrow T1 \rightarrow W5 \rightarrow T5 \rightarrow W6 \rightarrow T2$; $W_n (n = 1, 2, 3, 4, 5, 6)$ 表示武器节点, $T_m (m = 1, 2, 3, 4, 5)$ 表示目标节点。

3 实验结果

为了测试算法的性能,我们以野战地域炮兵作战火力优

表1 6个火力单位对6个不同目标的火力分配最优适应度值和组内适应度均值

算法过程	迭代次数	适应度最佳值	组内数据均值	算法过程	迭代次数	适应度最佳值	组内数据均值
初始化	0	9.88	8.76				
小生境遗传算法	1	12.61	9.98	小生境遗传算法	11	14.84	13.42
	2	12.61	10.39		12	14.84	14.00
	3	12.61	11.67		13	14.84	14.11
	4	12.61	12.16		14	14.84	14.48
	5	12.61	12.25		15	14.84	14.35
	6	12.61	12.25		16	15.52	14.48
	7	14.76	12.46		17	14.84	14.55
	8	14.76	12.54		18	15.52	14.42
	9	14.76	12.75		19	14.84	14.79
	10	14.76	13.10		20	14.84	14.66
算法过程	迭代次数	适应度最佳值	组内数据均值	算法过程	迭代次数	适应度最佳值	组内数据均值
蚁群优化算法	21	16.93	15.87	蚁群优化算法	26	20.66	19.83
	22	18.51	16.53		27	21.52	20.37
	23	18.51	17.92		28	23.12	21.76
	24	19.22	18.48		29	23.12	22.75
	25	20.14	19.04		30	23.12	23.12

化分配为研究对象进行了实验,假定炮兵兵力为某一自行榴炮营,下辖3个连,每连2个排,以排为一个基本火力单元,共6个火力单元;营一次对6个目标进行射击,这6个目标的重要程度和一个火力单元对其一次射击的毁伤概率各不相同。算法中遗传算法的迭代次数设为20代,交叉概率 $p_{cross} = 0.6$,变异概率 $p_{mutation} = 0.01$,蚂蚁算法中各路径信息迹初值 τ_0 设为60,迹更新参数 $\rho = 0.1, \psi = 0.1$,迭代次数10代。在P4 1.7G/256M微机上运行50次独立实验的平均结果如表1。

最后的实验结果是:第1个火力单元分配给2号目标,第2个火力单元分配给5号目标,第3个火力单元分配给3号目标,第4个火力单元分配给1号目标,第5个火力单元分配给6号目标,第6个火力单元分配给4号目标。

从图2可以看出该算法的逼近过程。由图可见,整体上适应度是不断增加的。小生境遗传算法的最优适应度值呈现阶梯状上升,每次阶跃的原因都在于:在染色体中采用交叉和变异算子产生了新的适应度更高的个体。但小生境遗传算法的适应度均值曲线却呈现与最优适应度不同的连续梯度曲线,这是由于选择和复制算法的作用,使得优质个体得以繁殖,劣质个体被淘汰,实现“优胜劣汰”。还可以看出,在遗传算法的最后,适应度曲线基本不再增长,而且呈现小范围振荡趋势。此时采用蚂蚁算法作为此后继处理阶段,适应度值得到较大提高,最优适应度最终提高的一个峰值不再增长,这是

由于信息迹的作用,使得最终所有的蚂蚁都对任务和目标进行了同样的分配,因此,组内适应度均值也达到了同一峰值。

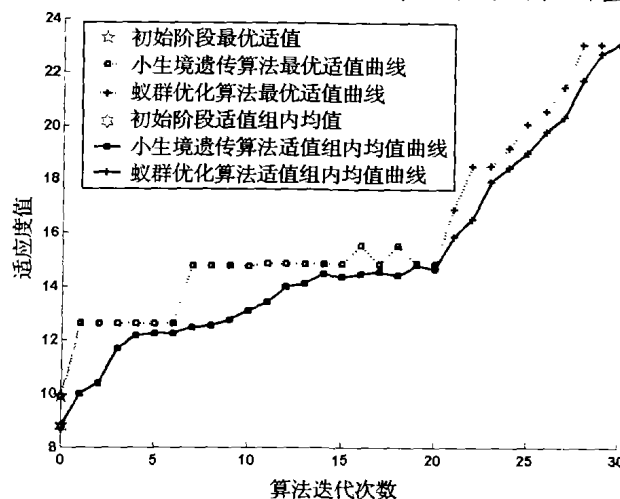


图2 NGACO算法的适应度逼近过程

我们还将新算法与其他优化方法:简单遗传算法与蚂蚁算法相结合(Simple genetic & Ant algorithm, GAAA)^[7],免疫算法与简单遗传算法相结合(Immunity system & Simple genetic, ISGA)^[4],模拟退火算法(Simulated annealing, SA)进行了比较分析,如表2。

表2 四种算法的优化性能和时间性能比较

算法名称	50个火力单元\50个目标	80个火力单元\80个目标	100个火力单元\80个目标	120个火力单元\100个目标
ISGA	233.5687 (36.6715)	330.4211 (52.9217)	298.2112 (70.4279)	453.9423 (90.6799)
GAAA	256.4231 (30.8734)	354.6897 (49.4325)	300.5461 (68.0139)	469.3258 (84.8865)
SA	177.6511 (40.8541)	267.8234 (63.8137)	229.6532 (76.6479)	399.5742 (115.5234)
NGACO	281.7532 (5.6347)	420.5621 (9.8912)	368.2541 (10.3867)	489.6584 (14.5689)

实验条件同上,表中数据为目标函数最优值,括号中数据表示各算法运行时间,由表中可以看出,新算法明显要优于其他3种算法,是一种求精解效率高,时间性能好的算法。

4 结语

本文提出了一种蚂蚁算法和小生境遗传算法相结合的求解火力分配问题的优化算法 NGACO。它由两部分组成,算法的前期采用小生境遗传算法,利用其快速、全局收敛,搜索到目标函数的多个峰值等特性,生成目标和武器的初始多个分配方案;算法后期采用蚁群优化算法,在前期算法的基础上利用蚁群优化算法的并行,正反馈,求精解效率高特性,对初始分配进一步求精,最终求得最优分配。对如何应用 NGACO 算法求解火力分配问题进行了探讨,并提出了改进的蚂蚁搜索禁忌规则。对该算法进行了实验,并将实验结果与其他算法进行的比较,分析表明 NGACO 算法无论是在优化性能还是在时间性能都取得了非常好的效果,是一种很好的优化算法。本文算法对其他的 NP 问题同样适用。

参考文献:

- [1] LLOYD SP, WITTENHAUSEN HS. Weapons allocation is NP-complete[A]. Proc. of the 1986 Summer Conference on Simulation[C]. Reno: NV, 1986.
- [2] DENBROADER GG, ELLISON JRE, EMERLING L. On optimum target assignments[J]. Operations Research, 1958, (7): 322 - 326.
- [3] DAY RH. Allocating weapons to target complexes by means of nonlinear programming[J]. Operations Research, 1966, (14): 992 - 1013.
- [4] KATTER JD. A solution of the multi-weapon, multi-target assignment problem[R]. MITRE. Working paper 26957, 1986.
- [5] MURPHEY RA. Target-based weapon target assignment problems [A]. Nonlinear Assignment Problems: Algorithms and Applications [C]. PARDALOS PM, PITSOULIS LS. ed. Kluwer Academic Publishers, 1999. 39 - 53.
- [6] LEE Z-J, LEE C-Y, SU S-F. An immunity-based ant colony optimization algorithm for solving weapon-target assignment problem[J]. Applied Soft Computing Journal. 2002, 2(1): 39 - 47.
- [7] YANG J-G, LI B-Z, XIANG Q. Immune genetic algorithm for optimal design[J]. Journal of Dong Hua University (English Edition), 2002, 19(4): 16 - 19.
- [8] 丁建立,陈增强,等.遗传算法和蚂蚁算法的融合[J]. 北京: 计算机研究与发展, 2003, 40(9): 1351 - 1356.
- [9] WACHOLDER E. A neural network-based optimization algorithm for the static weapon-target assignment problem[J]. ORSA Journal on Computing, 1989, (4): 232 - 246.
- [10] LI M, WANG H, LI P. Tasks Mapping in Multi-core based system: hybrid ACO&GA Approach[DB/OL]. <http://ieeexplore.ieee.org/iel5/8985/28526/01277556.pdf>, 2003-10-21/2004-03-16.
- [11] CHENG X, HOU Y-B. A study of genetic ant routing algorithm [DB/OL]. <http://ieeexplore.ieee.org/Xplore/Toclogin.jsp?url=/iel5/8907/28159/01259839.pdf>, 2003-11-05/2004-03-16.
- [12] DORIGO M, MANIEZZO V, COLONI A. The Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B, 1996, 26(1): 29 - 41.