

## 基于遗传算法的多目标问题求解方法

游进军<sup>1</sup>, 纪昌明<sup>2</sup>, 付湘<sup>2</sup>

(1. 中国水利水电科学研究院 水资源研究所, 北京 100044; 2. 武汉大学 水利水电学院, 湖北 武汉 430072)

**摘要:** 寻求非劣解集是多目标决策的基本手段。已有成熟的非劣解生成技术本质上都是以标量优化的手段通过多次计算得到非劣解集。目前遗传算法在多目标问题中的应用方法多数是根据决策偏好信息, 先将多目标问题标量化处理为单目标问题后再以遗传算法求解, 仍然没有脱离传统的多目标问题分步解决的方式。在没有偏好信息条件下直接使用遗传算法推求多目标问题的非劣解集的研究尚不多见。

**关键字:** 多目标规划; 遗传算法; 优化技术; 水库调度

**中图分类号:** TV697 **文献标识码:** A

遗传算法(Genetic Algorithm, GA)是一种以随机理论为基础的模仿生物进化的搜索方法。近年来, 遗传算法在各个科学领域得到广泛运用, 在求解一些复杂优化问题已显示出强大能力, 具有广泛的适应性。国内已经有学者在不同领域研究了遗传算法在多目标问题中的应用<sup>[1-3]</sup>。国内学者在水库优化调度领域应用遗传算法也取得了一些成果<sup>[4-6]</sup>。对于水库多目标优化调度的遗传算法求解也有学者作了尝试<sup>[7]</sup>。本文根据遗传算法每代均产生大量可行解和隐含的并行性这一特点, 设计了一种基于排序的表现矩阵测度可行解对所有目标总体表现好坏的向量比较方法, 并通过在个体适应度定标中引入该方法, 控制优解替换和保持种群多样性, 采用自适应变化的方式确定交叉和变异概率, 设计了多目标遗传算法(Multi Objective Genetic Algorithm, MOGA)。该算法通过一次计算就可以得到问题的非劣解集, 简化了多目标问题的优化求解步骤。

## 1 多目标遗传算法的思路和步骤

**1.1 设计思路** 多目标问题中在没有给出决策偏好信息的前提下, 难以直接衡量解的优劣, 这是遗传算法应用到多目标问题中的最大困难。根据遗传算法中每一代都有大量的可行解产生这一特点, 我们考虑通过可行解之间相互比较淘汰劣解的办法来达到最后对非劣解集的逼近。

考虑一个  $n$  维的多目标规划问题, 且均为目标函数最大化, 其劣解可以定义为:

$$f_i(x^*) \leq f_i(x_t) \quad i=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

且式(1)至少对一个  $i$  取 “ $<$ ”。即至少劣于一个可行解的  $x$  必为劣解<sup>[8]</sup>。

对于遗传算法中产生大量的可行解, 我们考虑对同一代中的个体基于目标函数相互比较, 淘汰掉确定的劣解, 并以生成的新解予以替换。经过数量足够大的种群一定次数的进化计算, 可以得到一个接近非劣解集前沿面的解集, 在一定精度要求下, 可以近似的将其作为非劣解集。

收稿日期: 2002-06-26

基金项目: 国家自然科学基金重大项目(50099624); 湖北省自然科学基金项目(2001ABB042); 国家自然科学基金青年基金项目(50209011)

作者简介：游进军(1977-)，男，四川成都人，博士研究生，从事水文学及水资源方面研究。

个体的适应度计算方法确定后，为保证能得到非劣解集，算法设计中必须处理好以下问题：(1)保持种群的多样性及进化方向的控制。算法要求出的是一组不同的非劣解，所以计算中要防止种群收敛到某一个解。与一般遗传算法进化到后期时种群接近收敛不同，多目标遗传算法中要求都要保持解的多样性以适应对已得到的优解(也就是最后非劣解集的备选集)能再进行更新。(2)优解的选择替换。算法必须能选出表现更好的解，并避免由于优解的替换不当使得解集收敛于同一个方向，并使得解集的分布具有一定程度的均匀性。从上述思路出发，本文在多目标遗传算法中使用了针对多目标的个体适应度确定方法，对交叉和变异概率依据种群和进化代数进行自适应调整，并控制种群个体并行向非劣解集前沿面逼近。

## 1.2 算法步骤

**1.2.1 适应度确定** 个体适应度是通过个体间的相互比较得到，使综合表现优良的个体获得较大适应度。算法中个体采用实数编码，只需知道各目标函数的优劣衡量标准(越大越优，越小越优或中心最优)即可将个体对目标表现优劣排序。将种群所有个体对各目标表现排序就能得到表 1 列出的表现矩阵：表中，Obj (i) (i=1, ..., n) 为目标函数，n 为目标个数；N 为个体总数，即可行解的数量。针对每一个目标 i，所有个体都会依据对该目标的函数值优劣生成一个可行解的排序序列  $\vec{X}_i$ 。对每个目标都排序后，可以得到个体对全部目标函数的总体表现。根据个体的排序计算其适应度，即：

表 1 基于目标函数的表现矩阵

目标	排序				表现序列
	1	2	.....	N	
Obj (1)	$X_{11}$	$X_{12}$	.....	$X_{1N}$	$\vec{X}_1$
Obj (2)	$X_{21}$	$X_{22}$	.....	$X_{2N}$	$\vec{X}_2$
.....	.....	.....	.....	.....	.....
Obj (n)	$X_{n1}$	$X_{n2}$	.....	$X_{nN}$	$\vec{X}_n$

该目标的函数值优劣生成一个可行解的排序序列  $\vec{X}_i$ 。对每个目标都排序后，可以得到个体对全部目标函数的总体表现。根据个体的排序计算其适应度，即：

$$E_i(X_j) = \begin{cases} (N - R_i(X_j))^2 & R_i(X_j) > 1 \\ kN^2 & R_i(X_j) = 1 \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

$$E(X_j) = \sum_{i=1}^n E_i(X_j) \quad j = 1, 2, \dots, n$$

式中：n 为目标函数总数；N 为个体总数； $X_j$  为种群的第 j 个个体； $R_i$  为其在种群所有个体中对目标 i 的优劣排序后所得的序号； $E_i(X_j)$  表示  $X_j$  对目标 i 所得的适应度， $E(X_j)$  为  $X_j$  对全部目标所得的综合适应度；k 为(1, 2)区间的常数，用于加大个体的函数值表现最优时的适应度。由上式可以看出，对于总体表现较优的个体能得到更大的适应度，获得更多的参与进化的机会。个体选择采用轮盘赌方式，适应度大的个体也即是总体表现好的个体有更大几率进入下一代。

**1.2.2  $P_c$ 和  $P_m$ 的自适应计算** 选择、交叉、变异均按一般遗传算法方式进行。交叉概率和变异概率以自适应的方式选定，即通过个体本身适应度大小和种群整体性能的比较确定其交叉和变异的概率。其计算公式如下<sup>[9]</sup>：

$$P_c = \begin{cases} \frac{k_1(f_{\max} - f')}{(f_{\max} - f_{\text{avg}})} & f' \geq f_{\text{avg}} \\ k_2 & f' < f_{\text{avg}} \end{cases} \quad (3)$$

$$P_m = \begin{cases} \frac{k_3(f_{\max} - f)}{(f_{\max} - f_{\text{avg}})} & f \geq f_{\text{avg}} \\ k_4 & f < f_{\text{avg}} \end{cases} \quad (4)$$

式中： $f_{\max}$  为群体中最大的适应度值； $f_{\text{avg}}$  为群体的平均适应度值； $f'$  为可能进行交叉的 2 个个体中较大的适应度值； $f$  为进行变异的个体的适应度值； $k_1, k_2, k_3, k_4 \in [0, 1]$

通过该公式实际上反映了同一代种群中不同个体的  $P_c$  和  $P_m$  与其适应度的线性函数关系。个体适应度小于种群平均值时，其  $P_c$  和  $P_m$  分别取固定值  $k_1, k_3$ ，一般计算中取  $k_1=k_2, k_3=k_4$ 。当其大于平均值而小于个体适应度越大则  $P_c, P_m$  越小，得到保存的机会也越大，反之则相反。其关系如图 1 所示。由图中可以看出，当适应度低于平均适应度时，说明该个体是表现较差的个体，对它就采用较大的交叉率和变异率；如果适应度高于平均适应度，说明该个体性能优良，对它就根据其适应度值取相应的交叉率和变异率。而交叉概率和变异概率的取值的上限为  $k_1, k_3$ ，这样进化的稳定性也得到了保证。这种自适应调整是针对计算中同一代种群中不同个体对  $P_c$  和  $P_m$  取值的自适应选取。

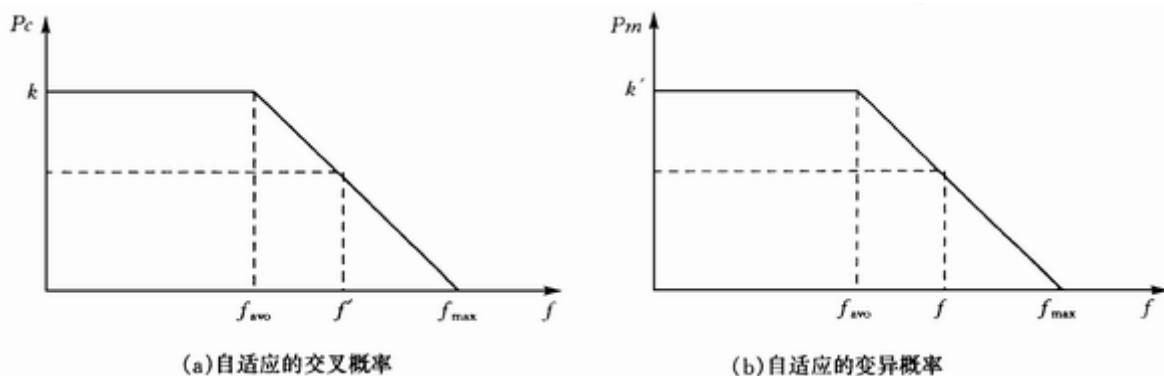


图 1 交叉概率、变异概率的自适应确定

$k_1$  和  $k_3$  初始值可以在 0~1 间任意给定， $k_1$  的范围一般取 (0.5~0.8)， $k_3$  取 (0.05~0.2)。随着进化代数的增加，调整  $k$  系列的值，使得种群整体的变异能力增强，交叉能力减弱，有利于后期计算趋于稳定时新个体的产生。这样就实现了  $P_c$  和  $P_m$  在同一代不同个体间以及整个进化过程中微观和宏观的自适应调整。在进化稳定后， $k$  系列的不同取值对于最终结果影响不大。

**1.2.3 优解保存策略** 第一代进化产生的最好的  $n$  个解 ( $n$  为非劣解集个数) 作为现有非劣解集保存，其个数由多目标问题的特性和需要的非劣解数量要求确定，一般取为种群个体总数的 5%~15%。以后对于每一代进化所产生的的最好的一系列解与原有的非劣解集依据式 (1) 进行比较，用所产生的的更好的解代替原有的劣解。这样计算结束时所得到的就是算法中产生的最好的非劣解，从而构成非劣解集。

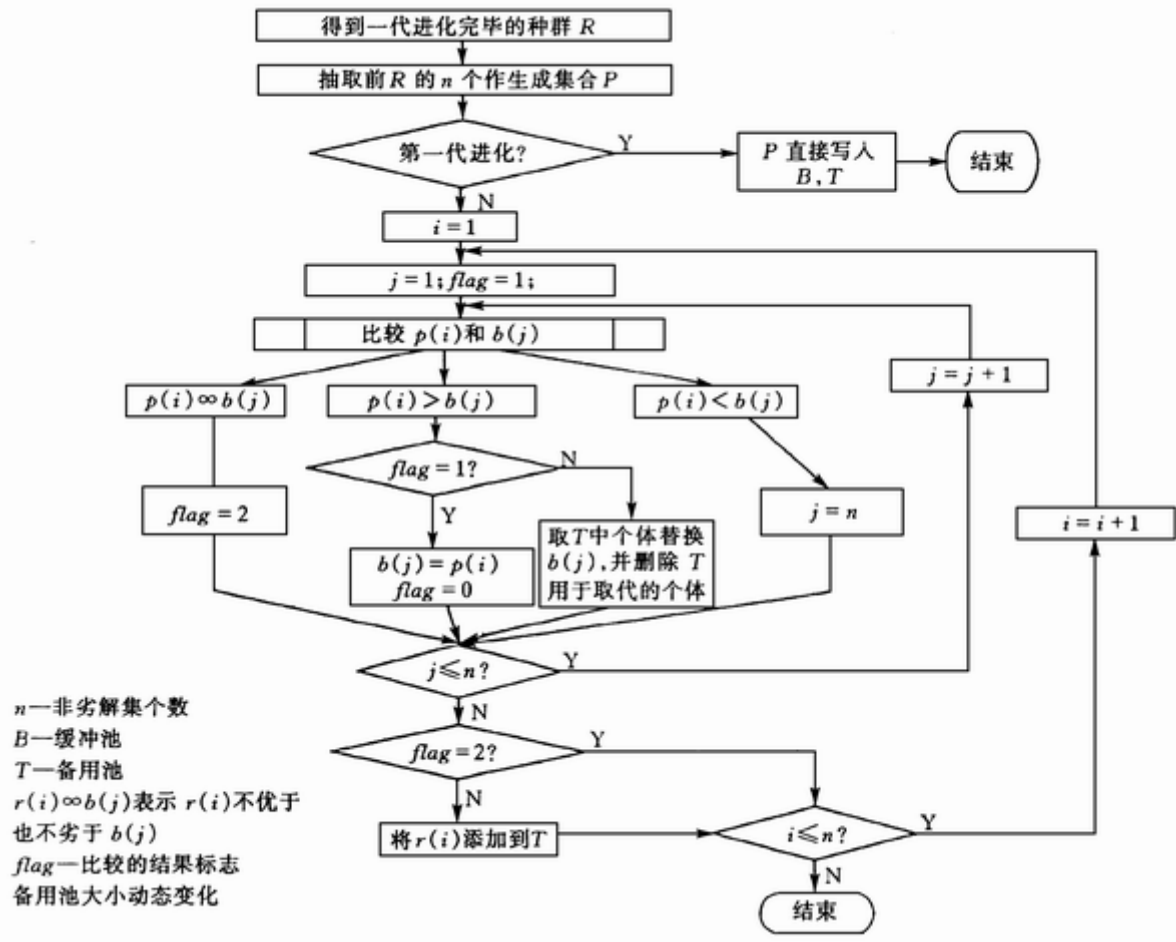


图 2 优良个体保存替换流程

算法中设计了一个非劣解集缓冲池,在第一代进化时,将表现最好的  $n$  个个体放入缓冲池,记为“原非劣解集” $B$ 。而后在每代进化完成时,都将该代所得到的表现最好的  $n$  个提取出,记为“新非劣解集” $P$ 。逐个比较  $P$  和  $B$  中的个体,进行优解替换。替换算法流程可参见图 2。

## 2 计算实例

对如下的双目标整数规划问题<sup>[10]</sup>:

$$\begin{aligned}
 \text{Max} \quad & Z_1(x) = 15x_1 + 15x_2 + 10x_3 \\
 \text{max} \quad & Z_2(x) = 16x_1 + 17.5x_2 + 20x_3 \\
 \text{st} = & \begin{cases} g_1(x) = x_1 + x_2 + x_3 \leq 30 \\ g_2(x) = x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 40 \\ g_3(x) = x_2 + 4x_3 \leq 60 \end{cases}
 \end{aligned} \tag{5}$$

应用多目标遗传算法,设定非劣解集个数为 13,种群数为 200,初始交叉概率  $P_c=0.6$ ,变异概率  $P_m=0.1$ ,进化 200 代后求得其非劣解集(表 2),与多目标单纯形法求解结果一致。

表 2 算例的非劣解集

X1	X2	X3	Z1	Z2	X1	X2	X3	Z1	Z2
20	10	0	450	495	13	10	7	415	523
19	10	1	445	499	12	10	8	410	527
18	10	2	440	503	12	9	9	405	529.5
17	10	3	435	507	10	10	10	400	535
17	9	4	430	509.5	9	10	11	395	539
17	8	5	425	512	9	9	12	390	541.5
15	9	6	420	517.5					

### 3 水库多目标优化调度应用

F 水库是一个以发电为主,兼有供水、防洪、航运等综合利用的水利枢纽。水库死水位 170m(相应库容 3 亿  $\text{m}^3$ ),正常蓄水位 205m(相应库容 13.9 亿  $\text{m}^3$ ),汛限水位 198.5m(相应库容 11.13 亿  $\text{m}^3$ ),总装机  $4 \times 10$  万 kW,保证出力 9.8 万 kW。供水为从水库上游引水,保证供水量为  $7.5 \times 10.6 \text{m}^3/\text{月}$ ,最大供水量为  $6 \times 10.7 \text{m}^3/\text{月}$ 。建立满足约束条件要求下使水库发电量和供水最大化的中长期调度模型如下。

目标函数:

$$\max \{E(\vec{q}, \vec{Q}), F(\vec{q}, \vec{Q}_g)\} \quad (6)$$

式中:  $E(\vec{q}, \vec{Q}) = \sum_{n=1}^N E_n(q_n, Q_n)$  为发电目标函数;  $F(\vec{q}, \vec{Q}_g) = \sum_{n=1}^N F_n(q_n, Q_{gn})$  为供水目标函数;  $q_n$ 、 $Q_n$

和  $Q_{gn}$  分别为第  $n$  时段水库入库流量、下泄流量和供水流量(均为均值);  $W_n$  和  $F_n$  分别为第  $n$  时段的发电量和供水量。

主要约束条件:

(1) 水位约束:

$$Z_{\min}(n) \leq Z_n \leq Z_{\max}(n)$$

$Z_{\min}(n)$ 、 $Z_{\max}(n)$  为水位取值下限(死水位)和上限(非汛期为正常蓄水位,汛期为汛限水位);

(2) 下泄流量约束:

$$q_{\text{out}}(n) \geq q_{\min}$$

$q_{\min}$  为各时段平均下泄流量最低值。

(3) 供水量限制:

$$W_{\min}(n) \leq W_g(n) \leq W_{\max}(n)$$

$W_{\min}(n)$ 、 $W_{\max}(n)$  为时段最低供水量(保证供水量)、最大供水量。

(4) 水电站出力限制:

$N_{\min} \quad N \quad N_{\max}$ 

$N_{\min}$ 、 $N_{\max}$  为电站保证出力、预想出力。

计算中根据水文分析处理后的典型年入库流量资料(表 3)进行 1 年的模拟计算,起调水位为 190m。

表 3 计算所用入库流量资料 (单位:  $\text{m}^3/\text{s}$ )

4 月	5 月	6 月上旬	6 月中旬	6 月下旬	7 月上旬	7 月中旬	7 月下旬	8 月上旬	8 月中旬
491	575	884	951	1289	1508	1266	908	679	712
8 月下旬	9 月上旬	9 月中旬	9 月下旬	10 月	11 月	12 月	1 月	2 月	3 月
692	542	433	380	316	305	247	217	348	366

计算中以水库时段平均水位值序列构造染色体,计算中对个体(库水位)的产生及变异采取可行范围内随机取值的办法。在单个个体的计算中,各时段平均水位确定,库容变化量可以求出。计算时首先满足保证出力和保证供水量,再对剩余水量在避免弃流前提下随机分配到供水部分和发电部分,由此确定发电流量和供水流量。保证出力和保证供水量得不到满足时进行惩罚。

由于个体中各基因(时段库水位)的产生是独立的,所以不一定能满足水量平衡的最低条件。可以利用供水和发电(下游用水)的最低要求限制对其进行检验:

$$V(t+1)-V(t) \quad W_{in}(t)-(W_{gmin}(t)+W_{xmin}(t)) \quad (7)$$

可由式(7)初步检验水库水位序列的合理性,排除不合最低要求的个体。式中的  $W_{gmin}(t)$  和  $W_{xmin}(t)$  分别是  $t$  时段供水和下泄水量应有的最小值,可以依据历史资料取供水和发电的最小值(或下游最低用水要求值)确定,保证水位序列的范围合理而且能包含优解存在的全体空间。

采用上述多目标遗传算法,取种群大小为 500,初始交叉概率 0.7,变异概率 0.1,非劣解集数量取为 10,进化 500 代后得到非劣解集结果如表 4,图 3 给出了 2 个目标间的非劣关系。

## 4 分析与结论

由上述应用可以看出,使用改进的遗传算法,相对以往的多目标求解方法,能更方便的生成非劣解集。多目标遗传算法与一般的遗传算法本质区别是对解的搜索方式不同。多目标遗传算法是要使整个种群同时向非劣解集的方向推进,而单目标遗传算法是力图使种群向一个单峰的最优

表 4 发电与供水非劣解集结果

方 案	年供水量 / $10^8 \text{m}^3$	年发电量 / $10^8 \text{kW} \cdot \text{h}$	最小月均 出力 / $10^4 \text{kW} \cdot \text{h}$
1	3.02	22.31	12.1
2	4.75	22.29	12.4
3	5.92	21.92	11.4
4	6.71	21.63	10.8
5	7.49	21.25	11.1
6	8.37	20.76	10.4
7	8.71	20.23	10.3
8	9.47	19.59	10.4
9	10.11	19.19	10.3
10	10.80	18.57	9.8

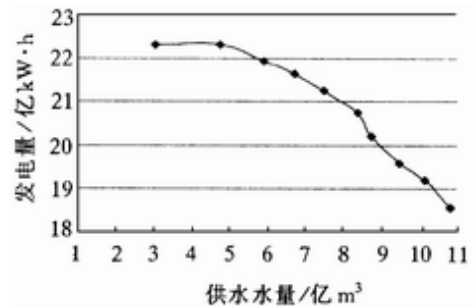


图 3 发电与供水非劣关系

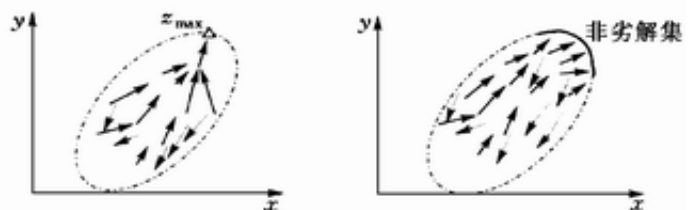


图 4 单目标遗传算法和多目标遗传算法的搜索方式

点聚集。图 4 展示了这 2 种不同的搜索方式。

与一般多目标决策方法相比,多目标遗传算法具有以下优点:(1)具备一般遗传算法优点,对目标函数本身的要求大大降低。(2)使用排序矩阵确定个体适应度,消除了不可公度目标之间的难以比较的问题,并且简单可行。(3)算法不需要引入权重系数或约束转化等步骤,直接可以得出近似的非劣解集,而且不需要人工干预,简化了多目标问题求解的复杂度。

此外,算法比较容易处理水库调度计算中的各种约束条件,能较好的应用于优化调度计算中。值得注意的是,由于算法的计算量较大,特别是随着问题的规模增加时,计算复杂性急剧增加。因此,算法的简化和增加对偏好信息的考虑有待作进一步研究。

#### 参考文献:

- [1] 吴新余,马敏肖.遗传算法在多目标规划中的应用[J].南京邮电学院学报,1996,2:22-25.
- [2] 谢敬东,王磊,唐国庆.遗传算法在多目标电网优化规划中的应用[J].电力系统自动化,1998,10:20-22.
- [3] 林焰,郝聚民,纪卓尚.基于模糊优选的多目标优化遗传算法[J].系统工程理论与实践,1999,12:31-37.
- [4] 马光文,王黎,沃尔特.水电站优化调度的FP遗传算法[J].成都科技大学学报,1996,1:1-4.
- [5] 马光文,王黎.遗传算法在水电站优化调度中的应用[J].水科学进展,1997,3:275-280.
- [6] 伍永刚,王定一.二倍体遗传算法求解梯级水电站日优化调度问题[J].水电能源科学,1999,3:31-34.
- [7] Robin Wardlaw,Mohd Sharif.Evaluation of Genetic Algorithms for Optimal Reservoir Resources[J].Journal of Water Resource Planning and Management,1999,125(1):25-33.
- [8] 冯尚友.多目标决策理论、方法与应用[M].武汉:华中理工大学出版社,1990.
- [9] 段玉清,贺家李.遗传算法及其改进[J].信息与控制,1997,(1):40-47.
- [10] 玄光男[日],程润伟.遗传算法与工程设计[M].北京:科学出版社,2000.