

# 蚁群算法在机械优化设计中的应用

李 智

(武汉工业学院 电气信息工程系, 湖北 武汉 430023)

**[摘 要]** 介绍了蚁群算法的原理、模型和算法实现过程, 并采用该算法对机械优化的一个实例: 对压缩圆柱螺旋弹簧的优化设计模型进行了优化设计, 优化计算结果表明, 基于蚁群算法的优化设计切实可行, 为复杂的机械优化设计提供了新的思路和方法。

**[关键词]** 人工智能; 蚁群算法; 优化设计; 螺旋弹簧

**[中图分类号]** TP183;TH12 **[文献标识码]** A **[文章编号]** 1003—188X(2004)04—0153—03

## 1 引言

人工蚂蚁算法, 是受到人们对自然界中真实的蚂蚁群体行为的研究成果的启发, 而提出的一种基于种群的模拟进化算法, 属于随机搜索算法的一种。最早由意大利学者 M.Dorigo 等人提出, 在充分利用蚂蚁群体搜索食物的过程和著名的旅行商问题 (TSP) 之间的相似性, 通过人工模拟蚂蚁搜索食物的过程来求解 TSP 问题, 获得了成功, 故称之为“人工蚁群算法”, 简称“蚁群算法”<sup>[1]</sup>。在随后的研究中, 又成功的将蚂蚁算法应用于二次分配问题<sup>[2]</sup>、job-shop 调度问题<sup>[3]</sup>、网络动态路由优化<sup>[4]</sup>、信带频率分配问题<sup>[5]</sup>等的求解。

蚁群算法是一种随机搜索算法, 与遗传算法、模拟退火算法等模拟进化算法一样, 通过候选解组成的群体在进化过程来寻求最优解<sup>[6]</sup>, 其具有以下特点:

(1) 较强的鲁棒性。对基本蚁群算法模型稍加修改, 即可应用于其它问题的求解。

(2) 分布式计算。蚁群算法是一种基于种群的算法, 具有并行性。

(3) 易于与其它的方法相结合。蚁群算法很容易与其它启发式算法相结合, 以改善算法的性能。

诸多研究表明, 蚁群算法具有很强的寻优能力, 不仅利用了正反馈原理, 在一定程度上加快了进程的速度, 而且是一种本质并行的算法, 使不同个体之间不断进行着信息交流和传递, 从而能够相互协作, 有利于发现较好的解。

## 2 蚁群算法

### 2.1 蚁群算法原理

**[收稿日期]** 2003-08-08

**[作者简介]** 李 智 (1964-), 男, 湖北武汉人, 副教授, 博士, 主要从事现代优化理论在机械设计中的研究与应用工作。

自然界蚂蚁的群体协作行为主要包括: 在没有任何外界指导信息的情况下, 蚂蚁群体总是能找到从食物源到巢穴的最短路径; 蚁群中个体从事不同的劳动, 群体可以很好地完成个体的劳动分工; 蚁群中死去蚂蚁的个体可以聚集在一起, 形成相对较大的坟墓。受这些蚂蚁群体行为的启迪, Dorigo 等人提出了几类不同的蚂蚁算法模型。其中对蚂蚁群体总是能找到从食物源到巢穴的最短路径, 这种情况而抽象建立的算法模型被称为蚂蚁系统。理论和实践上都证明, 这种算法模型对求解组合优化问题效果良好, 下面说明蚂蚁系统的生物原型—真实蚂蚁群体的工作原理<sup>[7]</sup>。

研究表明, 自然界蚂蚁寻找到从巢穴到食物源的最短路径, 是通过一种正反馈的机制实现的, 单个的蚂蚁在自己行走的路径下留下一一种挥发性的分泌物, 称之为信息激素 (pheromone)。后来的蚂蚁根据前进道路上的信息数量的多少选择前进的方向, 在经过一个长的过程后, 在较短的路径上蚂蚁留下的信息激素的量变得较大, 而蚂蚁越来越多的集中在信息激素量较大的路径上, 从而找到了一条最短的路径。

蚂蚁行为的实质是简单个体的自组织行为体现出来的群体行为, 每个蚂蚁行为对环境产生影响, 环境的改变进而对蚁群行为产生控制压力, 影响其他蚂蚁的行为。通过这种机制, 简单的蚂蚁个体可以相互影响, 相互协作, 完成一些复杂的任务。

自组织使得蚂蚁群体的行为趋向结构化, 其原因就是在于包含了一个反馈的过程, 也是蚂蚁算法的最重要的特征。正反馈是系统演化发展的原因, 这个过程利用了全局信息作为反馈, 通过对系统演化过程中较优解的自增强作用, 使得问题的解向着

全局最优的方向不断进化, 最终能有效地获得相对较优的解。

## 2.2 蚁群算法模型及其实现

Dorigo 等人提出的蚂蚁群体优化的元启发式规则, 较好地描述了蚁群算法的实现过程, 其过程可以表示为:

(1) 当没有达到结束条件时, 执行以下活动: 蚂蚁在一定的限制条件下寻找一条路径。

(2) 轨迹(即信息激素)浓度的挥发。

(3) 后台程序, 主要是完成单个蚂蚁无法完成的任务, 比如说根据全局信息对信息激素浓度进行更新。

(4) 达到条件, 结束。

由于最初的蚁群算法思想起源于离散的网络路径问题, 下面以一维搜索为例, 引申到  $n$  维空间的函数求解在函数优化问题中。

假定优化函数为

$$\min Z = f(x) \quad x \in [a, b]$$

转移概率准则: 设  $m$  个人工蚂蚁, 刚开始时位于区间  $[a, b]$  的  $m$  等分处, 蚂蚁的转移概率定义为

$$P_{ij} = \frac{\tau_j^\alpha \eta_{ij}^\beta}{\sum_{j=1}^m \tau_j^\alpha \eta_{ij}^\beta} \quad (1)$$

式中:  $P_{ij}$  表示蚂蚁从位置  $i$  转移到位置  $j$  的概率;  $\tau_j$  为蚂蚁  $j$  的邻域吸引强度;  $\eta_{ij}$  定义为  $f_i(x) - f_j(x)$ , 即目标函数差异值; 参数  $\alpha, \beta \in [1, 5]$ , 该范围的取值是一个经验值, 目前尚无理论上的依据。

强度更新方程为

$$\tau_j^{t+1} = \rho \tau_j^t + \sum_k \Delta \tau_j \quad (2)$$

$$\Delta \tau_j = Q / L_j \quad (3)$$

式中:  $\Delta \tau_j$  反映第  $j$  只蚂蚁在本次循环中吸引强度的增加;  $Q$  为正常数, 其范围  $0 < Q < 10000$ ;  $L_j$  表示本次循环中  $f(x)$  的增量, 定义为  $f(x+r) - f(x)$ ;  $0 \leq \rho \leq 1$ , 体现强度的持久性。于是, 函数  $f(x)$  的寻优就借助  $m$  个蚂蚁的不断移动来进行: 当  $\eta_{ij} \geq 0$  时, 蚂蚁  $i$  按概率  $P_{ij}$  从其邻域  $i$  移至蚂蚁  $j$  的邻域; 当  $\eta_{ij} \leq 0$  时, 蚂蚁  $i$  做邻域搜索(搜索半径或步长为  $r$ ), 即每个蚂蚁要么转移至其他蚂蚁处, 要么进行邻域搜索。

由此可见, 当蚂蚁的数量足够多, 搜索半径足够小, 这种寻优方式相当于一群蚂蚁对定义区间  $[a, b]$  做穷尽的搜索, 逐渐收敛到问题的全局最优解。

上述函数优化过程不受优化函数是否连续、是否可微等限制, 较之经典搜索方法具有明显的优越性和稳定性。

## 2.3 函数优化问题的蚁群算法

(1)  $\text{count} \leftarrow 0$  ( $\text{count}$  是迭代步数或搜索次数); 各  $\tau_j$  和  $\Delta \tau_j$  初始化。

(2) 将  $m$  个蚂蚁置于各自的初始邻域; 每个蚂蚁按概率  $P_{ij}$  移动或做邻域搜索。

(3) 计算各个蚂蚁的目标函数  $Z_k$  ( $k=1, 2, \dots$ ), 记录当前的最好解。

(4) 按更新方程修正轨迹强度。

(5)  $\Delta \tau_j$  修正,  $\text{count} \leftarrow \text{count} + 1$ 。

(6) 若  $\text{count}$  小于预定的迭代次数, 则转到 (2)。

(7) 输出目前的最好解。

在具体的算法过程中, 邻域设定可根据具体优化问题来定, 比如一维问题就是直线搜索; 二维问题可定义为圆等。搜索半径的大小和所要得到的最优解的精度有关, 若问题的局部最优点密集, 全局最优解不易得到时, 则必须设置较小的  $r$ , 蚂蚁个数  $m$  则主要和搜索空间(定义域)有关, 搜索空间越大, 所需要的蚂蚁个数越多。

## 3 实例仿真

已知一压缩圆柱螺旋, 弹簧材料为 65Mn, 最大工作载荷  $P_{\max} = 40\text{N}$ , 最小工作载荷为  $0\text{N}$ 。载荷变化频率  $f_r = 25\text{Hz}$ , 弹簧寿命为  $104\text{h}$ , 弹簧钢丝直径  $d$  的取值范围为  $1 \sim 4\text{mm}$ , 中径  $D_2$  的取值范围为  $10 \sim 30\text{mm}$ , 工作圈数  $n$  不应小于  $4.5$  圈, 弹簧旋绕比  $C$  不小于  $4$ , 弹簧一端固定, 一端自由, 工作温度为  $50^\circ\text{C}$ , 弹簧变形量不小于  $10\text{mm}$ 。试设计该弹簧, 要求其质量最小<sup>[8]</sup>。

本题的优化目标是使弹簧质量最小, 根据圆柱螺旋弹簧的质量表达式为

$$M = \gamma(n + n_2)\pi D_2 \frac{\pi}{4} d^2 \quad (4)$$

式中:  $\gamma$  为弹簧密度, 对于 65Mn 钢  $\gamma = 7.8 \times 10^6 \text{kg}/\text{mm}^3$ ;  $N$  为弹簧工作圈数;  $n_2$  为死圈数, 取  $n_2 = 2$ ;  $D_2$  为弹簧中径,  $\text{mm}$ ;  $d$  为弹簧钢丝直径,  $\text{mm}$ 。

### 3.1 确定设计变量

根据弹簧性能和结构上的要求, 取弹簧钢丝直径  $d$ 、工作圈数  $n$  及弹簧中径  $D_2$  为设计变量, 即

$$X[d \ n \ D_2]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [1.6 \ 5.0 \ 16.0]^T \quad (5)$$

### 3.2 目标函数

根据弹簧质量公式得其目标函数为

$$f(X) = M = 1.925 \times 10^{-5} (x_2 + 2) x_1^2 x_3 \quad (6)$$

### 3.3 确定约束条件

强度约束:  $g_1(X) = 350 - 163x_1^{-2.86} x_3^{0.86} \geq 0$ 。

刚度约束:  $g_2(X) = x_1^{-4}x_2x_3^3 - 2.5 \times 10^3 \geq 0$ 。

稳定性约束:  $g_3(X) = 3.7x_3(x_2 + 1.5)x_1 - 4.4 \times 10^{-3} \times x_1^{-4}x_2x_3^3 \geq 0$ 。

不发生共振约束:  $g_4(X) = 3.56 \times 10^5 x_1x_2^{-1}x_3^{-2} - 375 \geq 0$ 。

弹簧旋绕比约束:  $g_5(X) = x_3x_1^{-1} - 4.0 \geq 0$ 。

对  $d$ 、 $n$ 、 $D_2$  的取值约束: 则

$$1.0 \leq d \leq 4.0$$

$$4.5 \leq n \leq 50$$

$$10 \leq D_2 \leq 30$$

由以上分析知, 该压缩圆柱螺旋弹簧的优化设计, 是一个三维非线性不等式约束优化问题, 共有 5 个非线性不等式约束和 6 个线性不等式约束, 其数学模型为

$$\min f(x) = M = 1.925 \times 10^{-5}(x_2 + 2)x_1^2x_3$$

$$\text{s.t. } g_i(X) \geq 0 \quad i=1, 2, \dots, 11$$

采用 MatLab 语言编制蚁群算法优化, 仿真运算程序进行仿真计算, 仿真程序在 CPU1133MHz、RAM256MB 的计算机上运行, 计算结果为

$$X = [d \ n \ D_2]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [1.6542 \ 4.5011 \ 16.1132]^T$$

$$f(X) = 0.0055$$

所以, 当弹簧钢丝直径  $d$ 、工作圈数  $n$  及弹簧中径  $D_2$  分别取 1.6542、4.5011 和 16.1132 时, 弹簧质量最小, 为 5.5g。根据实际情况, 各参数可分别取为 1.6、5.0 和 16.0, 即有

$$X = [d \ n \ D_2]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T = [1.6 \ 5.0 \ 16.0]^T$$

$$\text{则 } f(X) = M = 0.0055$$

故此时弹簧质量仍为 5.5g。

根据以上计算可知: 将蚁群算法运用于机械优化设计, 可以获得很好的优化结果。

#### 4 结束语

笔者在分析蚁群算法原理的基础上, 对一个机械优化设计的实例—弹簧优化设计, 进行了优化仿真计算, 计算结果表明, 蚁群算法可以有效的避免求解过程中陷入局部解, 这为复杂的机械优化设计提供了一个新的算法思路。

#### [参 考 文 献]

- [1] Dorigo M, Bocabeau E, Theraola G. Ant Algorithms and Stigmergy[J]. Future Generation Computer System, 2000, (16):851-871.
- [2] Maniezzo V, Colomi A. The Ant System Applied to the Quadratic Assignment Problem[J]. IEEE Trans on Knowledge and Data Engineering, 1999, 1(5): 769-778.
- [3] Colomi A, Dorigo M, Maniezzo V, et al. Ant System for Job-shop Scheduling[J]. Belgian Journal Operations Research Statistic Computation Science, 1994, (34):39-53.
- [4] 张素兵, 刘泽民. 基于蚂蚁算法的分级 QoS 路由调度方法[J]. 北京邮电大学学报, 2000, 23(4):11-15.
- [5] Maniezzo V, Carbonaro A. An Ants Heuristic for the Frequency Assignment Problem[J]. Future Generation Computer System, 2000, (16):927-935.
- [6] 马 良. 来自昆虫世界的寻优策略—蚂蚁算法[J]. 自然杂志, 1999, 21(30):161-163.
- [7] 魏 平, 熊伟清. 用于一般函数优化的蚁群算法[J]. 宁波大学学报, 2001, 14(4):52-55.
- [8] 莫海军, 胡青春, 李杞仪. 基于 MATLAB 算法的机械优化设计[J]. 机电工程技术, 2002, 31(6):92-93.

## Application of Ant Colony Algorithm in Optimization of Mechanical Design

LI Zhi

(Department of Electric and Information Engineering Wuhan Polytechnic University, Wuhan 430023, China)

**[Abstract]** It introduces the principle of Ant Colony Algorithm. When Ant Colony Algorithm is applied in optimization of a concrete mechanical design, the simulation result shows Ant Colony algorithm is practical in solving complicated mechanical design problems and can avoid constraint of solution effectively.

**[Key words]** artificial intelligence; ant colony algorithm; mechanical design; optimization