

蚁群算法的研究现状和应用及 蚂蚁智能体的硬件实现

忻斌健, 汪 镭, 吴启迪

(同济大学 信息与控制工程系, 上海 200092)

摘要:概要地对近年来引起广泛兴趣的蚁群算法的研究现状进行了考察, 简要地介绍了几种修正的蚁群算法, 如蚁群系统(ACS)、最大最小蚁群系统(MMAS)、具有变异特征的蚁群算法、与遗传算法相结合的蚁群算法等; 大致介绍了几种蚂蚁智能体的硬件实现, 并且以蚁群算法在电力系统中的几个应用为例, 考察了它在与实际应用问题相结合时的一些情况。

关键词:蚁群算法; 蚁群系统; 组合优化

中图分类号: TP 18

文献标识码: A

文章编号: 0253-374X(2002)01-0082-06

Research and Applications of Ant Colony System Algorithm and Its Hardware Realization

XIN Bin-jian, WANG Lei, WU Qi-di

(Department of Information and Control Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: In this paper the actual research status of ant colony system, which has in recent years aroused wide interests, is summarily reviewed. Several types of modified ant colony system algorithm are briefly introduced, such as ant colony system (ACS), max-min ant system (MMAS), ant colony algorithm with mutation features, ant colony algorithm integrated with genetic algorithm and so on. And as examples, based on several applications in the power system, this paper investigates some situations combined with applications. Also some hardware realizations of ant as single agent are roughly brought forth.

Key words: ant colony algorithm; ant colony system; combinational optimization

20 世纪 90 年代以来, 一种新型的分布式智能模拟算法——蚁群算法, 开始引起人们的注意并逐渐得到应用。这种算法同其它模拟进化算法一样, 都是从对自然界的观察中受到启发而产生的。蚁群算法的基本思想是模仿蚂蚁依赖信息素(pheromone)进行通信而显示出的社会性行为, 在智能体(agent)定义的基础上, 由一个贪心法指导下的自催化(autocatalytic)过程引导每个智能体(agent)的行动。它是一种随机的通用试探法, 可用于解各种不同的组合优化问题, 如旅行商问题(TSP)、二次分配问题(QAP)、作业安排调度问题(JSP)等等。它具有通用性和鲁棒性, 是基于总体优化的方法。

目前对蚁群算法的研究, 不仅有算法意义上的研究, 还有从仿真模型角度的研究, 并且不断有学者提出对蚁群算法的改进方案: 有的将蚁群算法与遗传算法相结合, 有的给蚁群系统加入变异特征, 还有的提出所谓最大最小蚁群算法(MMAS)。应当指出, 现阶段对蚁群算法的研究还只是停留在仿真阶段, 尚未能提出一个完善的理论分析, 对它的有效性也没有给出严格的数学解释。但是, 从以前模糊控制所碰到的情况看, 理论上的不完善并不妨碍应用, 有时应用还会超前于理论, 并推动理论研究, 蚁群算法也是如此。

收稿日期: 2000-11-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(79970030, 60104004, 79800008); 国家高性能计算基金资助项目(99520)

作者简介: 忻斌健(1976-), 男, 上海人, 硕士生。

由于蚁群算法具有前面所提及的通用性和鲁棒性,它在不同的领域中也获得越来越多的应用.本文仅举电力系统方面的一些例子,从中可见蚁群算法具有十分广阔的应用前景.

1 算法研究

蚁群算法是受自然界蚁群的社会性行为启发而提出的,因此对自然界蚂蚁的观察有时是非常必要的.但目前最主要的研究方式,当然还是仿真.有日本学者 Akihide Hiura 提出了一种比较复杂的多自主体(multiagent system)的模型^[1]以模拟真实的蚁群.其中建立了两种不同类型的蚂蚁模型,并加入了蚁穴模型、食物堆模型和天敌模型.蚁群的通信方式同真实蚂蚁一样采用信息素,同时也考虑了噪声.在此模型的基础上,考察智能体(agent)在动态环境中的相互协作行为.这种完全依赖于模型的研究方式有助于启发人们看到许多有趣的现象,但要解释这种现象就要对蚁群工作的内在机理进行更进一步的了解,根据实际问题应用人工蚁群系统,考察人工蚁群系统各参数设置及算法结构对求解过程的影响.

现在大量的工作是围绕组合优化问题进行的.因为蚁群模型的定义要受到问题结构的影响,故而选择一种标准的问题是衡量算法好坏,并与其它算法进行比较的前提.通常选择的问题是旅行商问题(TSP),包括对称的和不对称的两种;1999年 Maniezzo 等人又将蚁群算法成功地用于二次分配问题(QAP)^[2].为了保持论文的完整性,下面简要地介绍一下用于 TSP 的蚁群算法^[3].

1.1 TSP 问题

TSP 可以表述成一个完全加权的有向图 $G=(v,A,d)$, 其中 $v=\{1,2,\dots,n\}$ 是节点(城市)集合, $A=\{(r,s)| (r,s)\in v\times v\}$ 是支路集合, $d:A\rightarrow N$ 是 A 的权函数,它将每条支路 (r,s) 与一个正整数权 $d(r,s)$ 相关联($d(r,s)$ 可看成节点 r 和 s 之间的距离).目标是找到恰好访问每个节点一次的最小长度的闭合回路.若 $d(r,s)=d(s,r)$ 为对称的 TSP;若至少有一对 $d(r,s), d(s,r)$, 有 $d(r,s)\neq d(s,r)$, 则为不对称的 TSP(ATSP).TSP 在数学上被称为是 NP-难的优化问题.

1.2 蚁群系统

最被蚁群集合 Ω 中的每只蚂蚁被放置在随机选定的城市,并开始各自构造一个有效的闭合路径.一条路径通过逐个地选择节点来构造,选择节点时按如下概率分布随机进行:

$$p_k(r,s) = \begin{cases} \frac{[\tau(r,s)]^\alpha [\eta(r,s)]^\beta}{\sum_{z \in J_k(r)} [\tau(r,z)]^\alpha [\eta(r,z)]^\beta} & s \in J_k(r) \\ 0 & s \notin J_k(r) \end{cases} \quad (1)$$

$p_k(r,s)$ 表示序号为 k 的蚂蚁位于节点 r 时,到节点 s 的转移概率.

为了解 TSP 问题,蚁群系统使用与支路 (r,s) 相关的信息素痕迹(pheromone trail) $\tau(r,s)$ 这些信息素是通过该支路的所走蚂蚁所留下的气息.而 $\eta(r,s)$ 是一个局部的启发函数,称为能见度(visibility),在蚁群系统中定义为 $\eta(r,s)=1/d(r,s)$,即若 r,s 之间的距离短,则 $\eta(r,s)$ 较大, $p(r,s)$ 也较大. α, β 体现了痕迹强度 $\tau(r,s)$ 和启发函数 $\eta(r,s)$ 对蚂蚁决策的相对影响.为了确保只访问每个节点一次以避免重复,每只蚂蚁都有一个禁忌表 $J_k(r)$,其中存储当前已构造的不完全路径上的节点.利用禁忌表使蚂蚁到这些点的转移概率为 0(见式(1)).在蚂蚁 k 构造出一个完整闭合路并计算了相应长度之后(用 L_k 表示),信息素痕迹根据以下公式得到更新:

$$\tau(r,s)^{\text{new}} = \rho\tau(r,s)^{\text{old}} + \sum_{k \in \Omega} \Delta\tau(r,s)^k \quad (2)$$

式中: ρ 表示信息素痕迹挥发后的剩余度;若蚂蚁 k 访问过支路 (r,s) , $\Delta\tau(r,s)^k = Q/L_k$, 否则为 0. Q 为常数,表示一只蚂蚁一周期内在路径上留下的信息素总量.

根据公式(1)选择节点并构造路径,根据公式(2)更新痕迹,这样两个步骤重复执行足够多的迭代周期(迭代过程为正反馈的自催化过程),信息素较浓的路径就构成了较短的闭合回路.蚁群算法最核心的部分是对痕迹强度的处理.若某些支路上痕迹较浓,就更有可能被蚂蚁选中.

蚁群算法根据痕迹更新方式的不同可以分为蚁周算法(ant-cycle algorithm)、蚁量算法(ant-quantity-

ty algorithm)和蚁密算法(ant-density algorithm).上面所说的是蚁周算法.由于蚁周算法在搜索过程中使用的反馈信息是全局的,而蚁量和蚁密使用的反馈信息都是局部的,故蚁周算法要优于另两种算法,仿真的结果也证明了这个推断.此外,在Dorigo等人的论文中还对蚁群算法提出了一些讨论,其中包括不同的蚁群初始分布对求解的影响等,还提出了所谓的精英策略(elitist strategy),以强化精英蚂蚁(发现迄今最好路径的蚂蚁)的影响.结果发现,对精英蚂蚁数而言有一个最优的范围:低于此范围,增加精英蚂蚁数可较早地发现更好的路径,高于此范围,精英蚂蚁会在搜索早期迫使寻优过程始终在次优解附近,导致性能变差.

1996年,Gambardella和Dorigo又提出一种修正的蚁群算法^[4],他们称之为蚁群系统(ant colony system, ACS).它与前面提到的蚁周算法的不同之处在于蚂蚁选择城市时遵循的规则不同.这里使用的是所谓的状态转移规则(state transition rule)

$$s_k = \begin{cases} \operatorname{argmax}_{s \in J_k(r)} \{ [\tau(r, s)]^\alpha [\eta(r, s)]^\beta \}, & q \leq q_0 \\ S, & \text{其它} \end{cases} \quad (3)$$

s_k 是序号为 k 的蚂蚁所选中的下一个节点; q 表示一个随机变量, q_0 是一个适当选定的阈值.蚂蚁在选择下一个城市之前先进行一次随机试验得 q ,若 $q \leq q_0$,则选择城市时按第一种情况.式(3)中的第一种情况表示若自变量 s 不在禁忌表 $J_k(r)$ 中,而且令花括号中表达式最大,则整个表达式的值即为该自变量的值,这称为利用已知信息(exploitation),这是非随机的方法(其余参数含义同前).

若 $q > q_0$,则按第二种情况选择随机变量 S ,称为搜索(exploration), S 的概率分布 $p_k(r, s)$ 与前述蚁周算法中的 $p_k(r, s)$ 的计算方法相同.

从中可以看出,上述算法和以前算法的主要不同在于蚂蚁选择下一城市之前,多进行了一次随机试验,将选择情况分成“利用已知信息”和“探索”两类.

1999年,吴庆洪等^[5]提出了具有变异特征的蚁群算法.其核心思想是为了克服蚁群算法收敛较慢的问题,采用逆转变异方式,随机地进行变异,以增大进化时所需的信息量.这种变异机制充分利用了2-交换法简洁高效的特点,因而具有较快的收敛速度.

将前述ACS算法与具有变异特征的蚁群算法结合起来考察,恰巧对应了一开始介绍的日本学者Akihide Hiura等人用一个多智能体模型(multiagent system)进行仿真^[1]所得的两个结论,即智能体(agent)协作行为的形成是基于两个条件:①智能体(agent)无规律、随机地注意信息素的存在(即有时利用已知信息,有时进行探索,对应文献[4]所提出的ACS算法);②智能体(agent)覆盖整个搜索空间(即尽可能增大信息量,对应具有变异特征的蚁群算法).

具有变异特征的蚁群算法是在遗传算法中变异算子的启发下产生的.意大利学者Fabio Abbattista等人也受遗传算法的启发提出蚁群算法和遗传算法相结合的一条思路.鉴于在蚁群算法中参数 α, β (分别对应信息素和能见度对决策的权重)和 Q (对应蚂蚁在一个周期中留下的信息素量)的选择对算法的性能有很大影响,可以将 α, β 和 Q 看成代表蚂蚁典型特征的染色 G 中的三段代码.在 G 中, G_α 和 G_β 将 α, β 编码为实数, G_Q 将 Q 编码为整数.然后将此染色体通过遗传算子交由一个进化过程处理.这样就把蚁群系统的协作效应与遗传算法的进化效应相结合.

此外,德国学者Thomas Stützle与Holger Hoos提出的另一种改进的蚁群算法“最大最小蚁群系统”(MAX-MIN ant system, MMAS)也是一种较好的通用优化算法.在解TSP与ATSP时,MMAS的性能与ACS相当,在平均路径长度上还优于ACS.两者的共同点是在算法的每次迭代中只允许表现最好的蚂蚁更新路径上的迹;其不同之处主要在于如何防止过早的停滞现象(stagnation).MMAS限定了痕迹浓度允许值的上下限,并且采用了平滑机制(trail smoothing mechanism).MMAS在算法启动时将所有支路上的痕迹浓度初始化为最大值 τ_{\max} .每次迭代后,按挥发系数 ρ 降低痕迹浓度,只有最佳路径上的支路才允许增加其浓度,并保持在高水平上.但是光采用最大最小痕迹浓度的限制还不足以在较长的运行时间里消除停滞现象,因此采用了平滑机制:痕迹浓度的增加正比于 τ_{\max} 和当前浓度 $\tau(r, s)$ 之差.

对此算法的进一步扩展是加入局部搜索,目的是一方面提高算法性能,能在搜索初期获得高质量的解,更直接地引导学习机制;另一方面,使MMAS为后续的局部搜索阶段构造好的初始解,以便找到接近

最优的解。

2 应用

蚁群算法自产生起,就与实际应用联系在一起.它被大量用于组合优化问题如旅行商问题(TSP)、不对称旅行商问题(ATSP)、二次高度问题(QAP)、作业安排调度问题(job shop scheduling)等等,取得了较好的效果.随着它日益为人们所知,蚁群算法在越来越多的实际领域中得到应用,下面仅举蚁群算法在电力系统中的几个应用为例.

由于通信和测量技术的发展,如今的输配电系统已经大大改善了.人们可以检测、处理越来越多的系统变量和警报信号,系统的控制只需很少几个操作员就够了.然而在发生故障时,操作员常因面对过多的警报信号而感到难以应付.为此,已有许多相应的故障单元估计(fault section estimation)方法,以帮助操作员在执行正确的处理方法之前作出判断.故障单元估计就是根据保护继电器和断路器的当前状态,辨识出电力系统中的故障设备.现在常用的方法有基于逻辑的方法,专家系统的方法,人工神经网络等等.

如果把故障单元估计表述成一个优化问题,就可以借用许多优化算法来解,如玻尔兹曼机、遗传算法、模拟退火、禁忌搜索等等,但有时计算量很大,于是有人想到用蚁群算法来解这个问题.

但在应用蚁群算法之前,需要先解决两个问题:① 把故障单元估计问题用一个恰当的图形来描述;② 把故障单元估计问题寻找最优解和在图上找最短路径联系起来. TSP 问题是适当选择图上所有节点的一个排列以组成最短路径,而故障单元估计只是从所有的单元中选择一部分单元,所以蚁群算法必须作相应的修改.

故障单元估计问题可概括为以下的一个0-1整数规划问题:

$$\min E(S) = \sum_{k=1}^{n_r} |r_k - r_k^*(S)| + \sum_{j=1}^{n_c} |c_j - c_j^*(S, R)| \quad (4)$$

式中: n_r 是保护继电器总数; n_c 是断路器的总数; S 为待定的 n 维向量; n 是给定电力系统的单元数,其元素 s_i 代表第 i 个单元的状态,0 表示正常,1 表示故障; R 是 n_r 维向量,代表保护继电器的实际状态,其元素表示相应保护继电器的实际状态,0 表示非操作状态,1 表示操作状态; $R^*((S))$ 是 n_r 维向量,代表 n_r 个保护继电器的期望状态,其元素含义类似 R ; C 是 n_c 维向量,表示断路器的实际状态,其元素 c_j 表示第 j 个断路器的实际状态,0 和 1 分别对应闭合与跳闸状态; $C^*(S, R)$ 是 n_c 维向量,表示 n_c 个断路器的期望状态. 为便于计算,目标函数改写成如下形式:

$$\min f(S) = w - \sum_{k=1}^{n_r} |r_k - r_k^*(S)| + \sum_{j=1}^{n_c} |c_j - c_j^*(S, R)| \quad (5)$$

$w = 10^3$, 以保证 $f(S)$ 为正.

故障单元估计也可以这样表述: 给定一个单元的集合, 要求选择 S 中的一个子集 F , 使得如果 F 中的所有单元都有故障, 则目标函数取最大值.

为了在故障单元估计问题上应用蚁群算法, 先构造一个假想有向图 $Q = (S, A)$, S 为节点集合, 代表一个电力系统中单元的集合. A 是有向弧. 从节点 i 指向节点 j 的弧 a_{ij} 代表单元 j 在单元 i 的保护范围内. 在定义痕迹浓度 τ_{ij} 和能见度 η_{ij} 时也需要作一定的修改. 当蚂蚁选择城市时, 痕迹将不是留在有向弧上, 而是留在节点上. 相应的公式修改为

$$\tau_i(t+n) = \rho\tau_i(t) + \Delta\tau_i \quad (6)$$

$$\Delta\tau_i = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_i^k \quad (7)$$

$$\Delta\tau_i^k = \begin{cases} Q^* F_k, & \text{若有时间段 } t \text{ 和 } t+n \text{ 之间第 } k \text{ 只蚂蚁在子集 } F \text{ 中包含节点 } i \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (8)$$

F_k 是第 k 只蚂蚁的目标函数值.

初值 $\tau_i(0)$ 设置成一个很小的正数 C' .

能见度定义如下:

$$\eta_{ij} = \begin{cases} \eta_1, & \text{若单元 } j \text{ 受单元 } i \text{ 保护} \\ \eta_2, & \text{其它} \end{cases} \quad (9)$$

η_1 是一个大的正常数, η_2 很小.

转移概率修改为

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_j(t)]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{k \in \{\text{允许的 } k\}} [\tau_k(t)] [\eta_{ik}]^\beta}, & j \in \{\text{允许的 } k\} \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (10)$$

为了满足“禁忌表约束”,需要定义两个数据结构以存储两个选择步骤的结果.一个为禁忌表,存储根据转移概率已访问过的节点;另一个为路径表,存储由目标函数选择的节点,也就是说,即使选择一个节点的转移概率是最大的,它是否被选中还要视目标函数 F 而定;设 \tilde{F} 为当前已选中的节点的集合, \tilde{F}' 为 \tilde{F} 和新节点 j 的并集.只有当 $f(\tilde{F}') \geq f(\tilde{F})$ 时 j 才会被选中.经过上面的修改,蚁群算法就可以应用于故障单元估计了.

仿真结果显示,蚁群算法可以用于继电器信息不完全、继电器或断路器误动作和多重故障的情况.效果与使用遗传算法相同,但是计算速度得到了很大的提高.

蚁群算法在电力系统中还有其它应用,如用于大规模的电力经济调度和组合的热电经济调度.如同前面一样,蚁群算法在用于具体问题时都要作一定的修改.在这里一个主要的问题是蚁群算法在连续搜索空间中的寻优问题.可以用一个从起始点出发的运动矢量有限集合来表示蚂蚁的路径,这样就能用一个离散的结构来表示蚁窝的一个连续的领域.

另一个问题是附加约束条件之间的相互依赖.这可以通过如下的办法来解决.

若原优化问题为 $\min f(\mathbf{X})$, 满足条件

$$g(\mathbf{X}) \geq 0, i = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

可以把等效的无约束最优化问题表示为

$$\min F(\mathbf{X}) = f(\mathbf{X}) + P(\mathbf{X}) \quad (12)$$

式中:罚函数 $P(\mathbf{X}) = \sum g_i^2(\mathbf{X}) R_i, i = 1, 2, \dots, m$. 这样就惩罚了违反约束的情况,并迫使无约束的最优解向可行域转移, R_i 为罚系数,起着关键的作用.

从上面所举的几个例子可以看出,蚁群算法在应用于寻优问题时,需要根据实际情况作一定的修改.修改后的蚁群算法仍然保持了蚁群算法最核心的部分,就是对痕迹强度的处理,因而也具有前述蚁群算法的优点.这体现了蚁群算法的鲁棒性.

3 蚂蚁智能体的硬件实现

随着对分布式控制算法研究的深入展开,人们也开始关注单个智能体的硬件实现.如果想实现一个类似蚁群这样一个表现出一定群体行为的系统,首先就得构造具有单个蚂蚁功能的智能体.现在已经有不少这样的尝试,下面列举几个例子.

从对自然界蚂蚁的研究发现利用嗅觉探测化学物质对蚂蚁觅食、避开天敌、寻找伙伴和互通信息具有十分重要的意义.由此很自然可以想到将这一功能移植到移动机器人上.为了完全对应地模拟蚂蚁,先制造一个六足机器人,每只脚具有两个自由度,由两个无线控制的伺服机构驱动.两个气味传感器装在机器人头部前方模拟蚂蚁的嗅觉器官——触角.

如果仔细考察气息在地表的传播及分布,可以发现在接近地表的上方有一个空气薄层,其中的气流是层状的.蚂蚁用触角拍打地面,穿透这个气层来感知气息.然而由于机器人的体型较大,不可能在地表以上几分之一毫米内探测化学物质.这里使用了特殊的技术以克服这个障碍.传感器是基于石英晶体微量天平的原理设计的.在一块石英晶体表面涂敷一层与被探测化学物质(樟脑)有亲和力的物质(硅酮 OV-17).气息分子由于热运动而扩散,沾到涂层上,增加了石英晶体的质量,由此降低了它的谐振频率,这样就探测

到了这种特定的化学物质.为了提高灵敏度,在传感器上安装了一个环型风扇,使风扇向外吹出的气流构成气幕隔绝外部气息,向内吹的气流对石英晶体下的区域加压,把气息分子带离地表,经过石英晶体后排出外部空气中.控制算法也是模仿蚂蚁的处理方式.

除了依赖气息的分布式控制方式,还可以通过光信号来进行控制.日本学者 Toshio Fukuda 等人就设计了一个微型自主机器人系统(micro autonomous robotic system, MARS^[2]).该系统的微型机器人 MARS 是由 16 位 CPU、两个步进电机、红外通信设备、光敏器件和电池构成,可以分为通信和传感器单元(顶部)、CPU 单元(中部)以及电池和传动电机单元(底部)三个部分.这里采用的控制算法是基于免疫网络理论的.由于没有使用气息,而是采用红外线作通信媒介,功能比较简单,只能完成列队、集合等简单的动作,不能像上面的系统那样对路径进行优化,鲁棒性也较差.该系统的另一个较大的缺点是单个 MARS 的通信距离小于 5 cm,从而限制了它的应用.MARS 系统的最大优点在于实现方便,所用硬件较简单.

近年出现的现场可编程门阵列(FPGA)为智能体的实现提供了一种有效的手段.如果将归类结构方法(subsumption architecture)与现场可编程门阵列(FPGA)的设计相结合,则可以取得一个更好的效果.归类结构是一种行为控制法(behavior-control paradigm),它将自动控制的问题按任务而不是按功能进行分解,主张构造面向任务的专用模块,直接与传感器和执行器相连,工作方式为并行的.基于 FPGA 的控制系统适合于解并行的问题,它相对于单处理器系统的优点是:①控制系统可根据任务的要求按比例扩大或缩小;②增加了 I/O 信道;③可把逻辑设计的结果直接用于 FPGA 器件的设计;④支持并行的设计方案,可保证实时性;⑤其功耗比单处理器系统的微控制器都低;⑥支持技术非冯·诺伊曼类计算模型的逻辑设计.

4 结语

上面主要就蚁群算法研究的最新进展作了一些简要的介绍,并且以蚁群算法在电力系统中的几个应用为例,考察了它在与实际应用问题相结合的一些情况,最后给出了蚂蚁智能体硬件实现的几个例子.从中可以看出,蚁群算法的主要优点在于:由于大规模的并行计算,使蚁群避开了局部最优;由于采用正反馈机制,收敛速度加快;使用构造性的贪婪算法,能在搜索的早期阶段找到较好的可接受的解.

就理论研究而言,蚁群算法还只是停留在仿真阶段,尚未能提出一个严格的数学解释.研究的主要来源是对自然界蚁群的观察(动物行为学)和基于模型的计算机仿真.目前的研究还局限于对蚁群系统中的参数含义的研究,如何选择最优的参数以及如何将蚁群算法与其它模拟算法相融合和它们之间的相互比较等等.但是理论上的不完善并没有妨碍它的应用,相反某些应用还加深了人们对蚁群算法的理解,并对理论研究提供了一定的启示.随着工程界和理论界对蚁群算法的日益关注,理论和应用之间的相互促进必将使蚁群算法的研究获得一个较大的发展.

参考文献:

- [1] Akhid Hura, Toshiya Kuroda, Nobuhiko Inuzuka, et al. Cooperative behavior of various agents in dynamic environment[J]. Computers & Industrial Engineering, 1997, 33(3): 601 - 604.
- [2] Maniezzo V, Colomi A. The ant system applied to the quadratic assignment problem[J]. IEEE Trans on Knowledge and Data Engineering, 1999, 11(5): 769 - 778.
- [3] Dorigo M, Maniezzo V, Colomi A. Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents[J]. IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics - Part B: Cybernetics, 1996, 26(1): 30 - 41.
- [4] Gambardella L M, Dorigo M. Solving symmetric and asymmetric TSPs by ant colonies[A]. Proc Of the IEEE Conference on Evolutionary Computation[C]. [s. l.]: [s. n.], 1996. 622 - 627.
- [5] 吴庆洪, 张纪会, 徐心和. 具有变异特征的蚁群算法[J]. 计算机研究与发展, 1999, 36(10): 1240 - 1245.