

蚁群算法中参数 α 、 β 、 ρ 设置的研究

——以 TSP 问题为例

叶志伟¹ 郑肇葆¹

(1 武汉大学遥感信息工程学院, 武汉市珞喻路 129 号, 430079)

摘要:以 TSP 问题为例,对蚁群算法中参数 α 、 β 、 ρ 的作用作了理论上的研究,同时对最优的参数配置问题作了分析。在保证获得解的前提下,为了提高计算速度,对基本蚁群算法中的选择路线策略进行了调整。通过实例计算表明,这种调整是切实可行的,有较好的实用价值。

关键词:蚁群算法;旅行商问题;参数配置

中图分类号:TP751; P231.5

自 1991 年 Dorigo、Maniezzo 和 Colorni 等首先提出蚁群算法以来,很多研究人员对该算法进行了研究,并成功地解决了许多组合优化问题,如 TSP(traveling salesman problem)、QAP(quadratic assignment problem)、JSP(job-shop scheduling problem)等。

TSP 问题是一类经典的组合优化问题,即在给定城市个数和各城市之间距离的条件下,找到一条遍历所有城市且每个城市只能访问一次的总路程最短的路线。蚁群算法在 TSP 问题应用中取得了良好的效果,但也存在一些不足:① 如果参数 α 、 β 、 ρ 设置不当,导致求解速度很慢且所得解的质量特别差;② 基本蚁群算法计算量大,求解所需的时间较长;③ 基本蚁群算法中理论上要求所有的蚂蚁选择同一路线,该线路即为所求的最优线路;但在实际计算中,在给定一定循环次数的条件下很难实现这种情况。另一方面,在其他的实际应用中,如图像处理中寻求最优模板问题,并不要求所有的蚂蚁都能找到最优模板,而只需要一只找到即可。如果要求所有的蚂蚁都找到最优模板,反而影响了计算效率。

1 蚁群算法

1.1 蚁群行为仿真的基本思想

蚁群算法是一种受自然界生物的行为启发

而产生的“自然”算法,它是从真实蚁群觅食行为的研究中产生的。生物研究表明,当蚂蚁在食源和巢穴之间往返时,它们会在经过的线路上敷设一种被称为信息素的化学物质。蚂蚁可以嗅到这种信息素并且选择信息素浓度最大的线路。经过一条线路的蚂蚁越多,这条线路上的信息素浓度也越大,更多的蚂蚁就会选择这条线路。蚂蚁的这种“正反馈”行为能帮助它们很快找到最短觅食线路。蚁群算法就是受这种行为启发,以人工蚂蚁模拟真实蚂蚁行为的分布式算法见文献[1]。

1.2 蚁群算法的模型及在 TSP 问题中的实现

基本蚁群算法在 TSP 问题中的实现过程如下。假设将 m 只蚂蚁放入到 n 个随机选择的城市中,每只蚂蚁根据一定的概率选择下一个它还没有访问过的城市。蚂蚁选择下一个目标城市的主要依据有以下两点:① $\tau_{ij}(t)$ 为 t 时刻连接城市 i 和 j 的路径上的信息的浓度。初始时刻,各条路径上信息量相等,在试验中设 $\tau_{ij}(0) = C$ (C 为常数)。② η_{ij} 为由城市 i 转移到城市 j 的可见度,亦称启发信息,该启发信息是由所要解决的问题给出的,由一定的算法实现。在 TSP 问题中,一般取 $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$, d_{ij} 表示城市 i 、 j 间的距离。 t 时刻位于城市 i 的蚂蚁 k 选择城市 j 为目标城市的概率为:

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} [\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta / \sum_{j \in \text{allowed}} [\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta, & j \in \text{allowed} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

蚂蚁 k 选中某个城市的可能性是问题本身所提供的启发信息与蚂蚁目前所在城市到目标城市路径上残留信息量的函数。为了避免对同一个城市的重复访问,每一只蚂蚁都保存一个列表 $\text{Tabu}(k)$,用于记录到目前为止蚂蚁已经访问过的城市集合。 $\text{Tabu}(k)$ 随着蚂蚁寻优过程作动态调整。为了避免残留信息素过多引起残留信息淹没启发信息,在每一只蚂蚁走完一步或者完成对所有 n 个城市的访问后(也即一个循环结束后),对残留信息进行更新处理。这种更新模仿人类记忆的特点,在新信息素不断存入大脑的同时,存贮在大脑中的旧信息素随着时间的推移逐渐淡化,甚至忘记。这样,得到 $(t+n)$ 时刻在 ij 路径上的信息素浓度为:

$$\tau_{ij}(t+n) = \rho \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij}(t+n) \quad (2)$$

式中, ρ 表示信息素的保留率,则 $1-\rho$ 表示信息素的挥发率。为了防止信息的无限累积, ρ 的取值范围限定在 $0 \sim 1$; $\Delta \tau_{ij}$ 表示蚂蚁 k 在时间段 t 到 $(t+n)$ 的过程中,在 i 到 j 的路径上留下的残留信息浓度。根据信息素更新策略的不同,有 3 种不同的蚁群算法模型。

1) ant-quantity 模型

$$\Delta \tau_{ij}^k(t, t+1) = \begin{cases} Q_1/d_{ij}, & \text{如果蚂蚁 } k \text{ 经过 } ij \\ 0, & \text{如果蚂蚁 } k \text{ 不经过 } ij \end{cases} \quad (3)$$

式中, Q_1 是常量,信息素的增量与 ij 之间的距离有关。

2) ant-density 模型

$$\Delta \tau_{ij}^k(t, t+1) = \begin{cases} Q_2, & \text{如果蚂蚁 } k \text{ 经过 } ij \\ 0, & \text{如果蚂蚁 } k \text{ 不经过 } ij \end{cases} \quad (4)$$

式中, Q_2 是常量,则信息素增加一个固定值,与 ij 之间的距离无关。

3) ant-cycle 模型

$$\Delta \tau_{ij}^k(t, t+1) = \begin{cases} Q_3/L^k, & \text{如果蚂蚁 } k \text{ 在巡回中经过 } ij \\ 0, & \text{如果蚂蚁 } k \text{ 在巡回中不经过 } ij \end{cases} \quad (5)$$

式中, Q_3 是常量; L^k 表示第 k 只蚂蚁的循环路线,即如果蚂蚁经过 ij ,则信息素增量为一个常量除以蚂蚁 k 的巡回路线长。这里,信息素增量只与蚂蚁的巡回路线和 Q_3 有关系,而和具体的

d_{ij} 无关。

前两种模型利用的是局部信息,蚂蚁在完成一步(从一个城市到达另外一个城市)后更新所有路径上的信息素,而最后一种模型利用的是整体信息,蚂蚁在一个循环(对所有 n 个城市的访问)以后,更新所有路径上的信息素。因此,在求解 TSP 问题时,ant-cycle 模型性能比前面两种模型好。

蚁群算法中 α 、 β 、 ρ 等参数对算法性能有很大的影响。 α 值的大小表明留在每个结点上的信息量受重视的程度, α 值越大,蚂蚁选择以前经过的路线的可能性越大,但过大会使搜索过早陷于局部最小解; β 的大小表明启发式信息受重视的程度, β 值越大,蚂蚁选择离它近的城市的可能性也越大; ρ 表示信息素的保留率,如果它的值取得不恰当,得到的结果会很差。根据以上分析,研究参数 α 、 β 、 ρ 的最佳配置,对发挥蚁群算法在实际问题中的作用有很重要的意义。

2 蚁群算法模型参数对 TSP 问题影响的试验分析研究

2.1 蚂蚁算法的具体过程

图 1 是 ant-density 模型和 ant-quantity 模型的具体过程。而 ant-cycle 模型的流程图比较简单,根据式(6)和文字说明很容易画出,或参考文献[4],这里就不再给出。

2.2 试验说明

本文用 1 000 次循环作为试验终止条件(这

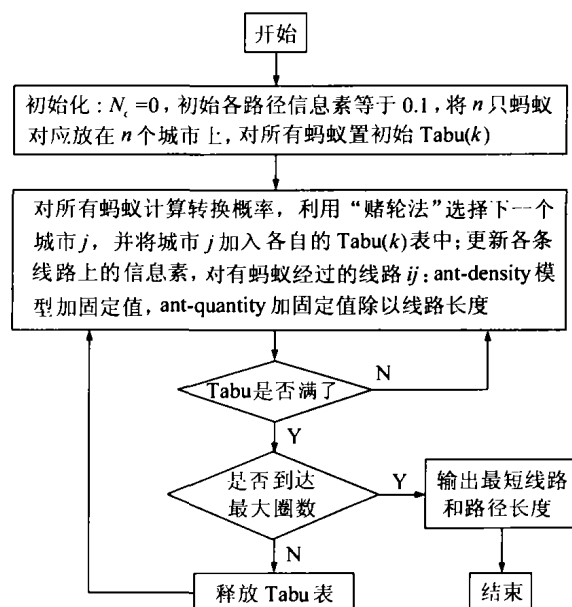


图 1 蚂蚁算法用于 TSP 的流程图

Fig. 1 Procedure of Ant Algorithm on TSP

里一次循环是指每只蚂蚁完成一次遍历回到出发的城市)。试验中采用改变一个参数、其他参数不变的策略来探索参数的设置对算法效率的影响;蚂蚁的总数目总是设置为城市的总数目,即初始时刻每个城市放置一只蚂蚁。缺省参数设置为 $\alpha=1, \beta=1, \rho=0.7, Q=100$, 在得到每条备选路线概率的情况下,蚂蚁运用随机选择的方法确定下一步要达到的城市。每组数据试验 10 次取平均作比较,试验中所用的 TSP 问题数据来源于 oliver30 城市问题。

2.3 试验分析

α 、 β 的取值越大,计算量也越大,计算时间就越长,所以,在能获得满意解的情况下,建议 α 、 β 取相对较小的值。现将试验结果说明如下:表中平均值表示将 10 次运行中每次得到的最短线路长的平均值;最优解表示 10 次运行中得到的 10 条最短线路中的最小值;最差解表示 10 次运行中每次得到的最短线路中的最大值;优差解差值表示试验中得到的最优解和最差解的差值。如表 1 中第 1 行平均值 684.28 是指 $\alpha=0$ 、其他参数取默认值时运行 ant-cycle 模型 10 次,将 10 次中每次所得的最小值取平均,最优解 660.22 表示这 10 次运行中每次所得最短线路中的最小者,最差解 714.91 表示这 10 次运行中每次所得最短线路中的最长者,优差解差值 54.69 是最优值 660.22 和最差值 714.91 之差。表中其他数据依此类推。ant-density、ant-quantity 模型的试验结果分别如表 2、表 3 所示。

分析表 1~表 3 的试验结果,可得到以下结论。

表 1 Ant-cycle 模型试验结果

Tab. 1 Results from Ant-Cycle Model

		平均值	最优解	最差解	优差解差值
α	0	684.28	660.22	714.91	54.69
	0.5	538.60	502.82	561.73	58.91
	1	431.05	425.26	436.40	11.14
	2	449.76	434.89	469.22	34.33
β	0	872.32	813.04	895.22	82.02
	0.5	472.23	446.39	482.33	35.94
	1	431.05	425.26	436.40	11.14
	2	425.44	423.90	427.17	3.27
	5	425.07	423.90	426.53	2.63
	10	427.26	425.98	432.39	6.41
ρ	20	435.91	431.20	442.92	11.73
	0.3	430.92	426.53	434.26	7.73
	0.5	428.53	424.69	431.31	6.62
	0.7	430.65	424.94	435.57	10.63
	0.9	431.05	428.63	436.01	7.38

表 2 Ant-Density 模型试验结果

Tab. 2 Results from Ant-Density Model

		平均值	最优解	最差解	优差解差值
α	0	688.54	660.22	714.91	54.69
	0.5	479.44	451.78	503.95	52.17
	1	463.08	443.45	479.78	36.33
	2	511.43	489.56	530.70	41.14
	5	667.06	660.22	714.91	54.69
β	0	929.06	887.56	957.37	69.81
	1	463.07	443.45	479.78	36.33
	2	429.23	423.90	437.25	13.35
	5	428.65	423.90	433.02	9.12
	10	427.54	424.69	430.54	5.85
ρ	20	431.70	426.60	438.96	12.36
	0.3	633.53	612.92	663.78	50.86
	0.5	604.07	519.83	566.32	46.49
	0.7	463.08	443.45	479.78	36.33
	0.9	433.27	426.60	440.67	14.07
	0.999	434.04	429.91	440.93	11.02

表 3 Ant-Quantity 模型试验结果

Tab. 3 Results from Ant-Quantity Model

		平均值	最优解	最差解	优差解差值
α	0	687.62	660.22	714.91	54.69
	0.5	439.19	428.63	452.91	24.48
	1	428.92	23.90	434.93	11.03
	2	457.16	435.12	492.03	56.91
	5	486.12	441.67	576.49	134.82
β	0	465.07	442.22	478.61	36.39
	1	428.92	423.90	434.93	11.03
	2	428.42	423.90	434.23	10.33
	5	427.20	423.90	429.91	6.01
	10	429.49	426.60	435.88	9.28
	20	433.10	429.42	434.64	5.22
ρ	30	437.76	431.33	442.83	11.49
	0.3	502.40	483.02	524.81	36.39
	0.5	455.04	429.91	470.46	40.55
	0.7	428.92	423.90	434.93	11.03
	0.9	426.61	423.90	430.61	6.71
	0.999	425.25	423.90	426.69	2.79

1) ant-cycle 模型中最佳参数配置为: $\alpha=1, \beta=5, \rho=0.5$; ant-density 模型中最佳参数配置为: $\alpha=1, \beta=10, \rho=0.9$; ant-quantity 模型中最佳参数配置为: $\alpha=1, \beta=5, \rho=0.999$ 。

2) 3 种蚁群算法模型中,由所得结果可见,若 β 和 ρ 取默认值, $\alpha=1$ 时所得最优值和平均值比 α 取其他值更好,此时它的最优值和最差值之差也最小。这说明解的质量和稳定性都是最好的,所以 3 种模型中 α 的最佳设置应为 1。对于 β , 其值在 1~5 之间逐渐增大, α 和 ρ 取默认值时, 3 种模型所得解的质量越来越高。ant-cycle 和 ant-quantity 模型中,当 β 的取值超过 5 时,所得解的质量开始下降,所以它们的 β 最佳设置为 5;

而 ant-density 模型中, β 的最佳设置应为 10。对于保留系数 ρ , 在 ant-density 和 ant-quantity 模型中表现出了相似的设置规律。随着 ρ 的取值在 0.3~1 逐渐增大, 所得的解越来越好, 但 ρ 应该小于 1; 而 ant-cycle 模型中, ρ 值在 0.3~0.9 之间变化, 解变化不大, 当其取值为 0.5 时, 解的质量最优, 建议 ρ 取 0.5。

以上结果是在给定 1 000 次迭代的条件下得到的。笔者还增加了不是最佳参数配置时算法模型的最大运行次数试验, 结果表明, 对于不是最佳参数配置的算法模型, 即使再增加 1 000 次或者 2 000 次运行次数, 其所得解的质量与 1 000 次时相比也没有明显提高; 而采用最佳参数配置的模型, 可以很快地搜索到质量很高的解。同时, 这些试验的结果也没有像理论上分析的那样, 由于“正反馈”作用使所有的蚂蚁均在已知的最短线路(路线总长为 423.73)上移动。然而, 如果参数配置恰当, 至少有一只蚂蚁能找到了非常优的解 423.90。在这样的情况下, 即使用最佳配置设置算法模型参数迭代 2 000 次, 上述现象仍然没有明显变化。蚁群算法在实际应用中是否要追求所有的蚂蚁均在同一条线路上移动, 值得研究。笔者认为, 只要有一只蚂蚁找到了最优解即可。尤其是在图像分析应用中, 基本蚁群算法所需的计算时间较长。针对这种情况, 笔者在试验中对选取的 Ant-density 模型作了改进。

3 路线选择策略试验及结果分析

试验 1 本次试验中, 将蚂蚁利用备选路线的概率作随机选择路线的方法改变为以 $(\tau_{ij})^\alpha (\eta_{ij})^\beta$ 为依据的方法。具体做法如下。

- 1) 根据 Tabu(k) 表列出备选城市;
- 2) 根据备选城市算出各备选路线的 $(\tau_{ij})^\alpha (\eta_{ij})^\beta$;
- 3) 运用备选路线的 $(\tau_{ij})^\alpha (\eta_{ij})^\beta$ 乘积作比较 (i 代表蚂蚁所在的城市, j 代表备选城市)。哪条备选路线的乘积大, 就选哪条, 参数设置情况和基本蚁群算法相同。

试验 2 蚂蚁选择路线方法类似试验 1, 但参数设置情况与试验 1 不同。这里把参数作动态调整, 试验中在达到预定最大循环次数的 1/4 处动态调整参数。算法运行的初始阶段(即最初开始循环阶段, 这里是最大循环次数的前 1/4 循环数), 3 个参数设置较小 ($\alpha=0.5, \beta=1, \rho=0.7$), 随着循环次数增加到最大循环次数的 1/4 时, 参

数调整为 $\alpha=1, \beta=5, \rho=0.9$ 。

试验 3 参数设置类似试验 2 作动态调整, 但是蚂蚁用随机方法选择路线。

蚂蚁选路策略调整试验结果说明, 试验 1、2 中蚂蚁选择路线时没有随机性, 故其试验只运行一次。试验 3 中蚂蚁运用随机性选择路线, 所以运行了 5 次。试验 1 的最大循环数设定为 200; 试验 2 和 3 设定 3 个最大循环数, 即 80、100、200。

3 种方法试验结果如表 4~表 6 所示。表中平均值表示试验中获得最短路线那一圈所有蚂蚁的总的平均路线长; 最优解表示试验中获得的最短线路长; 循环表示获得的运行结果中最早出现最短线路的循环数; 最早循环表示 5 次运行中最先得到 423.73 的循环数; 最迟循环表示 5 次运行中最迟得到 423.73 的循环数。

表 4 试验 1 的结果

Tab. 4 Result of Experiment 1

最大循环	α	β	ρ	平均值	最优解	循环
200	0.5	1	0.7	477.98	443.50	5
200	1	5	0.9	516.45	473.29	1

表 5 试验 2 的结果

Tab. 5 Result of Experiment 2

最大循环	α	β	ρ	平均值	最优解	循环
80	0.5	1	0.7	492.21	423.73	37
100	0.5	1	0.7	492.21	423.73	43
200	0.5	1	0.7	492.21	423.73	73

表 6 试验 3 的结果

Tab. 6 Result of Experiment 3

最大圈数	α	β	ρ	最优解	平均值	平均圈数	最早循环	最迟循环
80	0.5	1	0.7	423.73	492.21	35	32	36
100	0.5	1	0.7	423.73	492.21	40	38	42
200	0.5	1	0.7	423.73	492.21	65	62	71

1) 3 种试验方法中, 试验 1 的结果较差(表 4)。这是因为试验 1 在这个计算过程中始终使用一种参数配置, 其中给予较小值配置的结果显得好一些, 但也并不是最优解。另一组给予较大值配置参数配置, 所得结果更差。试验 1 中, 参数初始值设置较小时, 那些较长的“较差”路段从备选线路中排除的较少; 较长的路段上也可能有蚂蚁经过留下信息素, 这样解空间就较大。这种参数设置导致那些较优的路段上的信息素随着迭代次数的增加并没有依照“正反馈”原理得到加强, 还有可能随着迭代的进行, 上面的信息素变得越来越少, 不能吸引更多的蚂蚁选择它, 其结果是所得解的质量不高。同样, 如果开始将参数设置过大,

则会把那些线路较长的“较差”路段从备选线路中排除的过多,将解空间压缩的过小,形成“伪正反馈”,导致蚂蚁寻路的空间过小,极易陷入局部最优解。因为有些路段虽然比较长,但是和它相邻的路段可能会比较优,如果将这种路段排除出了备选线路,则会导致局部最优。

2) 当计算运行到一定的循环次数(试验中设定为 $1/4$ 最大循环次数),采用增大参数值的措施,可以提高解的质量。从表 5、表 6 中可见,它们所得到的最优解均达到了预计数值 423.73。而从循环次数上考虑,第三种方法略显优势。试验 2、3 的参数设置弥补了试验 1 的缺陷,在初始阶段将参数设置较小,得到一个较大的解空间。在寻路的后期阶段增大参数减少解的空间,使蚂蚁逐渐向较优的线路上靠拢形成正反馈。这种策略可以防止那些较优的路段上的信息素在循环过程中被削弱,从而使较优的路段更易在蚂蚁寻路时被选中。虽然解的整体情况不理想,在得到最优解的那一圈平均线路长为 492.21,但是能在很少的运行循环次数的条件下就能求得已知的最优解 423.73。

3) 从获得一个最优解考虑,增加循环次数并没有什么作用。在表 5、6 中采用了三组最大循环次数即 80、100、200,它们的最优解均相同,并没

有因为循环次数的增加会带来更优的解,更不需要像前面那样计算 1 000 次。与原始算法比较,这种新的选择路线的策略在减少计算量、快速地获得问题的最优解方面有很大的提高。通过以上研究分析,蚁群算法应用于解决图像处理的一组优化问题时,可以采用本文提出的措施,提高工作效率,并能保证解的质量。

参 考 文 献

- 1 Colorini A, Dorigo M, Maniezzo V. Distributed Optimization by Ant Colonies. 1st European Conf. Artificial Life, Paris, Elsevier, France, 1991
- 2 Colorini A, Dorigo M, Maniezzo V. 1991 Positive Feedback as a Search Strategy. Technical Report 91-016, Politecnico di Milano, 1991
- 3 郑肇葆. 协同模型与遗传算法的集成. 武汉大学学报·信息科学版, 2001, 26(5): 381~385
- 4 温文波, 杜 维. 蚁群算法概述. 石油自动化, 2002 (1): 19~22
- 5 虞安波, 杨家本. TSP 问题的自适应进化算法. 计算技术与自动化, 2002, 21(1): 19~22

第一作者简介: 叶志伟, 博士生, 主要从事航空影像解释研究。
E-mail: weizhiyer21@sina.com.cn

Configuration of Parameters α, β, ρ in Ant Algorithm

YE Zhiwei¹ ZHENG Zhaobao¹

(1 School of Remote Sensing Information Engineering, Wuhan University, 129 Luoyu Road, Wuhan 430079, China)

Abstract: This paper studies and analyses the function and influence of parameter α, β, ρ in the three models of ant algorithm theoretically, taking TSP as an example. The computational results of oliver 30 city shows that the analysis on the three parameters is rational. Furthermore, we study the optimum configuration of the parameters. To improve the efficiency of the algorithm, we present to amend the strategy of choice used to decide the next city and propose a new method and a group of optimum parameters. Experimental results indicate that the change is practical and valuable.

Key words: ant algorithm; traveling salesman problem(TSP); optimum configuration

About the first author: YE Zhiwei, Ph. D candidate. His research interest is aerial image interpretation.
E-mail: weizhiyer21@sina.com.cn

(责任编辑: 晓晨)