第14卷 第4期
2001年12月

宁波大学学报(理工版)
JOURNAL OF NINGBO UNIVERSITY (NSEE)

Vol.14 No.4
Dec. 2001

文章编号:1001-5132(2001)04-0052-04

用于一般函数优化的蚁群算法

魏 平,熊伟清

(宁波大学 信息科学与工程学院,浙江 宁波 315211)

摘要:蚁群算法是一种新型的模拟进化算法,初步的研究表明该算法具有许多优良的性质,利用蚁群算法求解一般函数优化,通过实验收到良好的效果.

关键词:蚁群算法; 模拟进化算法; 函数优化

中图分类号:TP301.6　　**文献标识码**:B

人工蚁群算法是受到人们对自然界中真实的蚁群集体行为的研究成果的启发而提出的一种基于种群的模拟进化算法.属于随机搜索算法.由意大利学者 Dorigo M 等人首先提出,充分利用了蚁群搜索食物的过程与著名的旅行商问题(TSP)之间的相似性.通过人工模拟蚂蚁搜索食物的过程(即:通过个体之间的信息交流与相互协作最终找到从蚁穴到食物源的最短路径)来求解 TSP.为了区别于真实蚂蚁群体系统,我们称这种算法为"人工蚁群算法"[1].并用该方法求解 TSP 问题、分配问题.job-shop 调度问题,取得了较好的实验结果.虽然对此方法的研究刚刚起步,但研究表明蚁群算法在求解复杂优化问题(特别是离散优化问题)方面的一些优越性,证明它是一种很有发展前景的方法,这种带有构造性特征的新的搜索方法已产生并被广泛应用.

蚁群算法是一种随机搜索算法,与其它模拟进化算法一样.通过后选解组成的群体在进化过程来寻求最优解[2].蚁群算法具有如下优点:

(1)较强的鲁棒性:对基本蚁群算法模型稍加修改,便可以应用于其它问题;

(2)分布式计算:蚁群算法是一种基于种群的进化算法,具有本质并行性,易于并行实现;

(3)易于与其它方法给合:蚁群算法很容易与多种启发式算法绪合,以改善算法的性能.

众多研究已经证明蚁群算法具有很强的发现较好解的能力,这是因为该算法不仅利用了正反馈原理.在一定程度上可以加快进化过程,而且是一种本质并行的算法,不同个体之间不断进行信息交流和传递,从而能够相互协作,有利于发现较好解.本文探讨利用蚁群算法来求解一般函数化.

1 基本蚁群系统模型

为了便于理解,我们以求解平面上 n 个城市的 TSP 问题($0,1,\cdots,n-l$ 表示城市序号)为例说明蚁群系统模型.为模拟实际蚂蚁行为,首先引进如下记号:设 m 为蚂蚁群中蚂蚁的数目,$d_{ij}(i,j=1,2,\cdots n)$ 表示城市 i 和城市 j 之间的距离,$b_i(t)$ 表示 t 时刻位于城市 i 的蚂蚁的个数,$m=\sum_{i=1}^{n} b_i(t)$,$\tau_{ij}(t)$ 表示 t 时刻在 ij 连线上残留的信息量.初始时刻各条路径上信息量相等.设 $\tau_{ij}(0)$

收稿日期:2001-04-28.修回日期:2001-11-06.
基金项目:国家自然科学基金(69805002)资助项目
第一作者简介:魏 平(1965-),女,汉族,山东平度人,讲师.

$=C$(常数).蚂蚁 $k(k=1,2,\cdots,m)$ 在运动过程中,根据各条路径上的信息量决定转移方向.$p_{ij}^k(t)$ 表示在 t 时刻蚂蚁 k 由位置 i 转移到位置 j 的概率(称为转移概率准则)

$$p_{ij}^k=\begin{cases}\dfrac{\tau_{ij}^{\alpha}(t)\,\eta_{ij}^{\beta}(t)}{\sum\limits_{s\in \text{allow } d_k}\tau_{is}^{\alpha}(t)\,\eta_{is}^{\beta}(t)}, & j\in \text{allow } d_k,\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases}\tag{1}$$

其中,allowe $d_k=\{0,1,\cdots,n-1\}-\text{tab}u_k$ 表示蚂蚁 k 下一步允许选择的城市.与实际蚁群不同,人工蚁群系统具有记忆功能,$\text{tab}u_k(k=1,2,\cdots,m)$ 用以记录蚂蚁 k 当前所走过的城市,集合随着 $\text{tab}u_k$ 进化过程作动态调整.随着时间的推移,以前留下的信息逐渐消逝.用参数 $1-\rho$ 表示信息消逝程度.经过 n 个时刻,蚂蚁完成一次循环.各路径上信息量要根据下式作调整(全局调整准则):

$$\tau_{ij}(t+n)=\rho\cdot\tau_{ij}(t)+\Delta\tau_{ij},\tag{2}$$

$$\Delta\tau_{ij}=\sum_{k=1}^{m}\Delta\tau_{ij}^k,\tag{3}$$

$\Delta\tau_{ij}^k$ 表示第 k 只蚂蚁作本次循环中留在路径 ij 上的信息量,$\Delta\tau_{ij}$ 表示本次循环中路径 ij 上的信息量的增量(局部调整准则).

$$\Delta\tau_{ij}^k=\begin{cases}\dfrac{Q}{L_k}, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在本次循环中经过 } ij\\ 0, & \text{否则}\end{cases}\tag{4}$$

其中,Q 是常数.L_k 表示第 k 只蚂蚁在本次循环中所走路径的长度.在初始时刻,$\tau_{ij}(0)=C,\Delta\tau_{ij}=0(i,j=0,1,\cdots,n-1)$.$\alpha,\beta$ 分别表示蚂蚁在运动过程中所积累的信息及启发式因子在蚂蚁选择路径中所起的不同作用.η_{ij} 表示出城市 i 转移到城市 j 的期望程度,可根据某种启发式算法具体确定.根据具体算法的不同,$\tau_{ij}(t)$、$\Delta\tau_{ij}(t)$ 及 $p_{ij}(t)$ 的表达形式可以不同,要根据具体问题而定.Dorigo M 曾给出三种不同模型,分别称之为 ant-cycle system、ant-quantity system、ant-density.它们的差别在于表达式(4)的不同.在 ant-quantity system 模型中:

$$\Delta\tau_{ij}^k=\begin{cases}\dfrac{Q}{d_{ij}}, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在时刻 } t \text{ 和 } t+1 \text{ 本次循环中经过 } ij,\\ 0. & \text{否则.}\end{cases}\tag{5}$$

在 ant-density system 模型中:

$$\Delta\tau_{ij}^k=\begin{cases}Q, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在时刻 } t \text{ 和 } t+1 \text{ 本次循环中经过 } ij,\\ 0. & \text{否则.}\end{cases}\tag{6}$$

它们的区别在于:后两种模型中,利用的是局部信息,而前者利用的是整体信息,在求解 TSP 问题时,性能较好,因而通常采用它作为基本模型.蚁群算法主要包含2个基本阶段:适应阶段和协作阶段.在适应阶段,各候选解根据积累的信息不断调整自身结构;在协作阶段,候选解之间通过信息交流,以期望产生性能更好的解.由算法复杂性分析理论可知,该算法复杂度为 $O(nc\cdot n^3)$ 其中 nc 表示循环次数.

算法中的参数设定目前尚无理论上的依据,经验结果为:(1) $1\leqslant\alpha\leqslant5$;(2) $1\leqslant\beta\leqslant5$;(3) $0.5\leqslant\rho\leqslant0.99$,$\rho$ 取0.7左右为佳;(4) $1\leqslant Q\leqslant10\,000$,$Q$ 对算法的影响不大[3].

2　用于函数优化的蚁群算法模型及其实现

在一般函数优化问题中,由于最初的蚁群算法思想起源于离散型的网络路径问题,因此,必须对许多实施细节加以修正.我们先来考察简单一维搜索.

假定优化函数为 $\min Z = f(x)$, $x \in [a,b]$, 转移概率准则:

设 m 个人工蚂蚁,刚开始时位于区间 $[a,b]$ 的 m 等分处,蚂蚁的转移概率定义为

$$p_{ij} = \frac{\tau_j^{\alpha}\eta_{ij}^{\beta}}{\sum_{j=1}^{m}(\tau_j)^{\alpha}(\eta_{ij}^{\beta})}. \tag{7}$$

其中,将(1)式中的轨迹强度 τ_{ij} 改为 τ_j 称为蚂蚁 j 的邻域吸引强度, η_{ij} 我们定义为 $f_i - f_j$. 即目标函数差异值;参数 $\alpha,\beta \in [1,5]$, 可得(7)式.

强度更新方程

$$\tau_j^{t+1} = \rho\tau_j^t + \left(\sum_i \Delta\tau_j\right), \tag{8}$$

$$\Delta\tau_j = Q/L_j. \tag{9}$$

这里, $\Delta\tau_j$ 反映第 j 只在本次循环中吸引强度的增加, Q 为正常数 $0 < Q < 10\,000$, L_j 表示本次循环中 $f(X)$ 的增量,定义为 $f(X+r) - f(X)$, $0 \leqslant \rho \leqslant 1$(体现强度的持久性). 于是,函数 $f(x)$ 的寻优就借助 m 个蚂蚁的不断移动来进行:当 $\eta_{ij} \geqslant 0$ 时,蚂蚁 i 按概率 p_{ij} 从其邻域 i 移至蚂蚁 j 的邻域;当 $\eta_{ij} \geqslant 0$ 时,蚂蚁 i 做邻域搜索(搜索半径或步长为 r). 即每个蚂蚁要么转移至其它蚂蚁处,要么进行邻域搜索.

可见,一旦蚂蚁个数足够多,搜索半径足够小,这种寻优方式相当于一群蚂蚁对定义区间[a,b]做穷尽的搜索,逐渐收敛到问题的全局最优解.

毫无疑问,上述的函数优化思想较之经典搜索方法中从一个孤立(往往是盲目)的初始点出发进行寻优的过程具有明显的优越性和稳定性,并且不受优化函数是否连续,是否可微等限制.

函数优化问题的蚂蚁算法:

(1) count←0;(count 为迭代步数或搜索次数)各 τ_j 和 $\Delta\tau_j$ 初始化;

(2)将 m 个蚂蚁置于各自的初始邻域;每个蚂蚁按概率 p_{ij} 移动或做邻域搜索;

(3)计算各蚂蚁的目标函数 $Z_k (k = 1,\cdots,m)$, 记录当前的最好解;

(4)按更新方程修正轨迹强度;

(5) $\Delta\tau_j$ 修正, count←count + 1;

(6)若 count < 预定的迭代次数,则 goto(2);

(7)输出目前的最好解.

算法中的邻域设定可根据具体问题来定,如一维问题就是直线搜索,二维问题可定义为圆等.搜索半径的大小和所要得到的最优解的精度有关,若问题的局部最优点密集,全局最优解不易得到时,则必须设置较小的 r. 蚂蚁个数 m 则主要和搜索空间(定义域)有关,搜索空间越大,所需要的蚂蚁个数越多.

3 实验结果

下面的函数各参数取值为: $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $\rho = 0.7$, $Q = 1$, $r = 0.5$.

著名的 Rosenbrock 函数:

$$F_1 = 100(x_2 - x_1^2) + (1 - x_1)^2, x_i \in [-2.048, 2.048]. \quad i = 1,2$$

最大值解有 2 个 $f(2.048, -2.048) = 3\,897.734\,2$ 和 $f(-2.048, -2.048) = 3\,905.926\,2$. 我们用标准遗传算法求解多数收敛在 $f(2.048, -2.048) = 3\,897.734\,2$, 要收敛在最优解采取了许多措施[4]. 该问题采用蚁群算法, $m = 10$, 迭代次数 = 10就能得到最优解 $f(-2.048, -2.048) =$

3 905.926 2.

$$F_2 = x^3 + 3x^2 - 9x, \quad x \in [-5,5]$$

该函数有一个局优解 -2.04、最优解为 -5.取 $m = 10$、若干次迭代达到最优解 -5.这对于传统方法也是比较困难的.

蚁群算法在组合优化领域求解旅行商问题(TSP)、指派问题、job-shop 调度问题等,取得了一系列较好的实验结果,显示出在求解复杂优化问题的一些优越性.在一般函数优化问题中也证明有明显的效果,对于函数不连续、不可微、局部极值点密集等情况,具有较好的优化能力.

蚁群算法的理论基础目前尚未奠定,许多工作还有待于深入展开.该算法也存在一些缺点,从蚁群算法的复杂度 ($O(nc \cdot n^3)$ 其中 nc 表示循环次数)可以反映,需要较长的搜索时间,而且该方法容易出现停滞现象,即搜索进行到一定程度后,所有个体所发现的解完全一致,不能对解空间进一步搜索,不利于发现更好的解.许多改进被提出,如当进化方向已经基本确定,这时对路径上的信息量作动态调整,缩小最好和最差路径上的信息量的差异,适当加大随机选择的概率以利于对解空间的更完全搜索,或给蚁群算法与遗传算法结合(如增加变异)等.我们的求解的参数也是凭经验给出,需要探讨参数确定的规律,以及和其它算法的结合(如遗传算法等)构成混合算法的方法.

参考文献:

[1]Dorogo M, Maniezzo V, Colori A. Ant Syatem:Optimization by a Coloy of Cooperating Agents[J]. IEEE Trans On System, Man, and Cybernetics, 1996,26(1):28-41.

[2]马良.来自昆虫世界的寻优策略—蚂蚁算法[J].自然杂志,1999,21(3):161-163.

[3]张记会,高齐圣,徐心和.自适应蚁群算法[J].控制理论与应用,2000,17(1):1-3.

[4]熊伟清,赵杰煜.遗传算法过早收敛[J].宁波大学学报,2001,13(2):23-27.

Ant Colony Algorithm for General Function Optimization Problems

Wei Ping, Xiong Wei-qing

(Faculty of Infotmation Science and Technology, Ningbo University 315211, China)

Abstract:Ant colony system is a novel simulated evolutionary algorithm which shows many excellent characters. Its application for general function optimization are given with examples. Results are satisfactory.

Key words:ant colony algorithm; simulated; evolutionary algorithm; general; function; optimization

(责任编辑　洪明照)