

基于云模型理论的蚁群算法改进研究

段海滨¹, 王道波¹, 于秀芬², 朱家强³

(1. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016, E-mail: hebinduan@nuaa.edu.cn;

2. 中国科学院 空间科学与应用研究中心, 北京 100080; 3. 清华大学 智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084)

摘 要: 近几年优化领域中新出现的蚁群算法采用分布式并行计算机制, 易于与其它方法结合, 具有较强的鲁棒性, 但易限于局部最优解是其最突出的缺点. 云模型是一种新的实现定性概念和定量数值之间转换的有力工具, 本文在介绍云模型理论的基础上, 提出了一种利用云模型来有效限制蚁群算法陷入局部最优解的方法, 最后将基于云模型理论的改进蚁群算法与未改进的蚁群算法分别应用于著名的 CHC144 TSP 进行实验. 改进后的蚁群算法采用升半正态云规则进行控制, 并选取了 500 个云滴, 仿真计算结果证明了该方法的有效性和可行性.

关键词: 云模型理论; 蚁群算法; 信息素; 定性关联规则

中图分类号: TP18, TP273

文献标识码: A

文章编号: 0367-6234(2005)01-0115-05

Improvement of ant colony algorithm based on cloud models theory

DUAN Hai-bin¹, WANG Dao-bo¹, YU Xiu-fen², ZHU Jia-qiang³

(1. School of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China, E-mail: hebinduan@nuaa.edu.cn; 2. Center for Space Science and Applied Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China; 3. State Key Laboratory of Intelligent Technology and Systems, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Ant colony algorithm is a new category of parallelized bionic algorithm in optimization fields. It has strong robustness and is easy to combine with other methods in optimization, but it is easy to fall in local best. Cloud models theory is a powerful tool to convert numerical quantitative analysis to conceptual qualitative analysis. On the basis of introduction of cloud models, a novel qualitative strategy for improving the global optimization properties by use of cloud models is proposed. Finally, the computational experiments on CHC144 TSP have been performed. In the experiments, the rule of increasing half normal cloud is adopted in the improved ant colony algorithm, and the optimal number of cloud drops is 500. Simulation results show that this novel method has certain validity and feasibility.

Key words: cloud models theory; ant colony algorithm; pheromone; qualitative association rule

蚁群算法 (ant colony algorithm) 是一种最近几年才出现的基于种群的启发式仿生进化算法, 由欧洲学者 Dorigo Macro 等人通过模拟自然界中蚂蚁集体寻径的行为而首先提出^[1~3]. 该算法最早成功应用于解决 N-P 难题中的旅行商问题 (TSP). 蚂蚁运动时会在路径上释放出一种特殊

的分泌物——信息素 (pheromone), 当它们碰到一个还没有走过的路口时, 就随机地挑选一条路径前行, 同时会释放出与路径长度有关的信息素. 蚂蚁走得路径越短, 则释放的信息素数量越大. 当后来的蚂蚁再次碰到这个路口的时候, 选择信息素数量较大路径概率就会相对较大, 这样便形成了一个正反馈机制^[4]. 最优路径上的信息素数量越来越大, 而其它的路径上信息素数量却会随着时间的流逝而消减, 最终整个蚁群会找出最优路径.

这个过程中蕴含着两个基本阶段: 适应阶段

收稿日期: 2004-03-03.

基金项目: 航空基础科学基金资助项目 (01C52015); 江苏省“333 工程”基金资助项目.

作者简介: 段海滨 (1976-), 男, 博士研究生;

王道波 (1957-), 男, 教授, 博士生导师.

和协作阶段. 在适应阶段, 各候选解根据积累的信息不断调整自身结构, 路径上经过的蚂蚁越多, 信息素数量越大, 则该路径越容易被选择; 时间越长, 信息素数量越小; 在协作阶段, 候选解之间通过信息交流, 以期望产生性能更好的解. 它采用分布式并行计算机制, 易于与其它方法结合, 具有较强的鲁棒性, 最近几年开始引起了国内外专家学者的关注, 但蚁群算法易陷于局部最优解的弱点一直制约着它在众多领域的进一步推广应用.

本文针对蚁群算法的弱点问题进行了研究和讨论, 提出一种新颖的利用云模型理论对基本的蚁群算法的改进策略, 使其能在较大搜索空间条件下避开局部最优解, 较迅速地找到全局最优解.

1 云模型原理

1.1 定义

设 U 是一个用普通集合表示的论域, 即 $U = \{u\}$, 关于论域 U 中的模糊集合 \tilde{A} , 是指对于任意元素 u 都存在一个有稳定倾向的随机数 $\mu_{\tilde{A}}(u)$, 称为 u 对 \tilde{A} 的隶属度. 如果论域中的元素是简单有序的, 则 U 可以看作是基础变量, 隶属度在 U 上的分布叫做云; 如果论域中的元素不是简单有序的, 而根据某个法则 f , 可将 U 映射到另一个有序的论域上 U' , U' 中的一个且只有一个 u' 与 u 对应, 则 U' 为基础变量, 隶属度在 U' 上的分布也称为云^[5].

根据该定义, 在对模糊集的处理过程中, 论域上某一点的隶属度不是恒定不变的, 而是始终在细微变化着, 但是这种变化不剧烈影响到隶属云的整体特征. 对模糊集 \tilde{A} 而言, 重要的是隶属云的形状反映出的整体特性, 以及大量使用时隶属度值呈现的规律性.

1.2 数字特征

云是用语言值表示的某个定性概念与定量表示之间的不确定性转换模型, 云的数字特征用期望值 E_x (expected value)、熵 E_n (entropy) 和超熵 H_e (hyper entropy) 三个数值来表征^[6], 云模型及其数字特征如图 1 所示. 它将模糊性和随机性完全集成到一起, 构成定性和定量相互的映射, 作为知识表示的基础.

期望值 E_x 反映了相应定性概念的信息中心值; 熵 E_n 反映了定性概念的亦此亦彼性的度量, 它决定了在论域中可被定性概念所接受的元素个数, 即模糊度; 超熵 H_e 是熵 E_n 的熵, 反映了每个数值隶属这个语言值程度的凝聚性, 其大小间接地反映了云的厚度.

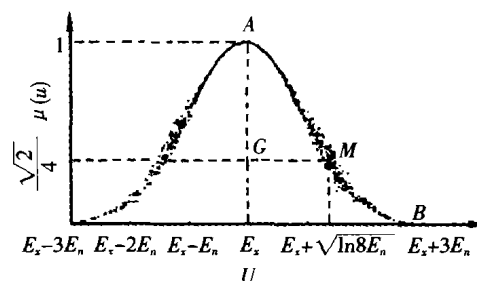


图 1 云模型及其数字特征示意图

1.3 云发生器

按云的产生机理和计算方向, 有正向云和逆向云^[5], 正向云又分为基本云、 U 条件云和 V 条件云. 下面简述正向云和逆向云的生成方法.

1.3.1 正向云

正向云发生器是根据已知正态云的数字特征期望值 E_x 、熵 E_n 和超熵 H_e , 即 $CG \sim N^3(E_x, E_n, H_e)$, 产生满足上述正态云分布规律的二维云 $Drop(x, \mu)$, 称为云滴, 如图 2 所示. 正向云通过输入三个数字特征形成合乎条件的云滴, 云发生器生成的若干云滴构成整个云, 从而将一个定性概念通过不确定性转换云模型定量地表示出来.

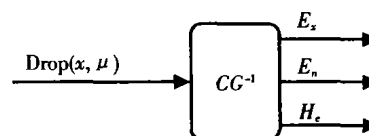


图 2 正向云发生器示意图

当给定三个数字特征和特定的 $x = \mu_0$, 产生满足上述条件的云滴 $Drop(\mu_0, y_i)$ 的组合为 U 条件云. 当给定三个数字特征和特定 $y = \mu_0$ 时, 产生满足上述条件的云滴 $Drop(x_0, \mu_0)$ 的组合为 V 条件云.

1.3.2 逆向云

逆向云发生器是已知云中相当数量的云滴分布 $Drop(x, \mu)$, 确定正态云的三个数字特征. 即给定符合某一正态云分布规律的一组云滴作为样本, 产生描述云所对应的定性知识的三个数字特征期望值 E_x 、熵 E_n 和超熵 H_e , 如图 3 所示.

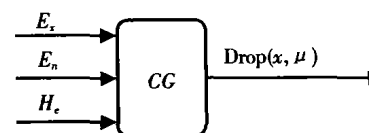


图 3 逆向云发生器示意图

当云滴数有限时, 必然存在一定的误差, 随着云滴数目的增多, 误差将逐渐减小. 已知两个云团的云滴数据, 以此还原出“基云”的三个数字特征 E_x 、 E_n 和 H_e .

1.4 定性关联规则 (qualitative association rule)

1.4.1 单条定性关联规则

通常单条定性关联规则的形式化描述为:

$$\text{If } A \text{ then } B \quad (1)$$

其中 A 和 B 为语言值表示的对象. 对照语言原子与云的关系,便可运用云对象构造定性关联规则. 根据上述各类云对象的概念,以带 U 条件和 V 条件的云对象构造定性关联规则,单条定性规则的构造原理如图 4 所示.

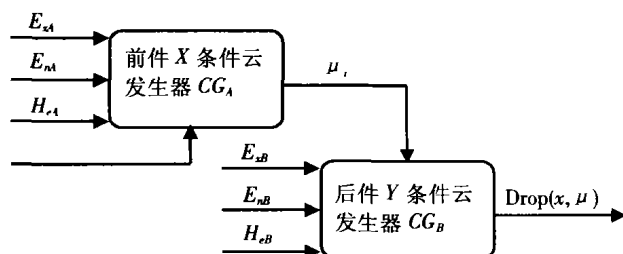


图 4 单条定性关联规则构造原理

图 4 中, CG_A 表示对应输入平面语言值 A 的带 U 条件的云对象, CG_B 表示对应输出平面语言值 B 的带 V 条件的云对象. 当输入平面的某一特定输入值 U_i 激活 CG_A 时, CG_A 随机产生一组 μ_i 值. 这些值反映了对应定性关联规则的激活强度, 这组 μ_i 又控制输出平面的 CG_B 定量地产生一组随机云滴 $Drop(v_i, \mu_i)$. 由于对应一个固定的输入值, 输出空间中的 μ_0 具有不确定性, 因此这一推理系统的实现不确定性具有良好的继承性和传递性.

1.4.2 多条定性关联规则

多条定性关联规则的形式化描述为:

$$\begin{cases} \text{If } A_1 & \text{then } B_1; \\ \text{If } A_2 & \text{then } B_2; \\ \dots & \dots \\ \text{If } A_n & \text{then } B_n. \end{cases} \quad (2)$$

其中 A_i 和 B_i ($i = 1, 2, \dots, n$) 为语言值表示的对象. 多条定性关联规则的构造思路类似于单条定性关联规则云.

2 基本蚁群算法

在整个寻径过程中, 虽然单个蚂蚁的选择能力有限, 但是通过信息素的作用使整个蚁群的行为具有非常高的自组织性, 蚂蚁之间交换着路径信息, 最终通过蚁群的集体自催化行为找出最优路径.

2.1 算法模型描述

为了能够清楚地表达蚁群算法的数学模型, 本文借助了经典的对称 TSP 问题^[2].

设 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 是 n 个城市的集合, $L = \{l_{ij} \mid c_i, c_j \in C\}$ 是集合 C 中元素(城市)两两连接的集合, d_{ij} ($i, j = 1, 2, \dots, n$) 是 l_{ij} 的 Euclidean 距离:

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \quad (3)$$

$G = (C, L)$ 是一个有向图, TSP 问题的目的是从有向图 G 中寻出长度最短的 Hamilton 圈, 此即一条对 $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ 中 n 个元素(城市)访问且只访问一次的最短封闭曲线.

设 $b_i(t)$ 表示 t 时刻位于元素 i 的蚂蚁的个数, m 为蚂蚁群中蚂蚁的数目, 则 $m = \sum_{i=1}^n b_i(t)$; $\Gamma = \{\tau_{ij}(t) \mid c_i, c_j \in C\}$ 是 t 时刻集合 C 中元素(城市)两两连接 l_{ij} 上的残留信息素数量集合. 在初始时刻各条路径上信息素数量相等, 设 $\tau_{ij}(0) = \text{const.}$ 蚁群算法的寻优是通过有向图 $g = (C, L, \Gamma)$ 实现的.

蚂蚁 k ($k = 1, 2, \dots, m$) 在运动过程中, 可以根据各条路径上的信息素数量决定转移方向. 算法中蚁群系统与实际蚁群不同, 具有记忆功能.

禁忌表 $tabu_k$ ($k = 1, 2, \dots, m$) 用来记录蚂蚁 k 当前所走过的城市, 集合随着 $tabu_k$ 进化过程作动态调整. 在搜过程中, 蚂蚁根据各个路径上的信息素数量及路径的启发信息来计算转移概率. $p_{ij}^k(t)$ 表示在 t 时刻蚂蚁 k 由元素(城市) i 转移到元素(城市) j 的转移概率:

$$p_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{|\tau_{ij}(t)|^\alpha \cdot |\eta_{ij}(t)|^\beta}{\sum_{s \in allowed_k} |\tau_{is}(t)|^\alpha \cdot |\eta_{is}(t)|^\beta}, & \text{若 } j \in allowed_k \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $allowed_k = \{C - tabu_k\}$ 表示蚂蚁 k 下一步允许选择的城市. α 表示信息素强度的相对重要性, 反映了蚂蚁在运动过程中所积累的信息在蚂蚁运动时所起的作用, 其值越大, 该蚂蚁越倾向于选择其它蚂蚁经过的路径, 蚂蚁之间协作性越强; β 表示能见度的相对重要性, 反映了蚂蚁在运动过程中启发式因子在蚂蚁选择路径中的受重视程度, 其值越大, 则该转移概率越接近贪心规则^[7]. $\eta_{ij}(t)$ 为启发函数:

$$\eta_{ij}(t) = 1/d_{ij} \quad (5)$$

对蚂蚁 k 而言, d_{ij} 越小, 则 $\eta_{ij}(t)$ 越大, $p_{ij}^k(t)$ 也就越大. 显然, 该启发函数表示出了蚂蚁从元素(城市) i 转移到元素(城市) j 的期望程度.

随着时间的推移, 以前留下的信息逐渐消逝, 经过 n 个时刻, 两个元素(城市)状态之间的局部信息素数量要根据下式作调整:

$$\tau_{ij}(t+n) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t) \quad (6)$$

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t) \quad (7)$$

式中: ρ 为残留挥发系数, 用来表示信息素的持久性, $\rho \in [0, 1]$, $\Delta\tau_{ij}(t)$ 表示本次循环中路径 ij 上的信息素数量的增量, 初始时刻 $\Delta\tau_{ij}(0) = 0$; $\Delta\tau_{ij}^k(t)$ 表示第 k 只蚂蚁作本次循环中留在路径 ij 上的信息量。

2.2 算法模型种类

Dorigo Macro 在文献[1, 2]中曾给出三种不同的蚁群算法模型, 分别称之为蚂蚁圈(ant-cycle)模型、蚂蚁数量(ant-quantity)模型及蚂蚁密度(ant-density)模型。它们的差别在于 $\Delta\tau_{ij}^k(t)$ 求法的不同。

在 ant-cycle 模型中:

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} Q/L_k, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在本次循环中经过 } ij \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (8)$$

式中: Q 是信息素强度, 它影响算法的收敛速度。 L_k 为第 k 只蚂蚁在本次循环中所走路径的总长度。

在 ant-quantity 模型中:

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} Q/d_{ij}, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在 } t \text{ 和 } t+1 \text{ 之间经过 } ij \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (9)$$

在 ant-density 模型中:

$$\Delta\tau_{ij}^k(t) = \begin{cases} Q, & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在 } t \text{ 和 } t+1 \text{ 之间经过 } ij \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \quad (10)$$

区别: 模型(9)和(10)中利用的是局部信息; 而(8)中利用的是整体信息。

由算法复杂性分析理论, m 个蚂蚁要遍历 n 个元素(城市), 经过 N_c 次循环, 则该算法的复杂度为 $O(N_c \cdot m \cdot n^2)$ 。

3 算法的改进

由于 ant-cycle 模型利用的是整体信息, 在求解优化问题时性能较好, 因而通常采用 ant-cycle 模型(即公式 8)作为基本模型。

蚁群算法应用过程中易出现的停滞和扩散问题不容忽视^[8], 将各条寻优路径上可能的残留信息素数量限制在 $[\tau_{\min}, \tau_{\max}]$, τ_{\min} 可以有效地避免算法停滞; τ_{\max} 可以避免某条路径上的信息量远大于其它路径, 使所有的蚂蚁都集中到同一条路径上面, 从而限制了算法的扩散。每次循环结束后, 保留最优路径, 一个循环中只有路径最短的蚂蚁才有权修改 $\tau_{ij}(t)$ 。修改策略在公式(6)的基础上, 再加上公式(9)进行阈值判断选择:

$$\tau_{ij}(t+n) = \begin{cases} \tau_{\min}, & \text{若 } \tau_{ij}(t) < \tau_{\min} \\ \tau_{ij}(t), & \text{若 } \tau_{\min} < \tau_{ij}(t) < \tau_{\max} \\ \tau_{\max}, & \text{若 } \tau_{ij}(t) > \tau_{\max} \end{cases} \quad (11)$$

由于信息素强度 Q 是表征蚂蚁所留轨迹数量的一个常数, 它影响算法的全局收敛速度。其值过大, 会使算法收敛于局部最小值; 过小, 会使全局收敛速度减慢。

若残留挥发系数 ρ 太大, 信息正反馈的作用相对较弱, 不能达到信息素密度的有效更新, 搜索的随机性强, 算法的全局搜索能力就会降低, 从而使算法的收敛速度变慢; 若减小 ρ , 搜索的随机性减弱, 算法的全局搜索能力会随之提高, 收敛速度会变快, 但算法易陷于局部最优解。所以, ρ 的初始值可以取大, 随着循环次数的不断增加, 若每次的最优值相差不大, 说明过程陷入了某个极值点, 不一定是全局最优解。

残留挥发系数 ρ 和信息素强度 Q 用云模型理论进行调整的四条定性关联规则为:

[规则 1]: If $\rho > \rho_{\min}$ and $t \leq T$ then 选取较小的 ρ 和较小的 Q ;

[规则 2]: If $\rho \leq \rho_{\min}$ and $t \leq T$ then 选取较大的 ρ 和较小的 Q ;

[规则 3]: If $\rho > \rho_{\min}$ and $t > T$ then 选取较小的 ρ 和较大的 Q ;

[规则 4]: If $\rho \leq \rho_{\min}$ and $t > T$ then 选取较大的 ρ 和较大的 Q 。

上述关联规则可以用云模型的多规则生成器完成, 这里以调整前的挥发系数和时间或能表征它们变化趋势的指标作为输入参数来实现多规则生成器的 U 条件云, 而以信息素强度云和调整后的挥发系数云来实现多规则生成器的 V 条件云。从而这种云多规则生成器使随机过程和信息素强度、挥发系数的优化设置有机地结合在一起。云模型多规则生成器的规则倾向性保证了蚁群算法的快速搜索能力和全局收敛性能; 同时, 云模型所蕴含的随机过程保证了再总体上能获得最佳效果。

4 实例仿真分析

将本文提出的基于云模型的改进蚁群算法与未改进的基本蚁群算法分别应用于著名的 CHC144TSP(即由中国 144 座大中城市组成的旅行商问题)进行仿真实验。

本仿真实验采用当今流行的高性能数值计算软件 Matlab 6.5 作为编程工具, 在 CPU 为 Pentium III、内存为 256M、操作系统为 Windows 2000

的计算机上进行求解. 对路径寻优采用升半正态云规则控制, 云滴数为 500 个云滴, 最优期望值 $E_x = 0.5$, 熵 $E_n = 1.3$, 超熵 $H_e = 0.05$, 设置算法的参数 $\alpha = 1$, $\beta = 4$, $\rho_{\min} = 0.3$, $\Delta\tau_{ij}(0) = 0$, $N_{\text{Cmax}} = 300$, $m = 150$, $n = 144$, $\tau_{\max} = \tau_y(0)$, $\tau_{\min} = \tau_{\max}/(1064)$. 仿真计算结果如表 1 所示.

表 1 CHC144TSP 问题的基本蚁群算法和改进蚁群算法仿真计算结果比较

算法类型	平均最估解	时间/s	实际最优解	相对误差/%
基本蚁群算法	30 855	238	30 347	1.674
改进蚁群算法	30394	127	30 347	0.155

由表 1 可知, 本文提出的改进蚁群算法与基本蚁群算法相比较, 寻到全局最优解的时间少了近一半, 并且改进后算法的相对误差大大减小, 全局搜索速度和优化性能均得到了明显改善.

5 结 论

本文提出了一种采用云模型理论改进基本蚁群算法的新思路, 以语言值为基础构成关联规则, 从而实现定性知识的表达. 其改进策略明确、直观, 不需要繁琐的推理计算, 具有良好的可操作性. 实例仿真证明了这种新理论对蚁群算法全局优化性能改善的可行性, 可以使该算法优化速度获得一定程度的提高, 有效地克服了基本蚁群算法收敛速度慢、易限于局部最优解的缺陷.

(上接第 97 页)

进了 TiO_2 红移到较高的波长, 以及其表面电子迁移速率的增加阻止了电子-空穴复合. 不同的催化剂制备条件和制备方法, 以及降解污染物的不同, 离子掺杂降解污染物的效果差异较大.

4) C、N 阴离子掺杂或在氢气氛条件下对 TiO_2 进行处理, 可能会产生 $\text{TiO}_{2-x}\text{C}_x$ 、 $\text{TiO}_{2-x}\text{N}_x$ 、 TiO_{2-x} 等半导体, 晶体颜色由浅变深, 促进对光吸收波长的红移, 有利于可见光催化活性的提高, 具有广阔的应用前景.

参考文献:

- [1] HOFFMANN M R, MARTIN S T, CHOI W, *et al.* Environmental applications of semiconductor photocatalysis [J]. Chemical Review, 1995, 95: 69-96.
- [2] 唐玉朝, 李 薇, 胡 春, 等. TiO_2 形态结构与光催化活性关系的研究[J]. 化学进展, 2003, 15(5): 379-384.
- [3] DI PAOLA A, GARCIA - L6PEZ E, IKEDA S, *et al.* Photocatalytic degradation of organic compounds in aqueous systems by transition metal doped polycrystalline TiO_2 [J]. Catalysis Today, 2002, 75: 87-93.
- [4] ASAHI R, MORIKAWA T, OHWAKI T, *et al.* Visible

参考文献:

- [1] ALBERTO C, MACRO D, VITTORIO M, *et al.* Distributed optimization by ant colonies [A]. Proceedings of European Conference on Artificial Life [C]. 1991. 134-142.
- [2] MACRO D, VITTORIO M, ALBERTO C. The ant system: optimization by a colony of cooperating agents [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1996, 26(1): 29-41.
- [3] MACRO D, MARIA G L. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(1): 53-66.
- [4] BONABEAU E, JIABEN Y. Inspiration for optimization from social insect behaviour [J]. Nature, 2000, 406(6): 39-42.
- [5] 李德毅, 孟海军, 史雪梅. 隶属云和隶属云发生器 [J]. 计算机研究与发展, 1995, 32(6): 15-20.
- [6] 张飞舟, 范跃祖, 孙先仿. 基于云模型的导航系统模糊可靠性评测分析 [J]. 自动化学报, 2002, 28(1): 126-130.
- [7] 段海滨, 王道波. 一种快速全局优化的改进蚁群算法及仿真 [J]. 信息与控制, 2004, 33(2): 241-244.
- [8] STÜTZLE T, HOOS H H. Max-min ant system [J]. Future Generation Computer Systems, 2000, 16(8): 889-891.

(编辑 王小唯)

- light photocatalysis in nitrogen - doped titanium oxides. Science, 2001, 293: 269-271.

- [5] XU AN - WU, GAO YUAN, LIU HAN - QIN. The Preparation, Characterization, and their Photocatalytic Activities of Rare - Earth - Doped TiO_2 Nanoparticles [J]. Journal of Catalysis, 2002, 207: 151-157.
- [6] IHARA T, MIYOSHI M, IRIYAMA Y, *et al.* Visible-light-active titanium oxide photocatalyst realized by an oxygen-deficient structure and by nitrogen doping [J]. Applied Catalysis B: Environmental, 2003, 42: 403-409.
- [7] SHAHED U. M. KHAN, MOFAREH AL - SHAHRY, WILLIAM B. INGLER JR. Efficient photochemical water splitting by a chemically modified n - TiO_2 [J]. Science, 2002, 297: 2243-2245.
- [8] WU NAE - LIH, LEE MIN - SHUEI, PON ZERN - JIN, *et al.* Effect of calcination atmosphere on TiO_2 photocatalysis in hydrogen production from methanol/water solution [J]. Journal of Photochemistry and Photobiology A: Chemistry, 2004, 163: 277-280.
- [9] 李芳柏, 古国榜, 李新军, 等. 纳米复合 $\text{Sb}_2\text{O}_3/\text{TiO}_2$ 的光催化性能研究 [J]. 无机化学学报, 2001, 17(1): 37-42.

(编辑 杨 波)