文章编号：1001-0920(2003)03-0317-03

简单蚁群算法的仿真分析

周 伟，刘粉林，吴 灏，王清贤
(解放军信息工程大学 信息工程学院，河南 郑州 450002)

摘 要：蚁群算法是一类模拟生物群体突现聚集行为的非经典算法。首先描述了一个简单蚂蚁系统及其简单蚁群算法，并对其进行了计算机程序模拟与动力系统仿真。结果表明，简单蚂蚁系统中存在规模聚集效应，当蚁群的规模超过某一临界值时，蚂蚁的行为开始向有序的方向收敛，并最终稳定在一种有序状态。

关键词：蚂蚁系统；蚁群算法；仿真；多主体系统
中图分类号：TP18 **文献标识码**：A

Dynamical simulation of simple ant systems

ZHOU Wei, *LIU Fen-lin*, *WU Hao*, *WANG Qing-xian*
(Information Engineering Institute, The PLA, Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: Ant algorithms analogize the social behaviour of ant colonies. A simple ant system with N foraging ants and one shorter path and one longer path that lead to the same food source is described. A simple ant algorithm is given. To analyze the emergent aggregation property of the simple ant system, a multi-agent system using the simple ant algorithm is programmed to analogize the simple ant system, and a dynamical system is presented to simulate the complex collective behavior of foraging ants. When the number of ants exceeds a critical value, almost all of the ants are shown to select the shorter path.

Key words: Ant systems; Ant algorithms; Simulation; Multi-agent system

1 引 言

较为简单的主体的聚集相互作用，必然会涌现出复杂的大尺度行为。遗传算法之父霍兰德称这种现象为突现聚集特性[1]。生物群体的复杂适应性行为就是从组成群体的适应性个体行为中涌现出来的一种全局性质。

蚂蚁是一类行为简单的昆虫，只有十分有限的记忆能力。在个体水平上，蚂蚁的行为带有随机性。但在群体水平上，蚁群的集体行为却高度有序。蚂蚁依靠集体的智慧，可完成相当复杂的任务。蚂蚁的觅食行为是动物行为学家非常感兴趣的现象。蚂蚁搬运食物回巢的路上，分泌一种化学激素，以吸引其他蚂蚁到这条路上来。蚁群通过这种机制，可以发现一条从蚁巢到食物源的最短路径。假设在蚁巢和食物源之间，存在两条长度不同的路径A和B，其中路径A和B的长度不同，且B的长度明显地大于A的长度，那么蚂蚁将会选择较短的路径A。一般认为，沿路径A找到食物，然后又从路径A返回的蚂蚁，花费时间较少，将成为第一批携带食物回到蚁巢的蚂蚁。这样，路径A首先被蚂蚁两次分泌的化学激素重复标记。由于这时路径A上化学激素比路径B上的多，所以随后出巢和返巢的蚂蚁被吸引到A上来。随着越来越多的蚂蚁选择路径A，路径A上化学激素的浓度也越来越大。最后，几乎所有蚂蚁选

收稿日期：2002-01-01；**修回日期**：2002-04-22。
基金项目：河南省高校杰出科研人才创新工程资助项目(2001KYCX008)；中国博士后科学基金资助项目。
作者简介：周伟(1966—)，男，山东临沂人，博士生，从事网络安全、人工智能等研究；王清贤(1960—)，男，河南卫辉人，教授，博士生导师，从事信息安全、算法分析与设计等研究。

择了路径A[2]。这一现象首先被Deneubourg所发现。

蚁群算法是根据以上现象提出的，它的基本假设是群体的突现聚集特性。本文的目的是分析这一基本假设背后的依据。首先描述了基本蚂蚁系统及基本蚁群算法，并基于 Deneubourg 的发现，建立一个简单蚂蚁系统及其简单蚁群算法。然后给出简单蚂蚁系统的计算机模拟程序及部分模拟结果。最后从动力系统角度，对简单蚁群算法进行了仿真分析。

2 蚁群算法描述

模拟蚁群突现聚集行为的蚁群算法，是作为一类新的计算模式引入的，并被称为蚂蚁系统[3]，该系统基于以下基本假设：

1) 蚂蚁之间通过环境进行通信。每只蚂蚁仅根据其周围的局部环境做出反应，也仅对其周围的局部环境产生影响。蚂蚁之间通过激素相互影响，并趋向于选择化学激素浓度高的方向。

2) 蚂蚁对环境的反应由其内部模式决定。因为蚂蚁是基因生物，蚂蚁的行为实际上是其基因的适应性表现。也就是说，蚂蚁是反应型适应性主体。

3) 在个体水平上，每只蚂蚁仅根据环境做出独立选择。在群体水平上，单只蚂蚁的行为是随机的，但蚁群通过自组织过程形成高度有序的群体行为。

以上基本假设构成了基本蚁群算法。基于以上基本假设的蚂蚁系统，实际上是一类多主体系统[4]，如图 1 所示。在人工蚂蚁系统中，人工蚁是一类反应型主体，它包括一个感知器，一个效应器和一个内部执行系统。感知器收集环境信息，效应器则改变环境。反应型主体的执行系统是一组条件-动作规则，将主体的感知器与效应器连接起来。

图2是基于Deneubourg的发现所建立的简单蚂蚁系统。在这个蚂蚁系统中有 N 只蚂蚁，环境包括两条从蚁巢通往食物源的路径，其长度分别为 l_1 和l_2。在该系统中，每只蚂蚁独立地决定其行为：选择休息或选择觅食，并且当选择觅食时，蚂蚁独立地决定是选择l_1还是选择l_2。由于蚂蚁行为的随机性，

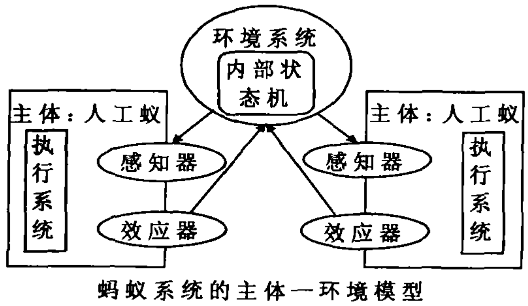

图 1 作为人工蚂蚁系统模型的多主体系统

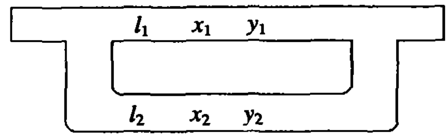

图 2 简单蚂蚁系统

形成蚂蚁两条路径上的密度分布 y_1 和 y_2，以及两条路径上的化学激素浓度分布 x_1 和 x_2。蚂蚁根据化学激素的浓度选择下一步行走的路径。在宏观上，假设蚂蚁选择觅食的概率是 p_0，而当蚂蚁选择觅食时，选择 l_1 和选择 l_2 的相对概率分别是 p_1 和 p_2，其中 p_1，p_2 是 x_1 和 x_2 的函数，且 $p_1 + p_2 = 1$。路径上的蚂蚁以常数 $\lambda > 0$ 释放激素，同时，路径上的激素以比例常数 $\kappa > 0$ 挥发。系统执行简单蚁群算法，并从两条路径中找出最短者。

简单蚁群算法为：

1) 蚂蚁以概率 p_0 选择觅食，以概率 $1 - p_0$ 选择休息。

2) 蚂蚁按下述方程计算路径上的激素浓度 x_1 和 x_2。

$$dx_1/dt = -\kappa x_1 + \lambda y_1 \tag{1}$$

$$dx_2/dt = -\kappa x_2 + \lambda y_2 \tag{2}$$

3) 觅食的蚂蚁按 x_1 和 x_2 计算 p_1 和 p_2，并按 p_1 和 p_2 随机选择 l_1 或 l_2。

4) 蚂蚁在路径上停留一段时间，然后离开路径进入下一次选择。停留时间与路径长度成正比。

5) 测试停止准则。停止准则可以是蚂蚁选择的次数，也可以是路径上的蚂蚁数。

6) 如果满足停止准则，算法停止；否则继续。

3 蚁群算法的程序模拟

对于简单蚂蚁系统和简单蚁群算法，本文采用 C_{++} 实现了一个模拟程序。模拟程序的基本结构按图 1 所示的多主体模型设计。程序的主体结构由一个环境对象类和一个蚂蚁对象类组成。在模拟运行时间，模拟进程由一个环境线程（由环境对象类产生）和若干蚂蚁线程（由蚂蚁对象类产生）构成。蚂蚁线程数，即蚂蚁的数量通过一个图形用户接口指定。模拟程序没有设置停止准则，以利于模拟和观察算法的时间收敛过程。

在模拟程序中，路径上的激素浓度按式(1) 和式(2) 计算。选择路径的概率按方程

$$p_1(x_1, x_2) = \frac{(\alpha + x_1)^\beta}{(\alpha + x_1)^\beta + (\alpha + x_2)^\beta} \tag{3}$$

$$p_2(x_1, x_2) = \frac{(\alpha + x_2)^\beta}{(\alpha + x_1)^\beta + (\alpha + x_2)^\beta} \tag{4}$$

计算。其中 α 和 $\beta(\alpha > 0, \beta > 0)$ 是常参数。

每只蚂蚁在计算出概率值后，通过概率试验确定具体的行为。如果蚂蚁选择了一条路径，则根据该路径的长度计算在路径上的停留时间：停留时间 = 路径长度 * 停留参考常数。停留参考常数的选择对于算法的结果不产生影响，而仅对模拟时间产生影响。

对于参数 $\alpha = 1.0, \beta = 2.0, \kappa = 0.75, \lambda = 0.3, l_1 = 3.0, l_2 = 4.5, p_0 = 0.85$，表 1 给出了部分模拟结果。从表 1 可看出，随着蚂蚁数 N 的增长，群体的突现聚集效应逐步显现出来。当 $N = 5$ 和 10 时，两条路径上的蚂蚁分布明显地呈现出随机性。在 $N = 15$ 时，蚂蚁的分布开始趋向较短路径(l_1)，但并不稳定，偶尔会出现例外(如在 50s 和 100s 时)。在 $N = 20$ 和 25 时，选择路径 l_1 的蚂蚁数开始呈现出一种稳定的优势，当 $N = 30$ 时，这种优势得到强化。取 $N = 100$ 时，觅食的蚂蚁接近于无例外地选路径 l_1。

表 1　简单蚁群算法的部分模拟结果

蚂蚁	路径	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
		时间(s)									
5	1	2	1	4	2	1	3	0	2	3	4
	2	2	4	1	2	4	0	3	2	2	1
10	1	6	8	6	5	4	3	7	4	1	5
	2	2	2	1	5	5	5	2	4	9	3
15	1	13	9	14	13	7	11	12	7	6	4
	2	0	3	1	1	7	1	1	4	5	7
20	1	13	14	17	17	16	13	13	13	16	17
	2	4	2	0	0	2	2	6	3	1	1
25	1	18	19	19	19	14	17	21	16	23	22
	2	4	4	2	3	6	3	2	2	1	1
30	1	24	17	26	27	23	23	20	28	26	18
	2	3	3	0	0	3	2	1	1	1	7
100	1	83	86	88	85	86	86	87	81	85	86
	2	1	0	0	1	1	0	0	2	0	0

4　蚁群算法的仿真分析

对上述蚁群算法及其模拟结果给出一个动力学分析，并给出一组仿真结果。按简单蚁群算法和模拟程序，可构造出一个描述图 2 所示的简单蚂蚁系统的动力学方程

$$l_1 \mathrm{d}y_1/\mathrm{d}t = (N - l_1 y_1 - l_2 y_2) p_1 p_0 - y_1 \quad (5)$$

$$l_2 \mathrm{d}y_2/\mathrm{d}t = (N - l_1 y_1 - l_2 y_2) p_2 p_0 - y_2 \quad (6)$$

$$\mathrm{d}x_1/\mathrm{d}t = -\kappa x_1 + \lambda y_1 \quad (7)$$

$$\mathrm{d}x_2/\mathrm{d}t = -\kappa x_2 + \lambda y_2 \quad (8)$$

其中 p_1 和 p_2 满足式(3) 和式(4)。

取 N 从 20 到 30 变化，式(5) ～ 式(8) 的 MATLAB 仿真结果如图 3 所示，图中共绘出 11 条曲线，每条曲线对应一个 N 值。从图 3 可看出，当 $N \geqslant 25$ 时，曲线增长方向发生明显的改变，并突然向 x_1 方向增加。图 4 是 $N = 100$ 时，蚂蚁在两条路径上随时间的演化曲线。图 4 表明，经过足够长的一段时间以后，几乎所有觅食的蚂蚁都将选择路径 l_1。

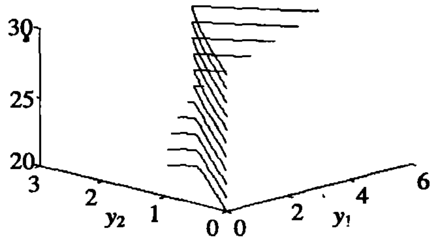

图 3　蚂蚁分布随 N 的变化

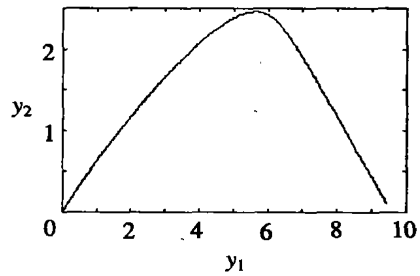

图 4　$N = 100$ 时蚂蚁分布演化

5　结　　语

简单蚂蚁系统可由动力学方程(5) ～ (8) 描述。其中参数 β 的选取，对系统的收敛性和收敛速度有重要影响。在仿真过程中，若取 $\beta \leqslant 1$，在 $N < 100\ 000$ 的范围内，蚂蚁的行为没显示出朝有序方向变化的迹象。仿真表明，$\beta = 2$ 时，N 的临界值约为 25，$\beta = 1.1$ 时，N 的临界值则大于 290。这说明，对于由方程(5) ～ (8) 描述的简单蚂蚁系统，需要取 $\beta > 1$。对简单蚂蚁系统的简单协同学分析表明，N 是系统的控制参量，并存在关于 N 的临界值。关于系统的行为，还需要更为细致的理论分析，包括对 β 取值的分析。

蚁群算法为人工智能(包括智能决策)领域引入了又一类非经典方法。通常，经典的人工智能系统模拟的是个别智能主体(如人)的行为，其计算过程是近似线性的。面对复杂的环境，线性的过程可能会失败，因为环境中各因素相互作用，可能产生非线性效应。对于复杂的和非线性的问题，不仅需要个体的行为模型，还需要集体行为模型。应该说，蚂蚁系统为我们提供了一个机会，使我们能够利用群体的突现聚集效应所隐含的创新性行为。然而，聚集特性的机理为何，仍然是一个需要深入探讨的问题。

(下转第 323 页)

$$\begin{bmatrix} E^TV & V^TE\bar{B} \\ \bar{B}^TE^TV & Y \end{bmatrix} \geqslant 0$$

即存在矩阵 V, Y 满足式(6) 和式(9)，于是结论成立。□

5 仿真算例

设系统(1) 的系数矩阵为

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},\quad A = \begin{bmatrix} 10 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\quad B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \end{bmatrix},\quad C_1 = [10 \quad 1],\quad C_2 = [-1 \quad 0]$$

$$D_1 = 0.4,\quad D_2 = 0.5$$

如果取 $\gamma = 0.5$，求得式(11) 的最优解为

$$X^* = \begin{bmatrix} 0.6046 & 0 \\ 18.0080 & 0.3852 \end{bmatrix},\quad Y^* = 1.6545$$

$$L^* = [-43.4031 \quad -2.0475]$$

且

$$P = \begin{bmatrix} 1 & -11.8539 \\ 0 & -0.2317 \end{bmatrix},\quad Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 20.0523 & 1 \end{bmatrix}$$

状态反馈增益为

$$K^* = [86.5324 \quad -5.3153]$$

使得闭环系统 (E, A_k) 是容许的，$T_{z_2w}(s)$ 是严格真的(其中 $A_k = \begin{bmatrix} 875.3244 & -51.1534 \\ 86.5324 & -4.3153 \end{bmatrix}$)且

$$\| T_{z\infty w}(s) \|_\infty < 0.5,\quad \| T_{z_2w}(s) \|_2 \leqslant 1.2863$$

如果取 $\gamma = 1$，则有

$$X^* = \begin{bmatrix} 0.6165 & 0 \\ -2.8938 & -0.9717 \end{bmatrix}$$

$$L^* = [-5.9978 \quad 0.3976]$$

$$Y^* = 1.6228,\quad K^* = [86.5324 \quad -5.3153]$$

且

$$\| T_{z_\infty w}(s) \|_\infty < 1,\quad \| T_{z_2w}(s) \|_2 \leqslant 1.2739$$

6 结　　语

本文主要研究广义线性系统的混合 H_2/H_∞ 次优控制问题，给出 H_2/H_∞ 状态反馈控制器的一个 LMI 设计方法，使得闭环系统在满足 H_∞ 次优性能的前提下极小化 H_2 范数的上界。并通过算例对本文的设计方法作了进一步说明。

参考文献(References)：

[1] Bernstein D S, Haddad W M. LQG control with an H_∞ performance bound: A Riccati equation approach[J]. *IEEE Trans on Autom Contr*, 1989, 34(4): 293-305.

[2] Khargonekar P P, Rotea M A. Mixed H_2/H_∞ control: A convex optimization approach[J]. *IEEE Trans on Autom Contr*, 1991, 36(8): 824-837.

[3] Chilali M, Gahinet P. H_∞ design with pole placement constrains: An LMI approach[J]. *IEEE Trans on Autom Contr*, 1996, 41(3): 358-367.

[4] Halder B, Kailath T. LMI based design of mixed H_2/H_∞ controllers: The state feedback case[A]. *Proc of the American Control Conf*[C]. American, 1999. 1866-1870.

[5] Takaba K. Robust H_2 control of descriptor system with time-varying uncertainty[J]. *Int J Control*, 1998, 71(4): 559-579.

[6] Masubuchi I, Kamitane Y, Ohara A, et al. H_∞ control for descriptor systems: A matrix inequalities approach [J]. *Automatica*, 1997, 33(4): 669-673.

[7] Xin X, Mita T. On the strong solutions of generalized algebraic Riccati equations[A]. 1998 *SICE*[C]. Chiba, 1998. 791-797.

(上接第 319 页)

参考文献(References)：

[1] 约翰 H 霍兰德. 隐秩序[M]. 上海：上海科技教育出版社(中译本)，2000. 11-12.

[2] Eric Bonabeau, Guy Theraulaz. Swarm smarts[J]. *Scientific American*, 2000, 282(3): 72-79.

[3] Marco Dorigo, Vittorio Maniezzo, Alberto Colorni. The ant system: Optimization by a colony of cooperation agents [J]. *IEEE Trans on Systems, Man, and Cybernetics—Part B*, 1996, 26(1): 1-13.

[4] 史忠植. 智能主体及其应用[M]. 北京：科学出版社，2000.

[5] H 哈肯. 协同学引论[M]. 北京：原子能出版社(中译本)，1984.