文章编号:1006-9348(2004)12-0162-03

蚁群算法在K-TSP问题中的应用

黄席樾[1],胡小兵[1,2]
(1.重庆大学自动化学院,重庆400044;2.重庆大学数理学院,重庆400044)

摘要:针对K-TSP(K-person Traveling Salesman Problem)问题,该文提出了一种利用蚁群算法求解该问题的新思路。该算法采用k只蚂蚁共同构造问题的一个解,并通过多组(每组k只)蚂蚁相互协作最终达到搜索最优解的目的。实验结果显示,该算法行之有效,是一种求解K-TSP问题的有效算法。

关键词:蚁群算法;旅行商问题;组合优化
中图分类号:T18 **文献标识码**:A

Application of Ant Colony Algorithm in K-person Traveling Salesman Problem

HUANG Xi-yue[1], HU Xiao-bing[1,2]
(1. School of Automation, Chongqing University, Chongqing, 400044, China;
2. School of Mathematics & Science, Chongqing University, Chongqing, 400044, China)

ABSTRACT: To solve the K-person Traveling Salesman Problem (K-TSP), a novel ant colony algorithm is proposed in this paper. In the algorithm, a solution of K-TSP problem is constructed by a group of ant (including k ants) and many groups of ants cooperate to search the maximal solution. The experimental results show that the algorithm is effective for K-TSP problem.

KEYWORDS: Ant colony algorithm; Traveling salesman problem(TSP); Combinatorial optimization

1 引言

K-TSP(K-person Traveling Salesman Problem)问题即k个人从城市1出发分头去访问$n-1$个城市,每个城市有且仅有一个人到达,最后都回到城市1,问怎样安排使得k个人的总访问路线最短?

该问题的数学形式表达为:设$V=(\nu_1,\nu_2,\cdots,\nu_n)$平面上的$n$个点的集合,$G=(V,E)$是$V$上的完全图,$C:E\rightarrow R$为权函数。称$H$为图$G=(V,E)$的$k$-周游路,如果它是$k$条子周游路的集合$H=(H_1,H_2,\cdots,H_k)$,这里

1)H_i为至少包含3条边的简单图,$i=1,2,\cdots,k$;

2)H_i经过顶点ν_1,$i=1,2,\cdots,k$;

3)任给$\nu\in V/\{\nu_1\}$,存在唯一的子周游路H_i经过v。

k-周游路H的长度记为$C(H)$,即

$$C(H)=\sum_{i=1}^{k}C(H_i)=\sum_{i=1}^{k}\sum_{e\in H_i}C(e) \tag{1}$$

则$K-TSP$问题为寻找最短k-周游路H。

显然,当$k=1$时,该问题就是TSP问题,因此$K-TSP$问题可看成更一般形式的TSP问题。目前只有少量的文献[1,2]对$K-TSP$问题进行了讨论。

蚁群算法[3]是从蚁群觅食过程中能够发现蚁巢与食物源之间的最短路径受到启发,并利用该过程与著名的旅行商问题(Traveling Salesman Problem, TSP)之间的相似性,由意大利学者M. Dorigo等人提出了一种新型的模拟进化算法。该算法首先应用于TSP问题,实验结果表明蚁群算法具有极强的鲁棒性和发现较好解的能力,但同时也存在一些缺陷,如收敛速度慢、易出现停滞现象等。针对该算法的不足,一些学者提出了改进的蚁群算法[4]。目前,蚁群算法已在组合优化、计算机网络路由、连续函数优化、机器人路径规划、数据挖掘、电网优化等领域取得了突出的成果[4-7]。实践证明该算法是一种解决优化(特别是组合优化)问题的有力工具。本文利用蚁群算法对$K-TSP$问题进行求解,试验结果表明本算法是行之有效的。

2 蚁群算法的原理

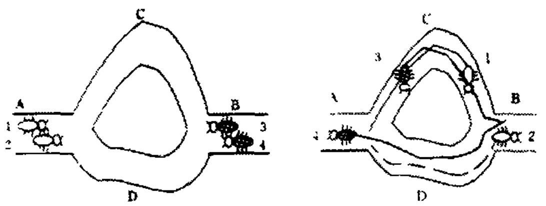
蚁群算法是受自然界中真实蚁群的集体行为的启发而提出的一种基于群体的模拟进化算法,属于随机搜索算法。M. Dorigo等人充分利用了蚁群搜索食物的过程与旅行商问题(TSP)之间的相似性,通过人工模拟蚁群搜索食物的行为(即蚂蚁个体之间通过间接通讯与相互协作最终找到从蚁穴到食物源的最短路径)来求解TSP问题。为区别于真实蚁群,称算法中的蚂蚁为“人工蚂蚁”。

象蚂蚁这类群居动物,虽然个体的行为极其简单,但由

收稿日期:2003-10-6

这些简单的个体所组成的蚁群却表现出极其复杂的行为特征,能够完成复杂的任务;不仅如此,蚂蚁还能够适应环境的变化,如在蚁群运动路线上突然出现障碍物时,蚂蚁能够很快地重新找到最优路径。蚁群是如何完成这些复杂任务的呢?人们经过大量研究发现,蚂蚁个体之间是通过一种称之为外激素(pheromone)的物质进行信息传递,从而能相互协作,完成复杂的任务。蚁群之所以表现出复杂有序的行为,个体之间的信息交流与相互协作起着重要的作用。蚂蚁在运动过程中,能够在它所经过的路径上留下该种物质,而且能够感知这种物质的存在及其强度,并以此指导自己的运动方向。蚂蚁倾向于朝着该物质强度高的方向移动。因此,由大量蚂蚁组成的蚁群的集体行为便表现出一种信息正反馈现象:某一路径上走过的蚂蚁越多,则后来者选择该路径的概率就越大。蚂蚁个体之间就是通过这种信息的交流达到搜索食物的目的。

可以用图 1 中的实验解释蚁群是如何发现最优路径的。如图 1(a)所示,在网络的某两个节点 A 与节点 B 之间有两个支路 ACB 和 ADB,其中 ACB 支路的长度大于 ADB 支路的长度;假设在节点 A、B 各有两只蚂蚁,蚂蚁 1、2 由节点 A 向节点 B 行进,而同时蚂蚁 3、4 由节点 B 向节点 A 行进。



(a) 蚂蚁开始选路　　(b) 蚂蚁完成选路

图 1　蚁群算法的原理

在初始情况下,由于各个支路上没有任何信息素的痕迹存在,所以在节点 A 和节点 B 处蚂蚁选择两条支路的概率是均等的;于是蚂蚁 1 和 2 将分别沿着支路 ACB 和 ADB 向着节点 B 行进,同样蚂蚁 3 和 4 也将分别沿着支路 BCA 和 BDA 向着节点 A 行进,由于蚂蚁行进的速度相同,在一段时间之后,蚂蚁 2 和蚂蚁 4 经过支路 ADB 分别到达节点 B 和 A,而蚂蚁 1 和 3 却还在支路 ACB 的途中,见图 1(b)。在蚂蚁行进的过程中每个蚂蚁均留下了同样数量的信息素的痕迹。这时我们可以看出,支路 ADB 上留下的信息素的痕迹浓度要高于支路 ACB 上的信息素浓度;此后若再有蚂蚁到达节点 A 和 B 时,由于受到信息素痕迹的诱导它们选择支路 ADB 的概率就会较大,反过来它们又不断地增加支路 ADB 上的信息素痕迹的浓度,形成正反馈作用;与此同时,遗留在支路 ACB 上信息素的痕迹还会因不断的挥发而进一步的减弱。这样一来,选择走支路 ADB 的蚂蚁就会越来越多,选择走支路 ACB 的蚂蚁就会越来越少,最后呈现有较强的信息素痕迹的那些支路便会形成一条从蚁穴到食物源的最短路径。

3　求解 K - TSP 问题的蚁群算法

1)ACA - KTSP 中解的构造

在求解 TSP 问题的蚁群算法中,每只蚂蚁可构造 TSP 问题的一个解。鉴于 K - TSP 问题与 TSP 问题的差异,我们采用 k 只蚂蚁来共同构造问题的一个解,即一组蚂蚁(共 k 只)与 *K - TSP* 问题的一个可行解相对应。在 *ACA - KTSP* 算法中,将会有 m 组(共 $m\times k$ 只)蚂蚁共同协作来发现问题的最优解。

对于第 $i(i=1,2,\cdots,m)$ 组的蚂蚁 $j(j=1,2,\cdots,k)$,从城市 1 出发访问 m_j^i 个城市后回到城市 1,其中 m_j^i 是蚂蚁 j 出发之前按一定规则随机生成的整数,表示其所能访问的城市数。由 *K - TSP* 问题的数学定义知 m_j^i 应满足

$$\begin{cases} m_j^i \geq 2 \\ \sum_{j=1}^{k} m_j^i = n-1 \end{cases} \quad (i=1,2,\cdots,m) \tag{2}$$

同时,为第 $i(i=1,2,\cdots,m)$ 组的每一只蚂蚁 $j(j=1,2,\cdots,k)$ 分配一个子周游列表 $H_j^i(j=1,2,\cdots,k;i=1,2,\cdots,m)$,该表记录了蚂蚁 j 当前已访问过的城市。当 H_j^i 中的元素个数等于 m_j^i 时,蚂蚁 j 停止搜索并后到城市 1。当第 i 组的所有蚂蚁都回到城市 1 之后,所有子周游的路径 $\{H_1^i,H_2^i,\cdots,H_k^i\},(i=1,2,\cdots,m)$ 便构成了 *K - TSP* 问题的一个解。每次迭代中 m 组蚂蚁可以生成 m 组解。

2)蚂蚁路径的选择

每只蚂蚁根据边上的信息素独立地选择下一座城市,即在时刻 t,对于第 $u(u=1,2,\cdots,m)$ 组的蚂蚁 $\nu(\nu=1,2,\cdots,k)$ 从城市 i 转移到城市 j 的转移概率 $P_{ij}^{uv}(t)$ 为

$$P_{ij}^{uv}(t)=\begin{cases} \dfrac{[\tau_{ij}(t)]^{\alpha}\cdot[\eta_{ij}(t)]^{\beta}}{\sum_{s\in J_u}[\tau_{is}(t)]^{\alpha}\cdot[\eta_{is}(t)]^{\beta}}, & \text{如果 } j\in J_u \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \tag{3}$$

其中,$J_u=\{1,2,\cdots,n\}-\bigcup_{\nu=1}^{k}H_\nu^u$ 表示第 u 组的蚂蚁下一步允许选择的城市,H_u^{ν} 记录了第 u 组的第 v 只蚂蚁所走过的城市。当 H_ν^u 中的城市数等于 $m_\nu^u(u=1,2,\cdots,m;\nu=1,2,\cdots,k)$ 时,蚂蚁 v 回到城市 1;η_{ij} 是一个启发式因子,表示蚂蚁从城市 i 转移到城市 j 的期望程度,在 *ACA - KTSP* 算法中 η_{ij} 取城市 i、j 之间距离的倒数;α 和 β 分别表示路径上信息素量和启发式因子的相对重要程度。

3)信息素的更新

当所有组的蚂蚁完成一次周游后.最优组蚂蚁所经过路径上的信息素量根据(4)调整

$$\tau_{ij}(t+1)=(1-\rho)*\tau_{ij}(t)+\Delta\tau_{ij} \quad \rho\in(0,1) \tag{4}$$

其中 ρ 表示信息素量的蒸发系数,$\Delta\tau_{ij}$ 表示本次周游中边 ij 上信息素的增量。如果最优组蚂蚁没有经过边 ij,则 $\Delta\tau_{ij}$ 为零;否则取与解的质量相关的数,即

$$\Delta\tau_{ij}=\begin{cases} \dfrac{Q}{L^*}, & \text{若最优组蚂蚁经过边 } ij \\ 0, & \text{否则} \end{cases} \tag{5}$$

其中,Q 为常数,L^* 表示最优组蚂蚁在本次周游中走过路径的长度。

对 *ACA - KTSP* 算法的描述如下：

步骤 1　$NC := 0$（NC 为迭代次数），初始化各边上的信息素 $\tau_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$，将 $m\times k$ 只蚂蚁分成 m 组（每组 k 只）置于城市 1；

步骤 2　对第 $i(i=1,2,\cdots,m)$ 组的蚂蚁，按公式(2)生成一组随机数 $m_j^i(j=1,2,\cdots,k)$，其中 m_j^i 为第 i 组的蚂蚁 j 所能经过的城市数；

步骤 3　对第 $i(i=1,2,\cdots,m)$ 组的蚂蚁 $j(j=1,2,\cdots,k)$，如果其子周游列表 H_j^i 中的城市数小于 m_j^i，则按公式(3)生成选择概率，并根据该值选择下一座城市；否则蚂蚁 j 回到城市 1；

步骤 4　如果步骤 3 中所有蚂蚁都回到城市 1，转步骤 5；否则转步骤 3；

步骤 5　计算各组蚂蚁的目标函数值 $F_k(k=1,2,\cdots,m)$，记录当前的最好解；

步骤 6　按公式(4)、(5)更新边上的信息素；

步骤 7　$NC := NC + 1$，若 $NC <$ 预定的迭代次数且无退化行为（即找到的都是相同解），则转步骤 2；否则输出最优解，算法结束。

4　实验结果

选用 51 城市的 TSP 问题 eil51（在 http://www.iwr.uni-heidelberg.de/iwr/comopt/soft/TSPLIB95/TSPLIB.html）分别对不同人数（k 值）的 TSP 问题进行对比实验，参数设置如表 1。表 2 列出实验结果。

表 1　ACA - KTSP 算法的参数设置

（算法中的蚂蚁数为 40，算法迭代的次数为 1000）

α	β	ρ	Q
1.0	5.0	0.5	10.0

表 2　K 取不同值时，每种情况分别运行 10 次后的结果

k 的取值	最优解	最差解	平均值
2	449	492	459
3	468	512	475
5	527	586	539

图 2 为当 k 取 2,3,5 时解的进化情况

图 3，图 4，图 5 分别为 k = 2,3,5 时问题的解。

5　结语

本文将蚁群算法成功地应用于 K - TSP 问题。算法采用 k 只蚂蚁来构造 K - TSP 问题的一个可行解，再通过 m 组（每组 k 只）蚂蚁共同在问题的解空间搜索最优解。实践结果表明蚁群算法是一种求解组合优化问题的有效算法。

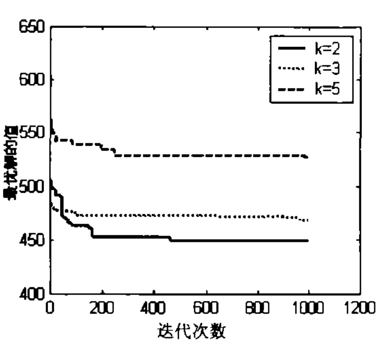


图 2　k 取 2,3,5 时，ACA - KTSP 算法解的进化曲线

目前，虽然蚁群算法在许多领域得到了较好的应用，但还只是停留在仿真阶段，就理论体系而言，尚未能提出一个严格的数学解释，因此该算法与遗传算法（Genetic Algorithms, GAs）、人工神经网络（Artificial Neural Network, ANN）等算法相比还不是很成熟，对该算法的应用和理论研究还有待进一步的进行。

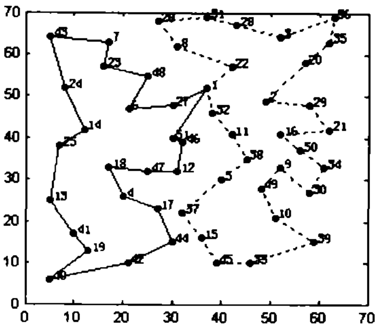


图 3　k = 2 时问题的解

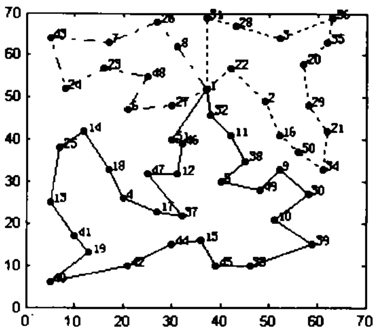


图 4　k = 3 时问题的解

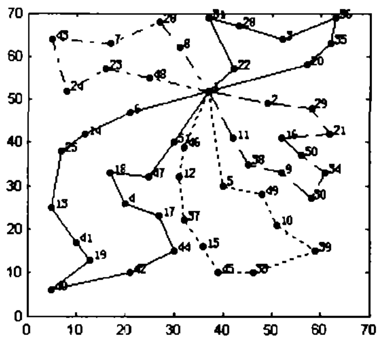


图 5　k = 5 时问题的解

参考文献：

[1] A M Frieze. An Extension of Christofides Heuristics to the k - Person Traveling Salesman Problem[J]. Dis. Apply Math., 1983(6): 79 - 83.

[2] 王德荣，刘方池. K - TSP 问题的近似算法[J]. 华中理工大学学报. 2000, 28(8): 72 - 74.

[3] M Dorigo, V Maniezzo and A Colomi. Positive feedback as a search strategy[R]. Technical Report 91 - 016, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, IT, 1991.

[4] M Dorigo, G Di Caro and L M Gambardella. Ant algorithms for discrete optimization[J]. Artificial Life, 1999, 5(2): 137 - 172.

[5] 侯立文，蒋馥. 一种基于蚂蚁算法的交通分配方法及其应用[J]. 上海交通大学学报, 2001, 35(6): 930 - 933.

[6] 金飞虎，洪炳熔，高庆吉. 基于蚁群算法的自由飞行空间机器人路径规划[J]. 2002, 24(6): 526 - 529.

[7] 魏平，熊伟清. 用于一般函数优化的蚁群算法[J]. 宁波大学学报（理工版）. 2001, 14(4): 52 - 55.

[作者简介]

黄席樾（1943.4 - ），男（回族），重庆奉节人，教授，博士生/后导师，主要研究方向：机器人控制技术，人工智能，智能算法，模式识别技术等，现已发表论文 120 多篇，从事过多项国家 863、自然科学基金项目和省部级项目等 20 多项。

胡小兵（1975.11 - ），男（汉族），湖北京山人，博士研究生，讲师，主要研究方向：现代优化技术，机器人控制技术，计算机软件设计等。