

# 蚁群算法的研究现状及其展望

周 勇 陈洪亮

**摘 要** 蚁群算法是一种新型的模拟进化算法,研究表明该算法具有并行性、鲁棒性等优良性质。本文阐述了蚁群算法的原理,介绍了该算法在理论和实际问题中的应用,并对其前景进行了展望。

**关键词** 蚁群算法 TSP

## 一、引言

TSP 问题是一个著名的 NP 问题。在如何解决这个问题方面已经有了大量的研究。这其中包括遗传算法、退火算法、动态规划等等。在 20 世纪 90 年代,意大利学者 M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Colomi 等人从生物进化的机理中受到启发,通过模拟自然界蚂蚁寻径的行为,提出了一种全新的模拟进化算法:蚁群算法(ant colony algorithm),并用该方法求解 TSP 问题、分配问题、job-shop 调度问题,取得了一系列较好的实验结果。虽然研究时间不长,但是初步研究已显示出,蚁群算法在求解复杂优化问题(特别是离散优化问题)方面具有一定的优势,表明它是一种很有发展前景的方法。

## 二、蚁群算法的原理<sup>[1][2]</sup>

蚁群算法是对自然界蚂蚁的寻径方式进行模拟而得出的一种仿生算法。为了说明蚁群算法的原理,先简要介绍一下蚂蚁搜寻食物的具体过程。

在蚂蚁群找到食物时,它们总能找到一条从食物到巢穴之间的最优路径。这是因为蚂蚁在寻找路径时会在路径上释放出一种特殊的信息素(pheromone),当它们碰到一个还没有走过的路口时,就随机地挑选一条路径前行。与此同时释放出与路径长度有关的信息素。路径越长,释放的激素浓度越低,当后来的蚂蚁再次碰到这个路口的时候,选择激素浓度较高路径概率就会相对较大。这样形成了一个正反馈。最优路径上的激素浓度越来越大,而其它的路径上激素浓度却会随着时间的流逝而消减。最终整个蚁群会找出最优路径。不仅如此,蚂蚁还能够适应环境的变化,当蚁群运动路线上突然出现障碍物的,蚂蚁能够很快地重新找到最优路径。这个过程和前面

所描述的方式是一致的,就不再赘述。在整个寻径过程中,虽然单个蚂蚁的选择能力有限,但是通过激素的作用,整个蚁群之间交换着路径信息,最终找出最优路径。

## 三、蚁群算法的模型和流程

### 1. TSP 问题的描述

给定  $n$  个城市的集合  $\{1, 2, \dots, n\}$  及城市之间环游的花费  $C_{ij} (1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n, i \neq j)$ 。TSP 问题是指找到一条经过每个城市一次且回到起点的最小花费的环游。若将每个顶点看成是图上的节点,花费  $C_{ij}$  为连接顶点  $V_i, V_j$  边上的权,则 TSP 问题就是在一个具有  $n$  个节点的完全图上找到一条花费最小的 Hamilton 回路。

### 2. 蚁群算法的描述<sup>[1][5]</sup>

给定一个有  $n$  个城市的 TSP 问题,人工蚂蚁的数量为  $m$ 。每个人工蚂蚁的行为符合下列规律:

- 1) 根据路径上的激素浓度,以相应的概率来选取下一步路径;
- 2) 不再选取自己本次循环已经走过的路径为下一步路径。用一个数据结构(tabu list)<sup>[1]</sup>来控制这一点;
- 3) 当完成了一次循环后,根据整个路径长度来释放相应浓度的信息素,并更新走过的路径上的信息素浓度。

现用  $\tau_{ij}(t)$  表示在  $t$  时刻,边  $(i, j)$  上的信息素浓度。当蚂蚁完成了一次循环之后,相应边上的信息素浓度为

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}$$

其中  $\rho$  为一个取值范围在 0 到 1 之间的常数系数,  $(1-\rho)$  表示在时间  $t$  到  $t+1$  之间信息素的挥发。

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k$$

其中  $\Delta\tau_{ij}^k$  是第  $k$  个蚂蚁在时间  $t$  到  $t+1$  之间,在边  $(i, j)$  上增加的信息素变量。它的值由以下公式确定

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & \text{如果第 } k \text{ 只蚂蚁在时间 } t \text{ 到 } t+1 \text{ 之间经过边 } (i, j) \\ 0 & \text{否则} \end{cases}$$

其中  $Q$  是一个常量,用来表示蚂蚁完成一次完整的路径搜索

后,所释放的信息素总量 $L_k$ 是第 $k$ 个蚂蚁的路径总花费,它等于第 $k$ 个蚂蚁经过的各段路径上所需的花费 $C_{ij}$ 的总和。如果蚂蚁的路径总花费越高,那么其在单位路径上所释放的信息素浓度就越低。很显然,蚂蚁不会在其没有经历过的路径上释放信息素。

定义蚂蚁选择路径 $(i, j)$ 的概率为

$$P_{ij}^k(t) = \frac{[\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{j \in allowed_k} [\tau_{ij}(t)]^\alpha \cdot [\eta_{ij}]^\beta} \quad \text{if } j \in allowed_k$$

$$0 \quad \text{otherwise}$$

其中 $\eta_{ij} = 1/C_{ij}$ ,  $C_{ij}$ 为经过路径 $(i, j)$ 所需的花费。 $\alpha$ 和 $\beta$ 两个参数,分别用来控制信息素和路径长度的相对重要程度。 $allowed_k$ 是第 $k$ 个蚂蚁下一步可以选择的路径的集合。

### 3. 蚁群算法的流程<sup>[1]</sup>

在初始化的时候, $m$ 个蚂蚁被放置在下同的城市上,赋予每条边上的信息素浓度为 $\tau_{ij}(0)$ 。每个蚂蚁的 $tabu\ list$ 的第一个元素赋值为它所在的城市。当蚂蚁们完成了一次完整的寻径过程后,计算 $\Delta\tau_{ij}$ ,并且更新每条边上的信息素浓度。然后开始新一轮的循环。当循环的次数达到实现定义好的 $NC_{MAX}$ 时或者所有的蚂蚁都选择了同一种路径方式时,整个程序终止。

Ant-cycle 程序的伪代码如下:

①初始化:

Set  $t=0$ ,  $NC=0$ , 每条边上的 $\tau_{ij}(0)=0$ , 并且 $\Delta\tau_{ij}=0$ , 放置 $m$ 个蚂蚁到 $n$ 个城市上

②令 $s=1$ , ( $s$ 是 $tabu\ list$ 的下标)

For  $k=1$  to  $m$  do

把第 $k$ 个蚂蚁的初始城市号码放置到 $tabu_k(s)$ 中

③Repeat until  $tabu\ list$  is full

Set  $s=s+1$

For  $k=1$  to  $m$  do

根据概率 $P_{ij}^k$ 来选择下一步应该到达的城市,将第 $k$ 个蚂蚁移到城市 $j$ ,并将 $j$ 插入到 $tabu_k(s)$ 中

④For  $k=1$  to  $m$  do

计算第 $k$ 个蚂蚁的总路径长度 $L_k$ ,更新找到的最短路径。

For  $k=1$  to  $m$  do

更新边上的信息素浓度

⑤对每一条边计算 $\tau_{ij}(t+n)$

Set  $t=t+n$

Set  $NC=NC+1$

Set  $\Delta\tau_{ij}=0$

⑥If  $(NC < NC_{MAX})$  and (不是所有的蚂蚁选择同一条路径) then 清空所有的 $tabu\ list$

Goto step 2

Else

打印出最短路径

终止整个程序

如果程序终止于 $NC$ 次循环后,这个算法的复杂度为 $O(NC \cdot n^2 \cdot m)$ 。实际上,第一步的复杂度为 $O(n^2 + m)$ ,第二步的复杂度为 $O(m)$ ,第三步和第四步的复杂度为 $O(n^2 \cdot m)$ ,第五步的复杂度为 $O(n^2)$ ,第六步的复杂度为 $O(n \cdot m)$ 。实验证明 $m$ 一般取值与 $n$ 为同一数量级,因此整个算法的复杂度为 $O(NC \cdot n^2)$ 。

另外,还有两种蚁群算法的变形,分别是 $ant-density$ 和 $ant-quantity$ 算法。它们的区别主要在更新信息素的方式<sup>[2,3]</sup>。对于这两种模型,每个蚂蚁不是在整个路径结束后释放信息素,而是在每一步的过程中释放。对于 $ant-density$ 算法,每当蚂蚁经过边 $(i, j)$ 时,浓度为常量 $Q$ 的信息素被释放在这条边上。对于 $ant-quantity$ 算法,每当蚂蚁经过边 $(i, j)$ 时,浓度为 $Q/d_{ij}$ 的信息素被释放在这条边上。

很明显,在 $ant-density$ 算法中,蚂蚁释放的信息素浓度与边长度 $d_{ij}$ 无关;在 $ant-quantity$ 算法中,这两者就建立了相关性。也就是说,蚂蚁倾向于选择下一步较短的路径。

## 四、蚁群算法目前的应用

蚁群算法在解决很多组合问题(combinatorial problems)上都取得比较理想的效果,其中有两个比较著名的组合问题, QAP 问题(Quadratic Assignment 的效果。其中有两个比较著名的组合问题, QAP 问题(Quadratic Assignment Problem)和 JSP 问题(Job-Shop Scheduling Problem)作相应调整的蚁群算法可以比较好地解决这两个组合问题。

另外,将蚁群算法对实际问题的解决也取得一定的进展,如大规模集成电路中的综合布线以及电信网络中的路由等方面的应用。

### 1. QAP 问题

QAP 问题的目标函数可以用一个 $n \times n$ 的对称矩阵来描述。蚁群算法基于它和 TSP 问题这方面的相似性来解决问题的。QAP 问题的目标函数矩阵 $S$ 通过距离向量 $D$ 和流向量 $F$ 的组合组成, $S_{hk} = d_k \cdot f_k^{[4][5]}$ 。蚂蚁根据可见度信息 $\eta_k$ 来选择下一个节点,其中 $\eta_k = 1/S_{hk}$ 。矩阵 $S$ 的元素值用作启发因子。<sup>[16]</sup>

### 2. JSP 问题

JSP 问题可以用一个加权图描述。每条边的权值用参数对 $\{\tau_{k1}, \eta_{k1}\}$ 表示。信息 $\tau_{k1}$ 和可见度 $\eta_{k1}$ 是通过最长进程时间或者最短完成时间等要求决定。蚂蚁遍历节点的顺序就是相应的解答答案。在解决 $10 \times 10$ 和 $10 \times 15$ 的 JSP 问题中,蚂蚁算法的解与最优解的误差在 $10\%$ 之内。这是一个相当不错的结果。<sup>[12][13]</sup>

### 3. 大规模集成电路综合布线

大规模集成电路中的综合布线可以采用蚁群算法的思想来进行。在布线过程中,各个引脚对蚂蚁的引力可根据引力函数来计算。各个线网 Agent 根据启发策略,象蚁群一样在开关

盒网格上爬行,所经之处便布上一条金属线,历经一个线网的所有引脚之后,线网便布通了<sup>[13][21]</sup>。给定一个开关盒布线问题,问题的计算量是固定不变的,主要,由算法的迭代次数决定,而迭代次数由 Agents 的智能和开关盒问题本身的性质确定。蚁群算法本身的并行法,使之比较适合于解决布线问题。

#### 4. 电信网络路由

电信网络中的路由是通过路由表进行的。在每个节点的路由表中,对每个目的节点都列出了与该节点相连的节点,当有数据包到达时,通过查询路由表可知道下一个将要到达的节点。首先对路由表中的信息素强度进行初始化。在节点  $x$ , 以节点  $i$  为目的地址,邻节点为  $j$  处的信息素强度为  $\tau_{ij} = 1/d_{ij}$ ,  $d_{ij}$  为从  $x$  经节点  $j$  到节点  $i$  路径的最小费用值。然后周期性地释放蚂蚁来进行路由。并修改相应的信息素的值<sup>[10][13][14]</sup>。仿真结果表明,无论呼叫是均匀分布还是集中分布,利用蚁群算法所得呼叫拒绝率和平均路径长度均小于最小负载法结果;在呼叫符合集中分布时,蚁群算法所得呼叫拒绝率低于最短路径法<sup>[15][18]</sup>。

### 五、结论

蚁群算法是一种新型的模拟进化算法,虽研究时间不长,已显示出求解复杂优化问题方面的优势,其应用前景非常广泛。例如交通网络中的最佳路径选择问题,电信网络中的流量负载分配问题等等都可以应用该算法来解决。但是蚁群算法还不像其它的启发式算法那样已形成系统的分析方法和具有坚实的数学基础。参数的选择更多的是依靠实验和经验,没有定理来确定,而且它的计算时间偏长。这些都表明其在理论和实践方面尚有许多问题需要更深入的研究与解决。

### 参考文献

- [1] A. Colorni, M. Dorigo and V. Maniezzo, "Distributed optimization by ant colonies" in Proc. First Europ. Conf. Artificial Life, F. Varela and P. Bourguine, Eds. Paris, France: Elsevier, 1991, pp. 134—142
- [2] A. Colorni, M. Dorigo and V. Maniezzo, "An investigation of some properties of an ant algorithm," in Proc. Parallel Problem Solving from Nature Conference (PPSN'92), R. Manner and B. Manderick Eds, Brussels, Belgium: Elsevier, 1992, pp. 509—520
- [3] M. Dorigo, "Optimization learning and natural algorithms," Ph. D. Thesis, Dip. Elettronica e Informazione, Politecnico di Milano, Italy, 1992.
- [5] Marco Dorigo, Vittorio Maniezzo, Alberto Colorni, "Ant System: Optimization by a Colony of Cooperating Agents". IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics—part, Vol. 26, NO. 1, February 1996
- [6] V. Maniezzo, A. Colorni and M. Dorigo, "The ant system applied to the quadratic assignment problem," Tech. Rep. IRIDIA/94—28, Universite Libre de Bruxelles, Belgium, 1994
- [7] S. Goss, R. Beckers, J. L. Denbourg, S. Aron and J. M. Pasteels, "How trail laying and trail following can solve foraging problems for ant colonies," in Behavioral Mechanisms of Food Selection, R. N. Hughes Ed., NATO—ASI Series, Berlin: Springer—Verlag, vol. G20, 1990.
- [8] A. Colorni, M. Dorigo, V. Maniezzo and M. Trubian, "Ant system for job—shop scheduling," JORBEL—Belgian J. Oper. Res., Statist. Comp. Sci., Vol. 34, no. 1, pp. 39—53
- [9] Peter Merz and Bernd Freisleben, "A Comparison of Memetic Algorithms, Tabu Search, and Ant Colonies for the Quadratic Assignment Problem", IEEE, Evolutionary Computation, 1999, CEC 99, Proceedings of the 1999 Congress on, 1999—2017 Vol. 3
- [10] Ying Wang and Jianying Xie, "Ant Colony Optimization For Multicast Routing," IEEE, Circuits and Systems, 2000, IEEE APCCAS 2000, The 2000 IEEE Asia—Pacific conference on, 2000
- [12] Lu guoying, Zhang subing and Liu zemin, "Distributed Dynamic Routing Using Ant Algorithm for Telecommunication Networks," IEEE, Communication Technology Proceedings, 2000, WCC—ICCT 2000, International Conference on, Volume: 2, 2000
- [13] Griselda Navarro Varela and Mark C. Sinclair, "Ant colony Optimisation for Virtual—Wavelength—Path Routing and Wavelength Allocation," IEEE, Evolutionary Computation, 1999, CEC 99, Proceedings of the 1999 Congress on, 1999—1816 Vol. 3
- [14] 庄昌文, 范明钰, 李春辉, 虞厥邦, "基于协同工作方式的一种蚁群布线系统", 半导体学报, 第 20 卷第 5 期, 1999 年 5 月
- [15] 李连源, 刘泽民, 周正, "基于 ACS 的动态分布式路由算法", 北京邮电大学学报, 第 23 卷第 2 期, 2000 年 6 月
- [16] 林锦, 朱文兴, "凸整数规划问题的混合蚁群算法", 福州大学学报(自然科学版), 第 27 卷, 第 6 期, 1999 年 12 月
- [18] 李生红, 刘泽民, 周正, "ATM 网上基于蚂蚁算法的 VC 路由选择方法", 通信学报, 第 21 卷第 1 期, 2000 年 1 月
- [21] 庄昌文, 范明钰, 李春辉, 虞厥邦, "采用面向 Agent 技术的并行布线系统", 计算机研究与发展, 第 36 卷第 12 期, 1999 年 12 月

(收稿日期: 2001 年 6 月 9 日)