维普资讯 http://www.cqvip.com

第 19 卷 第 4 期
2002 年 11 月
工 程 数 学 学 报
JOURNAL OF ENGINEERING MATHEMATICS
Vol.19 No.4
Nov. 2002

文章编号:1005-3085(2002)04-0035-05

用混合型蚂蚁群算法求解 TSP 问题

冯祖洪[1]， 徐宗本[2]
(1-西北第二民族学院,银川 750021； 2-西安交通大学理学院,西安 710049)

摘 要:介绍了求解 TSP 问题的混合型蚂蚁群算法,并以 att532(美国 532 个城市)为例给出了计算实验结果,说明了混合型蚂蚁群算法能改进标准蚂蚁群算法的计算效率和计算结果的质量。

关键词: TSP; 蚂蚁群算法;混合蚂蚁群算法
分类号: AMS(2000)92B20　　**中图分类号**: TP301　　**文献标识码**: A

1 引 言

蚂蚁是一种群体生活的昆虫,它的许多行为有助于形成一些解决困难问题的新思想。例如,在如图 1 所示的实验中(A 表示蚁巢, B 表示食物源),大部分蚂蚁总是在较短的路径上往返于 A 与 B 之间。蚂蚁是如何得知哪一条路径较短呢?经生物学家研究得知,蚂蚁在行进中不断释放它们特有的生物信息到经过的路径上,利用它,蚂蚁能相互进行间接通信、协同工作。如图 1 所示,蚂蚁开始从 A 出发去 B 点,到交叉点后,因没有任何参考信息,不能判断哪条路径去 B 点较近,只能随机地选择一条。假定蚂蚁以相同速度行进,初始时蚂蚁以相同的概率选择路径,边走边释放生物信息,沿较短路径的蚂蚁首先到达 B 点并返回,在交叉点处发现较短路径上已有一定的生物信息量,另一条则是空白,蚂蚁总是习惯地选择带生物信息较浓的路径返回,且继续释放生物信息,进一步增加了路径上的浓度。这样周而复始,使较短路径与较长路径上的生物信息浓度差增大,最后促使大部分蚂蚁都利用较短路径往返于 A 与 B 之间。受蚂蚁的启发,Dorigo 提出了蚂蚁群算法,并将这种算法逐步应用于求解 TSP(Traveling Salesman Problem),QAP(Quadratic Assignment Problem),网络通信等组合优化问题,并取得了一些成果。实验发现,标准蚂蚁群算法有许多优点,求解组合优化问题的整体搜索性能良好,但也有许多缺陷,该算法对 30 个城市以下的 TSP 问题较有效,随着 TSP 问题规模的扩大,常规蚂蚁群算法的计算效果很不理想。为了解决由 TSP 的规模带来的问题,用混合型蚂蚁群算法对

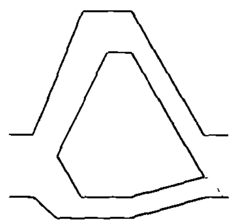

图 1　蚂蚁群算法模型

收稿日期:2001-11-12.　作者简介:冯祖洪(1956 年 6 月生),男,副教授.研究方向:仿生优化算法.
基金项目:宁夏回族自治区基金项目(JY2002208).

维普资讯 http://www.cqvip.com

常规蚂蚁群算法进行改进,取得了良好的效果。

2 TSP问题

一般地,TSP问题可描述如下:

设 $\boldsymbol{C}=\{c_1,c_2,\cdots,c_n\}$ 是一个城市的集合,$\boldsymbol{L}=\{l_{ij}\mid c_i,c_j\in \boldsymbol{C}\}$ 是 $\boldsymbol{C}$ 中元素两两连接的弧集合,$\boldsymbol{G}=(\boldsymbol{C},\boldsymbol{L})$ 是一个图,TSP问题的目的是从 $\boldsymbol{G}$ 中找出长度最短的Hamilton圈,即找出对 $\boldsymbol{C}=\{c_1,c_2,\cdots,c_n\}$ 中每个城市访问且只访问一次的最短一条封闭曲线。

TSP问题分为对称型和非对称型,在对称型TSP问题中,有 $d_{ij}=d_{ji},c_i,c_j\in \boldsymbol{C}$($d_{ij}$ 是 l_{ij} 的长度);而在非对称型TSP问题中,至少存在一对 $c_i,c_j\in \boldsymbol{C}$,使 $d_{ij}\neq d_{ji}$,这里主要讨论用混合型蚂蚁算法解对称型TSP问题。

3 常规蚂蚁群算法

求解TSP问题的常规蚂蚁群算法可描述如下:

开始,$m(m\leqslant n)$ 个人工蚂蚁随机地定位于 n 个城市的 m 个中,每个蚂蚁使用一定的状态转换规则从一个状态转到另一个状态(即从一个城市转到另一个城市),最后回到它的起始位置,完成一个Hamilton圈(TSP问题的一个可行解)。在状态转换期间,每个蚂蚁利用局部生物信息修正原则,修正前后两个状态间的弧上的生物信息量。所有 m 个蚂蚁都完成了各自的Hamilton圈后,或者从当前 m 个Hamilton圈中选择长度最短的一个,或者从已得到的所有Hamilton圈中选择长度最短的一个,利用该圈的长度,用整体生物信息量修正原则修正所有弧上的人工生物信息量。局部生物信息修正原则模拟了蚂蚁释放生物信息的自然挥发作用。生物信息的整体修正原则则是为了更好地引导蚂蚁利用人工生物信息和启发信息(两个城市间距离的函数)寻找TSP问题的最优解。上面提到的3个规则可表示如下:

3.1 蚂蚁状态转换原则

一个人工蚂蚁按以下概率从状态 r 转换到状态 s:

$$S=\begin{cases}\max\limits_{u\in J_k(r)}\{[\tau(r,u)].[\eta(r,u)]^{\beta}\} & q>q_0\\[2ex] \left.\begin{array}{ll}\dfrac{[\tau(r,u)].[\eta(r,u)]^{\beta}}{\sum\limits_{u\in J_k(r)}[\tau(r,u)].[\eta(r,u)]^{\beta}} & u\in J_k(r)\\[2ex] 0 & u\notin J_k(r)\end{array}\right\} & q<q_0\end{cases}$$

这里 $\eta(r,u)=1/d_{r,u}$,$q\in[0,1]$ 是一个随机变量,q_0 是一个给定的参数($0\leqslant q_0\leqslant 1$),$J_k(r)$ 是第 k 个蚂蚁在状态 r 时 $\boldsymbol{C}$ 中还没达到过的状态集合,β 是一个给定的大于0的参数,用于调节启发信息在状态转换中的作用。$\tau(r,u)$ 表示连接两个城市 r 和 u 的弧上的生物信息量,初始时,可取值为1。

3.2 生物信息量的整体修正规则可选择下述之一

1) 蚂蚁经反复搜索得到若干个Hamilton圈,设 L_{gb} 是其中长度最短的一个圈 H_{gb} 的长度,则整体修正规则为:

$$\tau(r,u)\leftarrow(1-\alpha)\tau(r,u)+\alpha\Delta\tau(r,u)$$

这里,当 $l_{r,u}\in H_{gb}$ 时,$\Delta\tau(r,u)=1/L_{gb}$,否则,$\Delta\tau(r,u)=0$;$\alpha(0<\alpha<1)$ 是一个

维普资讯 http://www.cqvip.com

人工生物信息的挥发参数。

2) 当前 m 个蚂蚁经过搜索得到 m 个 Hamilton 圈,设 L_{mb} 是其中长度最短的一个圈 H_{mb} 的长度,则整体修正规则为:

$$\tau(r,u) \leftarrow (1-\alpha)\tau(r,u) + \alpha\Delta\tau(r,u)$$

这里,当 $l_{ru} \in H_{mb}$ 时,$\Delta\tau(r,u) = 1/L_{mb}$,否则,$\Delta\tau(r,u) = 0$;$\alpha(0 < \alpha < 1)$ 是一个人工生物信息的挥发参数。

3.3　生物信息量的局部修正规则

对本次 m 个蚂蚁搜索得到的 m 个 Hamilton 圈上的弧,依据下面的规则修正两个状态间的生物信息量:$\tau(r,u) \leftarrow (1-\rho)\tau(r,u) + \rho\Delta\tau(r,u)$,其它弧上的生物信息量修正规则为:

$$\tau(r,u) \leftarrow (1-\rho)\tau(r,u)$$

$\rho(0 < \rho < 1)$ 是一个参数。$\Delta\tau(r,u) = \tau_0 = 1/(nl_{nn})$,$l_{nn}$ 是 n 个城市中二个最近的城市间的距离,n 是 TSP 问题的规模。

4　混合型蚂蚁群算法

为了便于计算,在算法的初始化阶段,生成一个整型数组 $i\_1[n+1]$ 和一个长度为 $n \times (n-1)$ 的结构数组 $ds[n*(n-1)]$,$ds[n*(n-1)]$ 的数据结构如下:

```
STRUCT
{   float   dij,
     int    index,
     int    next
} ds[n * (n - 1)]
```

其中,d_{ij} 表示 $c_i \in \boldsymbol{C}$ 到 $c_j \in \boldsymbol{C}$ 间的距离,$c_i \in \boldsymbol{C} = \{c_1, c_2, \cdots, c_n\}$ 是某个确定的城市,c_j 表示 $\boldsymbol{C} = \{c_1, c_2, \cdots, c_n\}$ 中其它任何一个城市;index 为固定 i 后,通过对 $(n-1)$ 个 d_{ij} 按升序排序后的序号数;next 为下一个序号的城市编号。为了方便,可以将上述数组看作一个 $n \times (n-1)$ 的矩阵:

$$\begin{bmatrix} ds(1,1) & ds(1,2) & \cdots & ds(1,n-1) \\ ds(2,1) & ds(2,2) & \cdots & ds(2,n-1) \\ \cdots & & & \\ \cdots & & & \\ ds(n,1) & ds(n,2) & \cdots & ds(n,n-1) \end{bmatrix}$$

这里,矩阵元素 $ds(i,j)$ 对应数组元素 $ds[(i-1)*(n-1)+j-1]$(注:$ds(1,1)$ 对应第一个数组元素 $ds[0]$)。对每个固定的 i,应有 $i\_1(i) = k_i$,使 $ds(i,k_i).\mathrm{index} = 1$,令:

$$k_{i1} = ds(i,k_i).\mathrm{next}, k_{i2} = ds(i,k_{i1}).\mathrm{next}, \cdots, k_{i(n-2)} = ds(i,k_{i(n-3)}).\mathrm{next},$$

则得到:

$$ds(i,k_i).d_{ij} \leqslant ds(i,k_{i1}).d_{ij} \leqslant \cdots \leqslant ds(i,k_{i(n-2)}).d_{ij} \text{ 和 } ds(i,k_i).\mathrm{index} = 1$$

$$ds(i,k_{i1}).\mathrm{index} = 2, \cdots, ds(i,k_{i(n-2)}).\mathrm{index} = (n-1)$$

维普资讯 http://www.cqvip.com

4.1 **混合型蚂蚁群算法**

标准蚂蚁群算法简单,实验证明,对规模较小(城市数量在30个以下)的TSP问题较有效。但对规模较大的TSP问题(例如,城市数量在100个以上),则蚂蚁群算法的计算量非常巨大,且难以得到较好的可行解。

为了解决由规模引起的上述问题,提出将蚂蚁群算法和爬山法结合,利用上面的数组 $i\_1[n+1]$ 和 $ds[n*(n-1)]$ 对TSP问题进行求解。实验证明,利用蚂蚁群算法的全局搜索能力和爬山法的快速局部收敛特性,能较好地解决TSP的快速求解问题。混合型蚂蚁群算法的执行步骤如下:

1) 用蚂蚁群算法求得 m 个 Hamilton 圈;

2) 找出当前最短长度的 Hamilton 圈作为爬山法计算的当前路径。

3) 对当前路径反复进行局部搜索。一般来说,每一次搜索涉及的弧少于或等于三段,若有改进,则进行置换。直到爬山法无法改进 Hamilton 圈的质量为止。

4) 与某种计算结束规则进行比较,若满足要求,则结束计算并输出结果;否则,回到1)继续计算。

爬山法搜索如下进行可节约一定的计算工作量:

设当前最短长度的 Hamilton 圈为 H_{gb},圈中城市的排列为 $\prod=\{c_{g1},c_{g2},\cdots,c_{gn}\}$,增加整型数组 $P\_1[n+1]$,让 $P\_1[gi]=1$ 表示从 c_{gi} 开始的爬山法搜索已经执行,$P\_1[gi]=0$ 表示从 c_{gi} 开始的爬山法搜索还未执行。初始化 $P\_1[i]=0, i=1,\cdots,n$。设搜索从 c_{gk} 开始,令 $m_{gk}=ds(c_{gk},c_{g(k+1)}).\mathrm{index}$,若 $m_{gk}=i\_1[gk]$,表明 $d_{gk\,g(k+1)}=\min\limits_{gi\in C-C_{gk}} d_{gk\,gi}$,与 c_{gk} 连接的弧不能再改进,于是设置 $P\_1[gk]=1$。否则,若 $m_{gk}>i\_1[gk]$,令 $g(f+1)=i\_1[gk]$,取出圈上的弧 $l_{gk\,g(k+1)}, l_{gf\,g(f+1)}$ 及弧 $l_{gk\,g(f+1)}, l_{gf\,g(k+1)}$,比较 $(d_{gk\,g(f+1)}+d_{gf\,g(k+1)})$ 与 $(d_{gk\,g(k+1)}+d_{gf\,g(f+1)})$ 的值(为简单起见,以只置换二条弧为例说明),分二种情况考虑:

1) 如果 $d_{gk\,g(f+1)}+d_{gf\,g(k+1)}<d_{gk\,g(k+1)}+d_{gf\,g(f+1)}$,则将 $l_{gk\,g(k+1)}$ 和 $l_{gf\,g(f+1)}$ 置换成 $l_{gk\,g(f+1)}$ 和 $l_{gf\,g(k+1)}$,并设置 $P\_1[gk]=1$。

2) 如果 $d_{gk\,g(f+1)}+d_{gf\,g(k+1)}\geqslant d_{gk\,g(k+1)}+d_{gf\,g(f+1)}$,则令 $g(h+1)=ds(gk,g(f+1)).\mathrm{next}$,必有 $m_{gk}\geqslant g(h+1)$。当 $m_{gk}>g(h+1)$ 时,取出圈上的弧 $l_{gk\,g(k+1)}, l_{gh\,g(h+1)}$ 及弧 $l_{gk\,g(h+1)}, l_{gh\,g(k+1)}$ 继续比较。以此类推,直至情况1)或 $m_{gk}=g(h+1)$ 发生,即完成从 c_{gk} 开始的爬山法搜索,并设置 $P\_1[gk]=1$。这样反复搜索,直到 $P\_1[i]=1, i=1,2,\cdots,n$ 成立为止。对于三条弧的置换原理和方法与上述类似,不再叙述。

有了矩阵 $\boldsymbol{ds}(n,n-1)$(实际上是数组 $ds[n*(n-1)]$)和数组向量 $i\_1[n+1]$,在爬山法搜索期间,对于 Hamilton 圈中的每个城市 c_{ni},设 $m_{ni}=ds(c_{ni},c_{n(i+1)}).\mathrm{index}$,爬山法搜索只需对 $m_{ni}-1$ 段弧长小于 $d_{ni\,n(i+1)}$ 的弧进行。通常,对上面得到的 Hamilton 圈 H_{gb} 及 $c_{gk}\in\prod$,由距离的对称性,将矩阵 $\boldsymbol{ds}(n,n-1)$ 的行作适当调整后,应有 $m_{gk}=ds(c_{gk},c_{g(k+1)}).\mathrm{index}\leqslant k$,理论上搜索计算的工作量应少于全部搜索计算的一半。

4.2 **实验参数设置与结果分析**

用上述混合型蚂蚁群算法,对TSPLIB中的att532(由美国532个城市组成的TSP问题)进行了实验计算。实验中,取 $\beta=2, q_0=0.95, \alpha=\rho=0.1, \tau_0=1/(532.l_{nn})$,结果见表1。

维普资讯 http://www.cqvip.com

表1 混合型蚂蚁群算法与标准蚂蚁群算法计算结果比较

算法名称	最好的计算结果	得到最好结果时间(s)	TSP解的平均值	平均计算时间(s)	实际最优解	最好的计算结果相对误差(%)
标准蚂蚁群算法	28093	372	28932.7	700	27686	1.4
混合型蚂蚁群算法	27689	86	27705.7	300	27686	0.01

标准蚂蚁群算法计算中利用了数组 $ds[n*(n-1)]$,采用了类似候选列表的方法。当蚂蚁 k 在位置 r 时,优选选择与 r 距离最近的20个城市中的一个,若这20个城市都已被蚂蚁 k 访问过,则再选择其它的城市。混合型蚂蚁群算法中,按4.1中的方法得到 m 个Hamilton圈,选择当前圈长最短的一个作为爬山法的起始搜索路径,若该圈与上次的圈相同,则选择本次 m 个圈中圈长最短的一个作为爬山法的起始搜索路径。

混合型蚂蚁群算法既利用了蚂蚁群算法的全局搜索能力,又借用了爬山法的良好收敛特性,能较快地得到TSP问题全局最优解的较好近似解。

参考文献:

[1] Gambardella L M, Dorigo M. Solving symmetric and asymmetric TSPs by ant colonies[J]. Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation, IEEE - EC 96, IEEE Press, 1996; 622 - 627

[2] Johnson D S, Mcgeoch L A. The travelling salesman problem: a case study in local optimization. in Local Search in Combinatorial Optimization[M]. Eds Aarts E H L, Lenstra J K. New York: Wiley and Sons, 1997

[3] Bonabean E, Dorigo M, Theraulaz G. From natural to artifical swarm intelligence[M]. Oxford University Press, 1999

A Hybrid Ant Colony Algorithm for Solving TSP

FENG Zu-hong[1], XU Zong-ben[2]

(1-The Second Northwest National Institute, Yinchuan 750021;
2-Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049)

Abstract: A hybrid ant colony algorithm for solving TSP (The traveling salesman problem) is presented. A TSP numerical test, named att532, which is taken from the library of TSPLIB in the United States, is discussed. The test result indicates that the efficiency and numerical performance of the original ant colony algorithm could be improved by the hybrid strategy.

Keywords: TSP; ant colony algorithm; hybrid ant colony algorithm