

基于蚁群算法的复合形法及其 在边坡稳定分析中的应用

The complex method based on ant colony algorithm and its application to the slope stability analysis

李亮,迟世春,林皋

(大连理工大学 土木水利学院及海岸与近海国家重点实验室,辽宁 大连 116024)

摘要:首先将基于排序的路径选择方法引入基本蚁群算法,并用之于连续变量的优化问题和边坡的最小安全系数搜索,结果发现对于设计变量较少的数值优化问题和简单边坡的最小安全系数搜索问题,该蚁群算法可以找到全局最优解或比较接近全局最优解。但对于复杂边坡的最小安全系数搜索问题,该蚁群算法很容易陷入局部最优。另外复合形法对于不同的初始复合形也会得到不同的最小安全系数,利用本文提出的基于最小海明距离的替换准则将蚁群算法得到的局部最优解替换掉初始复合形中的一个顶点,则复合形法容易找到全局最优,成为一种全局搜索能力很强的优化算法。

关键词:蚁群算法;复合形法;边坡稳定;安全系数

中图分类号:TU 441

文献标识码:A

文章编号:1000-4548(2004)05-0691-06

作者简介:李亮(1977-),男,大连理工博士研究生,主要从事土工问题的优化分析。

LI Liang, CHI Shi-chun, LIN Gao

(State Key lab of Coastal and Offshore Eng, School of Civil & Hydraulic Eng, DaLian Univ of Technol, Dalian 116024, China)

Abstract: Firstly the choosing method based on sort is imported into the basic ant colony algorithm and the new ant colony algorithm is applied to the optimization problem of the consecutive variable and the search for the minimum safety factor of the slope. The results show that the new ant colony algorithm is applicable to the few-variable numerical optimization problem and the search for the minimum safety factor of the simple slope, however the new ant colony algorithm is apt to the local minimum for the search of the minimum safety factor for the complex slope. The minimum safety factors gained by the complex method vary with the different initial multi-forms. One point of the initial multi-form is replaced with the local minimum gotten by the new ant colony algorithm using the substitution rule based on the minimum hamming distance and the complex method is apt to find the global minimum safety factor.

Key words: ant colony algorithm; complex method; slope stability; safety factor

0 引言

确定最危险滑裂面的位置和最小安全系数是边坡稳定分析的主要目的。传统的搜索方法大都对目标函数的导数有严格的要求而适用性不强。近来,有的学者利用遗传算法^[1]、模拟退火算法^[2]等启发式搜索算法来研究边坡的稳定性,均取得了较好的效果,但是遗传算法在搜索时,存在早熟收敛、计算量大等缺陷;虽然模拟退火算法能从概率意义上保证搜索到全局最优值,但在实际应用中由于退火不充分并不能保证一定能够搜索到全局最优值。而复合形法是一种求解最优优化问题的直接方法。由于在迭代计算中不必计算目标函数的一阶或二阶导数,对目标函数和约束函数的性质无特殊要求,所以是工程设计中较为常用的一种有约束的直接求解方法。但是复合形法在迭代过程中有可能出现迭代失败现象,这在复杂优化问题中尤其如此。利用蚁群算法容易找到较优解的特点,结合基本复合形法构成了本文的全局搜索算法。

1 连续变量的蚁群算法

1.1 蚁群算法简介

人工蚁群算法(ACA)是受到人们对自然界中真实蚁群集体行为的研究成果启发而提出的一种基于蚁群的模拟进化算法。生物研究表明,虽然单个蚂蚁的能力非常有限,但多个蚂蚁构成的群体具有找到蚁穴与食物之间最短路径的能力。这种能力是靠其在所经过的路径上留下一一种挥发性分泌物来实现的。蚂蚁在路径上前进时会根据前边走过的蚂蚁所留下的分泌物选择其要走的路径。其选择一条路径的概率与该路径上分泌物的浓度成正比。因此,由大量蚂蚁组成的群体的集体行为实际上构成一种学习信息的正反馈现象:某一条路径上走过的蚂蚁越多,后面的蚂蚁选择该路径的可能性就越大。蚂蚁的个体之间通过这种信息的交流寻求通向食物的最短路径。这种优化过程的本

质在于:①选择机制 分泌物越多的路径,被选择的概率就越大。②更新机制 路径上面的分泌物会随蚂蚁的经过而增长,而且同时随时间的推移逐渐挥发而消失。③协调机制 蚂蚁之间实际上是通过分泌物来互相通信、协同工作的。蚁群算法正是充分利用了这样的优化机制,即通过个体之间的信息交流与相互协作最终找到最优解,使它具有很强的发现较优解的能力。同时,在利用复合形法来求解优化问题时发现,初始复形的顶点分布或不同的搜索域对计算结果有较大影响,在求解复杂优化问题时尤其如此。本文拟用蚁群算法能发现较优解的能力来消除该影响。

对于基本蚁群算法的描述大都以 TSP 问题为例来说明^[3],因为蚁群搜索食物的过程与旅行商问题之间有很大的相似性,限于篇幅本文就不再赘述。

1.2 蚁群算法的改进

高尚等人提出了一种利用蚁群算法求解连续变量优化问题的方法^[4],简单易行、便于求解。本文将蚁群搜寻食物的过程比拟为跨越障碍物的问题,下面以三变量问题为例说明。变量的个数 $n = 3$ 比拟为障碍物的个数,将变量的取值范围分为 $N = 10$ 个子区间(圆圈),每个子区间代表跨越某障碍物的一条途径,所有途径的总体组成了类似矩阵的形式,当途径上有分泌物时就构成了分泌物浓度矩阵。每只蚂蚁都必须从蚂蚁巢穴出发,路径入口,根据各途径上残留的分泌物的浓度来选择一条途径跨越三个障碍物,最后到达出口,路径评估处的时候,会对这只蚂蚁跨越三个障碍物所选择的三条途径上的分泌物浓度进行修改,修改的依据是这只蚂蚁在评估处的得分,然后这只蚂蚁再返回蚂蚁巢穴等待下一次循环。形象描述如图 1 所示,图为一蚂蚁正在跨越障碍物 B。蚁群算法的基本步骤见文献^[4],限于篇幅本文不再赘述。为了避免搜索陷入局部极小值,主要在以下两方面作了改动:①浓度矩阵更新方程采用下式(1)进行;②在路径决策时采用基于排序的选择方法,而不是比例选择。

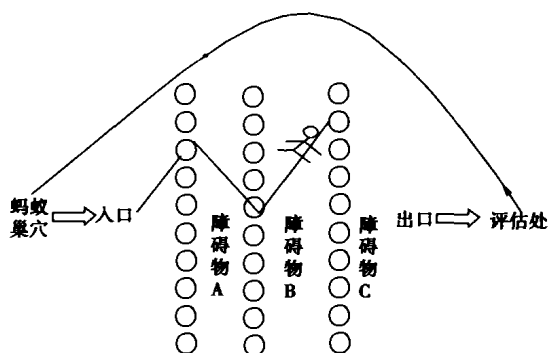


图 1 蚁群算法的形象描述

Fig.1 Illustration of the ant colony algorithm

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho\tau_{ij}(t) + (1-\rho)\Delta\tau_{ij}(t) \quad (i=1, N; j=1, n), \quad (1)$$

$\tau_{ij}(t+1)$ 为下一时刻浓度矩阵中第 i 行第 j 列的元素, $\tau_{ij}(t)$ 为当前时刻的浓度矩阵中第 i 行第 j 列的元素, ρ 表示浓度持久性系数, N 为变量取值范围的子区间数, n 为连续变量的个数。 $\Delta\tau_{ij}$ 由下式(2)确定, Q 为一正常数, f 为蚂蚁经过评估处时的得分,即目标函数值,当目标函数值有可能为负值时,要将其变为正值。

$$\Delta\tau_{ij}(t) = Q/f, \quad (2)$$

在式(1)中系数 $(1-\rho)$ 主要是为了避免浓度差距过大,从而在一定程度上避免了陷入局部极小值的概率。本文基于排序的路径选择方法步骤如下:

(1)将浓度矩阵中某一列元素赋给数组 $\omega(i)$, 定义数组 $J(i) = i, i=1, N$ 。

(2)对 $\omega(i)$ 中元素按浓度大小进行降序排列,同时更新 $J(i)$ 中的数值。

(3) $\beta \sim (0, 1)$, 定义基于排队序号的浓度函数 $dens(\omega(i)) = \beta(1-\beta)^{i-1}, i=1, 2, \dots, N$ 。

(4)对该列中每个元素 ω_i 计算其累积概率:

$$\begin{cases} q_0 = 0, \\ q_i(\omega(i)) = \sum_{k=1}^i dens(\omega(k)), i=1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (3)$$

(5)从区间 $(0, q_N)$ 中产生一个随机数 r 。

(6)若 $q_{i-1} < r < q_i$, 则选择第 i 个元素 $\omega(i)$ 所对应的第 $J(i)$ 子区间为蚂蚁跨越该障碍物选择的途径。

从已发表文献来看,路径选择大都采用比例选择,对应于式(3)中 $q_i(\omega(i)) = \frac{\omega(i)}{\sum_{j=1}^N \omega(j)}$, 若某列中的元素

相差过大,在进行路径选择时就容易陷入局部极小值;采用基于排序的路径选择方法,通过改变 β 的值可以避免比例选择时对浓度大的依赖性,较之比例选择方法有很大的灵活性。

1.3 蚁群算法在数值优化中的应用

文献^[4,5]采用的两个典型的优化问题如下

$$\min f(y_1, y_2) = (y_1 - 1)^2 + (y_2 - 2.2)^2 + 1.0,$$

$$0 \leq y_1 \leq 2, 1 \leq y_2 \leq 3;$$

$$\min f(y) = 5e^{-0.5y} \sin 30y + e^{0.2y} \sin 20y + 6.0,$$

$0 \leq y \leq 8$ 。为便于辨识,前者标记为 F_1 , 最优解为 $f(1.0, 2.2) = 1.0$; 后者标记为 F_2 , 文中最优解为 1.365。

取 $Q = 10.0, \rho = 0.6, N_{ant} = 20$, 为蚂蚁数, $N = 10, NL = 100$ 为循环次数,分别采取比例选择和基于排序的选择方法对以上两个优化问题进行了计算。计算结果及比较见表 1。

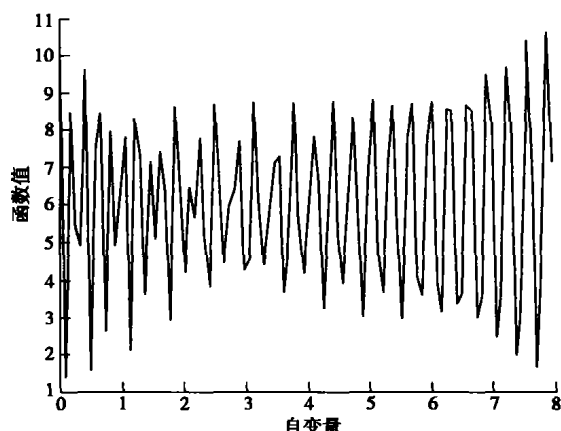


图 2 F_2 的函数曲线

Fig.2 Function curve of F_2

从表 1 可以看出,在其它计算参数相同的前提下,采用比例选择的方法所得到的结果对于像 F_1 这样的简单问题的误差就达到了 20%,对于复杂问题就更不理想。而采取本文的基于排序的路径选择方法就显得很灵活,通过调节参数 β 的值就能得到最优解。其原因在于随着 β 值的增大蚂蚁选择序号靠后区间的几率就减小。从图 3 上可以看出,当 $\beta \geq 0.6$ 时,蚂蚁在初始选择时根本没有选择 6~10 区间,这些区间上的浓度矩阵也就没有变化,这就造成了蚂蚁以后选择时依然没有机会选择这些区间,所以从保证全局搜索的角度来讲 β 值不应取的过大,反映在表 1 中, $\beta \geq 0.6$ 时,计算的结果都陷入了局部极小值。当然比例选择在初始选择时可以遍历所有区间,但是由于它是随机选择误差较大,当某列的浓度矩阵元素值相差过大时易陷入局部最优。基于排序的选择路径方法虽也是随机进行,但是通过变化 β 值就可以在在一定程度上减小随机的影响。当利用蚁群算法求解边坡的最小安全系数时,对于复杂边坡,由于土质力学特性以及边坡形状的多样性导致了安全系数可能存在多个局部极小值,利用蚁群算法有可能搜索不到全局最小值。

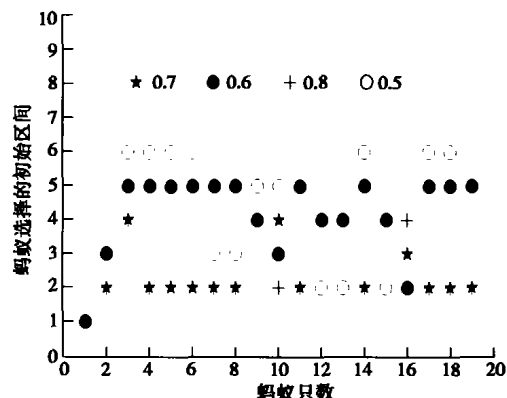


图 3 蚂蚁第一次选择的区间分布

Fig.3 First distribution of choice of the ant

表 1 比例选择与基于排序选择在蚁群算法中的比较

Table 1 Comparison between the choice based on sort and the proportion choice in the ant colony algorithm

β	F_1			F_2	
	蚁群算法计算结果			蚁群算法计算结果	
	y_1	y_2	$f(y_1, y_2)$	y	$f(y)$
0.1	0.97	1.97	1.05	1.82	2.70
0.2	0.89	1.89	1.10	7.46	1.46
0.3	0.98	1.98	1.04	7.46	1.46
0.4	1.00	2.00	1.03	7.77	1.33
0.5	0.97	1.97	1.05	3.70	3.24
比	0.79	1.79	1.20	3.07	3.21
0.6	1.20	2.20	1.04	4.32	3.16
0.7	1.02	2.02	1.03	1.82	2.72
0.8	0.88	1.88	1.12	0.98	3.98

1.4 蚁群算法在边坡最小安全系数搜索中的应用

以图 4 所示复杂边坡剖面^[6]为算例,采用蚁群算法搜索其最小安全系数,为了比较对图 5 所示的均质边坡也进行了分析。土层的计算参数在各图中已经示出。取滑弧的圆心坐标 (X_0, Y_0) 以及滑出点的坐标 X_H 为设计变量,利用简单条分法来计算滑弧上的安全系数,并以安全系数最小为优化问题的目标函数,蚁群算法计算参数与上面数值优化时相同,采用罚函数法对不满足约束条件的滑弧进行处理。采用比例选择与本文基于排序的路径选择的结果比较见表 2。

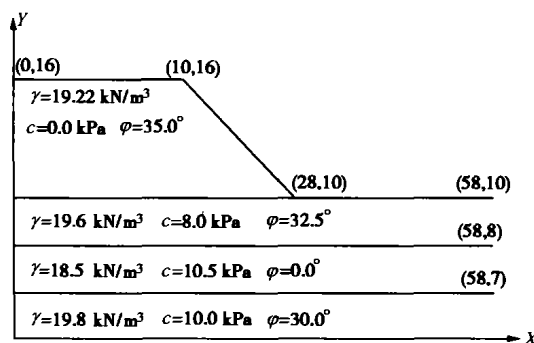


图 4 复杂海堤的材料参数及剖面

Fig.4 Parameters and cross-section of the complex slope

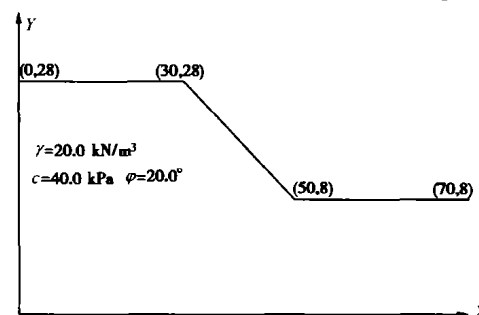


图 5 简单边坡材料参数及剖面

Fig.5 Parameters and cross-section of the simple slope

表 2 蚁群算法计算结果

Table 2 The calculated results of the simple and Complex slope using ACA

简单边坡				复杂边坡			
第一种圆心范围		第二种圆心范围		第一种圆心范围		第二种圆心范围	
X_0	Y_0	X_0	Y_0	X_0	Y_0	X_0	Y_0
20 ~ 100	20 ~ 80	10 ~ 60	10 ~ 50	10 ~ 100	15 ~ 100	10 ~ 50	10 ~ 50
β 值	安全系数	β 值	安全系数	β 值	安全系数	β 值	安全系数
0.1	1.356	0.1	1.449	0.1	1.589	0.1	3.237
0.2	1.355	0.2	1.449	0.2	2.901	0.2	3.240
0.3	1.363	0.3	1.449	0.3	1.713	0.3	3.246
0.4	1.358	0.4	1.450	0.4	2.908	0.4	3.236
0.5	1.353	0.5	1.457	0.5	1.589	0.5	3.249
比例选择	1.356	比例选择	1.450	比例选择	1.589	比例选择	3.250
0.6	1.353	0.6	1.458	0.6	1.590	0.6	3.270
0.7	1.364	0.7	1.455	0.7	1.570	0.7	3.299
0.8	1.365	0.8	1.479	0.8	1.569	0.8	3.337

由表 2 可以看出,对于简单均质边坡,圆心的搜索范围对计算结果没有太大影响,大都集中在 1.36 ~ 1.46 之间,但与全局最优值 1.226 还存在一定误差。对于复杂的海堤来说,圆心的搜索范围对计算结果的影响很大,若将圆心搜索的范围加大就可以搜索到较小的安全系数 1.57,而将圆心的搜索范围缩小,搜索就会陷入另一个极小值 3.30,说明利用蚁群算法来搜索复杂的边坡容易陷入局部极小值。利用 GEO—SLOPE 软件在五六种搜索域下能够得到 1.39,这说明利用蚁群算法搜索复杂边坡的最小安全系数陷入了局部最优。

2 基于蚁群算法的复合形法

2.1 复合形法中关于最坏点映射失败的处理

复合形法是在单纯形法的基础上发展起来的。它是在 n 维受约束的设计空间内由 $k(n+1 \leq k \leq 2n)$ 个顶点构成多面体(复形),然后对复形的顶点函数值逐一进行比较,不断的丢掉函数值最劣的顶点,代之以满足约束条件且函数值有所改善的新顶点,如此重复,逐步逼近最优值为止。复合形法不必保持规则图形,较之单纯形更加灵活可变。复合形法的基本步骤见文^[7],但文中没有给出关于最坏点映射失败时的处理方法。本文进行了补充,通过增设计数器 num 将最坏点映射失败时的处理方法具体化。程序开始时 num = 1,求各顶点目标函数值,对目标函数值第 num 大的顶点进行映射,即关于最坏点映射,若失败则 num = num + 1,此时关于次坏点进行映射;若映射成功则还原 num = 1,即找到一个比次坏点目标函数值还小的新点;若次坏点映射再失败,则 num = num + 1,依次进行。若关于除最好点以外的所有顶点均映射失败,则最后就变成了关于最好点的映射问题,程序会自然终止,称这种收敛为“假收敛”。对于简单优化问题出现最坏点

映射失败问题的几率很小,但在复杂问题的优化中,出现最坏点映射失败的几率较高,而本文提出的方法很好地解决了这个问题。

2.2 基于最小海明距离的替换准则

笔者认为导致复合形法全局搜索能力不强的原因在于某一特定搜索域下随机生成的初始复形顶点中包含基因型相似的顶点。如将两个基因型相似顶点的一个替换为蚁群算法搜索的较优解,则复合形法的搜索能力将会加强。两个顶点之间的海明距离就可表示顶点之间的密切程度。设 X_i 和 X_j 表示两个不同的顶点,则两个顶点之间的海明距离定义如下

$$\|X_i - X_j\| = \sqrt{\sum_{k=1}^M (x_{ik} - x_{jk})^2}, \quad (4)$$

M 为顶点的基因数, x_{ik} 表示 X_i 的第 k 个基因, x_{jk} 表示 X_j 的第 k 个基因。本文以复杂边坡为例提出基于最小海明距离的替换准则如下:①随机生成六个初始复形顶点;②计算两两顶点之间的海明距离形成海明距离矩阵(6×6);③找出矩阵非对角线上最小的数对应的行数与列数;行数与列数对应的两个顶点中间的一个要被替换掉。

2.3 本文算法的计算步骤

边坡最小安全系数的搜索问题的搜索步骤:

(1)给出几组搜索域并用蚁群算法来计算其最小的安全系数,从这几组结果中找出最小的安全系数及其对应的解向量(记为 ANT)。

(2)然后大致给出搜索的范围,随机生成 6 个满足约束条件的解向量作为复形的初始顶点,记为 A、B、C、D、E、F。

(3)利用基于最小海明距离的替换准则找出两个关系密切的个体(如 C、E)。

(4)分别以(A、B、ANT、D、E、F)(A、B、C、D、ANT、

表3 复合形法与基于蚁群算法的复合形法在复杂边坡最小安全系数搜索中的比较

Table 3 Comparison between complex method and that based on ACA in search for the minimum safety of the complex slope

搜索域	ANT	1	2	3	4	5
X_0	21.72	10 ~ 100	10 ~ 50	10 ~ 50	0 ~ 70	0 ~ 30
Y_0	26.07	15 ~ 100	15 ~ 90	10 ~ 50	5 ~ 70	0 ~ 50
X_H	31.90	28 ~ 58	28 ~ 58	28 ~ 58	28 ~ 58	28 ~ 58
复合形法结果及初始复形顶点中最小海明距离	安全系数	1.44	1.58	1.36	1.37	2.15
	X_{OD}	21.85	18.35	21.05	20.65	28.00
	Y_{OD}	22.92	24.68	18.93	19.95	40.49
	X_{HD}	31.16	28.20	28.95	28.87	28.07
基于蚁群算法的复合形法结果	最小海明距离	4.24	4.05	7.28	7.32	0.87
	安全系数	1.35	1.36	1.35	1.37	1.35
	X_{OD}	20.60	20.85	21.21	20.27	21.00
	Y_{OD}	18.12	19.20	18.72	19.44	18.57
	X_{HD}	28.19	28.92	29.01	28.37	28.87

表4 复合形法与基于蚁群算法的复合形法在非均质边坡最小安全系数搜索中的比较

Table 4 Comparison between complex method and that based on ACA in search for the minimum safety of the non-uniformity slope

不同的搜索域	ANT	域1	域2	域3	域4	域5
X_0	19.92	10 ~ 70	0 ~ 100	0 ~ 40	0 ~ 30	0 ~ 60
Y_0	16.61	10 ~ 70	5 ~ 105	5 ~ 35	5 ~ 35	0 ~ 50
X_H	27.20	25 ~ 45	25 ~ 45	25 ~ 40	25 ~ 35	25 ~ 30
复合形法结果及初始复形顶点中最小海明距离	安全系数	1.32	1.35	1.49	1.46	2.80
	X_{OD}	19.34	19.72	21.74	20.21	26.34
	Y_{OD}	11.26	12.19	13.56	15.05	47.95
	X_{HD}	25.45	26.10	28.48	27.35	28.36
基于蚁群算法的复合形法结果	最小海明距离	11.02	8.40	1.95	4.34	1.47
	安全系数	1.30	1.31	1.31	1.31	1.32
	X_{OD}	19.55	19.30	19.40	19.36	19.06
	Y_{OD}	10.69	10.23	10.05	10.30	10.74
	X_{HD}	25.48	25.03	25.13	25.18	25.01

(5)为初始复形顶点进行复合形法的计算,取两个计算结果中较小值为全局最优值。

表3、表4中为最危险滑弧对应的圆心 X 坐标,为最危险滑弧对应的圆心 Y 坐标,为最危险滑弧对应的滑出点的 X 坐标。从表3可以看出,对于5种不同的搜索域,利用随机方法生成初始复形顶点计算得到的最小安全系数各不相同,而利用本文提出的基于蚁群算法的复合形法则大都能找到全局最小值。另外由表3可见,不同搜索域下复合形法得到不同安全系数的原因在于初始复形顶点中含有基因型相似的个体,相似程度越高,也就是海明距离越小,就越不能搜索到全局最优值。表中第5行与第9行的数据表明,复合形法所能搜索到的最小安全系数与它的初始复形顶点之间最小的海明距离成反比。

2.4 算例

为了说明本文算法的有效性,再进行一个非均质边坡的计算,其土层计算参数及剖面见图6所示。设计变量与安全系数定义与上述复杂海堤的相同,蚁群

算法的计算参数同前。利用蚁群算法求得的较优解为:最小安全系数1.59, $X_{OD} = 19.92$, $Y_{OD} = 16.61$, $X_H = 27.20$ 。利用复合形法以及本文算法分别对该非均质边坡进行了最小安全系数的搜索结果列于表4。从表中可以看出,不同搜索域下复合形法得到的结果不尽相同,最大值达到2.80,最小值为1.32;而利用本文算法却都能得到全局最小值1.30。同时再次证明了基于最小海明距离的替换准则的正确性,由表中第5行与第9行数据知道,初始复形顶点中的最小海明距离与所能搜索到的最小安全系数成反比,复形中包含有密切关系的顶点时往往得不到全局最优值。

3 结论

蚁群算法是近几年兴起的一种新的启发式算法,它很好的解决了旅行商问题,虽然在解决连续变量优化问题时存在缺陷,但它能发现较优解。利用本文提出的基于最小海明距离的替换准则将蚁群算法发现的较优解替换掉初始复形中的一个顶点,再进行复合形

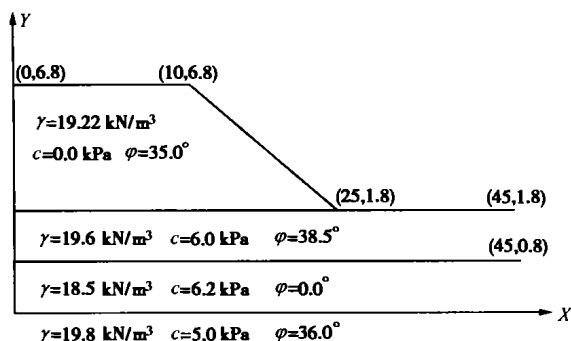


图6 非均质坡的土层参数及剖面

Fig.6 Paramter and the cross - section of the non-uniformity slope
法计算就能得到全局最优解,通过两个复杂边坡最小安全系数的搜索,证明了本文算法具有较强的全局搜索能力。

参考文献:

- [1] 肖专文,等.边坡最小安全系数的遗传算法[J].沈阳建筑工程学院学报,1996,12(2):144-147.
- [2] 李守巨,等.基于模拟退火算法的边坡最小安全系数全局搜索方法[J].岩石力学与工程学报.
- [3] 陈凌,等.蚁群算法求解连续空间优化问题的一种方法[J].软件学报,2002,13(12):2317-2323.
- [4] 高尚,等.连续优化问题的蚁群算法研究[J].微机发展,2003,13(1):21-22.
- [5] 熊伟清,等.用于求解函数优化的一个蚁群算法设计[J].微电子学与计算机,2003,1:23-25.
- [6] 邹广电.边坡稳定分析条分法的一个全局优化算法[J].岩土工程学报,2002,24(3):309-312.
- [7] 王勇.考虑混凝土面板堆石坝流变的静力分析[D].南京:河海大学,1998.

本期广告索引

- | | | |
|------|-----|--|
| 彩色广告 | 封2 | 南京水利电力仪器工程有限责任公司:土工试验仪器 |
| | 封3 | 西安力创计量仪器有限公司:微机控制非饱和土 γ 射线三轴试验机 |
| | 封4 | 欧美大地仪器设备中国有限公司 |
| | 后插5 | PLAXIS 有限元岩土分析软件 |
| | 后插6 | 江苏金坛柚山电器仪表厂:原观仪器 |
| | 后插7 | 北京理正软件设计研究院:精心打造,精品迭出 |
| | 后插8 | 西安力创计量仪器有限公司:岩土试验系列产品 |
| 单色广告 | 后插1 | 《岩土工程学报基金》理事会成员 |
| | 后插2 | 山东科技大学洛赛尔传感技术有限公司:振弦式传感器 |
| | 后插3 | 北京火箭软件有限公司:三维围岩稳定性分析软件 |
| | 后插4 | 南光地质仪器厂:原位测试·现场监测 |