



Backtracking

Öğrenci Adı: İclal ERTÜRK

Öğrenci Numarası: 21011037

Dersin Öğretmeni: M. Amaç GÜVENSAN

Video Linki: <https://youtu.be/pTY1he4ZAY8>

1- Problemin Çözümü:

Kullanıcıdan n değeri alınmıştır ve bu boyutta bir tahta için yer açılmıştır. Tahtanın tüm hücrelerine boş anlamına gelen 0 yerleştirilmiştir. Sonrasında, kullanıcının seçimine göre dört farklı çözüm algoritmasından biri veya bu çözümlerin hepsinin beraber çalıştırıldığı 'All' seçeneği çalıştırılmıştır. Her algoritmanın ayrı ayrı süreleri hesaplanmış ve çözüm sonrasında kullanıcıya gösterilmiştir.

İlk çözüm yöntemi olan brute force yönteminde n * n lik bir tahtada n vezirin yerleşebileceği olası tüm kombinasyonlar oluşturulmuştur ve bu kombinasyonların nqueen problemi için geçerli bir çözüm olup olmadığı test edilmiştir. Bu çözüm, en yavaş yöntemdir çünkü tüm olasılıklar kontrol edilmiştir. İkinci yöntem olan Optimized 1 yönteminde ise, aynı satırda bir vezirin bulunmadığı olasılıkların n queen için geçerli olup olmadığı test edilmiştir. Üçüncü yöntem olan Optimized 2 yönteminde ise, aynı satır ve aynı sütunda bir vezirin bulunmadığı olasılıklar üzerinden çözüm üretilmiştir. Son çözüm yöntemi olan Backtracking yönteminde ise, aynı satır ve aynı sütunda ve çaprazda bir vezirin bulunmadığı olasılıklar üzerinden çözüm üretilmiştir. Bulunan kombinasyonların geçerliliğini test etmek için her yöntemin farklı şartları olduğu için farklı fonksiyonlar üretilmiştir. Brute force, optimized 1 ve optimized 2 yöntemlerinde bulunan tahtanın geçerliliği bulunduktan sonra test edilirken backtrackingde ise tahtaya vezir yerleştirirken yerleşip yerleşemeyeceği kontrol edilerek tahta oluşturulmuştur.

Tüm çözüm yöntemlerinin süreleri hem ayrıca bu çözüm yöntemi seçildiğinde hem de hepsinin beraber çalıştırıldığı 'All' seçeneğinde hesaplanmış ve kullanıcıya gösterilmiştir. Ayrıca her çözümün bulduğu çözüm sayısı, iterasyon sayısı ve bulunan tahtalar ekrana yazdırılmıştır.

Karşılaşılan Sorunlar:

Yöntemlerin bulduğu tahtaların geçerliliği kontrol edilirken ilk başta sadece bir fonksiyon kullanılmaktaydı ancak her yöntemin kontrol ettiği koşullar değiştiği için kontrolleri azaltmak adına farklı fonksiyonlar yazılmıştır.

2- Karmaşıklık Analizi:

bruteForceGenerateCombinations:

input:

board: vezirlerin yerleştirileceği tahta

n : n * n lik tahtanın boyutu

queens: yerleştirilecek vezir sayısı

startRow: tahtanın hangi satırından başlanacağı

startCol: tahtanın hangi sütunundan başlanacağı

count: çözüm sayısı

if queens == 0 THEN

```

    if CALL isValidBoard with board, n THEN //tahtanın geçerliliğini kontrol eden fonksiyon
        count = count + 1
        CALL printSolution board, n
    return
for row from startRow to n - 1:
    for col from startCol to n - 1:
        board[row][col] = 1
        CALL bruteForceGenerateCombinations with board, n, queens - 1, row, col + 1, count
        board[row][col] = 0
    ENDFOR
ENDFOR

```

optimized1GenerateCombinations

input:

board: vezirlerin yerleştirileceği tahta

n: $n \times n$ lik tahtanın boyutu

row: satır sayısı

count: çözüm sayısı

```

    if row == n THEN
        if CALL isValidOpt1 with board, n THEN
            count = count + 1
            CALL printSolution with board, n
        return
    for col from 0 to n - 1:
        board[row][col] = 1
        CALL optimized1GenerateCombinations with board, n, row + 1, count
        board[row][col] = 0
    END FOR

```

optimized2GenerateCombinations

input:

board: vezirlerin yerleştirileceği tahta

n: $n \times n$ lik tahtanın boyutu

row: satir sayisi

count: çözüm sayısı

if row == n THEN

if CALL isValidOpt2 with board, n THEN

increment count by 1

CALL printSolution with board, n

return

for col from 0 to n-1:

i = 0

while i < row and board[i][col] == 0:

i = i + 1

if board[i][col] == 0 THEN

board[row][col] = 1

CALL optimized2GenerateCombinations with board, n, row + 1, count

board[row][col] = 0

END FOR

backtrackingGenerateCombinations

input:

board: vezirlerin yerleştirileceği tahta

n: $n \times n$ lik tahtanın boyutu

row: satir sayisi

count: çözüm sayısı

if row == n THEN

count = count + 1

CALL printSolution with board, n

return

for col from 0 to n - 1:

if CALL isSafeBackTracking with board, n, row, col THEN

board[row][col] = 1

backtrackingGenerateCombinations with board, n, row + 1, count

board[row][col] = 0

END FOR

isValidBoard

input:

board: vezirlerin yerleştirileceği tahta

n: n*n lik tahtanın boyutu

for each row in board:

for each col in board:

if board[row][col] == 1 THEN

for i from 0 to n - 1:

if (board[row][i] == 1 and i != col) or (board[i][col] == 1 and i != row):

return 0

if i>1 THEN

if (row + i < n and col + i < n and board[row + i][col + i] == 1) or

(row - i >= 0 and col + i < n and board[row - i][col + i] == 1) or

(row + i < n and col - i >= 0 and board[row + i][col - i] == 1) or

(row - i >= 0 and col - i >= 0 and board[row - i][col - i] == 1):

return 0

END FOR

END FOR

END FOR

return true

4 farklı algoritma istendiği için 4 yöntemin de ayrı ayrı karmaşıklıkları hesaplanmıştır. İlk olarak ise tüm yöntemlerin son aşamasında benzer yapılarda olan isvalid fonksiyonunun karmaşıklığı hesaplanmıştır.

Isvalid:

$$T(n) = \text{row} * \text{col} * (n-1) = n * n * (n-1) \cong n^3 \cong \theta(n^3)$$

BruteForce:

$$\begin{aligned} T(n) &= (n-\text{row}) * (n-\text{col}) * T(n-1) + n^3 & T(0) &= n^3 \\ &= (n-\text{row}) * (n-\text{col}) * ((n-\text{row}-1) * (n-\text{col}+1) * T(n-2) + n^3) + n^3 \\ &\dots \\ &\cong (n * n)! * T(0) \\ &\cong (n * n)! \cong \theta((n * n)!) \end{aligned}$$

Optimized 1:

$$\begin{aligned} T(\text{row}) &= n * T(\text{row}+1) + n^3 & T(n) &= n^3 \\ &= n(n * T(\text{row}+2) + n^3) + n^3 \\ &\dots \\ &= n^n T(n) + n^{n+3} \cong n^n \cong \theta(n^n) \end{aligned}$$

Optimized 2:

$$\begin{aligned} T(\text{row}) &= \text{col} * T(\text{row}+1) + n^3 & T(n) &= n^3 \\ &= \text{col} * ((\text{col}-1) * T(\text{row}+2) + n^3) + n^3 \\ &\dots \\ &\cong \text{col}! * T(n) + n^3 * \text{col}! \cong n^3 * n! \cong \theta(n!) \end{aligned}$$

Backtracking:

Backtracking için kullanılan fonksiyonun karmaşıklığı diğerlerinden farklı olarak $\theta(n)$ dir.

$$\begin{aligned} T(\text{row}) &= \text{col} * T(\text{row}+1) + n & T(n) &= n \\ &= \text{col} * ((\text{col}-1) * T(\text{row}+2) + n) + n \\ &\dots \\ &\cong \text{col}! * T(n) + n * \text{col}! \cong n * n! \cong O(n!) \end{aligned}$$

En kötü durumda $n!$ dir ancak genel olarak $n!$ dah kısa sürer.

3- Ekran Çıktıları:

```
Choose the size of the board: 4
Choose the mode:
1. Brute Force
2. Optimized 1
3. Optimized 2
4. Backtracking
5. All
6. Exit
1
Brute Force
-----
|  |Q |  |  |
-----
|  |  |  |Q |
-----
|Q |  |  |  |
-----
|  |  |Q |  |
-----

-----
|  |  |Q |  |
-----
|Q |  |  |  |
-----
|  |  |  |Q |
-----
|  |Q |  |  |
-----

Duration: 0.011000 seconds
Total number of solutions: 2
Total number of iterations: 1820
```

```
Choose the size of the board: 4
Choose the mode:
1. Brute Force
2. Optimized 1
3. Optimized 2
4. Backtracking
5. All
6. Exit
2
Optimized 1
-----
|  |Q |  |  |
-----
|  |  |  |Q |
-----
|Q |  |  |  |
-----
|  |  |Q |  |
-----

-----
|  |  |Q |  |
-----
|Q |  |  |  |
-----
|  |  |  |Q |
-----
|  |Q |  |  |
-----

Duration: 0.000000 seconds
Total number of solutions: 2
Total number of iterations: 256
```

```
Choose the size of the board:
4
Choose the mode:
1. Brute Force
2. Optimized 1
3. Optimized 2
4. Backtracking
5. All
6. Exit
3
Optimized 2
-----
|  |Q |  |  |
-----
|  |  |  |Q |
-----
|Q |  |  |  |
-----
|  |  |Q |  |
-----

-----
|  |  |Q |  |
-----
|Q |  |  |  |
-----
|  |  |  |Q |
-----
|  |Q |  |  |
-----

Duration: 0.000000 seconds
Total number of solutions: 2
Total number of iterations: 24
```

```
Choose the size of the board: 4
Choose the mode:
1. Brute Force
2. Optimized 1
3. Optimized 2
4. Backtracking
5. All
6. Exit
4
Backtracking
-----
|  |Q |  |  |
-----
|  |  |  |Q |
-----
|Q |  |  |  |
-----
|  |  |Q |  |
-----

-----
|  |  |Q |  |
-----
|Q |  |  |  |
-----
|  |  |  |Q |
-----
|  |Q |  |  |
-----

Duration: 0.015000 seconds
Total number of solutions: 2
Total number of iterations: 33
```

Choose the size of the board: 4

Choose the mode:

1. Brute Force

2. Optimized 1

3. Optimized 2

4. Backtracking

5. All

6. Exit

5

All

Brute Force

```
| |Q| | | |
| | | |Q| |
|Q| | | | |
| | |Q| | |
```

```
| | |Q| | |
|Q| | | | |
| | | |Q| |
| |Q| | | |
```

Optimized 1

```
| |Q| | | |
| | | |Q| |
|Q| | | | |
| | |Q| | |
```

```
| | |Q| | |
|Q| | | | |
| | | |Q| |
| |Q| | | |
```

Optimized 2

```
| |Q| | | |
| | | |Q| |
|Q| | | | |
| | |Q| | |
```

```
| | |Q| | |
|Q| | | | |
| | | |Q| |
| |Q| | | |
```

Backtracking

```
| |Q| | | |
| | | |Q| |
|Q| | | | |
| | |Q| | |
```

```
| | |Q| | |
|Q| | | | |
| | | |Q| |
| |Q| | | |
```

Solution counts

Brute Force: Total number of solutions: 2

Optimized 1: Total number of solutions: 2

Optimized 2: Total number of solutions: 2

Backtracking: Total number of solutions: 2

Iteration counts

Brute Force: Total number of iterations: 1820

Optimized 1: Total number of iterations: 256

Optimized 2: Total number of iterations: 24

Backtracking: Total number of iterations: 33

Durations

Duration of Brute Force: 0.016000 seconds

Duration of Optimized 1: 0.000000 seconds

Duration of Optimized 2: 0.008000 seconds

Duration of Backtracking: 0.000000 seconds

TOTAL DURATION: 0.024000 seconds


```
Choose the size of the board: 5
Choose the mode:
1. Brute Force
2. Optimized 1
3. Optimized 2
4. Backtracking
5. All
6. Exit
```

```
4
```

```
Backtracking
```

```
-----
|Q | | | | |
-----
| | |Q | | |
-----
| | | | |Q |
-----
| |Q | | | |
-----
| | | |Q | |
-----

|Q | | | | |
-----
| | | |Q | |
-----
| |Q | | | |
-----
| | | | |Q |
-----
| | |Q | | |
-----

| |Q | | | |
-----
| | | |Q | |
-----
|Q | | | | |
-----
| | |Q | | |
-----

| | |Q | | |
-----
|Q | | | | |
-----
| | | |Q | |
-----
| |Q | | | |
-----

| | | |Q | |
-----
|Q | | | | |
-----
| | | |Q | |
-----
| |Q | | | |
-----
```

```
-----
| | |Q | | |
-----
| | | | |Q |
-----
| |Q | | | |
-----
| | | |Q | |
-----
|Q | | | | |
-----

| | | |Q | |
-----
|Q | | | | |
-----
| | |Q | | |
-----
| |Q | | | |
-----

| | | |Q | |
-----
|Q | | | | |
-----
| | |Q | | |
-----
| |Q | | | |
-----

| | | |Q | |
-----
| |Q | | | |
-----
|Q | | | | |
-----
| | |Q | | |
-----

| | | |Q | |
-----
|Q | | | | |
-----
| | | |Q | |
-----
| |Q | | | |
-----
```

```
Duration: 0.031000 seconds
Total number of solutions: 10
Total number of iterations: 107
```

```

Choose the size of the board: 7
Choose the mode:
1. Brute Force
2. Optimized 1
3. Optimized 2
4. Backtracking
5. All
6. Exit
5
All
Brute Force

```

```

|Q | | | | | | |
| | |Q | | | | |
| | | | |Q | | |
| | | | | | |Q |
| |Q | | | | | |
| | | |Q | | | |
| | | | | |Q | |

```

```

|Q | | | | | | |
| | | |Q | | | |
| | | | | | |Q |
| | |Q | | | | |
| | | | | |Q | |
| |Q | | | | | |
| | | | |Q | | |

```

```

|Q | | | | | | |
| | | | |Q | | |
| |Q | | | | | |
| | | | | |Q | |
| | |Q | | | | |
| | | | | |Q | |
| | | |Q | | | |

```

```

| | | | | |Q | |
| | |Q | | | | |
| | | | |Q | | |
| |Q | | | | | |
| | | | |Q | | |
|Q | | | | | | |
| | | |Q | | | |

```

```

| | | | | |Q | |
| | | |Q | | | |
|Q | | | | | | |
| | | |Q | | | |
| |Q | | | | | |
| | | | | |Q | |
| | |Q | | | | |

```

```

| | | | | |Q | |
| | | |Q | | | |
| | |Q | | | | |
|Q | | | | | | |
| | | | |Q | | |
| | | |Q | | | |
| |Q | | | | | |

```

```

Solution counts
Brute Force: Total number of solutions: 40
Optimized 1: Total number of solutions: 40
Optimized 2: Total number of solutions: 40
Backtracking: Total number of solutions: 40
Iteration counts
Brute Force: Total number of iterations: 85900584
Optimized 1: Total number of iterations: 823543
Optimized 2: Total number of iterations: 5040
Backtracking: Total number of iterations: 1103
Durations
Duration of Brute Force: 3.444000 seconds
Duration of Optimized 1: 0.230000 seconds
Duration of Optimized 2: 0.220000 seconds
Duration of Backtracking: 0.204000 seconds

TOTAL DURATION: 4.098000 seconds

```

Choose the size of the board: 8

Choose the mode:

1. Brute Force
2. Optimized 1
3. Optimized 2
4. Backtracking
5. All
6. Exit

5

All

Brute Force

```
-----
|Q | | | | | | | |
-----
| | | | |Q | | | |
-----
| | | | | | | |Q |
-----
| | | | | |Q | | |
-----
| | |Q | | | | | |
-----
| | | | | | |Q | |
-----
| |Q | | | | | | |
-----
| | | |Q | | | | |
-----

|Q | | | | | | | |
-----
| | | | | |Q | | |
-----
| | | | | | | |Q |
-----
| | |Q | | | | | |
-----
| | | | | | |Q | |
-----
| | | |Q | | | | |
-----
| |Q | | | | | | |
-----
| | | | |Q | | | |
-----

|Q | | | | | | | |
-----
| | | | | | |Q | |
-----
| | | |Q | | | | |
-----
| | | | | | |Q | |
-----
| | | | | | | |Q |
-----
| |Q | | | | | | |
-----
| | | | |Q | | | |
-----
| | |Q | | | | | |
-----
```

```
-----
| | | | | | |Q | |
-----
| |Q | | | | | | |
-----
| | | | |Q | | | |
-----
| | |Q | | | | | |
-----
|Q | | | | | | | |
-----
| | | | | | |Q | |
-----
| | | |Q | | | | |
-----
| | | | | |Q | | |
-----
```

```
-----
| | | | | | | |Q |
-----
| | |Q | | | | | |
-----
|Q | | | | | | | |
-----
| | | | | |Q | | |
-----
| |Q | | | | | | |
-----
| | | | |Q | | | |
-----
| | | | | | |Q | |
-----
| | | |Q | | | | |
-----
```

```
-----
| | | | | | | |Q |
-----
| | | |Q | | | | |
-----
|Q | | | | | | | |
-----
| | |Q | | | | | |
-----
| | | | | |Q | | |
-----
| |Q | | | | | | |
-----
| | | | | | |Q | |
-----
| | | | |Q | | | |
-----
```

Solution counts

Brute Force: Total number of solutions: 92

Optimized 1: Total number of solutions: 92

Optimized 2: Total number of solutions: 92

Backtracking: Total number of solutions: 92

Iteration counts

Brute Force: Total number of iterations: 4426165368

Optimized 1: Total number of iterations: 16777216

Optimized 2: Total number of iterations: 40320

Backtracking: Total number of iterations: 2056

Durations

Duration of Brute Force: 179.523000 seconds

Duration of Optimized 1: 1.268000 seconds

Duration of Optimized 2: 0.659000 seconds

Duration of Backtracking: 0.477000 seconds

TOTAL DURATION: 181.927000 seconds

Choose the size of the board: 6

Choose the mode:

1. Brute Force
2. Optimized 1
3. Optimized 2
4. Backtracking
5. All
6. Exit

2

Optimized 1

```
-----  
| |Q| | | | |  
-----  
| | | |Q| | |  
-----  
| | | | | |Q|  
-----  
|Q| | | | | |  
-----  
| | |Q| | | |  
-----  
| | | | |Q| |  
-----
```

```
-----  
| | |Q| | | |  
-----  
| | | | | |Q|  
-----  
| |Q| | | | |  
-----  
| | | | |Q| |  
-----  
|Q| | | | | |  
-----  
| | | |Q| | |  
-----
```

```
-----  
| | | |Q| | |  
-----  
|Q| | | | | |  
-----  
| | | | |Q| |  
-----  
| |Q| | | | |  
-----  
| | | | | |Q|  
-----  
| | |Q| | | |  
-----
```

```
-----  
| | | | |Q| |  
-----  
| | |Q| | | |  
-----  
|Q| | | | | |  
-----  
| | | | | |Q|  
-----  
| | | |Q| | |  
-----  
| |Q| | | | |  
-----
```

Duration: 0.016000 seconds
Total number of solutions: 4
Total number of iterations: 46656

Choose the size of the board: 6

Choose the mode:

1. Brute Force
2. Optimized 1
3. Optimized 2
4. Backtracking
5. All
6. Exit

3

Optimized 2

```
-----  
| |Q| | | | |  
-----  
| | | |Q| | |  
-----  
| | | | | |Q|  
-----  
|Q| | | | | |  
-----  
| | |Q| | | |  
-----  
| | | | |Q| |  
-----
```

```
-----  
| | |Q| | | |  
-----  
| | | | | |Q|  
-----  
| |Q| | | | |  
-----  
| | | | |Q| |  
-----  
|Q| | | | | |  
-----  
| | | |Q| | |  
-----
```

```
-----  
| | | |Q| | |  
-----  
|Q| | | | | |  
-----  
| | | | |Q| |  
-----  
| |Q| | | | |  
-----  
| | | | | |Q|  
-----  
| | |Q| | | |  
-----
```

```
-----  
| | | | |Q| |  
-----  
| | |Q| | | |  
-----  
|Q| | | | | |  
-----  
| | | | | |Q|  
-----  
| | | |Q| | |  
-----  
| |Q| | | | |  
-----
```

Duration: 0.016000 seconds
Total number of solutions: 4
Total number of iterations: 720