

Phương pháp: nhân ma trận.

Yêu cầu bài toán đếm số cách lát các viên gạch 2×1 và 1×2 vào vùng chữ nhật kích thước $2 \times N$.

Nếu giải bình thường ta sẽ giải bằng quy hoạch động. Gọi $f[i]$ là số cách lát vùng có kích thước $2 \times i$, ta thấy $f[i] = 1$ nếu $i = 0$ hoặc 1 . Với mỗi $f[i]$ ($i \geq 2$) sẽ có 2 trường hợp xảy ra:

+ Cột cuối cùng được lát bằng viên gạch 2×1 , khi đó số cách lát là $f[i] = f[i - 1]$;

+ Ô 2×2 cuối cùng được lát bằng 2 viên gạch 1×2 , khi đó số cách lát là $f[i] = f[i - 2]$;

Vậy ta có $f[i] = f[i - 1] + f[i - 2]$ ($i \geq 2$). Hay f là dãy fibonacci với 2 phần tử đầu $f[0] = f[1] = 1$.

Vì N khá lớn (10^9) nên tính $f[i]$ bằng cách duyệt thông thường là không hiệu quả.

Ta nhận thấy: $f[i] = 0 \cdot f[i - 1] + 1 \cdot f[i]$

$f[i + 1] = 1 \cdot f[i - 1] + 1 \cdot f[i]$

Chuyển về ma trận ta có: $(f[i]; f[i + 1]) = (0, 1; 1, 1) \cdot (f[i - 1]; f[i]) = (0, 1; 1, 1)^i \cdot (f[0]; f[1]) = (0, 1; 1, 1)^i \cdot (1; 1)$

Vấn đề trở thành tính $(0, 1; 1, 1)^i$ ($i \leq 10^9$). Ta có thể giải quyết nhanh bằng phương pháp chia để trị.

Vì kết quả là phần dư mod = 111539786, mà ta thấy quá trình nhân ma trận chỉ thực hiện phép cộng và nhân nên trong quá trình vừa tính ma trận ta vừa chia dư cho mod là ra kết quả bài toán

Độ phức tạp thuật toán: $O(\log(n))$

Tham khảo lời giải các bài khác hoặc thảo luận ngay tại đây: <https://icnhoukdsiih.blogspot.com/>