Capítulo 6 | Intervalos de confiança

Seção 6.1

Intervalos de confiança para a média (amostras grandes)

Objetivos da Seção 6.1

- ***Encontrar uma estimativa pontual e uma margem de erro***
- ***Construir e interpretar intervalos de confiança para a média populacional***
- ***Determinar o tamanho mínimo da amostra necessária quando na estimativa de μ***

Estimativa pontual para população μ

Estimativa pontual

- ***Um valor único estimado para um parâmetro populacional***
- ***A estimativa pontual menos tendenciosa de uma média populacional μ é a média amostral*** $\bar{x}$

Parâmetro de estimativa populacional…	Com amostra estatística
Média: μ	$\bar{x}$

Exemplo: estimativa pontual para população μ

Pesquisadores de mercado usam o número de frases por anúncio como medida de legibilidade de anúncios de revistas. A seguir, representamos uma amostra aleatória do número de frases encontrado em 50 anúncios. Encontre a estimativa pontual da média populacional μ. (Fonte: Journal of Advertising Research.)

9 20 18 16 9 9 11 13 22 16 5 18 6 6 5 12 25
17 23 7 10 9 10 10 5 11 18 18 9 9 17 13 11 7
14 6 11 12 11 6 12 14 11 9 18 12 12 17 11 20

Solução: estimativa pontual para população μ

A média amostral dos dados é

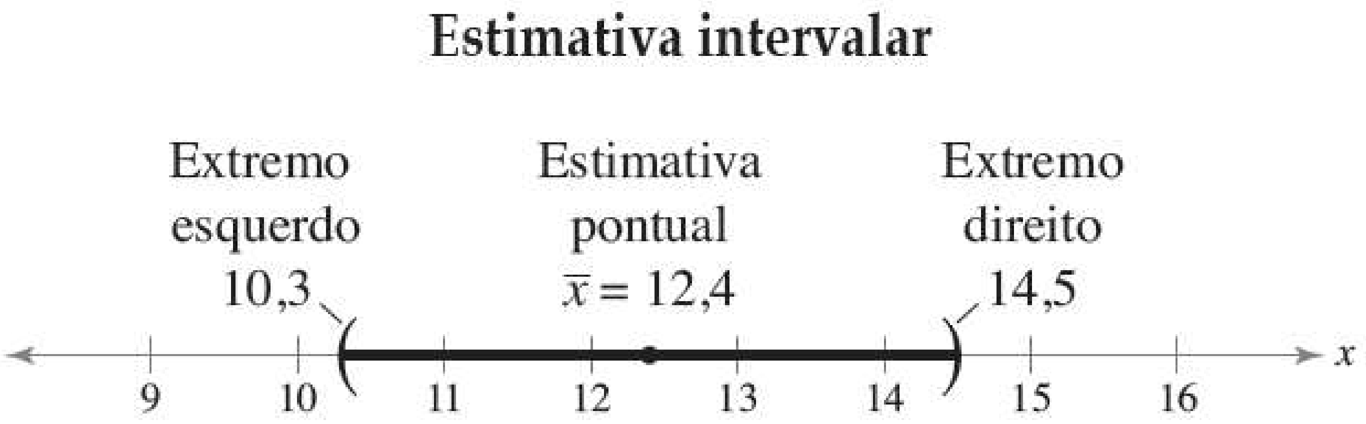
$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{620}{50} = 12.4$$

Então, a estimativa pontual para a média do comprimento de todos os anúncios de revista é 12,4 frases.

Estimativa intervalar

Estimativa intervalar

- ***Um intervalo, ou amplitude de valores, usado para estimar um parâmetro populacional***

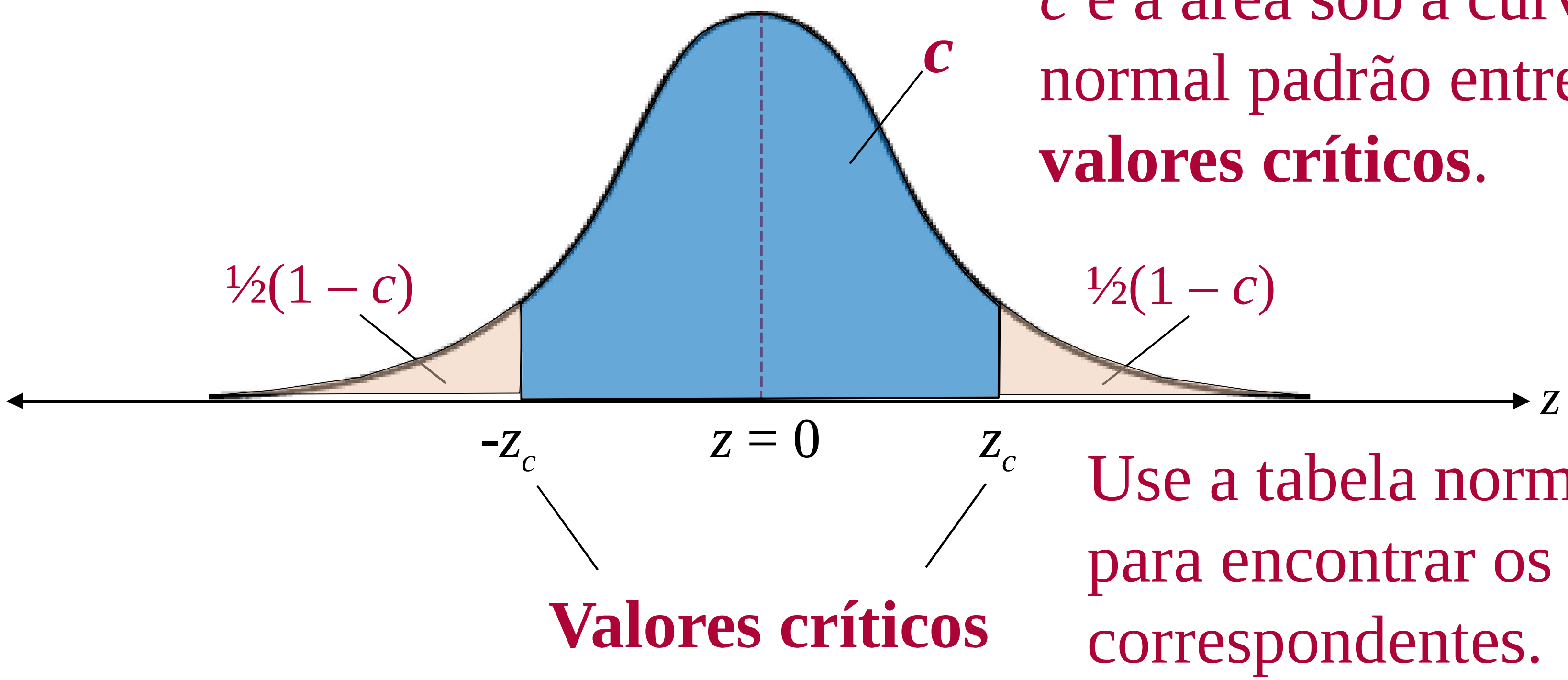


Qual é o nível de confiança que queremos ter para a estimativa intervalar conter a média populacional μ?

Nível de confiança

Nível de confiança c

- ***A probabilidade de que o intervalo estimado contenha o parâmetro populacional***

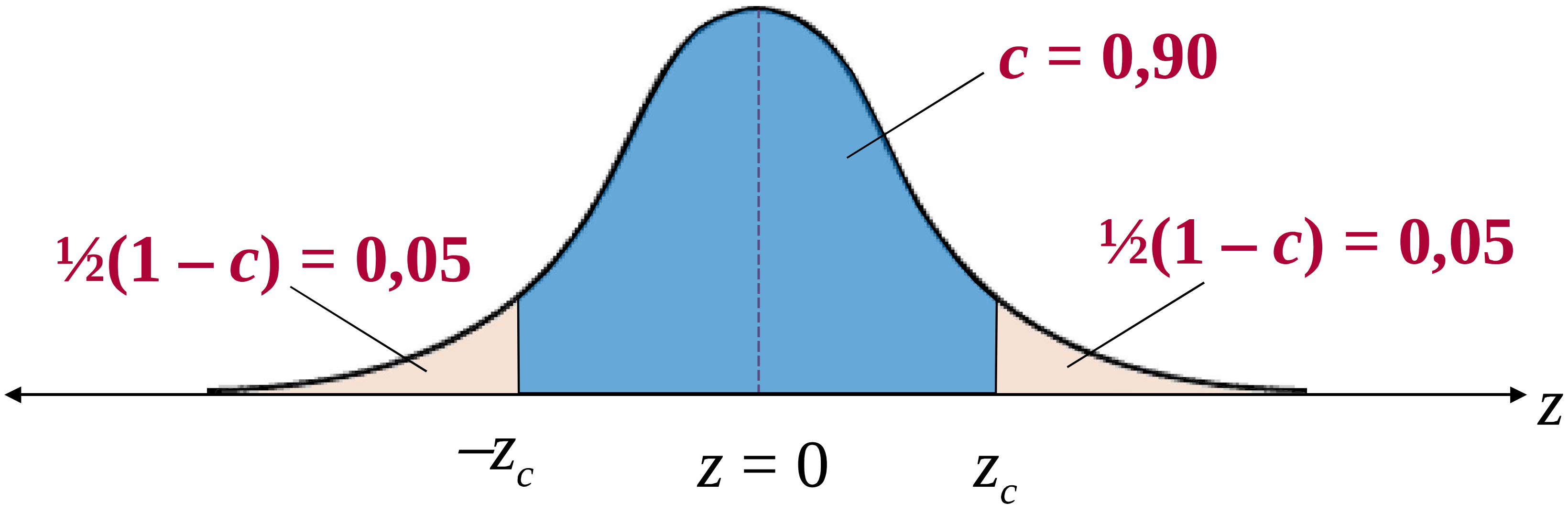


c é a área sob a curva normal padrão entre os **valores críticos**.

Use a tabela normal padrão para encontrar os escores *z* correspondentes.

A área restante nas caudas é $1 - c$.

- ***Se o nível de confiança é 90%, isso significa que temos 90% de certeza que o intervalo contém a média populacional μ***



Os escores z correspondentes são $\pm 1{,}645$.

Erro de amostragem

Erro de amostragem

- ***A diferença entre a estimativa pontual e o valor do parâmetro populacional real***
- ***Para μ:***
  - O erro de amostragem é a diferença $\overline{x} - \mu$
  - μ geralmente é desconhecido
  - $\overline{x}$ varia de amostra para amostra

Margem de erro

Margem de erro

- ***Maior distância possível entre o ponto de estimativa e o valor do parâmetro que está estimando para um dado nível de confiança, c***
- ***Denotado por E***

$$E = z_c \sigma_{\bar{x}} = z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \longrightarrow$$

Quando $n \geq 30$, o desvio padrão da amostra, s, pode ser usado para σ.

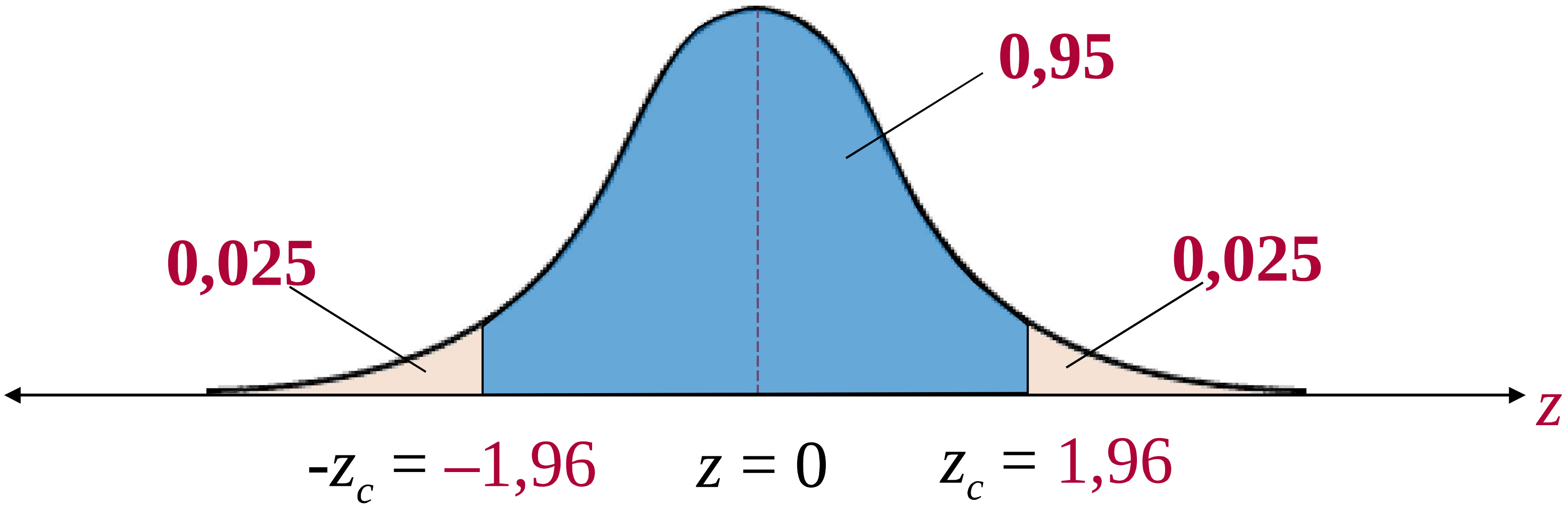
- ***Às vezes chamado de erro máximo ou tolerância de erro***

Exemplo: encontrando a margem de erro

Use os dados das propagandas das revistas e um nível de confiança de 95% para encontrar a margem de erro do número de frases em todos os anúncios de revistas. Assuma que o desvio padrão da amostra seja aproximadamente 5,0.

Solução: encontrando a

- ***Primeiro, encontre os valores críticos***



95% da área sob a curva normal padrão cai dentro de 1,96 desvio padrão da média. (Você pode aproximar a distribuição das médias amostrais com uma curva normal pelo Teorema do Limite Central, já que $n \geq 30$.)

$$E = z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \approx z_c \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\approx 1.96 \times \frac{5.0}{\sqrt{50}}$$

$$\approx 1.4$$

Você não conhece σ, mas já que $n \geq 30$, você pode usar *s* no lugar de σ.

Você tem 95% de confiança que a margem de erro para a média populacional é de aproximadamente 1,4 frase.

Intervalos de confiança para a média populacional

Um **intervalo de confiança c** para a média populacional μ é:

$$\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E.$$

A probabilidade de que o intervalo de confiança contenha μ é c.

Onde:

$$E = z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Construindo intervalos de confiança para μ

Encontrando um intervalo de confiança para a média populacional (n = 30 ou ***ó*** é conhecido como uma população normalmente distribuída).

Em palavras	*Em símbolos*
1. Encontre a estatística amostral *n* e $\overline{X}$.	$\overline{x} = \frac{\Sigma x}{n}$
2. Especifique *ó*, se for conhecido. Caso contrário, encontre o desvio padrão amostral *s* e use-o como uma estimativa para *ó*.	$s = \sqrt{\frac{\Sigma(x-\overline{x})^2}{n-1}}$

Em palavras	*Em símbolos*
3. Encontre o valor crítico z_c que corresponda ao nível de confiança dado.	Use a tabela normal padrão
4. Encontre a margem de erro E.	$E = z_c \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$
5. Encontre os extremos esquerdo e direito e forme o intervalo de confiança.	Extremo esquerdo: $\bar{x} - E$ Extremo direito: $\bar{x} + E$ Intervalo: $\bar{x} - E < \mu < \bar{x} + E$

Exemplo: construindo um intervalo de confiança

Construa um intervalo de confiança de 95% para a média do número de frases em todos os anúncios de revista.

Solução Lembre-se: $\bar{x} = 12.4$ e $E = 1,4$

Extremo esquerdo:

$$\bar{x} - E$$
$$= 12.4 - 1.4$$
$$= 11.0$$

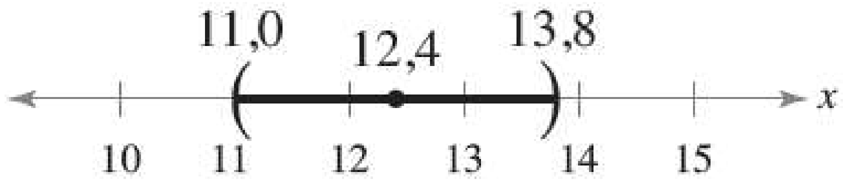
Extremo direito:

$$\bar{x} + E$$
$$= 12.4 + 1.4$$
$$= 13.8$$

$$\mathbf{11,0 < \mu < 13,8}$$

Solução: construindo um intervalo de confiança

$11{,}0 < \mu < 13{,}8$



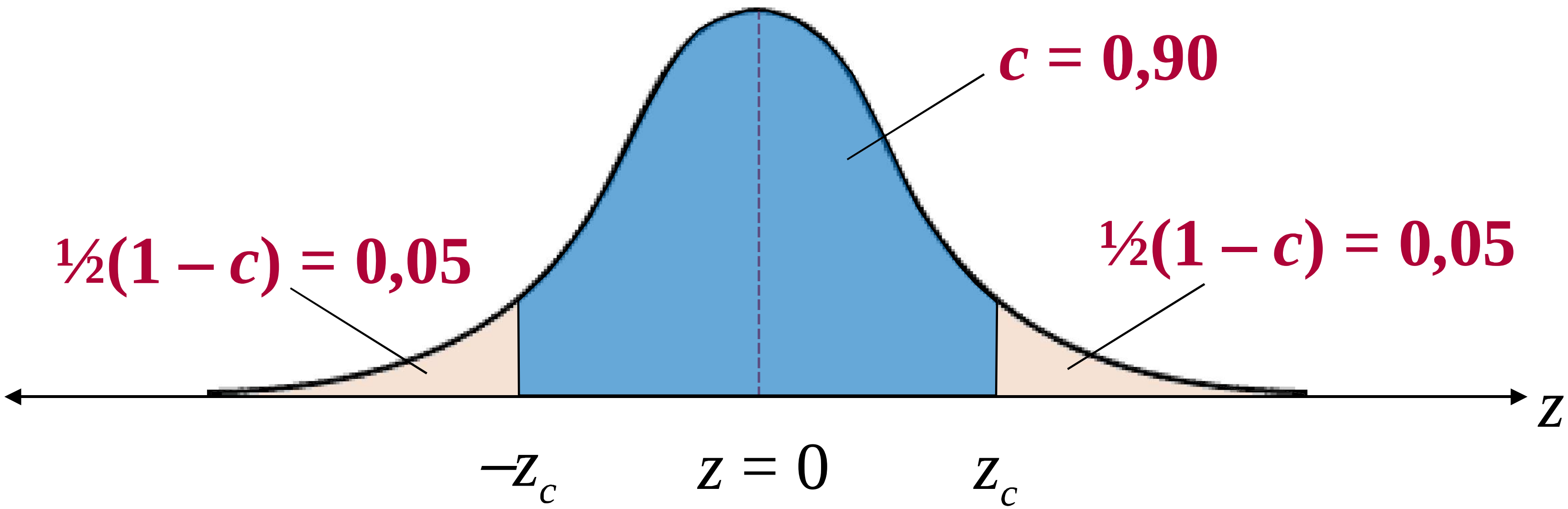
Com 95% de confiança, você pode dizer que a média populacional do número de frases está entre 11,0 e 13,8.

Exemplo: construindo um intervalo de confiança, σ conhecido

O diretor de admissão de uma faculdade deseja estimar a idade média de todos os estudantes matriculados. Em uma amostra aleatória de 20 estudantes, a idade média encontrada é de 22,9 anos. Baseado em estudos anteriores, o desvio padrão conhecido é 1,5 ano e a população é normalmente distribuída. Construa um intervalo de confiança de 90% para a média de idade da população.

Solução: construindo um intervalo de confiança, σ conhecido

- ***Primeiro encontre os valores críticos***



$$z_c = 1{,}645$$

- ***Margem de erro:***

$$E = z_c \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \times \frac{1.5}{\sqrt{20}} \approx 0.6$$

- ***Intervalo de confiança:***

Extremo esquerdo:

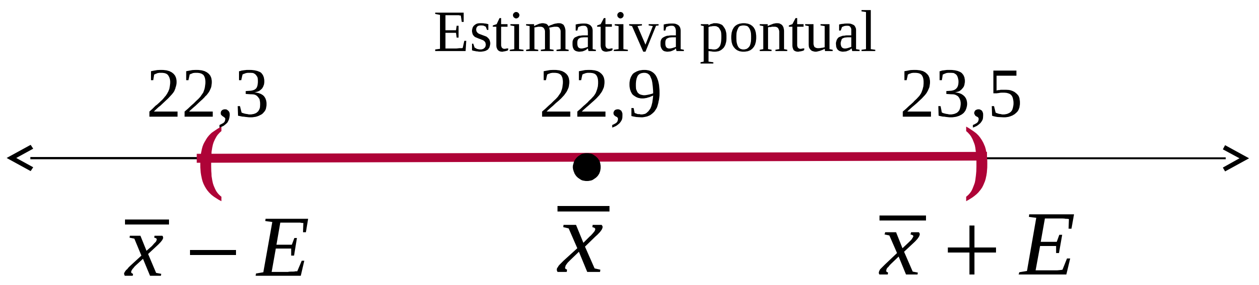
$$\bar{x} - E$$
$$= 22.9 - 0.6$$
$$= 22.3$$

Extremo direito:

$$\bar{x} + E$$
$$= 22.9 + 0.6$$
$$= 23.5$$

22,3 < μ < 23,5

$22{,}3 < \mu < 23{,}5$

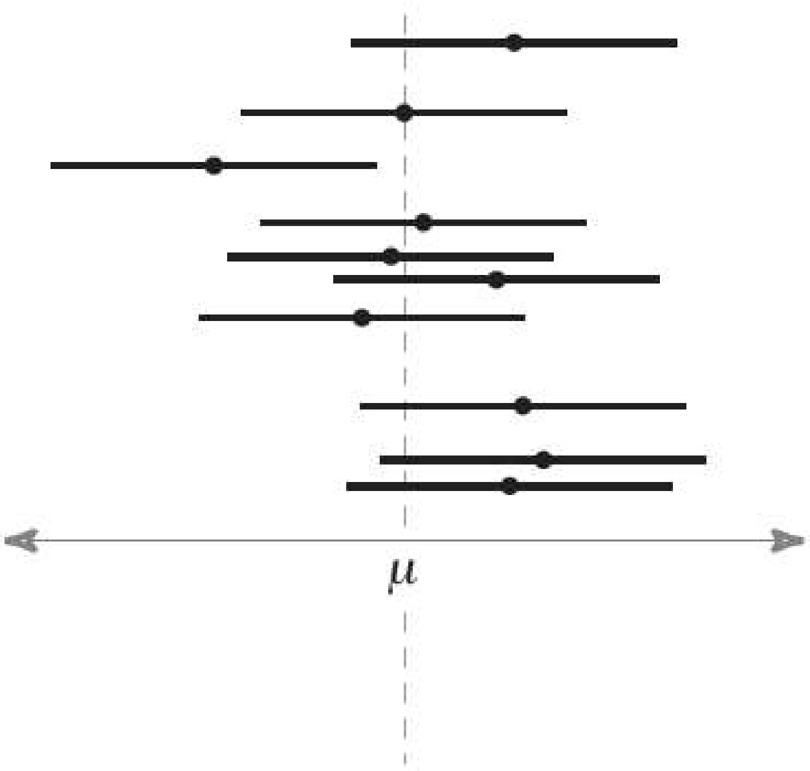


Com 90% de confiança, você pode dizer que a idade média de todos os estudantes está entre 22,3 e 23,5 anos.

Interpretando os resultados

- ***μ é um número fixo. Ou é um intervalo de confiança ou não.***
- ***Incorreto: "Existe uma probabilidade de 90% que a média real esteja no intervalo (22,3, 23,5)."***
- ***Correto: "Se um número grande de amostras é coletado e um intervalo de confiança é criado para cada uma, aproximadamente 90% desses intervalos conterão μ.***

Os segmentos horizontais representam 90% de intervalos de confiança para diferentes amostras do mesmo tamanho. A longo prazo, 9 de cada 10 intervalos destes conterão μ.



Tamanho da amostra

- ***Dado um nível de confiança c e uma margem de erro E, o tamanho amostral mínimo n necessário para estimar a média populacional μ é***

$$n = \left(\frac{z_c \sigma}{E} \right)^2$$

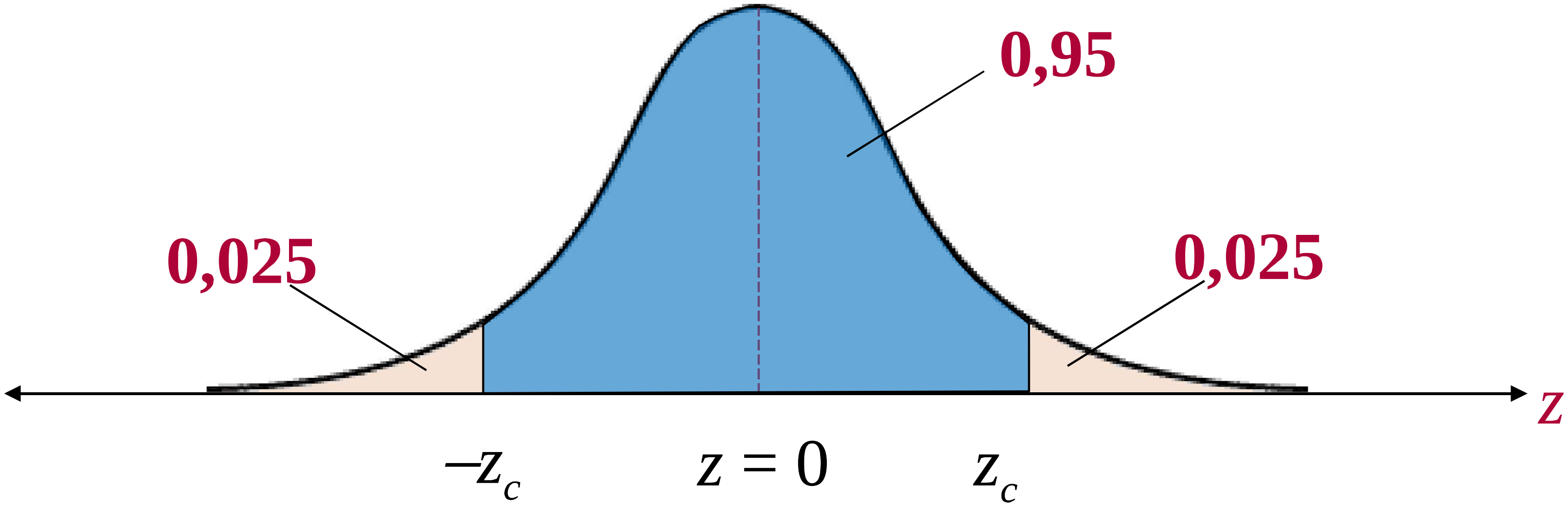
- ***Se σ é desconhecido, você pode estimar seu valor usando s caso tenha uma amostra preliminar de pelo menos 30 membros.***

Exemplo: tamanho de amostra

Você quer estimar o número médio de frases em anúncios de revista. Quantos anúncios de revista devem ser incluídos na amostra se você quer estar 95% confiante de que a média amostral esteja dentro de uma frase da média populacional? Assuma que o desvio padrão é aproximadamente 5,0.

Solução: tamanho de amostra

- ***Primeiro encontre os valores críticos***



$$z_c = 1,96$$

$z_c = 1{,}96 \qquad \sigma \approx s = 5{,}0 \qquad E = 1$

$$n = \left(\frac{z_c \sigma}{E}\right)^2 \approx \left(\frac{1.96 \times 5.0}{1}\right)^2 = 96.04$$

Quando necessário, **arredonde para cima** para obter um número inteiro.

Você deve incluir **pelo menos 97** anúncios de revistas em sua amostra.

Resumo da Seção 6.1

- ***Encontramos uma estimativa pontual e uma margem de erro***
- ***Construímos e interpretamos intervalos de confiança para a média populacional***
- ***Determinamos o tamanho mínimo da amostra necessária quando na estimativa de μ***