Лекция №5

Форматы хранения трёхмерных моделей
Кривые и поверхности, не имеющие аналитического описания

Рябинин Константин Валентинович

e-mail: icosaeder@ya.ru
jabber: icosaeder@jabber.ru

Пермь, 2011

Хранение трёхмерных моделей

Подавляющее большинство моделей в мультимедийных системах загружается из внешних файлов

- Как минимум в файле хранятся координаты вершин и данные о смежности вершин (рёбра)
- Как правило рёбра задаются неявно в виде списка обхода вершин, предполагая, что все вершины образуют n-угольники, где n = const, чаще всего n = 3
  - → Экономия памяти: не хранятся дублирующиеся вершины
- Как правило хранятся текстурные координаты
- Могут храниться нормали, но это не обязательно, так как нормали всегда можно вычислить на основании сглаживающих групп
- Могут храниться данные об анимации
- Возможна дополнительная информация

Анимация трёхмерных моделей

- Анимация по ключевым кадрам
  - Хранится множество состояний модели в разные моменты времени
  - В каждом конкретном кадре программа должна осуществлять интерполяцию соседних состояний
- Скелетная анимация
  - Помимо поверхности модели хранится её «скелет» – древовидная структура «костей» (отрезков прямых), расположенных внутри поверхности
  - Кости подвижны в рамках присвоенных сочленениям ограничений
  - Каждая вершина поверхности имеет список действующих на неё костей (возможно, с весом) и сохраняет своё положение относительно них
  - Таким образом движения костей приводит к движению соответствующих групп вершин

Кинематика

При использовании скелетной анимации необходимо организовать распространение движения по иерархии костей:

- **Прямая кинематика – при движении родительской кости двигаются и все её кости-потомки в рамках введённых ограничений на сочленения**
- **Инверсная кинематика – при движении кости-потомка двигаются и его родительские кости, если того требуют ограничения, введённые на сочленения**

Форматы хранения моделей

- STL
  - Только поверхность
  - Перечисляются многоугольники (дублирование вершин) с нормалями к ним
  - Текстовый либо бинарный способ хранения
- 3DS
  - Бинарный способ хранения на основе фрагментов (chunks)
  - Предназначен для описания целых трёхмерных сцен (без дублирования вершин), с камерами, источниками света и анимацией на базе ключевых кадров
  - Для трёхмерных моделей определяет полный набор свойств материала (предполагает даже имена файлов с текстурами)
  - Предполагает хранение списков вершин, образующих сглаживающие группы, но не содержит самих нормалей

Форматы хранения моделей

- OBJ
  - Более популярен, чем 3DS
  - Текстовый либо бинарный способ хранения
  - Предполагает описание вершин, нормалей к ним и свойств материала, связанных с ними
  - Материалы могут описываться в других файлах, на которые указываются ссылки
  - Хранятся имена файлов с текстурами
  - Отсутствуют данные об анимации
- MD2
  - Бинарный способ хранения на основе блоков фиксированного размера
  - Хранит 21 анимационную последовательность на основе ключевых кадров
  - Хранит списки вершин, текстурные координаты и нормали к ним
  - Развитие формата – спецификации MD3, MD4 и MD5

Форматы хранения моделей

- BLEND
  - Дамп памяти программы Blender
  - Не рекомендуется использовать внутренние форматы редакторов для извлечения из них моделей в своей программе!

Кривые

- Часто возникает задача построить кривую по множеству известных заранее контрольных точек
- Такая кривая не имеет аналитического описания и является результатом интерполяции функции по таблице значений
- Важные задачи:
  - Сохранение непрерывности и гладкости кривой
  - Управление кривизной
- Решение задачи осуществляется при помощи аппарата численных методов
- На основе кривой может быть получена **поверхность** либо **тело вращения**

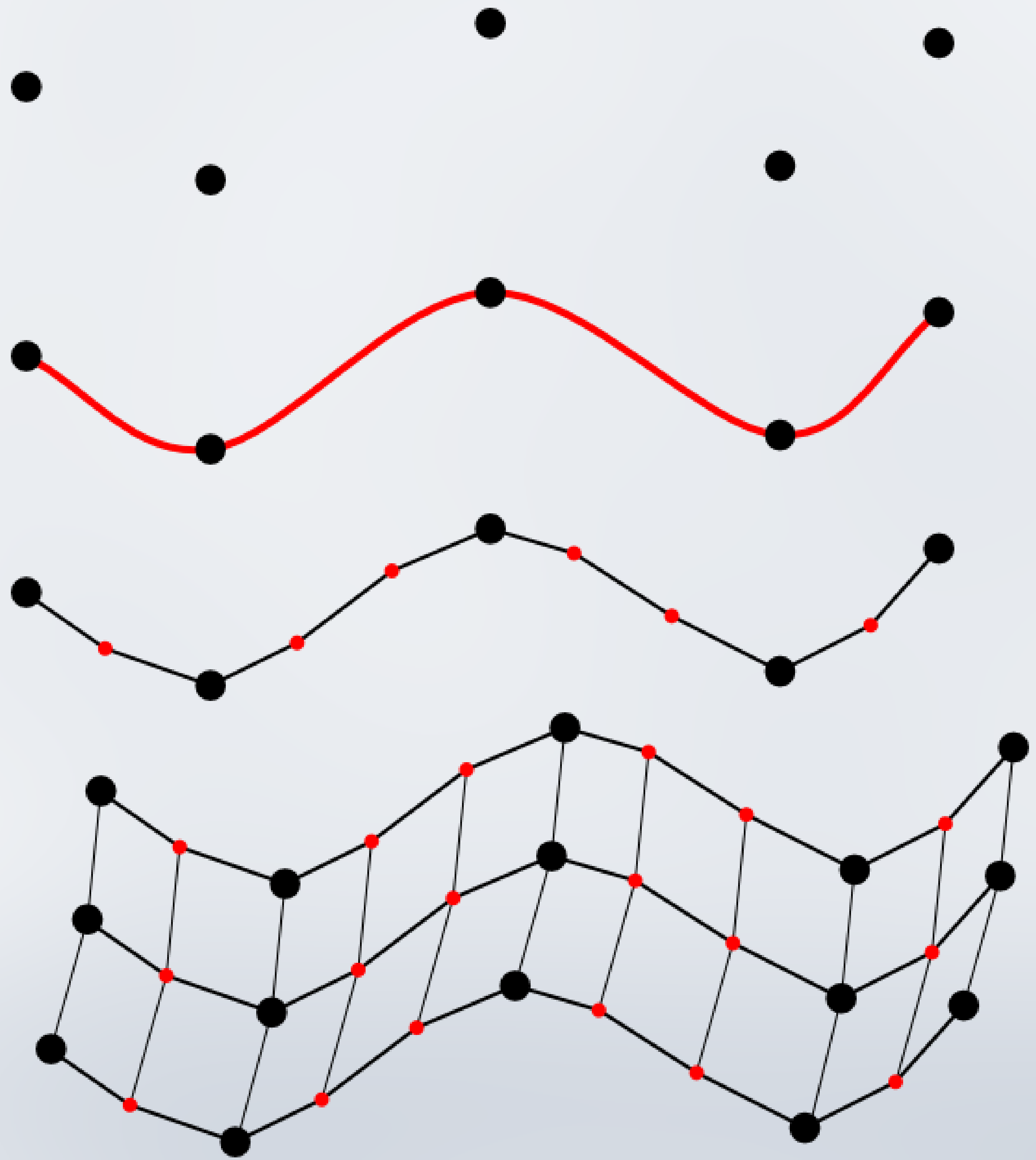
Поверхность из кривой

1.

2.

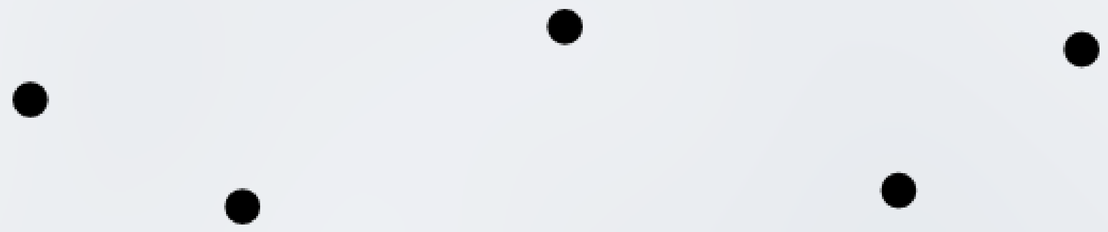
3.

4.

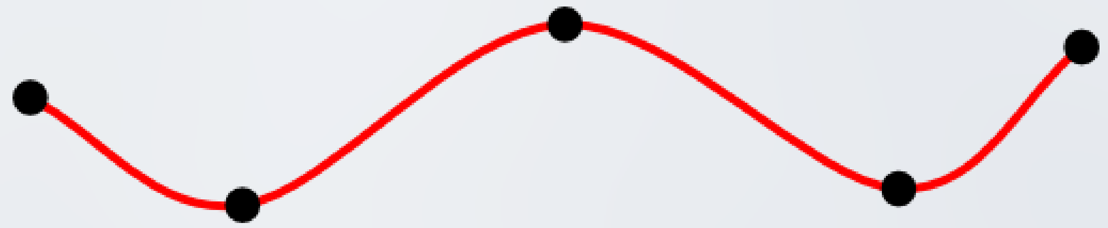


Тело вращения из кривой

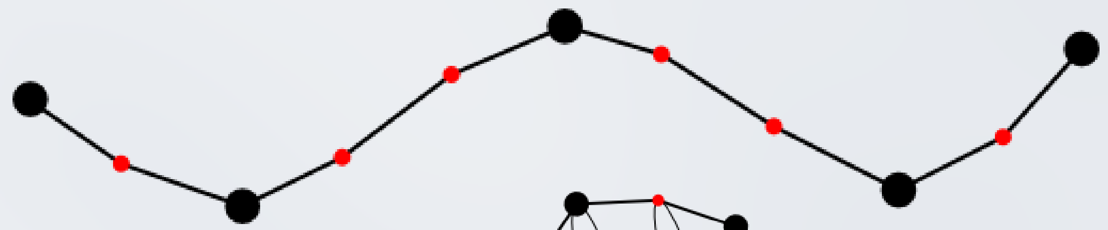
1.



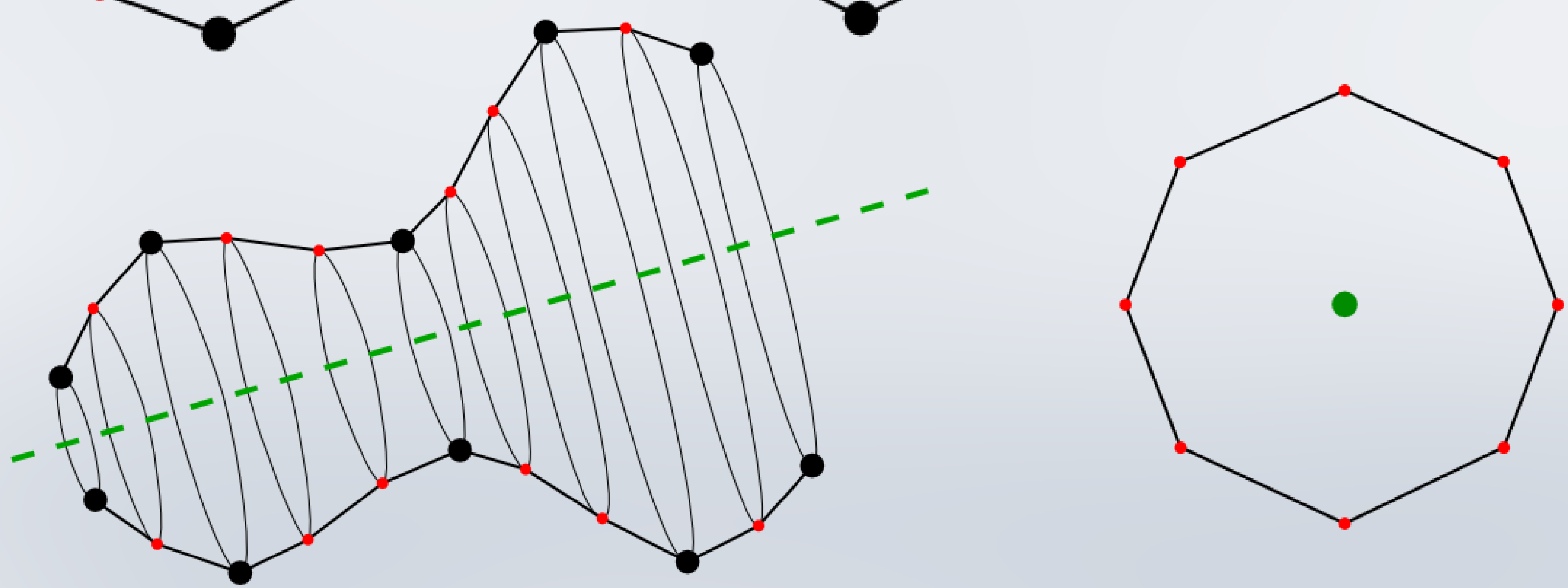
2.



3.



4.



Нормали

Нормали к полученным поверхностям могут быть определены

- Аналитически,
  однако зачастую это достаточно трудоёмко
- При помощи алгоритма сглаживающих групп

Кубические сплайны

Пусть $f(x)$ задана на $[a; b]$, разбитом на $[x_{i-1}; x_i]$.

Кубический сплайн дефекта 1 – это функция $S(x)$, которая

- на каждом отрезке $[x_{i-1}; x_i]$ является многочленом не выше третьей степени
- имеет непрерывные первую и вторую производные на всём отрезке $[a; b]$
- в точках x_i выполняется равенство $S(x_i) = f(x_i)$

→ Для однозначного задания сплайна перечисленных условий не достаточно

Кубические сплайны

Естественный кубический сплайн дефекта 1 – это кубический сплайн, удовлетворяющий граничным условиям

$S''(a) = S''(b) = 0$

- Для любой функции f и любого разбиения отрезка $[a; b]$ существует один и только один естественный кубический сплайн дефекта 1 $S(x)$

Кубические сплайны

На отрезке [x_{i-1}; x_i] функция $S(x)$ допускает запись вида

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + \frac{c_i}{2}(x - x_i)^2 + \frac{d_i}{6}(x - x_i)^3$$

тогда

$$S_i(x_i) = a_i, \quad S_i'(x_i) = b_i, \quad S_i''(x_i) = c_i$$

Условия непрерывности производных до второго порядка включительно имеют вид

$$S_i(x_i) = S_{i-1}(x_i)$$
$$S_i'(x_i) = S_{i-1}'(x_i)$$
$$S_i''(x_i) = S_{i-1}''(x_i)$$

Условие интерполяции имеет вид

$$S_i(x_i) = f(x_i)$$

Кубические сплайны

Обозначим

$$h_i = x_i - x_{i-1}, \quad i = \overline{1, n-1}$$

Тогда коэффициенты могут быть найдены решением системы

$$\begin{cases} a_i = f(x_i) \\ c_{i-1} h_i + 2 c_i (h_i + h_{i+1}) + c_{i+1} h_{i+1} = 6 \left(\dfrac{f_{i+1} - f_i}{h_{i+1}} - \dfrac{f_i - f_{i-1}}{h_i} \right) \\ d_i = \dfrac{c_i - c_{i-1}}{h_i} \\ b_i = \dfrac{1}{2} c_i h_i - \dfrac{1}{6} d_i h_i^2 + \dfrac{f_i - f_{i-1}}{h_i} \\ c_0 = c_n = 0 \end{cases}$$

Кривая Безье

Кривая Безье – это параметрическая кривая, заданная выражением

$$B(t) = \sum_{i=0}^{n} P_i b_{i,n}(t), \quad t \in [0;1]$$

где P_i – контрольные точки,

$b_{i,n}$ – полиномы Бернштейна:

$$b_{i,n} = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$$

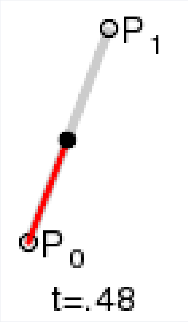
где

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-1)!}$$

Кривая Безье

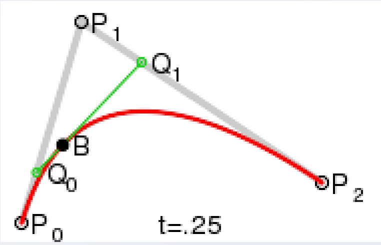
Линейная кривая:

$$B(t) = (1-t)P_0 + tP_1$$



Квадратичная кривая:

$$B(t) = (1-t)^2 P_0 + 2t(1-t)P_1 + t^2 P_2$$



Кубическая кривая:

$$B(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t)P_2 + t^3 P_3$$