# Алгоритмические основы мультимедийных технологий

Лекция 5

Рябинин Константин Валентинович

e-mail: icosaeder@ya.ru

jabber: icosaeder@jabber.ru

#### Хранение трёхмерных моделей

# Подавляющее большинство моделей в мультимедийных системах загружается из внешних файлов

- Как минимум в файле хранятся координаты вершин и данные о смежности вершин (рёбра)
- Как правило рёбра задаются неявно в виде списка обхода вершин, предполагая, что все вершины образуют n-угольники, где n = const, чаще всего n = 3
  - → Экономия памяти: не хранятся дублирующиеся вершины
- Как правило хранятся текстурные координаты
- Могут храниться нормали, но это не обязательно, так как нормали можно вычислить на основании сглаживающих групп
- Могут храниться данные об анимации
- Возможна дополнительная информация

#### Анимация трёхмерных моделей

- Анимация по ключевым кадрам
  - Хранится множество состояний модели в разные моменты времени
  - В каждом конкретном кадре программа должна осуществлять интерполяцию соседних состояний
- Скелетная анимация
  - Помимо поверхности модели хранится её «скелет»
     древовидная структура «костей» (отрезков прямых), расположенных внутри поверхности
  - Кости подвижны в рамках присвоенных сочленениям ограничений
  - Каждая вершина поверхности имеет список действующих на неё костей (возможно, с весом) и сохраняет своё положение относительно них
  - Таким образом движения костей приводит к движению соответствующих групп вершин

# При использовании скелетной анимации необходимо организовать распространение движения по иерархии костей:

- Прямая кинематика при движении родительской кости двигаются и все её костипотомки в рамках введённых ограничений на сочленения
- Инверсная кинематика при движении костипотомка двигаются и его родительские кости, если того требуют ограничения, введённые на сочленения

#### Форматы хранения моделей

- STL
  - Только поверхность
  - Перечисляются многоугольники (дублирование вершин) с нормалями к ним
  - Текстовый либо бинарный способ хранения
- **3DS** 
  - Бинарный способ хранения на основе фрагментов (chunks)
  - Предназначен для описания целых трёхмерных сцен (без дублирования вершин), с камерами, источниками света и анимацией на базе ключевых кадров
  - Для трёхмерных моделей определяет полный набор свойств материала (предполагает даже имена файлов с текстурами)
  - Предполагает хранение списков вершин, образующих сглаживающие группы, но не содержит самих нормалей

#### Форматы хранения моделей

- OBJ

  - Текстовый либо бинарный способ хранения
  - Предполагает описание вершин, нормалей к ним и свойств материала, связанных с ними
  - Материалы могут описываться в других файлах, на которые указываются ссылки
  - Хранятся имена файлов с текстурами
  - Отсутствуют данные об анимации
- MD2
  - Бинарный способ хранения на основе блоков фиксированного размера
  - Хранит 21 анимационную последовательность на основе ключевых кадров
  - Хранит списки вершин, текстурные координаты и нормали к ним

#### Форматы хранения моделей

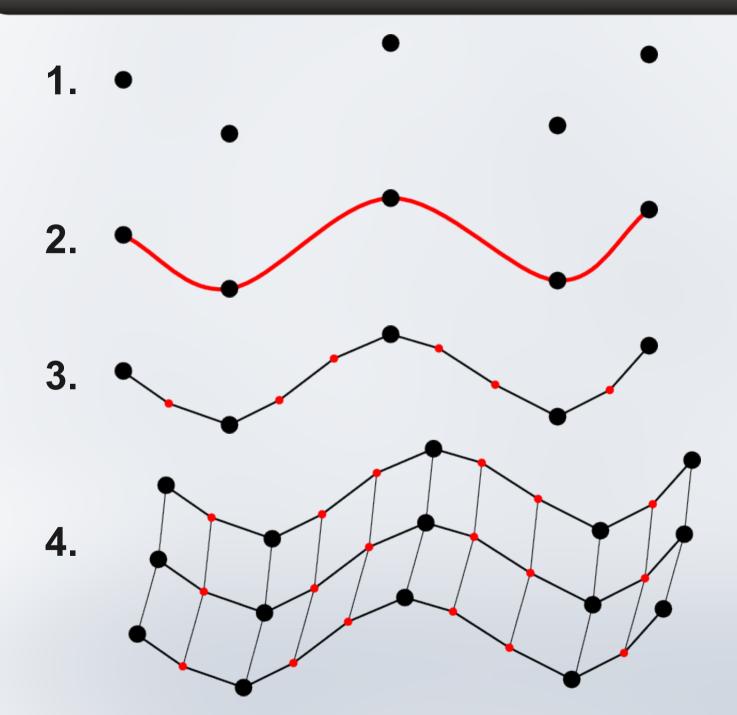
- BLEND

  - Не рекомендуется использовать внутренние форматы редакторов для извлечения из них моделей в своей программе!

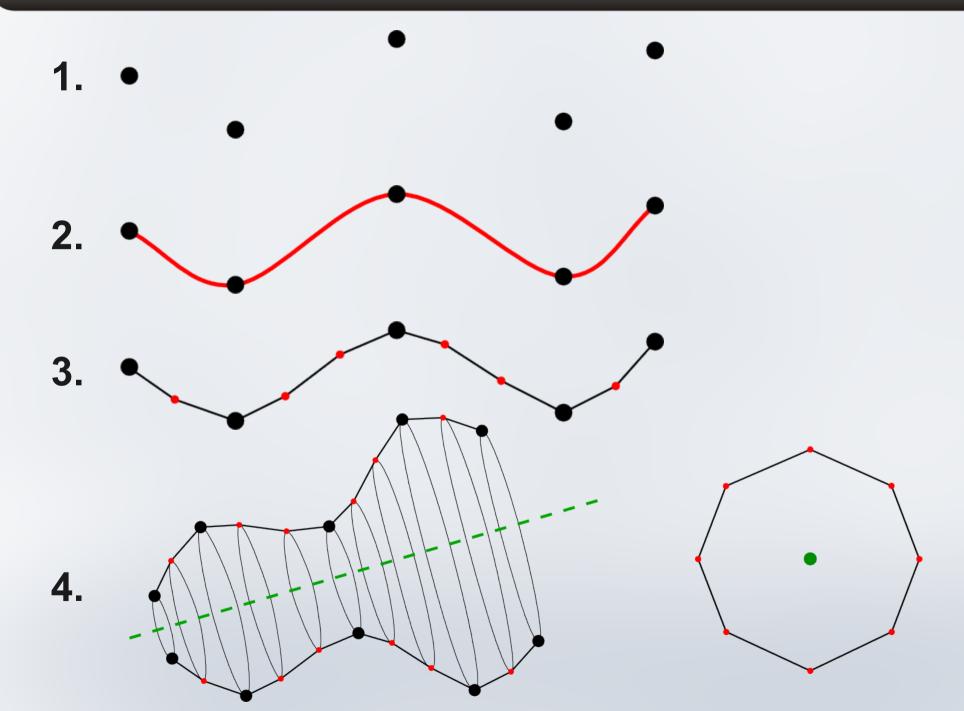
#### Кривые

- Часто возникает задача построить кривую по множеству известных заранее контрольных точек
- Такая кривая не имеет аналитического описания и является результатом интерполяции функции по таблице значений
- Важные задачи:
  - Сохранение непрерывности и гладкости кривой
  - Управление кривизной
- Решение задачи осуществляется при помощи аппарата численных методов
- На основе кривой может быть получена поверхность либо тело вращения

## Поверхность из кривой



### Тело вращения из кривой



#### Нормали

# Нормали к полученным поверхностям могут быть определены

- Аналитически,однако зачастую это достаточно трудоёмко
- При помощи алгоритма сглаживающих групп

Пусть f(x) задана на [a; b], разбитом на  $[x_{i-1}; x_i]$ .

Кубический сплайн дефекта 1 - это функция <math>S(x), которая

- на каждом отрезке [x<sub>i-1</sub>; x<sub>i</sub>] является
   многочленом не выше третьей степени
- $_{\odot}$  в точках  $x_{_{i}}$  выполняется равенство  $S(x_{_{i}}) = f(x_{_{i}})$

<sup>→</sup> Для однозначного задания сплайна перечисленных условий не достаточно

Естественный кубический сплайн дефекта 1 – это кубический сплайн, удовлетворяющий граничным условиям

$$S''(a) = S''(b) = 0$$

→ Для любой функции *f* и любого разбиения отрезка [*a; b*] существует один и только один естественный кубический сплайн дефекта 1 *S*(*x*)

#### На отрезке $[x_{i,1}; x_i]$ функция S(x) допускает запись вида

$$S_i(x) = a_i + b_i(x - x_i) + \frac{c_i}{2}(x - x_i)^2 + \frac{d_i}{6}(x - x_i)^3$$

#### тогда

$$S_i(x_i) = a_i$$
,  $S'_i(x_i) = b_i$ ,  $S''_i(x_i) = c_i$ 

# Условия непрерывности производных до второго порядка включительно имеют вид

$$S_{i}(x_{i}) = S_{i-1}(x_{i})$$

$$S'_{i}(x_{i}) = S'_{i-1}(x_{i})$$

$$S''_{i}(x_{i}) = S''_{i-1}(x_{i})$$

#### Условие интерполяции имеет вид

$$S_i(x_i) = f(x_i)$$

#### Обозначим

$$h_i = x_i - x_{i-1}, i = \overline{1, n-1}$$

# Тогда коэффициенты могут быть найдены решением системы

$$\begin{vmatrix} a_{i} = f(x_{i}) \\ c_{i-1}h_{i} + 2c_{i}(h_{i} + h_{i+1}) + c_{i+1}h_{i+1} = 6 \left( \frac{f_{i+1} - f_{i}}{h_{i+1}} - \frac{f_{i} - f_{i-1}}{h_{i}} \right) \\ d_{i} = \frac{c_{i} - c_{i-1}}{h_{i}} \\ b_{i} = \frac{1}{2}c_{i}h_{i} - \frac{1}{6}d_{i}h_{i}^{2} + \frac{f_{i} - f_{i-1}}{h_{i}} \\ c_{0} = c_{n} = 0 \end{vmatrix}$$

#### Кривая Безье

# **Кривая Безье** – это параметрическая кривая, заданная выражением

$$B(t) = \sum_{i=0}^{n} P_{i}b_{i,n}(t), t \in [0;1]$$

где  $P_i$  – контрольные точки,

 $b_{i,n}$  – полиномы Бернштейна:

$$b_{i,n} = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$$

где

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-1)!}$$

#### Кривая Безье

#### Линейная кривая:

$$B(t) = (1-t)P_0 + tP_1$$



#### Квадратичная кривая:

$$B(t) = (1-t)^{2} P_{0} + 2t(1-t) P_{1} + t^{2} P_{2}$$



#### Кубическая кривая:

$$B(t) = (1-t)^3 P_0 + 3t(1-t)^2 P_1 + 3t^2(1-t)P_2 + t^3 P_3$$

