Sistemas de Numeração

Bases Numéricas e Notação Posicional

Definições

- Número: é a expressão de uma quantidade, é a ideia que temos de alguma quantidade.
- Numeral: é a forma como representamos (escrevemos) uma quantidade em um sistema de numeração.
- Algarismos: são os símbolos existentes em um sistema de numeração.
- Dígitos: são os algarismos utilizados em um numeral.
- Observação: é comum o uso dos termos "número" e "numeral" como sinônimos.

Definições

 Exemplo: o sistema de numeração indo-arábico é composto pelos algarismos 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.
 Nesse sistema, o número quinhentos e trinta e cinco é representado pelo numeral 535 o qual contém os dígitos 5, 3 e 5.

Sistemas de Numeração

- O principal objetivo de um sistema de numeração é a de representar números
- Exemplos
 - Sistema unário
 - □ I, II, III, IIII, IIIII, IIIIII, ...
 - Números Romanos
 - Números arábicos e notação posicional
 - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Sistema Unário

- Existe um único símbolo (algarismo) no sistema. Exemplo: algarismo "I"
- O número representado pelo numeral é a quantidade de vezes que o algarismo foi escrito (repetido).
- Exemplos de numerais:
 - I = um
 - II = dois
 - III = três
 - IIII = quatro
 - e assim sucessivamente...
- Problema para representar números grandes.
 - Exemplo: IIIIIIIIIIIIIIII = vinte e cinco

Números Romanos

- Algarismos:
 - I = um
 - V = cinco
 - X = dez
 - L = cinquenta
 - C = cem
 - D = quinhentos
 - M = mil

Números Romanos

- Não utiliza notação posicional clássica, ou seja, o algarismo tem sempre o mesmo valor, independente da posição do algarismo dentro do numeral
- Dificuldade em realizar operações aritméticas

Números Romanos

- Exemplos de numerais:
 - | = um
 - II = dois
 - ||| = três
 - IV = quatro
 - V = cinco
 - VI = seis
 - VII = sete
 - VIII = oito
 - X = dez
 - XX = vinte
 - XXX = trinta

- Exemplo: algarismos indo-arábicos e base 10 (decimal).
- Algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- Nota-se a existência de um algarismo para representação do zero
- A quantidade de algarismos é sempre igual ao valor da base (neste caso, dez)
- O valor do maior algarismo é sempre o valor da base subtraído de um: 10-1 = 9 (maior algarismo)

- O algarismo tem um valor relativo que depende da sua posição dentro do numeral (dígito)
- O valor do numeral é a soma dos valores relativos de cada dígito dentro do numeral
- Exemplo: numerais com os algarismos 2 e 7
 - 27 = vinte e sete (20 + 7)
 - 72 = setenta e dois (70 + 2)

• Exemplo: Base 10 (decimal).

- Exemplo: Base 10 (decimal).
- Algarismos: 10 algarismos (símbolos)

- Exemplo: Base 10 (decimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9



Exemplo: Base 10 (decimal).

Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

10 algarismos

```
Valor do maior algarismo = Base -1
Valor do maior algarismo = 10 - 1
```

Valor do maior algarismo = 9

- Exemplo: Base 10 (decimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- Um número em base 10 é formado por quantidades de potências de 10

Posição do dígito	5	4	3	2	1	0	
Potência	10 ⁵	104	10 ³	10 ²	101	10°	
Peso do dígito							
Dígito							
Valor do dígito							
Valor do número		•					

- Exemplo: Base 10 (decimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- Um número em base 10 é formado por quantidades de potências de 10

Posição do dígito	5	4	3	2	1	0	
Potência	10 ⁵	104	10 ³	10 ²	10¹	10°	
Peso do dígito	100000	10000	1000	100	10	1	
Dígito							
Valor do dígito							
Valor do número							

- Exemplo: Base 10 (decimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- Um número em base 10 é formado por quantidades de potências de 10

Exemplo: numeral 5748								
Posição do dígito	5	4	3	2	1	0		
Potência	10 ⁵	104	10 ³	10 ²	10 ¹	10°		
Peso do dígito	100000	10000	1000	100	10	1		
Dígito			5	7	4	8		
Valor do dígito								
Valor do número								

- Exemplo: Base 10 (decimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- Um número em base 10 é formado por quantidades de potências de 10

	Exer	nplo: nu	meral 5	748						
Posição do dígito	5	4	3	2	1	0				
Potência	10 ⁵	104	103	10 ²	101	10°				
Peso do dígito	100000	10000	1000	100	10	1				
Dígito			5	7	4	8				
Valor do dígito			5000	700	40	8				
Valor do número		5x100	0=5000							
		7×100=700								
				4x:	10=40					
					8	×1=8	10 / 50			

- Exemplo: Base 10 (decimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- Um número em base 10 é formado por quantidades de potências de 10

Exemplo: numeral 5748									
Posição do dígito	5	4	3	2	1	0			
Potência	10 ⁵	104	10 ³	10 ²	10¹	10°			
Peso do dígito	100000	10000	1000	100	10	1			
Dígito			5	7	4	8			
Valor do dígito			5000	700	40	8			
Valor do número $5000 + 700 + 40 + 8 = 5748$									

- Exemplo: Base 10 (decimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
- Um número em base 10 é formado por quantidades de potências de 10

	Exemplo: numeral 5748										
Posição d	o dígito 5 4 3 2 1						0				
Potência		10 ⁵	101	10°							
Peso do d	4	Parece óbvio!									
Dígito	Sir			8							
Valor do d		Sim, porque estamos trabalhando somente com uma base, a base 10.									
Valor do n		Fará mais sentido nos próximos exemplos $0 + 8 \in 574$									
	quand	quando vamos converter de outra base									
		para decimal (base 10).									

• Exemplo: Base 8 (octal).

• Exemplo: Base 8 (octal).

• Algarismos: 8 algarismos (símbolos)

- Exemplo: Base 8 (octal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7



Exemplo: Base 8 (octal).

Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7

8 algarismos

```
Valor do maior algarismo = Base -1
Valor do maior algarismo = 8 - 1
```

Valor do maior algarismo = 7

- Exemplo: Base 8 (octal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7
- Um número em base 8 é formado por quantidades de potências de 8

Posição do dígito	5	4	3	2	1	0	
Potência	8 ⁵	84	83	8 ²	81	80	
Peso do dígito							
Dígito							
Valor do dígito							
Valor do número							

- Exemplo: Base 8 (octal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7
- Um número em base 8 é formado por quantidades de potências de 8

Posição do dígito	5	4	3	2	1	0	
Potência	8 ⁵	84	83	8 ²	81	80	
Peso do dígito	32768	4096	512	64	8	1	
Dígito							
Valor do dígito							
Valor do número							

- Exemplo: Base 8 (octal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7
- Um número em base 8 é formado por quantidades de potências de 8

Exemplo: numeral 573 ₈								
Posição do dígito	5	4	3	2	1	0		
Potência	8 ⁵	84	83	8 ²	81	80		
Peso do dígito	32768	4096	512	64	8	1		
Dígito				5	7	3		
Valor do dígito								
Valor do número								

- Exemplo: Base 8 (octal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7
- Um número em base 8 é formado por quantidades de potências de 8

Exemplo: numeral 573 ₈									
Posição do dígito	5	4	3	2	1	0			
Potência	8 ⁵	84	83	82	81	80			
Peso do dígito	32768	4096	512	64	8	1			
Dígito				5	7	3			
Valor do dígito				320	56	3			
Valor do número 5x64=320 7x8=56 3x1=3									

- Exemplo: Base 8 (octal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7
- Um número em base 8 é formado por quantidades de potências de 8

Exemplo: numeral 573 ₈									
Posição do dígito	5	4	3	2	1	0			
Potência	8 ⁵	84	83	8 ²	81	80			
Peso do dígito	32768	4096	512	64	8	1			
Dígito				5	7	3			
Valor do dígito				320	56	3			
Valor do número $320 + 56 + 3 = 379$									

- Exemplo: Base 8 (octal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7
- Um número em base 8 é formado por quantidades de potências de 8

Exemplo: numeral 573 ₈									
Posição d	do dígito	5	4	3	2	1	0		
Potência		8 ⁵	84	83	8 ²	21	80		
Peso do	Peso do Agora fica mais fácil entender!								
Dígito							3		
Valor do									
Valor do	or do 379 (trezentos e setenta e nove em decimal).							379	

• Exemplo: Base 2 (binária).

- Exemplo: Base 2 (binária).
- Algarismos: 2 algarismos (símbolos)

- Exemplo: Base 2 (binária).
- Algarismos: 0,1



Exemplo: Base 2 (binária).

```
• Algarismos: 0,1

2 algarismos
```

```
Valor do maior algarismo = Base -1
Valor do maior algarismo = 2 - 1
```

Valor do maior algarismo = 1

Exemplo: Base 2 (binária).

Algarismos: 0,1

 Obs.: Cada dígito em um número binário é chamado de bit (<u>bi</u>nary digi<u>t</u> = dígito binário)

Posição do dígito	5	4	3	2	1	0	
Potência	2 ⁵	24	2 ³	2 ²	21	2º	
Peso do dígito							
Dígito							
Valor do dígito							
Valor do número				-		-	

- Exemplo: Base 2 (binária).
- Algarismos: 0,1
- Obs.: Cada dígito em um número binário é chamado de bit (<u>bi</u>nary digi<u>t</u> = dígito binário)

Posição do dígito	5	4	3	2	1	0	
Potência	2 ⁵	24	2 ³	22	21	2º	
Peso do dígito	32	16	8	4	2	1	
Dígito							
Valor do dígito							
Valor do número							

Exemplo: Base 2 (binária).

Algarismos: 0,1

 Obs.: Cada dígito em um número binário é chamado de bit (<u>bi</u>nary digi<u>t</u> = dígito binário)

Exemplo: numeral 101001 ₂							
Posição do dígito	5	4	3	2	1	0	
Potência	2 ⁵	24	23	2 ²	21	20	
Peso do dígito	32	16	8	4	2	1	
Dígito	1	0	1	0	0	1	
Valor do dígito							
Valor do número							

- Exemplo: Base 2 (binária).
- Algarismos: 0,1
- Obs.: Cada dígito em um número binário é chamado de bit (<u>bi</u>nary digi<u>t</u> = dígito binário)

Exemplo: numeral 101001 ₂								
Posição do dígito	5	4	3	2	1	0		
Potência	2 ⁵	24	23	22	21	2º		
Peso do dígito	32	16	8	4	2	1		
Dígito	1	0	1	0	0	1		
Valor do dígito	32	0	8	0	0	1		
Valor do número	1x32=32	0×16-0	1 v 2 – 2	0×4-0	0v2-0	1∨1−1		
	TV2Z-2Z	$0 \times 10 - 0$	TV0-0	074-0	$0\lambda Z - 0$	TVT-T		

Exemplo: Base 2 (binária).

Algarismos: 0,1

 Obs.: Cada dígito em um número binário é chamado de bit (<u>bi</u>nary digi<u>t</u> = dígito binário)

Exemplo: numeral 101001 ₂										
Posição do dígito	5	5 4 3 2 1 0								
Potência	2 ⁵	24	23	22	21	20				
Peso do dígito	32	16	8	4	2	1				
Dígito	1	0	1	0	0	1				
Valor do dígito	32	0	8	0	0	1				
Valor do número	32	+ 0	+ 8 +	0	+ 0	+ 1 =	41			

- Exemplo: Base 2 (binária).
- Algarismos: 0,1
- Obs.: Cada dígito em um número binário é chamado de bit (<u>bi</u>nary digi<u>t</u> = dígito binário)

Exemplo: numeral 101001 ₂									
Posição	do dígito	5	4	3	2	1	0		
Potência		2 ⁵	24	23	2 ²	21	2º		
Peso do						2	1		
Dígito	1010012	(um zero	um zero z	zero um	binário	0	1		
Valor do	11	(quaranta	0	1					
Valor do	41	(quarenta	0	+ 1 (41				

• Base 16 (hexadecimal).

- Base 16 (hexadecimal).
- Algarismos: Precisamos de 16 algarismos (símbolos).

- Base 16 (hexadecimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

16 algarismos

Regra / Convenção:

Utilizamos os DEZ algarismos da base decimal e completamos com as letras do alfabeto, em ordem alfabética.

- Base 16 (hexadecimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F



A tem valor dez (10)

B tem valor onze (11)

C tem valor doze (12)

D tem valor treze (13)

E tem valor quatorze (14)

F tem valor quinze (15)

- Base 16 (hexadecimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

```
16 algarismos
```

```
Valor do maior algarismo = Base -1
Valor do maior algarismo = 16 - 1
```

Valor do maior algarismo = 15

- Base 16 (hexadecimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
- Um número em base 16 é formado por quantidades de potências de 16

Posição do dígito	5	4	3	2	1	0	
Potência	16 ⁵	164	16 ³	16 ²	16¹	16°	
Peso do dígito							
Dígito							
Valor do dígito							
Valor do número							

- Base 16 (hexadecimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
- Um número em base 16 é formado por quantidades de potências de 16

Posição do dígito	5	4	3	2	1	0	
Potência	16 ⁵	164	16 ³	16 ²	16¹	16°	
Peso do dígito	1048576	65536	4096	256	16	1	
Dígito							
Valor do dígito							
Valor do número							

- Base 16 (hexadecimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
- Um número em base 16 é formado por quantidades de potências de 16

Exemplo: numeral 2E5C ₁₆							
Posição do dígito	5	4	3	2	1	0	
Potência	16 ⁵	164	16³	16 ²	16¹	16°	
Peso do dígito	1048576	65536	4096	256	16	1	
Dígito			2	Ш	5	С	
Valor do dígito							
Valor do número	lor do número						

- Base 16 (hexadecimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
- Um número em base 16 é formado por quantidades de potências de 16

Exemplo: numeral 2E5C ₁₆										
Posição do dígito	5	5 4 3 2 1 0								
Potência	16 ⁵	164	16 ³	16 ²	16¹	16º				
Peso do dígito	1048576	048576 65536 4096 256 16 1								
Dígito			2	E	5	C				
Valor do dígito			8192		80	12				
Valor do número 2x4096 = 8192										
Ex256 = 14x256 = 3584 5x16 = 80										

49 / 58

Cx1 = 12x1 = 12

- Base 16 (hexadecimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
- Um número em base 16 é formado por quantidades de potências de 16

Exemplo: numeral 2E5C ₁₆								
Posição do dígito	5	4	3	2	1	0		
Potência	16 ⁵	164	16³	16 ²	16¹	16°		
Peso do dígito	1048576	65536	4096	256	16	1		
Dígito			2	Е	5	C		
Valor do dígito			8192	3584	80	12		
Valor do número		8192 + 3584 + 80 + 12 = 11868						

- Base 16 (hexadecimal).
- Algarismos: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F
- Um número em base 16 é formado por quantidades de potências de 16

	Exem	plo: num	era 2E	55C ₁₆			
Posição do dígito	5	4	3	2	1	0	
Potência	16 ⁵	164	16 ³	16 ²	16^{1}	16º	
	3	1					
2E5C ₁₆ (dois	"E" cinco	"C" hexa	decima	al)		С	
		12					
1868 (onze mil oitoc	ial). +	- 12 =	11868				

- Generalizando para números inteiros
 - $V = d_{n-1}.b^{n-1} + d_{n-2}.b^{n-2} + ... + d_1.b^1 + d_0.b^0$
- b = base do sistema
- n = quantidade de dígitos no numeral
- d_x = dígito na posição x dentro do numeral
- v = valor do número (quantidade)
- Observações:
 - d₀ → dígito menos significativo
 - d_{n-1} → dígito mais significativo

- Exemplo: número 5748 na base 10
- b=10, n = 4, $d_3=5$, $d_2=7$, $d_1=4$, $d_0=8$
- V = 5 7 4 8 (base 10)
- $V = 5x10^3 + 7x10^2 + 4x10^1 + 8x10^0$
- v = 5x1000 + 7x100 + 4x10 + 8x1
- V = 5709 (decimal) = cinco mil setecentos e quarenta e oito.

- Exemplo: número 573₈ (base 8)
- b=8, n = 3, d_2 =5, d_1 =7, d_0 =3
- v = 5 7 3 (base 8)
- $V = 5x8^2 + 7x8^1 + 3x8^0$
- v = 5x64 + 7x8 + 3x1
- v = 320 + 56 + 3
- V = 379 (decimal) = trezentos e setenta e nove.

- Exemplo: número 101001₂ (base 2)
- b=2, n = 6, d_5 =1, d_4 =0, d_3 =1, d_2 =0, d_1 =0, d_0 =1
- V = 1 0 1 0 1 (bin)
- $V = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$
- v = 1x32 + 0x16 + 1x8 + 0x4 + 0x2 + 1x1
- V = 41 (decimal) = quarenta e um.

- Exemplo: número 2E5C₁₆ (base 16)
- b=16, n = 5, $d_3=2$, $d_2=E$, $d_1=5$, $d_0=C$
- v = 2 E 5 C (base 16)
- $V = 2x16^3 + Ex16^2 + 5x16^1 + Cx16^9$
- v = 2x4096 + 14x256 + 5x16 + 12x1
- \bullet V = 8192 + 3584 + 80 + 12
- V = 11868 (decimal) = onze mil oitocentos e sessenta e oito.

Bases mais utilizadas

- Base decimal: mais utilizada pelos seres humanos
- Base binária: uso interno no computador
- Bases octal e hexadecimal: bases que são facilmente convertidas para a base binária

Referências

- STALLINGS, William. Arquitetura e organização de computadores. 8.ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2010. 624 p. ISBN: 9788576055648.
- VELLOSO, Fernando de Castro. Informática: conceitos básicos. 8. ed. rev. e atual. Rio de Janeiro, RJ: Elsevier, : Campus, c2011. xiii, 391 p. ISBN: 9788535243970.
- WEBER, Raul Fernando. Fundamentos de arquitetura de computadores. 3. ed. Porto Alegre : Instituto de Informática da UFRGS, : Sagra Luzzatto, c2004. 306 p. ISBN: 9788577803101.
- TOCCI, Ronald J.. Sistemas digitais : princípios e aplicações. 10. ed. São Paulo : Pearson Prentice Hall, c2007. xxii, 804 p. ISBN: 9788576050957.