

NS I Mathematics
B : Mathematical Methods in Science

自然科学 I 数学
B : 数学の方法

by

Hiroshi Suzuki

鈴木 寛

April 6, 2006

はじめに

2001年度から、一般教育科目として「自然科学Ⅰ 数学B：数学の方法」を5年間教えてきました。このたび、お休みをもらって、もう一つの数学の一般教育科目「自然科学Ⅰ 数学A：数学の世界」を教えることになりました。そこで、この5年間貯えてきた物を、まとめることにしました。一つの記録とすると共に、これからこのコースを教える他の教員の方にも見て頂き、さらに改善されていくことを願っています。

理学科以外の学生が対象ですが、幅は広く、数学の一般教育科目で何を教えるかは非常に難しい問題だと思います。このコースでは、いくつかの目的をかかげ、その一つの形を模索して来ました。受講生からはポジティブな応答が多かったのですが、どのような事を学習したかを調査したわけではありません。教育の難しさを感じると共に、何を教えたらいいいのか、5年間このコースと通して考えることができたことは幸いでした。数学の世界ではまた別の形を模索したいと思います。

2006年3月
鈴木寛

目次

第1章	このコースについて	1
第2章	集合と論理	3
2.1	数学を学ぶにあたって	3
2.2	論理	5
2.2.1	全称命題・存在命題*	7
2.3	集合と集合の演算	9
2.4	お茶の時間	11
2.4.1	Russel のパラドックス	11
2.4.2	ベン図	12
2.4.3	ブール代数と電子回路	12
2.4.4	自然言語と記号論理	13
2.4.5	法科大学院適性試験問題：論理的判断力問題	17
2.4.6	いつも数学・もっと Google	20
2.5	練習問題	25
第3章	線形代数	35
3.1	連立一次方程式	35
3.1.1	連立一次方程式とその解	35
3.1.2	行に関する基本変形	36
3.1.3	既約ガウス行列と基本定理	40
3.2	行列	46
3.2.1	行列の定義と演算	46
3.2.2	行列の積と連立一次方程式	51
3.2.3	逆行列	52
3.2.4	基本変形と行列	55
3.2.5	連立一次方程式と可逆性	58
3.2.6	2×2 行列*	60
3.2.7	連立一次方程式まとめ	62
3.3	お茶の時間	64
3.3.1	経済における均衡分析	64
3.3.2	オーディオ CD のなかの線形代数	69
3.4	練習問題	76

第 4 章	微分積分	91
4.1	多項式と多項式関数	91
4.1.1	多項式	91
4.1.2	組み立て除法	92
4.1.3	補間法	93
4.1.4	数学的帰納法*	95
4.1.5	差分と多項式関数*	97
4.2	極限と関数の連続性	99
4.2.1	数列の極限と級数	99
4.2.2	関数の極限・連続性	102
4.2.3	指数関数・対数関数	105
4.2.4	Nepier の数 (自然対数の底) e	106
4.2.5	三角関数*	107
4.3	微分係数と導関数	108
4.3.1	合成関数の微分	115
4.3.2	x^n の微分	116
4.3.3	対数関数の微分	117
4.3.4	x^n の微分再述	118
4.4	微分の応用：関数とグラフ	119
4.4.1	極限の計算	119
4.4.2	極大・極小	121
4.4.3	L'Hospital の定理	124
4.5	不定積分と定積分	125
4.5.1	原始関数と不定積分	125
4.5.2	不定積分の計算	126
4.5.3	定積分と微積分学の基本定理	127
4.6	微分方程式	131
4.7	お茶の時間	133
4.7.1	指数関数の身近な例	133
4.7.2	マグニチュードに関する問題	135
4.7.3	表計算ソフト Excel を使ってみよう	137
4.7.4	正規分布曲線と T スコア	138
4.7.5	雨粒の落下速度	139
4.8	練習問題	142
第 5 章	おわりに	176
5.1	線形性	176

第 6 章	まとめの問題	177
6.1	復習問題	177
6.2	期末試験問題	180
6.2.1	2005 年度	180
6.2.2	2004 年度	192
6.2.3	2003 年度	203
6.2.4	2002 年度	211
6.2.5	2001 年度	222
付 録 A	このコースを楽しんで下さった受講生へ	228

第1章 このコースについて

最近（2000年度）まで私は、組合せ論などをテーマに、数学を純粋に楽しむ講義を一般教育科目として教えてきました。楽しむといっても、論証を大切に、毎週行なわれる小テストでは、受講生に証明を書いてもらい、採点して返すといったことをしてきました。これは、なかなか楽しい授業で、数学の世界が広がったとか、純粋に楽しむことができたなどと、コメントを学生からもらいました。（「数学の構造」ホームページ内の「期末試験における学生からのコメント」など参照。）大学の一般教育科目の授業として、このような授業は大切だと思っています。特に、数学離れ、理科離れなど、高校数学などを楽しめなかった、しかし優秀な学生さんたちにとって、数学の世界の広がりとか、論理的思考を通して、数学を学ぶ意義をもう一度、問い直すことは重要だと思うからです。

しかし、大学での一般教育科目または自然科学系以外の学生向けの数学として果たしてこれだけで良いのかと疑問を常に持っていました。線形代数や、微分積分といった数学においても基礎的な学問は、数学のみに限らず、自然科学を学ぶ時の必須の数学的手段（道具）であるだけでなく、社会科学を学ぶ時にも、さらに広く政治・経済・企業経営などの実務の面においても必要不可欠な道具であり、数学を利用することにより広がる世界がたくさんあることは、周知の通りです。世界広しと言えども、数学の試験なしに大学で学ぶ機会を与えられるのは、日本以外ではほんのいくつかの国のごく少数の分野に限られることは、上記の事実の受け止め方が日本では異常な状態にあることを示していると思います。ものを合理的・科学的に考えようとする場合には、数学あるいは、数学的な考え方を避けて通ることは、あり得ないことであり、また、数式による表現を避けて通ることは、言葉なしにコミュニケーションを計るようなものです。もちろんそれもある程度は可能です。しかし、今の、理系、文系にわけての教育、それも、高校2年からは、ほとんど数学を勉強しない学生は、自らの学習の道を大幅に狭くしてしまっていると思います。もちろんその責任は、学生にあるのではなく、そのような受験制度にした大学、教育機関の当事者（教員および大学などの行政者）、そして教育行政機関および政府です。難しいこと、即効性のないことはいろいろと理由をつけて、避けて通ろうとするが、それでいて、夢中になるのは、役に立たないことばかりという人間のおもしろさと悲しい現実も背景にあります。しかし、責任を問うばかりではなく、本学のような教養学部教育の大学でまず数学、そして自然科学を積極的にすべての学生が学ぶことが最初ではないかと思います。理学科ではないから、数学は必要ないなどと言う学生がいるとしたら、本当に残念なことです。

この授業では、高校教育の現状も踏まえ、高校で勉強することも丁寧に復習し補いながら学んでいきたいと思っています。社会科学で数学に出会う時、積極的に学べるよう、また、

理学科の自然科学の科目を学ぶ時に、数式で違和感を感じないように、さらに、必要に応じてもまたは、自発的に理学科の基礎科目の数学を履修する時の助けとなるような、一つのステップを提供することが大事なのではないかと思いこのコースを作りました。

内容は、集合と論理、線形代数と、微分積分にしました。数学を道具としてまた、自然科学や社会科学のある部分を記述する言葉として数学を考えた時、基本となるものの代表が、これらだからです。一学期間ですから、網羅的にまたこれらを修得するというレベルに達することを目的にしています。まず数学をするときに基本的なことばとして、集合と論理について簡単に見てから、線形代数や、微分積分の考え方、そして基本的ないくつかの項目について学ぶことができればと思っています。これは、大学での学習において数学を学んでいく、数学を用いていく最初のステップです。もしくは入口と言った方が良いかも知れません。これを機会に次のステップへと進んで下さることを期待しています。

奇異に聞こえるかも知れませんが、なるべく高校で勉強するものは内容から減らし、高校で3年間数学を勉強した人も、大学ではじめて勉強することを中心にしました。高校の勉強を主とすると、どうしても、高校で十分な時間を費やした人とそうでない人に大きな差が出てしまったり、高校で十分勉強した人には面白くなかったりするからです。最低限必要なことは、高校で勉強することを確認していきますが、高校の問題が解けるようになるようなことを中心には据えていません。でも、高校の時、やり方は分かっていたけれど、なぜそうするのか良く分からなかった、というようなことについても、理解できればと思っています。

線形代数と微分積分の数学的内容は大体、理学科の線形代数学 I と、微分積分学 I または、初等微分積分に含まれるものです。授業自体は大分違った雰囲気になると思いますが。数学の内容に確興味のある人は、私のホームページに、これらの科目についても詳しい内容が書いてありますから、是非見てみて下さい。数学の魅力の一つは深く学べば学ぶほど美しさがきわだって見えてくることです。

受講の動機もまちまちな皆さんとこのクラスで、上で述べたようなだいそれたことができるのか、私も正直不安がありますが、コミュニケーションをとりながら大学の一般教育科目での数学について一緒に考えることができればと思っています。

最後に一言。線形代数や、微分積分に対応する下記の理学科の科目は、2001 年度から社会科学のすべておよび国際関係学科の一部の専修分野で、専門科目として認められるようになったことをお伝えしておきます。

線形代数学 I-II-III、初等微分積分、微分積分学 I-II-III、解析学概論 I-II