Министерство образования и науки Российской Федерации

Национальный исследовательский технологический университет «МИСиС»

Институт информационных технологий и автоматизированных систем управления

Кафедра Инженерной Кибернетики

Лабораторная работа №3

Моделирование различных форм резервуаров с жидкостью

по дисциплине «Математическое моделирование»

Выполнил:

Студент группы БПМ-19-1

Альмиева Р.Р.

Проверил:

Доцент кафедры ИК

Добриборщ Д.Э.

Москва, 2021

Цель работы:

Исследовать математические модели, полученные методом балансовых соотношений в пакете прикладных программ Scilab(xcos).

Вывод математической модели резервуара с жидкостью:

Для составления дифференциального уравнения математической модели запишем уравнение материального баланса жидкости для бесконечно малого промежутка времени:

$$\Delta V + Q_1 \Delta t = Q_2 \Delta t, \qquad \Delta t \to 0, \Delta V \to 0$$

$$\frac{dV}{dt} + Q_1 = Q_2$$

,где

V – объем жидкости

Q_1 – объемный расход, слив

Q_2 – объемный расход, управляющее воздействие

Объем жидкости выражается следующей формулой:

$$V = Sx$$

, где

S – площадь поверхности жидкости в резервуаре

x – уровень жидкости в резервуаре

Тогда получим:

$$\frac{dV}{dt} = S\frac{dx}{dt}$$

Используя уравнение Бернулли, найдем зависимость между Q_1 и x:

Уравнение Бернулли:

$$\frac{\rho {\vartheta_0}^2}{2} + \rho g x + p_1 = \frac{\rho \vartheta^2}{2} + \rho g x_0 + p_2$$

, где

ρ – плотность жидкости

g – ускорение свободного падения

ϑ_0 – скорость изменения уровня x

ϑ – скорость истечения жидкости

p_1 – статическое давление над жидкостью в резервуаре

p_2 – статическое давление за сливным отверстием

x_0 – начальный уровень жидкости

Допустим, что скорость истечения жидкости много больше скорости изменения уровня жидкости: $\vartheta \gg \vartheta_0$; $p_1 = p_2$; $x_0 = 0$

Тогда получим, что

$$\vartheta = \sqrt{2gx}$$

Умножим левую и правую части на F(площадь сечения сливного отверстия) и получим:

$$F\vartheta = F\sqrt{2gx}$$

$$Q_1 = F\sqrt{2gx}$$

В этом уравнении также должен присутствовать поправочный коэффициент, который учитывает форму и состояние поверхности сливного отверстия (определяется экспериментально).

$$Q_1 = \mu F\sqrt{2gx}$$

Получим дифференциальное уравнение математической модели:

$$S\frac{dx}{dt} + \mu F\sqrt{2gx} = Q_2 \ (1)$$

Параметр S представим как функцию, зависящую от уровня жидкости в резервуаре x:

Для цилиндрического резервуара площадь поверхности будет постоянной:

$S(x) = \pi r^2$, где r – радиус цилиндра

Для резервуара в форме усеченного конуса будет изменяться в соответствие со следующей функцией:

$S(x) = \pi(r^2 + 2rx\tan(\propto) + x^2\tan^2(\propto)$, где r – радиус наименьшей поверхности резервуара, $\propto$ - половина угла при вершине конуса

Для резервуара в форме шара:

$$S(x) = \pi(2xr - x^2)$$

Для моделирования цилиндрического резервуара с жидкостью, резервуара в форме усеченного конуса и шара используем уравнение (1) и функции для площади поверхности:

<u>Моделирование цилиндрического резервуара с жидкостью:</u>

Примем:

$g = 10$ м/с^2

$\mu = 0.7$

$r = 2$ м

$F = 1$ м^2

Получим схему моделирования, изображенную на рис.1. А также график зависимости уровня жидкости от времени (рис.2).

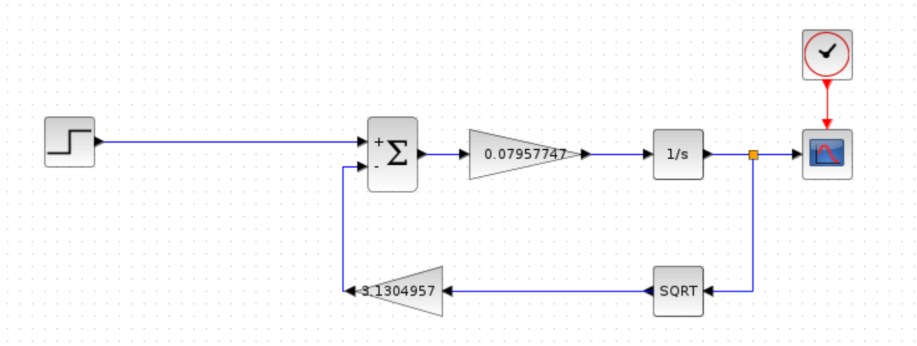

Рис.1 - Схема моделирования цилиндрического резервуара

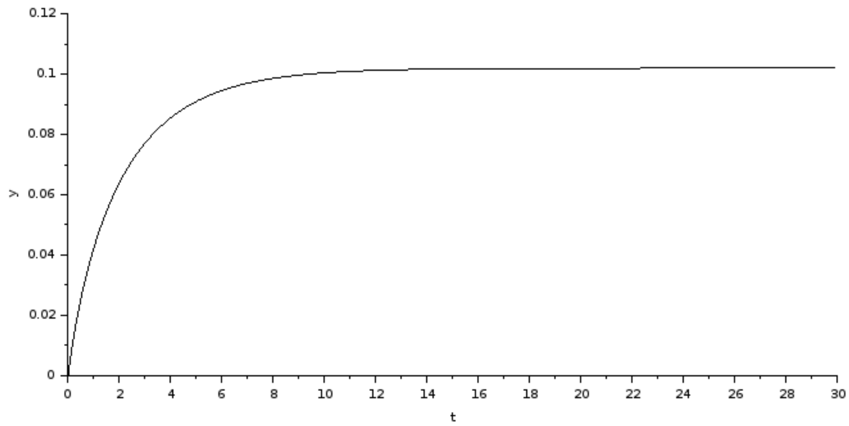

Рис.2 – График зависимости уровня жидкости от времени в цилиндрическом резервуаре

<u>Моделирование резервуара в форме конуса:</u>

$g = 10$ м/с^2

$\mu = 0.7$

$r = 1$ м

$F = 1$ м^2

$\propto = 30^{\circ}$

Схема моделирования - рис.3. График зависимости - рис. 4.

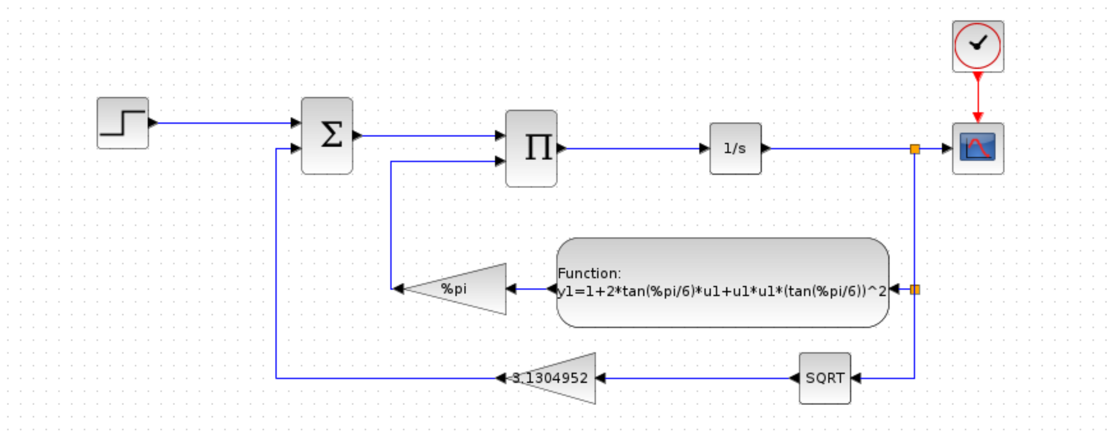

Рис.3 - Схема моделирования резервуара, имеющего форму усеченного конуса

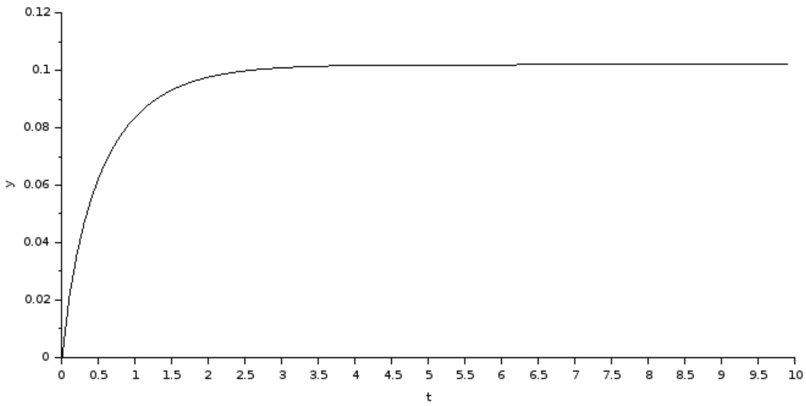

Рис.4 – График зависимости уровня жидкости от времени в резервуаре формы усеченного конуса

<u>Моделирование резервуара в форме шара:</u>

$g = 10$ м/с^2

$\mu = 0.7$

$r = 0.9$ м

$F = 0.25$ м^2

Схема моделирования и график изображены соответственно на рис 5, рис.6.

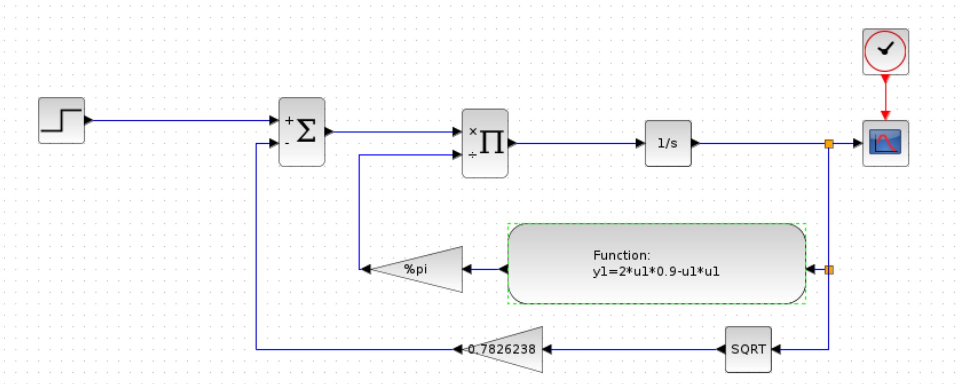

Рис.5 - Схема моделирования резервуара в форме шара

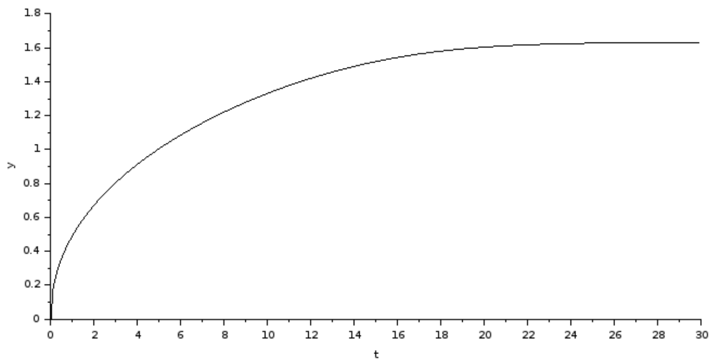

Рис.6 – График зависимости уровня жидкости от времени в резервуаре в форме шара

Моделирование флотационной машины:

Дифференциальное уравнение математической модели выглядит следующим образом:

$$S\dot{x} + \left(0.465 + \frac{0.003}{x}\right) b\sqrt{2gx}\, x = Q_2, \text{ где } b \text{ – ширина отверстия}$$

Примем

$b = 5$ м

$S = 10$ м^2

Схема моделирования представлена на рис.7. График зависимости уровня жидкости от времени – рис.8.

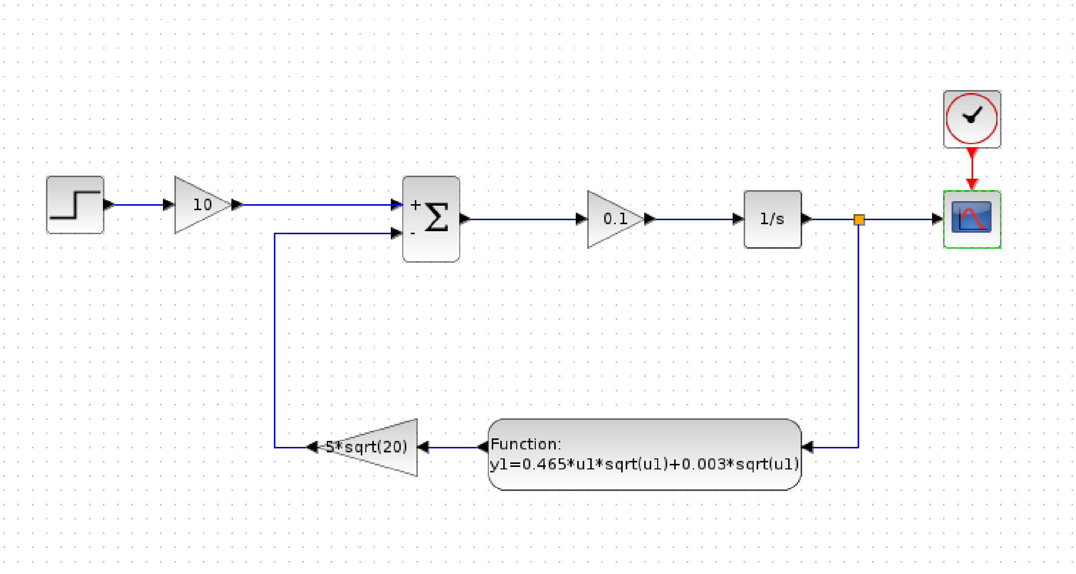

Рис.7 - Схема моделирования флотационной машины

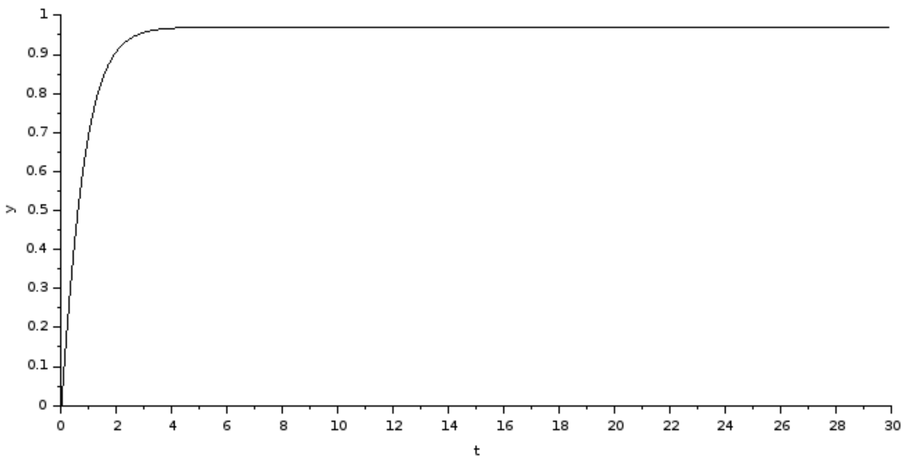

Рис.8 – График зависимости уровня жидкости от времени во флотационной машине

Вывод:

Я рассмотрела гидравлические системы, представляющие собой емкости, в которые из одного отверстия поступает жидкость (исток), а из другого уходит (сток). Используя формулу балансовых соотношений для изолированной системы и уравнение Бернулли было составлено дифференциальное уравнение математической модели и осуществлено моделирование. Для моделей разных форм резервуаров была выявлена зависимости уровня жидкости в резервуаре от времени.